

# 基于本征正交分解的 DrivAer 快背车非定常尾迹分析

邓 韬<sup>1</sup>, 杨志刚<sup>1,2</sup>, 贾 青<sup>1</sup>

(1. 同济大学 上海地面交通工具风洞中心, 上海 201804; 2. 北京民用飞机技术研究中心, 北京 102211)

**摘要:** 在非定常数值模拟的基础上, 采用本征正交分解(proper orthogonal decomposition, POD)对 DrivAer 快背车非定常尾迹进行了研究。改进的延迟分离涡模拟(improved delayed detached-eddy simulation, IDDES)仿真结果与实验结果的对比表明该数值方法有效。对汽车尾迹回流区进行 POD 分析发现, 前 2 阶模态能量占比分别为 6.78% 和 5.61%, 合计占总能量的 12.39%, 模态系数的频谱分析说明前 2 阶模态对应同一种低频的拟序流动结构, 主频为 0.216 (30Hz); 相位分析表明两者相位差为  $0.455\pi$ 。对前 2 阶模态重构的涡量场进行相位平均, 发现其对应的拟序流动结构由车体尾迹下剪切层周期性运动主导; 前 273 阶 POD 模态(能量占比 93%)可以很好地重构原流场, 极大地降低了自由度。

**关键词:** 汽车; 非定常尾迹; 本征正交分解; 分离涡模拟

**中图分类号:** U461.1

**文献标志码:** A

## Unsteady Wake Analysis of Fastback DrivAer Automotive Model based on Proper Orthogonal Decomposition

DENG Tao<sup>1</sup>, YANG Zhigang<sup>1,2</sup>, JIA Qing<sup>1</sup>

(1. Shanghai Automotive Wind Tunnel Center, Tongji University, Shanghai 201804, China; 2. Beijing Aeronautical Science & Technology Research Institute, Beijing 102211, China)

**Abstract:** Based on the unsteady simulation results, proper orthogonal decomposition (POD) was used to analyze the unsteady wake of fastback DrivAer automotive model. The comparison between improved delayed detached-eddy simulation (IDDES) results and the experimental data verifies the effectiveness of simulation method. The POD results of wake recirculation region show that the energy contribution of the first two modes is 12.39%, 6.78% and 5.61% respectively. The spectrum analysis indicates that the first two modes correspond to the same low-frequency quasi-sequential flow structure with a dominant frequency of 0.216 (30Hz). Phase analysis

show that they have a temporal phase shift of  $0.455\pi$ . The phase average of the vorticity reconstruction field based on the first two modes reveals that quasi-sequential flow structure is found to be dominated by the periodic motion of the shear layer on the underside of the wake. The first 273 POD modes (93% of the energy) can reconstruct the original flow field well and greatly reduce the degree of freedom.

**Key words:** automotive; unsteady wake; proper orthogonal decomposition; detached-eddy simulation

气流流经汽车, 在汽车尾部形成复杂的非定常流动结构。汽车尾迹的非定常特性对汽车气动特性有重要影响<sup>[1]</sup>, 因此有必要对复杂的流动结构进行研究。对于复杂的流动问题, 本征正交分解(proper orthogonal decomposition, POD)可从能量角度对流场进行分解, 并根据各阶模态和其模态系数的信息识别出大尺度的拟序结构<sup>[2]</sup>。提取汽车尾迹中包含的大尺度拟序结构, 分析其特性, 可以以此为理论依据对流场有针对性地施加控制, 改善汽车气动特性。

近年来, 国内外研究人员将 POD 方法运用到类车体非定常尾迹的分析中。Östth 等<sup>[3]</sup>基于大涡模拟(large eddy simulation, LES)的计算结果, 采用 POD 研究了  $0^\circ$  Ahmed body 展向两侧涡脱落的机制。文献[4-6]通过实验手段, 用粒子图像测速法对方背类车体尾迹速度场进行测量, 通过对速度快照进行 POD 降阶分析, 揭示方背类车体尾迹双稳态现象的演化规律。国内王国俊等<sup>[7]</sup>在 LES 数值模拟结果基础上, 用 POD 对  $25^\circ$  Ahmed body 斜背分离流进行了分解, 分析了各阶模态的能量占比及其物理意义。

回顾过去的研究发现, 基于 POD 的汽车非定常尾迹研究的对象大都集中于 Ahmed body<sup>[8]</sup> 和 Windsor body<sup>[9]</sup> 等类车体, 与真实汽车相比, 其几何

收稿日期: 2019-04-29

基金项目: 上海市地面交通工具风洞专业技术服务平台(19DZ2290400)

第一作者: 邓韬(1994—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为汽车空气动力学. E-mail: dengtao@tongji.edu.cn

通信作者: 贾青(1979—), 女, 副教授, 工学博士, 主要研究方向为汽车空气动力学. E-mail: qing.jia@sawtc.com



论文  
拓展  
介绍

外形过于简单,研究成果不能完全转换到汽车工业中。为此,本文以更接近真实汽车的标模 DrivAer 快背车为研究对象,采用改进的延迟分离涡模拟(improved delayed detached-eddy simulation, IDDES)进行数值仿真,与实验对比进行验证;使用 POD 研究车体尾迹回流区的非定常特性,进行模态分析,基于此进行模态重构的相位平均,提取出大尺度的拟序结构并分析其特点,并对原流场进行重构。

## 1 研究对象

Ahmed body 和 MIRA 等类车体几何外形相对简单,难以复现真实汽车的复杂流动结构,样车虽然能够真实地展现流动特征,但是将其作为空气动力学研究对象时,又受到较短的使用寿命和有限的获取渠道的制约。为了缩短过度简化的类车体和真实汽车之间的差距,德国慕尼黑工业大学空气动力学及流体力学研究所基于 BMW 3 系和 Audi A4 这两款中型车的几何模型提出一种全新的汽车模型——DrivAer<sup>[10]</sup>。

DrivAer 模型具有 3 种尾部造型风格(两厢掀背、阶背、快背)和 2 种底盘结构(复杂底盘、光滑底盘),如图 1 所示。本文以缩比为 1:2.5 的底盘光滑的快背 DrivAer 模型为研究对象,模型长、宽、高分别为  $L=1.845\text{m}$ ,  $W=0.812\text{m}$  和  $H=0.567\text{m}$ 。

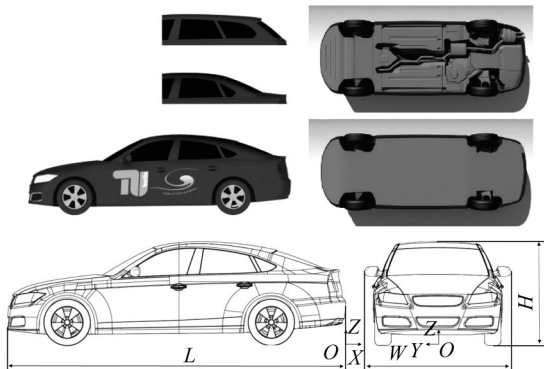


图1 DrivAer 及 1:2.5 模型尺寸

Fig.1 DrivAer model and dimensions of 1:2.5 model

## 2 数值模拟

### 2.1 计算域及边界条件

如图 2 所示,计算域长、宽、高分别为 11 倍车长、11 倍车宽、8 倍车高。入口距离车头 4 倍车长,入口速度  $U_\infty=40\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,对应雷诺数  $Re=4.87\times 10^6$ (基于车长  $L$ ),湍流强度为 1%;出口为零压力出口,距离车尾 6 倍车长。DrivAer 模型表面和地面为无滑移

壁面条件,其余边界为对称边界。边界条件的设置与文献[10]中无地面模拟的实验相对应。

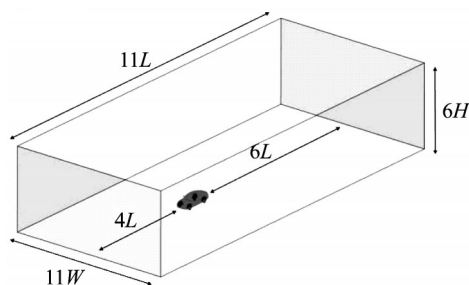


图2 计算域

Fig.2 Computational domain

### 2.2 网格策略

使用 Hypermesh 软件划分面网格,体网格通过 Star-CCM+ 软件生成。采用六面体非结构化 Trimmer 网格对计算域进行离散,并在车身壁面和地面生成边界层网格,保证车身表面第一层网格法向高度对应的量纲一化值  $y^+$  小于 1。

为了更好地模拟汽车周围的流场并提高计算效率,对后视镜、车轮和车体尾迹处的网格进行加密;同时,为研究网格数量对数值计算结果的影响,通过改变车体尾迹加密区的网格尺寸,形成了 2 套网格方案,方案 1 和方案 2 体网格总数分别为 2 245 万和 4 416 万,图 3 为计算域纵向对称面网格。

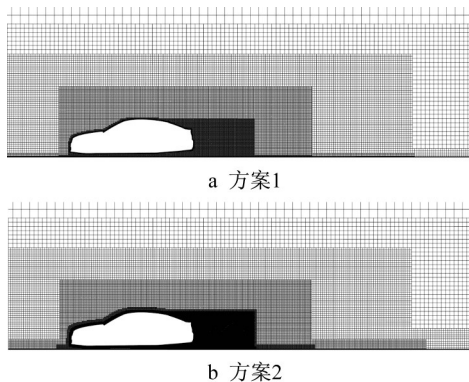


图3 流场纵向对称面网格

Fig.3 Mesh of flow field on longitudinal symmetric plane

### 2.3 数值方法

使用商业软件 Star-CCM+ 进行数值计算,数值方法采用 IDDES(基于 SST 模型)<sup>[11]</sup>,该方法是一种混合的 RANS-LES 模型,同时具备延迟分离涡模拟(delayed detached-eddy simulation, DDES)和壁面大涡模拟(wall-modelled large eddy simulation, WMLES)优点。其中 WMLES 模型减小雷诺数影

响,实现了高雷诺数下壁面边界层的大涡模拟<sup>[12-13]</sup>。

在IDDES数值方法中,定义了一种新的亚格子尺度,如式(1)所示,它不同于只涉及网格间距的大涡模拟(large eddy simulation, LES)和分离涡模(detached-eddy simulation, DES)的亚格子尺度,它还包括了壁面距离的影响。

$$\Delta = \min \{ \max [C_w d_w, C_w h_{\max}, h_{\text{wn}}], h_{\max} \} \quad (1)$$

其中 $d_w$ 为壁面距离; $h_{\text{wn}}$ 为壁面法向网格步长; $C_w$ 为与亚格子模型无关的经验常数; $h_{\max}$ 为当地最大网格间距,定义如下:

$$h_{\max} = \max \{ h_x, h_y, h_z \} \quad (2)$$

其中 $h_i$  ( $i=x, y, z$ )为当地3个方向的网格尺寸。IDDES完整的方程可见文献[13]。

空间离散采用基于有限体积法的混合格式,LES区域采用中心差分有界格式,RANS区域采用二阶迎风格式,并结合二阶隐式方程。采用SIMPLE算法求解压力-速度耦合,使用定常RANS结果初始化流场。

方案1和方案2的量纲一化时间步长 $\Delta t U_{\infty}/L$  (其中 $\Delta t$ 为时间步长)分别为 $4.3 \times 10^{-3}$ 和 $2.2 \times 10^{-3}$ ,保证计算域内大部分区域的库朗数 $C$ 小于1( $C = U_{\text{abs}} \Delta t / \Delta \delta$ ,其中 $U_{\text{abs}}$ 为穿过网格的速度大小, $\Delta \delta$ 表示沿速度方向的网格尺寸)。

#### 2.4 仿真结果验证

用量纲一化的时间 $T = L/U_{\infty}$ 表征气流流过一倍车长的时间,设定总计算时长为 $25T$ ,取后 $20T$ 的计算结果进行平均,并与文献[14]的实验结果进行对比,实验与仿真的边界条件一致。气动阻力系数 $C_D$ 、气动升力系数 $C_L$ 定义如下:

$$C_D = \frac{F_x}{\frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2 A_x} \quad (3)$$

$$C_L = \frac{F_z}{\frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2 A_x} \quad (4)$$

其中 $F_x$ 为阻力, $F_z$ 为升力, $\rho$ 为空气密度, $A_x$ 为迎风面积。压力系数 $C_p$ 定义如下:

$$C_p = \frac{p - p_0}{\frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2} \quad (5)$$

其中 $p$ 代表表面压力, $p_0$ 为参考压力。

表1为不同网格方案下气动力系数 $C_D$ 和 $C_L$ 的仿真结果,与实验结果对比发现,方案2的 $C_D$ 仿真与实验结果相差 $-0.003$ ,误差为 $1.15\%$ ,优于方案1的 $0.004$ ( $1.53\%$ ),主要体现在车身背部压力的区别

上,如图4所示,方案2车身背部高压区面积大于方案1。对于 $C_L$ 仿真与实验值的对比,由图5车身上下压力系数分布可看出,与方案1相比,方案2上表面尾部压力系数较高,下表面前轴区域压力系数较小,总的效果是 $C_L$ 较小,更接近实验值。

从图6可见,仿真值和实验值在流向上的变化趋势一致,量值上相差较小。对比2种方案的仿真结果,车身中截面上侧差异很小;车身中截面下侧 $X/L = -0.8$ 附近以及车身 $Z=0.32H$ 平面 $X/L = -0.9 \sim -0.7$ 处,方案2仿真结果与实验值更接近。

综合对比仿真与实验结果,加密车体尾迹区的体网格可提高计算精度,因此下文的POD分析基于方案2的非定常仿真结果。

表1 不同网格方案气动阻力系数对比

Tab.1 Drag coefficient for different mesh strategies

方案	网格数/万个	$C_D$	$C_L$
1	2245	0.265	0.031
2	4416	0.258	0.008
文献[14]		0.261	0.010

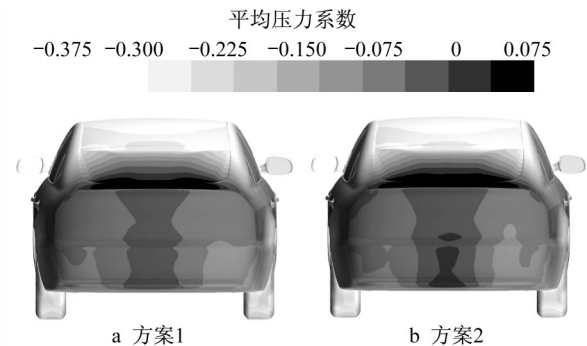


图4 车身背部压力系数分布

Fig.4 Mean of pressure coefficient distribution for the back of DrivAer Model

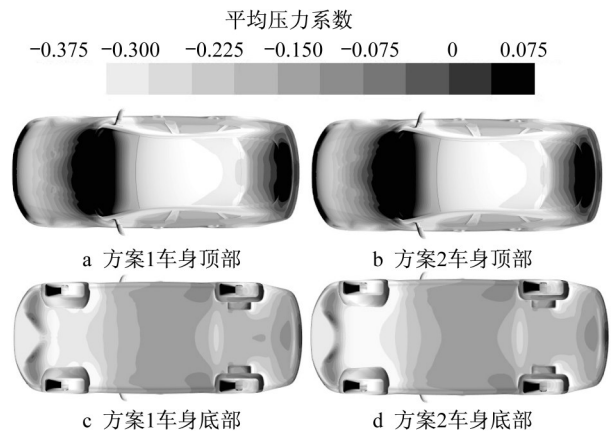


图5 车身压力系数分布

Fig.5 Mean of pressure coefficient distribution of DrivAer Model from vertical direction



### 3 POD分析

#### 3.1 POD原理

POD于1967年由Lumley<sup>[15]</sup>首先应用到湍流相干结构的研究中,基本思想是把时间和空间上连续的物理量构成的场分解成只与时间和空间相关的函数展开序列,且它们在均方意义上最优,这样,只需要较少的项数就可以比较准确地描述该物理过程,节省计算成本。

POD实际应用中,往往出现空间监测点数量远多于时刻数的问题,为此,Sirovich<sup>[2]</sup>于1987年提出了snapshots POD方法,每一时刻的瞬时流场称为一张快照,用于定格流场变化过程中的瞬时状态。给定速度场 $q(\xi, t)$  ( $\xi = \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n; t = t_1, t_2, \dots, t_m$ ),其中 $n$ 为空间监测点数, $m$ 为时刻数。先计算平均速度场 $v(\xi)$ ,再用每张快照减去平均场得到对应速度脉动分量 $u(t)$ ,并以列向量表示:

$$u(t) = q(\xi, t) - v(\xi) \in \mathbb{R}^n \quad (6)$$

根据POD的基本思想,目的是找出最优的基向量来表示 $u(t)$ ,该组基向量是完备且正交的。实际上,这个问题可以转化为求特征向量 $\varphi_j$ 和特征值 $\lambda_j$ 的问题:

$$C\varphi_j = \lambda_j \varphi_j, \varphi_j \in \mathbb{R}^m, \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_m \geq 0 \quad (7)$$

其中, $j=1, 2, \dots, m$ ,  $C$ 为 $u(t)$ 的协方差矩阵。

$$C = \sum_{i=1}^m u^T(t_i) u(t_i) = U^T U \in \mathbb{R}^{m \times m} \quad (8)$$

式中, $U$ 为 $m$ 张快照对应的 $u(t)$ 组成的矩阵:

$$U = [u(t_1) u(t_2) \dots u(t_m)] \in \mathbb{R}^{n \times m} \quad (9)$$

则POD模态 $\psi_j$ 可由特征向量 $\varphi_j$ 映射得到:

$$\psi_j = U \varphi_j \frac{1}{\sqrt{\lambda_j}} \in \mathbb{R}^n \quad (10)$$

由上述方法求得的特征值 $\lambda_j$ 之和代表了系统的总能量,则每一阶模态的能量占比为

$$E_j = \lambda_j / \sum_{i=1}^m \lambda_i \quad (11)$$

因此,可以选取较低的维数 $r$ ,使得

$$\sum_{i=1}^r \lambda_i / \sum_{i=1}^m \lambda_i \approx 1 \quad (12)$$

则原速度场可近似重构为

$$q(\xi, t) \approx \bar{q}(\xi) + \sum_{i=1}^r a_i(t) \psi_i(\xi) \quad (13)$$

式中,每阶模态的模态系数 $a_i(t)$ 可由以下内积求得:

$$a_i(t) = \langle u(t), \psi_i(\xi) \rangle \quad (14)$$

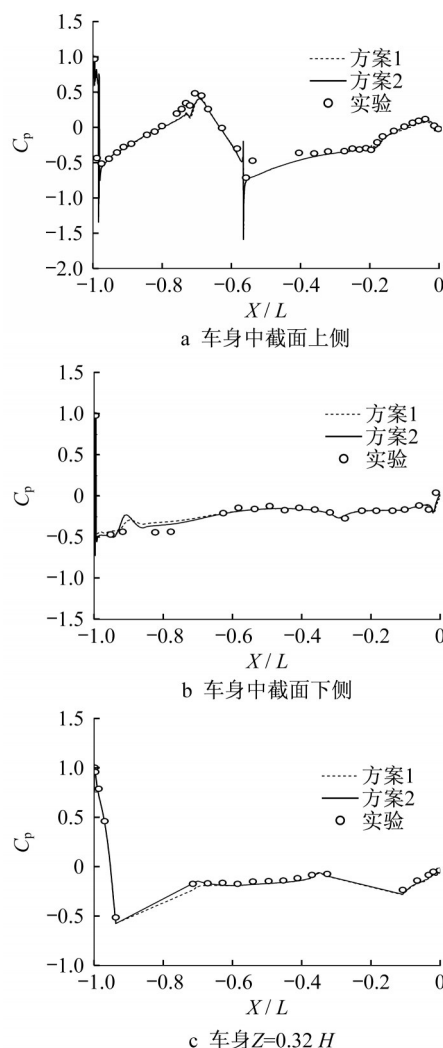


图6 车身中截面和 $Z=0.32H$ 平面压力系数

Fig.6 Pressure coefficient on longitudinal symmetric plane and  $Z=0.32H$  plane of DrivAer Model

以方案2的非定常仿真结果为基础,运用snapshots POD方法对DrivAer快背车的非定常尾迹进行分析。选取计算域中截面 $Y=0$ 上汽车的尾迹回流区为本文POD分析的区域,如图7中矩形方框所示,范围为 $X/h=-0.28 \sim 1.52$ ,  $Z/h=0 \sim 1.81$ ,其中 $h=0.288\text{m}$ ,为车尾高度。POD快照的采样频率为10 kHz,空间监测点数为22 771个。



图7 中截面 $Y=0$ 瞬态流线图及POD分析区域

Fig.7 Streamlines on longitudinal symmetric plane and the region for POD analysis.

### 3.2 POD结果分析

#### 3.2.1 收敛性判断

为了使POD的结果收敛,同时排除快照数量对结果的影响,分别基于5 000、6 000和7 000张快照进行POD分析,前20阶模态能量占比如图8所示。由图可知,6 000张与7 000张的结果相差不大,对POD分析结果的影响可忽略不计。取6 000张快照进行POD分析,满足收敛性要求。

#### 3.2.2 POD模态分析

POD前100阶的能量占比如图9所示,低阶模态代表流场中能量较高的大尺度流动结构,在流场发展中占支配地位,为整个流动的载体。前4阶模态能量占比分别为6.78%、5.61%、2.98%和2.62%,与其他模态有较好的区分度,其中前2阶能量占比较为突出;5阶以上模态能量过度比较平滑;20阶以上模态能量均小于1%,且逐渐趋近于零。图10为涡量在Y方向的分量 $\Omega_y$ 的前4阶模态及其模态系数随时间的变化情况。

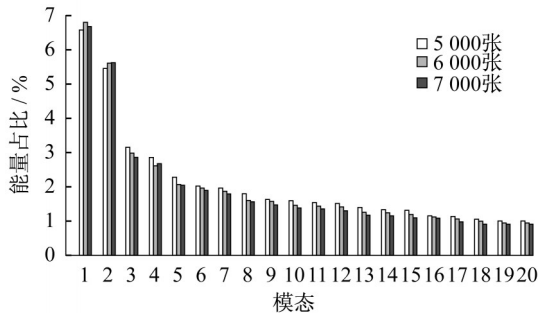


图8 不同数量快照下前20阶模态能量占比

Fig.8 Energy contribution of POD modes 1~20 with different number of snapshots

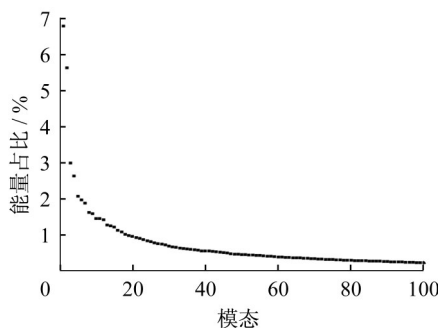


图9 前100阶模态能量占比

Fig.9 Energy contribution of POD modes 1~100

模态表征涡量的空间分布特点。从图10可看出, $\Omega_y$ 模态1和模态2的涡量分布特点相似,涡量均

主要分布在车体尾迹下剪切层区域,且涡量集中区沿着剪切层方向正负交替分布,而上剪切层区域涡量较少;模态3和模态4的涡量在尾迹上下剪切层的分布比较均匀。

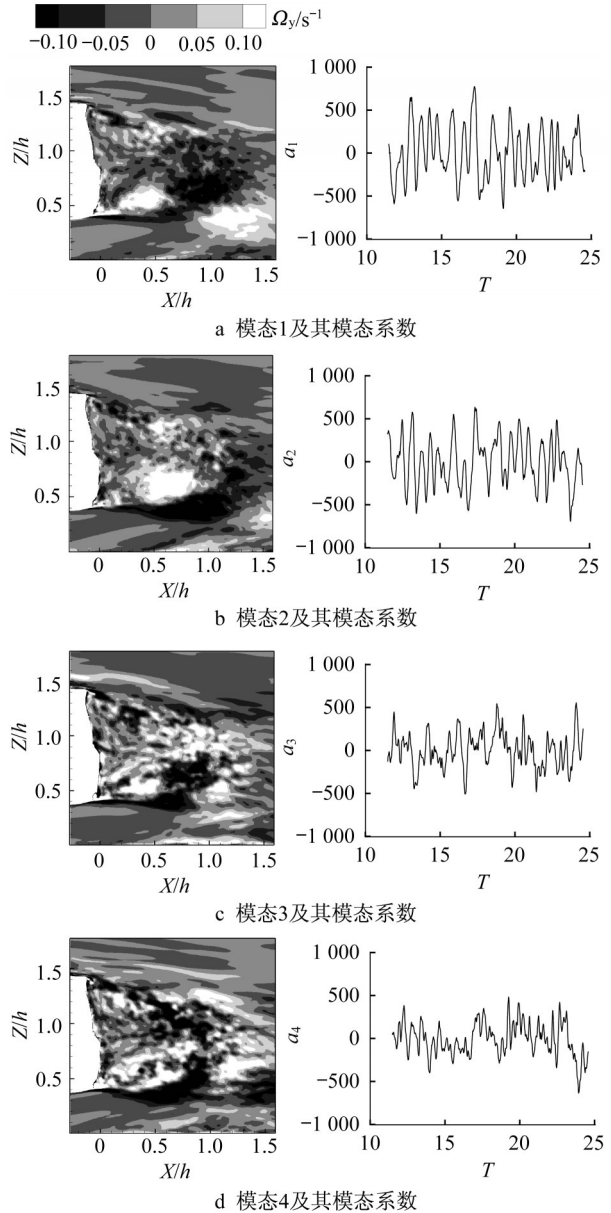


图10 涡量 $\Omega_y$ 前4阶模态及其模态系数

Fig.10 The first four POD modes of vorticity  $\Omega_y$  and mode coefficients

模态系数表征模态的幅值随时间的变化规律。如图10所示,模态的阶数越低,模态系数的振幅越大,对应的能量占比也越大。模态系数随时间的变化均围绕着零点上下波动,第1阶模态和第2阶模态的周期性较强,而3阶和4阶模态系数的周期性较弱。对前4阶模态系数进行功率谱密度(power spectral density, PSD)分析,其中频率 $f$ 用车尾高度 $h$ 和来流速度 $U_\infty$ 进行量纲一化,以斯特劳哈尔数

(Strouhal number)  $St = fh/U_\infty$ 表示,如图11所示。

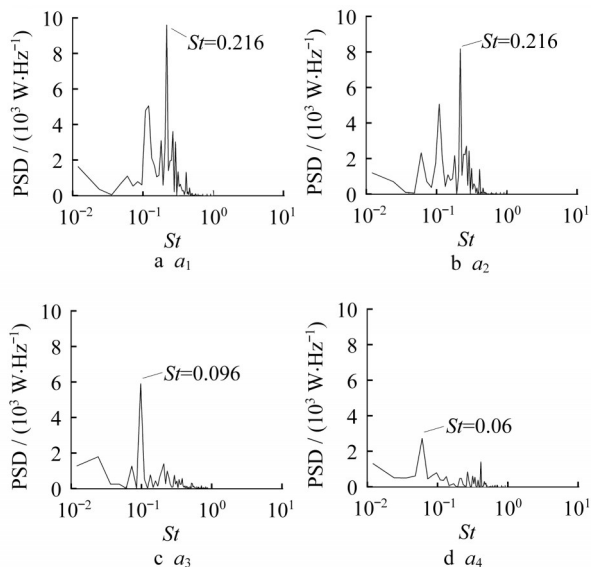


图11 前4阶POD模态系数功率谱密度分析

Fig.11 Frequency spectrum analysis of the first four POD mode coefficients

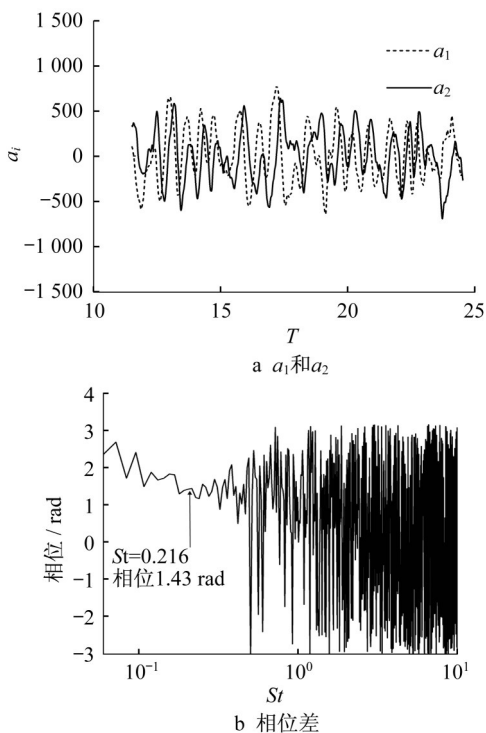


图12 模态系数  $a_1$  与  $a_2$  相位分析

Fig.12 Phase analysis of mode coefficients  $a_1$  and  $a_2$

从图11可以发现,模态阶数越低,PSD峰值越高,更直观地表征了与能量的关系;模态1和模态2的模态系数能量均集中在低频区域,PSD峰值均出现在  $St=0.216$  ( $f=30\text{Hz}$ ),表明模态1和模态2对应同一种低频的拟序流动结构,主频为0.216。进一步对前2

阶模态系数作相位分析,如图12所示,相位分析表明,  $St=0.216$  下,二者相位差为1.43rad ( $0.455\pi$ )。

### 3.2.3 前2阶模态重构及相位平均

为更好地解前2阶模态对应的拟序流动结构,研究其在一个周期内的演化规律,对前2阶模态进行重构并进行相位平均。相位平均的方法参照文献[16],用式(7)得到的特征值  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  分别对模态系数  $a_1$  和  $a_2$  进行量纲一化,过滤其能量信息。

$$a_i^* = \frac{a_i}{\sqrt{2\lambda_i}} \quad i=1,2 \quad (15)$$

每个时刻的重构用  $a_1^*$ 、 $a_2^*$  表示,做出其散点图如图13所示。从图13a可见,  $a_1^*$ 、 $a_2^*$  随时刻数  $m$  呈螺旋式变化,图13b显示其在二维平面 ( $a_1^*$ ,  $a_2^*$ ) 上的投影分布在半径为2圆心为(0,0)的圆内,则  $a_1^*$  和  $a_2^*$  可根据相位角  $\theta$  进行储存,保存其相位信息,如图14所示;  $a_1^*$  和  $a_2^*$  在相位上均呈周期性分布,可用正弦函数对进行曲线拟合,其中相位角  $\theta$  定义为:

$$\theta(t_j) = \arctan\left(\frac{a_2^*(t_j)}{a_1^*(t_j)}\right) \in [0, 2\pi] \quad (16)$$

其中  $j=1, 2, \dots, 6000$ , 表示时刻数,每个时刻对应一个  $\theta$  值。

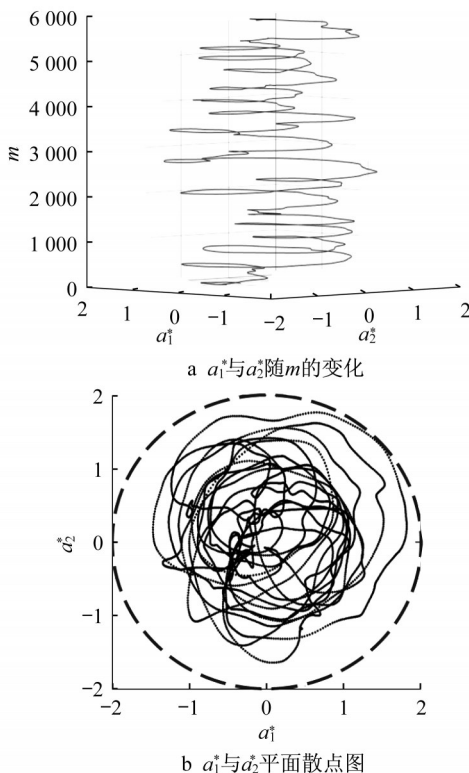


图13 量纲一化模态系数  $a_1^*$ 、 $a_2^*$  散点图

Fig.13 Scatter plot of normalized mode coefficients  $a_1^*$  and  $a_2^*$



将区间 $[0, 2\pi]$ 以长度 $\pi/4$ 进行8等分,可得到8个相位区间: $[0, \pi/4]$ ,  $[\pi/4, \pi/2]$ ,  $\dots$ ,  $[7\pi/4, 2\pi]$ 。根据 $\theta$ 值将 $m$ 个重构结果储存到8个相位区间里,并对每个区间取平均值,得到涡量 $\Omega_y$ 重构的8个相位平均,如图15所示。图中可看出,在一个周期内,上剪切层涡量强度较弱,变化较小,而下剪切层涡量强度较大,且变化较为剧烈,意味着较高的能量耗散,说明前2阶模态对应的低频拟序流动结构由车体尾迹下剪切层周期性运动主导。

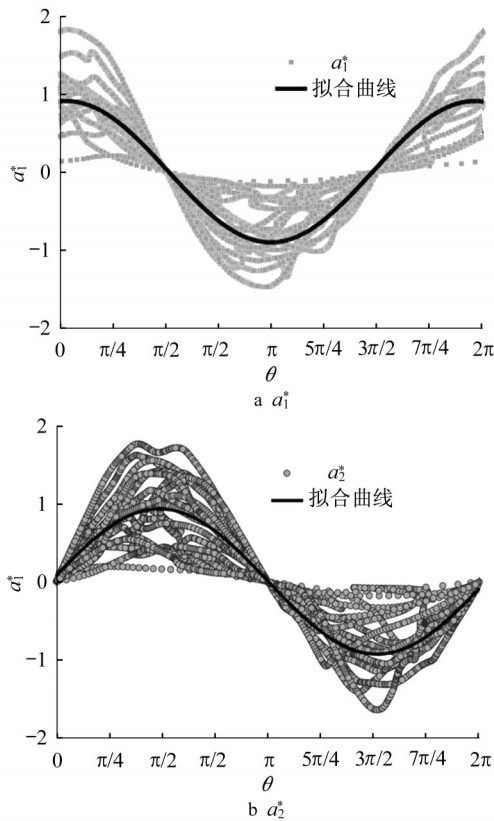


图14  $a_1^*$ 、 $a_2^*$ 相位信息

Fig.14 Phase information of  $a_1^*$  and  $a_2^*$

### 3.2.4 基于POD结果的流场重构

根据平均流场,POD模态及对应的模态系数重构流场,图16为 $T=11.64$ 时刻原始流场与不同阶数POD模态重构的结果的涡量云图对比。从图中可以看出,随着使用的POD模态阶数的不断提高,对原始流场的细节捕捉得更清楚,前273阶模态(能量占比为93%)与原流场差别很小,基本可以抓住流场的主要特征,且增加阶数到前323阶(能量占比为95%)重构结果差别很小。由此可见,前273阶模态就可以很好地重构流场,阶数由6000阶减少到了273阶,极大地降低了自由度。

## 4 结论

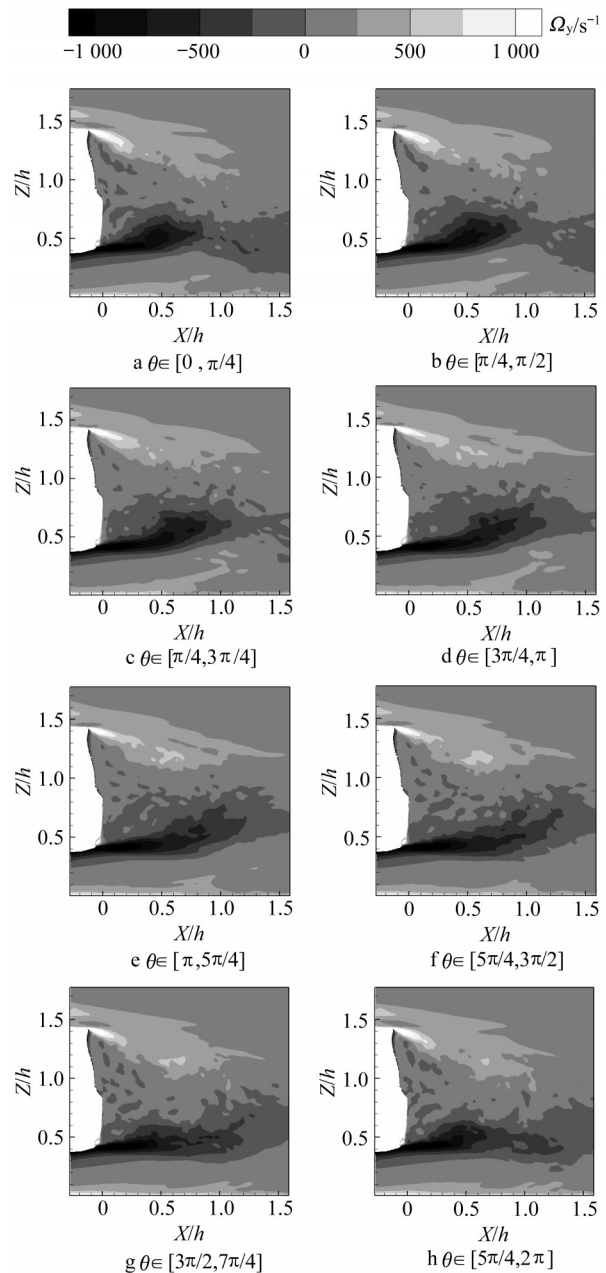


图15 前2阶模态重构的涡量 $\Omega_y$ 的相位平均

Fig.15 Phase-averaged of reconstructed vorticity  $\Omega_y$  field based on the first two modes

(1) 采用IDDES对DrivAer快背车进行数值仿真,对气动力系数与实验的对比发现,加密车体尾迹区的体网格可提高计算精度,车身中截面和车身 $Z=0.32H$ 平面压力系数与实验结果变化趋势相同,量值相差较小,表明本文数值方法是正确可行。

(2) 对车体尾迹中截面回流区进行POD分析,前2阶模态能量占比分别为6.78%和5.61%,合计占总能量的12.39%,模态系数的频谱分析表明,前2阶模态对应同一种低频的拟序流动结构,主频为0.216 (30Hz);相位分析表明前2阶模态相位差为

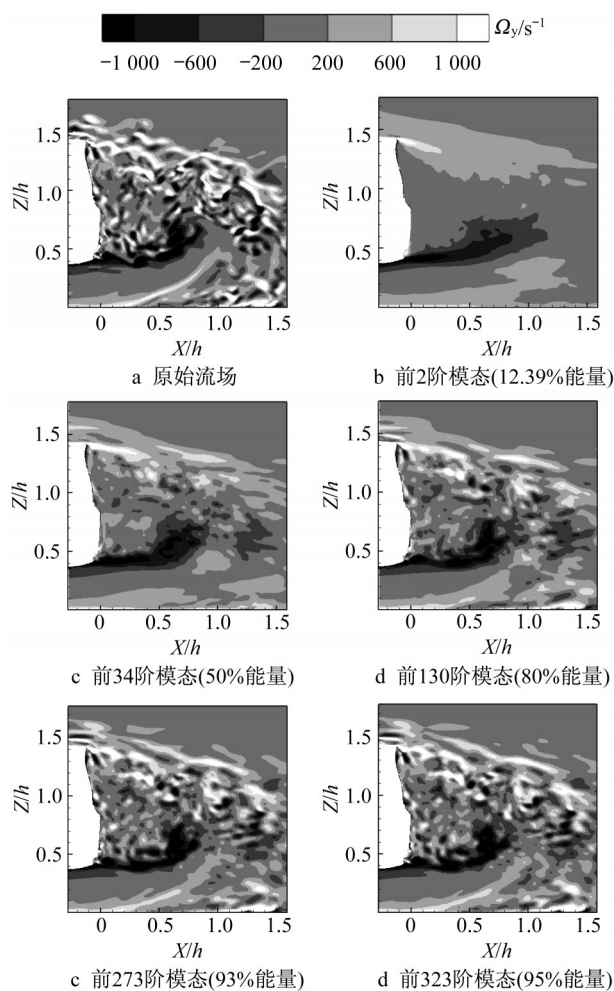


图16 原始流场与不同阶数POD重构结果对比

Fig.16 Comparison of the original flow field and reconstructed vorticity  $\Omega_y$  field based on the different modes

0.455 $\pi$ 。通过重构涡量场并进行相位平均,可以直观地观察到前2阶模态对应的拟序流动结构的演化过程,发现该流动结构由车体尾迹下剪切层周期性运动主导。后续研究可以以该拟序结构的特征为参考,对流场有针对性地施加控制,探究改善汽车气动特性的方法。

(3) 对于本文研究的汽车尾迹回流区,前273阶POD模态(能量占比93%)可以很好地重构原流场,极大地降低了自由度。

#### 参考文献:

[1] HUCHO W H, SOVRAN G. Aerodynamics of Road Vehicles [J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 2003, 25(1):485.  
[2] SIROVICH L. Turbulence and the dynamics of coherent structures. part I: coherent structures[J]. Quarterly of Applied

Mathematics, 1987, 45(3):561.

[3] ÖSTH J, NOACK B, KRAJNOVIĆ S, *et al.* On the need for a nonlinear subscale turbulence term in POD models as exemplified for a high-Reynolds-number flow over an Ahmed body[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2014, 747:518.  
[4] VOLPE R, DEVINANT P, KOURTA A. Experimental characterization of the unsteady natural wake of the full-scale square back Ahmed body: flow bi-stability and spectral analysis [J]. Experiments in Fluids, 2015, 56(5):99.  
[5] PAVIA G, PASSMORE M, SARDU C. Evolution of the bi-stab. wake of a square-back automotive shape [J]. Experiments in Fluids, 2018, 59(1):20.  
[6] SCHMIDT H J, WOSZIDLO R, NAYERI C N, *et al.* The effect of flow control on the wake dynamics of a rectangular bluff body in ground proximity [J]. Experiments in Fluids, 2018, 59(7):107.  
[7] 王国俊, 崔文诗, 周华, 等. 基于正交分解技术的汽车非定常流场分析及重构[J]. 计算机辅助工程, 2016, 25(4):33.  
WANG Guojun, CUI Wenshi, ZHOU Hua, *et al.* Analysis and reconstruction of unsteady flow field around automobile based on POD technology [J]. Computer Aided Engineering, 2016, 25(4):33.  
[8] AHMED S R, RAMM R, FALTIN G. Some salient features of the time-averaged ground vehicle wake [C/OL]. [2019-04-01]. <http://papers.sae.org/840300>.  
[9] PERRY A K, PAVIA G, PASSMORE M. Influence of short rear end tapers on the wake of a simplified square-back vehicle: wake topology and rear drag[J]. Experiments in Fluids, 2016, 57(11):169.  
[10] HEFT A, INDINGER T, ADAMS N. Introduction of a new realistic generic car model for aerodynamic investigations [C/OL]. [2019-04-01]. <http://papers.sae.org/2012-01-0168>.  
[11] GRITSKEVICH M S, GARBARUK A V, JOCHEN S, *et al.* Development of DDES and IDDES formulations for the  $k-\omega$  shear stress transport model [J]. Flow Turbulence and Combustion, 2012, 88(3):431.  
[12] SPALART P R. Detached-eddy simulation[J]. Annual Review Fluid Mechanics, 2009 41(1):181.  
[13] SHUR M L, SPALART P R, STRELETS M K, *et al.* A hybrid RANS-LES approach with delayed-DES and wall-modelled LES capabilities[J]. International Journal of Heat and Fluid Flow, 2008, 29(6):1638.  
[14] ASHTON N, WEST A, LARDEAU S, *et al.* Assessment of RANS and DES methods for realistic automotive models[J]. Computers & Fluids, 2016, 128:1.  
[15] LUMLEY J L. The structure of inhomogeneous turbulence: atmospheric turbulence and wave propagations [M]. Moscow: Nauka, 1967.  
[16] OUDHEUSDEN B W, SCAEANO F, HINSBERG NP, *et al.* Phase-resolved characterization of vortex shedding in the near wake of a square-section cylinder at incidence [J]. Experiments in Fluids, 2005, 39(1):86.