文章编号: 0253-374X(2020)03-0332-08

轨道交通混凝土箱梁低频噪声贡献源及空间分布

张天琦,周 力,罗雁云,吴 尚

(同济大学铁道与城市轨道交通研究院,上海201804)

摘要: 以轨道交通双线混凝土简支箱梁为研究对象,建立车辆-轨道-箱梁有限元模型和箱梁振动-辐射噪声有限元-无限元模型。结合现场试验,计算了箱梁整体和各板件的声场 分布及各板件的声压贡献。结果表明,有限元-无限元模型 能够准确预测箱梁的结构噪声;腹板对梁侧声压贡献较小; 近场声压主要受底板的影响,其次是翼板;远场声压主要受 底板和顶板的影响;在底板以下空间,底板对声场起控制作 用;箱梁同一高度,顶板声压贡献略大于翼板,两者起主要作 用;顶板以上区域,顶板声压贡献远大于其他板件。

关键词:城市轨道交通;箱梁结构噪声;有限元-无限元;板 件声压贡献;声场空间分布 中图分类号:U239.5 文献标志码:A

Contribution Source and Spatial Distribution of Concrete Box Girder Low-frequency Noise in Rail Transit

ZHANG Tianqi, ZHOU Li, LUO Yanyun, WU Shang (Institute of Rail Transit, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: By taking double-line concrete simply supported box girder of rail transit as the research object, a vehicle-track-box girder finite element model and a box girder structure-borne vibration-radiation noise finite element model-infinite element model were established. Combined with field tests, the sound pressure distribution of whole box girder and each plate was obtained by the model, and the sound pressure contribution of each plate was analyzed. The results show that the finite elementinfinite element model can accurately predict box girder structure-borne noise. The contribution to the sound field of web plate is less. The sound pressure of the near field is mainly affected by bottom plate, followed by wing plate. The sound pressure of the far field is mainly affected by bottom plate and top plate. In the space below bottom plate, the noise radiated by bottom plate dominates the sound field. At the same height of the box girder, the sound pressure contribution of roof plate is slightly larger than wing plate, and these two plates play a major role. In the area above roof plate, the sound pressure contribution of roof plate is much larger than other plates.

Key words: urban rail transit; box girder structureborne noise; finite element-infinite element; plate sound pressure contribution; spatial distribution of sound field

随着轨道交通的快速发展,高架线作为一种节 约土地资源、造价低于地下线的线路形式,在轨道交 通领域内的应用不断增加^[1]。箱梁振动产生的结构 噪声主要为200 Hz以下的低频噪声^[2],低频噪声具 有衰减慢、传播距离远的特点,由此引发的高架线附 近居民的身体健康和烦恼度问题日益突出^[3-5]。

目前研究者大多采用有限元法[6-7]建立车辆-轨 道-箱梁有限元模型,将轨道不平顺作为激励,模拟 箱梁系统的动力响应。对于箱梁结构噪声辐射问题 目前主要采用边界元法[8-10],将仿真得到的箱梁结构 竖向振动响应作为边界条件导入到边界元模型中, 计算箱梁结构噪声;混合有限元-统计能量法[11]也常 用来预测箱梁结构噪声。现有的轨道交通高架箱梁 结构振动辐射噪声的仿真分析较少采用有限元法。 原因在于:与边界元相比,有限元需要对空间和时间 进行离散处理,网格密度较大、单元数目较多,导致 计算速度较慢,但由于本研究对象为低频噪声,对网 格密度的要求不高,因此可以采用有限元-无限元 法。此外,现有研究对箱梁结构噪声的模拟很少进 行各板件振动辐射噪声声压贡献的仿真以及从定量 角度分析梁侧噪声的来源,而分析梁侧噪声的贡献 源,有助于针对性地提出减振降噪措施。



收稿日期: 2019-04-30

基金项目:国家自然科学基金(51678446,51708422)

第一作者:张天琦(1994—),女,博士生,主要研究方向为轨道交通振动与噪声。E-mail:906560886@qq.com

通信作者:罗雁云(1960—),男,教授,博士生导师,工学博士,主要研究方向为轨道结构。

E-mail:yanyunluo@tongji.edu.cn

基于30m双线混凝土简支箱梁振动和结构噪 声现场实测,建立了车辆-轨道-箱梁有限元模型和 箱梁振动-辐射噪声有限元-无限元模型。对列车运 行条件下的箱梁各板件1~200Hz频带内的振动和 辐射噪声进行仿真,对单个板件在行车侧25m× 13m声场内的噪声声压贡献进行计算,并分析了梁 侧低频结构噪声的来源和空间分布特性。

1 车辆-轨道-箱梁耦合振动

1.1 车辆-轨道-箱梁有限元模型

1.1.1 基本假设

由于列车运行产生的振动是随机的,轮对引起 的钢轨振动在轮对离开该点10个扣件前后可以忽 略,因此仅考虑一节列车作用下轨道、箱梁的动力响 应。此外,考虑到钢轨边界对模型动力响应计算的 影响,车轮与钢轨端部距离最小值不能低于30m,建 立的钢轨长度为90m^[12]。由于桥墩质量较大,列车 荷载作用下的振动响应较小,因此产生的结构噪声 可忽略不计。在建立有限元模型时不考虑桥墩,直 接将梁体与地面连接^[13]。

1.1.2 参数设置

车辆参数参照地铁B型车,钢轨为标准60轨;扣 件采用弹簧--阻尼单元进行模拟,垂向刚度为5×10⁷ N·m⁻¹、阻尼为1×10⁴ N·s·m⁻¹。基于轮轨接触的 基本理论,采用非线性赫兹接触模型计算轮轨法向 接触力,切向摩擦和蠕滑行为则用摩擦系数法描述。 选择美国六级谱作为模型的激励,采用三角级数法 生成轨道高度不平顺值^[14],如图1所示,并将该值对 应钢轨长度输入到模型中。





箱梁为30 m跨度混凝土简支箱梁,采用三维实体模型,尺寸按照实际工况设置,如图2所示。箱梁 弹性模量为3.5×10⁴ MPa,密度为2.5×10³ kg·m⁻³,泊松比为0.2。两端边界条件设置中仅约束纵向和横向位移,不约束垂向位移。利用离散的弹簧–阻尼单元模拟箱梁支座,仅考虑垂向刚度1.26×10⁹ N·m⁻¹与阻尼2.04×10⁵ N·s·m⁻¹。



Fig.2 Cross section of box girder (unit: mm)

1.2 箱梁振动响应

某城市轨道交通 30 m 跨度双线混凝土简支箱 梁跨中横截面如图 2 所示。箱梁底板距地面 9 m,桥 上无声屏障,轨道结构为普通整体道床,采用 WJ-2A 扣件,运营车辆为6 节编组 B 型车,通过平均速度 为67.9 km·h⁻¹。在顶板处布置振动加速度传感器, 在底板、腹板和翼板处分别布置振动加速度传感器 和传声器,如图 2 中 V1—V4 和 N2—N4 所示。图 3 为根据实际工况采用有限元软件建立的仿真模型。



图3 车辆-轨道-箱梁有限元模型 Fig.3 Finite element model of vehicle-track-box girder

表1和图4分别为实测和仿真得到的1~200 Hz 内箱梁各部分振动加速度级和倍频程图。从图4可 以得到以下结果:由于未考虑多节列车通过的附加 作用,仿真结果略小于实测结果,但很好地模拟了各 板件在1~200 Hz内的振级大小关系,均为底板>顶 板>翼板>腹板;仿真结果较好地体现了振动的频 段特性,底板振动加速度级在40~63 Hz频段内出现 Tab

of

全局峰值,在5~8 Hz、20~25 Hz频段附近出现局部 峰值,在100 Hz左右存在局部振动;翼板振动加速度 级在100 Hz左右出现最大值,在5~8 Hz、20~25 Hz 和40~63 Hz频段内存在局部振动。这说明,对于箱 梁振动仿真,所建立的车辆-轨道-箱梁有限元模型 具有良好的精度。

	表1	各板件振动加速度级仿真值和实测值					
.1	Simu	ılation	and	measurement	values		
	vibra	ation ac	celera	on level of each plate			

				1		
而日	各测点振动加速度级/dB					
坝日	顶板	底板	腹板	翼板		
实测	108.44	111.58	101.16	103.15		
仿真	106.52	110.21	101.21	102.75		



图4 各板件振动实测和仿真倍频程



2 箱梁振动辐射噪声

2.1 箱梁振动辐射噪声有限元--无限元理论

声学无限元技术是一种基于半解析的方法。将 声学主控方程在球形或椭球形坐标系下展开,通过 级数叠加的形式来描述椭球面上的声学量,然后与 有限元辐射边界匹配在一起,可以满足无反射边界 条件^[15]。在模拟无限流场时,采用声无限元技术来 避免声波反射对计算结果的影响,该方法可根据不同需求减小有限元声场模型,降低建模和计算成本。

借助有限元软件模拟箱梁辐射的结构噪声,可 避免由多软件交叉导致的文件在不同软件之间转化 所带来的问题。考虑到本研究关注的频率上限为 200 Hz,属于低频噪声,因而有限元网格密度不会太 大。与边界元法相比,无限元法能够根据模型需求 改变有限元声场的大小,从而降低建模和计算成本, 并且两者计算结果相差不多^[16]。

2.2 箱梁结构振动辐射噪声仿真模型

建立的箱梁结构振动辐射噪声有限元-无限元 模型如图5所示。模型主要由三部分组成,即声-固 耦合交界面(箱梁外轮廓)、无限边界(箱梁轮廓外的 椭圆柱面,是箱梁结构振动辐射声场的外边界)、空 气(两边界之间的填充)。所关注的频率上限 f_{max} 为 200 Hz,因而网格尺寸L根据 $L \leq c/(6f_{max})(c$ 为声音 在介质中的传播速度,取 340 m·s⁻¹)计算可得网格 单元长度不大于0.28 m^[17]。





将第1.2节中仿真得到的箱梁振动输入到有限 元-无限元模型中,可得到各板件近场(对应实测测 点)噪声1~200 Hz声压级和倍频程图,分别如表2 和图6所示。可以看出,与实测对比,仿真得到的各 板件附近噪声声压级大小规律与实测一致,均为底 板>腹板>翼板,并且声压级的数量级一致;频谱特 征基本相同,在50 Hz左右出现全局幅值,在5~8 Hz、20~25 Hz频段以及100 Hz均存在局部峰值。 由此可知,所建立的有限元-无限元模型可以很好地 模拟板件振动辐射噪声。

2.3 箱梁各板件振动辐射噪声仿真模型

为得到箱梁各板件在梁侧的辐射噪声,以顶板 为例,如图7所示,将顶板处的交界面作为声-固耦 合输入,而其他板件的外轮廓交界面设置为全反射, 此时计算得到的辐射声场即为顶板的辐射噪声。其







Fig.6 Near-field noise measurement and simulation octave of each plate



图7 做件辐射噪声候望(以顶做方例) Fig.7 Plate radiation noise model (taking top plate as an example)

他板件的辐射噪声计算方法与之类似。

图 8 为计算得到的顶板振动在各板件附近(距 各板件中心0.05 m)的辐射噪声频谱。可以看出,顶 板处的结构噪声在各频率处明显大于在其他板件处 的噪声,由此证明采用此方法可以计算得到单个板





Fig.8 Radiation noise spectrum of top plate vibration at each plate of box girder

2.4 板件声压贡献

混凝土箱梁可以看成由多块矩形板件组成,对 于箱梁附近的场点,可求得箱梁在场点处的总声压 p。为计算各板件的振动对场点总声压贡献,采用声 学贡献系数D_c^[11,18],计算式如下所示:

$$D_{\rm c} = \operatorname{Re}(p_{\rm c}p^*/|p|^2)$$

式中:*p**为*p*的共轭复数;*p*。为构件在场点的声压;Re 指取实部。

3 梁侧低频噪声源分析

为了分析梁侧低频结构噪声的主要来源,从而 有针对性地提出降噪措施,在箱梁跨中截面呈网格 状布置59个场点,共6列10行,如图9所示。行B与 轨面平齐;行C与腹板中心平行;行D平行于底板噪 声测点,与底板垂向距离为0.05m;行J位于地面, 与底板垂直距离为9m;其余行均为1.5m等间距布 置;列I位于箱梁中心线处,以5m为间距向列车运 行一侧布置5列场点。



Fig.9 Location of the field on beam side (unit: mm)

3.1 声压贡献云图

箱梁各板块在梁侧的声压贡献云图如图10所

18

16

14

12

10

8

6

4

2

0

70

60

50

40

30

20

10

0

示。对每个板件振动在梁侧25m范围内产生的噪 声(1~200 Hz)进行分析,得到以下结论:

(1) 由图 10a 可知,底板对箱梁正下方区域影响 最大,声压贡献最大可达100%。此外,底板振动对 结构噪声的主要控制区域在底板下方空间约30°的 范围内,如图10a中虚线所示,在此空间内底板对场 点噪声的声压贡献大于50%。以虚线为界,底板的 声压贡献在斜上方场点区域逐渐减小,直至顶板附 近,声压贡献可几乎忽略不计,而且底板对近地面场 点的声压贡献大于近箱梁场点的声压贡献。

(2) 腹板振动对梁侧空间内声场的主要影响区 域是一条从腹板开始斜向下约40°的窄带(如图10b 中点划线所在区域所示),声压贡献约为18%;腹板 声压贡献以该窄带为对称轴,向两侧区域递减。在 窄带上方区域,声压贡献减小的幅度较小;反之在窄 带下方区域,声压贡献减小得较快。在梁底板正下 方,可以忽略腹板的影响。

(3) 由图 10c 可以看出,在顶板上方的区域,声 压贡献大于100%,可见顶板对此区域的场点声压起 主要作用,并且顶板辐射声压超过整体辐射声压,说 明板件振动辐射的噪声在传递至该区域的过程中, 发生了干涉现象:在顶板边缘的斜上方区域,顶板的 声压贡献大于50%,说明在此区域声场也是顶板振 动的主要作用范围,主要原因为声的绕射。从图10c 中50%等值线开始(约为20°倾角),顶板的声压贡献 沿顺时针方向快速降低,在底板正下方区域声压贡 献减为零。

(4) 翼板在梁侧声场的主要影响范围为以翼板 为切线的圆形区域,如图10d所示,在这一范围内翼 板的声压贡献为50%~70%;在此区域外,以该圆形 区域为中心,翼板的影响逐渐减小,在顶板上方和声 场右上方区域声压贡献减为零;同时,在圆形区域下 方,在图10d中点划线方向(近似垂直于地面)翼板 的声压贡献变化较小,仅从50%降低至40%左右。





Fig.10 Sound pressure contribution coutour of each plate

此外,箱梁各板件在不同频率下声压贡献可能有 所不同,因此有必要对此进行分析。从第2.2节的仿 真和实测结果可知,各板件振动辐射噪声的峰值基本 在40~50 Hz频段内,在100 Hz处出现了较大的局部

峰值,因此分析箱梁各板件在40~50 Hz频段内和100 Hz处的梁侧声场声压贡献,如图11和图12所示。

综合图 10 和图 11、图 12 可以看出:除了个别区 域由于发生了声波的干涉导致局部声压分布规律发 生变化外,各板件在峰值40~50 Hz 频段内、峰值 100 Hz 处与1~200 Hz 频段内的梁侧声场声压贡献 分布规律基本一致。

在3个频段内,底板对梁侧声场的最大声压贡 献均达到了90%以上;在40~50 Hz频段内,距箱梁 中心线20 m的近地面处出现了声波干涉;在100 Hz 处,底板振动产生的结构噪声在距箱梁中心线25 m 的近地面以及距地面9 m处出现了声波干涉。

对于腹板振动而言,在40~50 Hz频段内、100 Hz处的声压贡献最大值分别大于25%和180%,大 于在1~200 Hz频段内的最大声压贡献;在40~50 Hz频段内,声波干涉出现在了距箱梁中心线20 m的 近地面处;在100 Hz处,距箱梁中心线20 m、距地面 3 m 和 9 m 处出现了声波干涉。

顶板振动在2个峰值频率处的声压贡献最大值 (250%)同样大于在1~200 Hz频段内(140%);在2 个峰值频率处,声波干涉均出现在了距箱梁中心线 25 m、距地面11 m处。

翼板振动在40~50 Hz频段内的声压贡献云图 与在1~200 Hz频段内的基本一致,并且声压贡献的 最大值均在70%以上;在100 Hz处,声波干涉出现 在了距箱梁中心线5m、20m的近地面处以及距箱 梁中心线20m、距地面9m处,并且声压贡献的最大 值大于80%。





3.2 各板件辐射声场的空间分布特性

在4个板件中,腹板声压贡献最小,在考虑降噪 措施时可以不予重点考虑,并且按照箱梁各板件在 1~200 Hz频段内的声压贡献大小关系,箱梁一侧基 本可以分为3个区域,如图13所示。

(1) 在底板正下方及斜下方 30°区域内(区域1),底板振动对场点噪声起主要作用,并且各个板件的声压贡献大小顺序为底板>翼板>腹板>顶板。

(2) 在轨面正上方(区域2-1)及腹板斜上方20°

区域(区域2-2),顶板振动对场点声压贡献最大(均 大于50%,并且在箱梁正上方154°范围内(区域2-1) 大于100%),其次为翼板(约为20%~40%)、腹板 (约为10%~20%),底板最小,可忽略不计。

(3)在上述2个区域以外的空间范围(区域3)内, 底板和翼板振动声压贡献基本相当(约为20%~50%),大于腹板(约为20%),顶板最小(小于20%)。

综合图10和图13分析可得:

(1) 从与箱梁中心线距离的角度来看,近场声



Fig.12 Sound pressure contribution coutour of each plate at 100 Hz



压主要受底板振动的影响,其次翼板,略大于顶板和 腹板;远场噪声主要由底板和顶板的振动决定,大于 翼板,腹板最小。

(2)从距地面高度的角度来看,近地面区域(距地面0~4m)噪声各板件声压贡献大小顺序为:底板远大于翼板,腹板次之,顶板最小。对于箱梁附近声场(箱梁底面以下范围),板件声压贡献大小顺序为底板>翼板>顶板>腹板。箱梁顶板以下、底板以上区域内,顶板声压贡献略大于翼板,两者起主要作用, 而底板和腹板声压贡献基本在10%~20%;对于顶板以上声场,顶板声压贡献基本在50%以上,顶板正上 方声压贡献甚至大于100%,远大于其他各板件。

板的法向振动和声辐射效率是决定辐射噪声的 主要因素,从第1.2节的仿真和实测分析中可知,底 板振动最大,并且由于底板面积大于腹板和翼板,振 动辐射的噪声较大,因此底板振动在底板以下区域起 主要作用。顶板的法向振动略小于底板,面积大于底 板,但由于箱梁本身的遮蔽作用,顶板振动辐射的噪 声难以绕射至底板附近及下方区域。腹板的法向振 动小于其他板件,因此对场点声压的影响并不明显。

4 结论

(1)采用有限元-无限元相结合的方法计算箱 梁结构噪声具有良好的精度,而且采用同一有限元 软件可以避免多软件交叉所带来的问题。

(2) 在1~200 Hz频段内,腹板对整个声场的声 压贡献均小于20%,在4个板件中,腹板声压贡献最 小。底板正下方及斜下方30°声场内为底板结构噪 声的主要影响区域,声压贡献达到50%~100%。在 顶板正上方及斜上方20°声场内,顶板起主要控制作 用,声压贡献均在50%以上。在前述两区域外,底 板和翼板是结构噪声的主要来源,两者的声压贡献 之和达到60%~80%。

(3) 在辐射噪声的峰值频段 40~50 Hz 及局部 峰值频率 100 Hz 处, 各板件在梁侧声场的声压贡献 分布规律与在 1~200 Hz 频段基本一致, 区别为在距 箱梁中心线 20~30 m的近地面处以及距地面 9 m处 发生了声波干涉。

(4)在1~200 Hz频段内,近场声压主要受底板 的影响(50%以上),其次是翼板,略大于顶板和腹 板。各板件的辐射噪声在远场场点声压贡献大小顺 序为:底板和顶板大于翼板,略大于腹板。对于近地 面场点,各板件声压贡献大小顺序为:底板≫翼板> 腹板>顶板。近箱梁场点(底板以下),声压贡献大 小顺序为底板>翼板>顶板>腹板。箱梁同一高 度,顶板声压贡献略大于翼板,两者起主要作用,而 底板和腹板的声压贡献几乎可以忽略。顶板以上空 间,顶板起主要作用,并且声压远大于其他板件。

参考文献:

- 练松良.轨道工程[M].上海:同济大学出版社,2006.
 LIAN Songliang. Track engineering [M]. Shanghai: Tongji University Press, 2006.
- [2] 李小珍, 尹航, 吴金峰, 等. 成灌快铁高架桥梁区段噪声测试
 [J]. 噪声与振动控制, 2013, 33(2): 183.
 LI Xiaozhen, YIN Hang, WU Jinfeng, *et al.* Testing and analysis of noise from the elevated bridge of Cheng-Guan rapid railway[J]. Noise and Vibration Control, 2013, 33(2): 183.
- [3] 田丰.高速铁路噪声烦恼度评估与对策研究[D].南京:南京 大学,2014.
 TIAN Feng. Evaluation of noise annoyance and countermeasures for high-speed railway [D]. Nanjing: Nanjing University, 2014.
- [4] MIROWSKA M, MROZ E. Effect of low frequency noise at low levels on human health in light of questionnaire investigation [C]// Proceedings of the Inter-Noise 2000 Conference. Nice: Institute of Noise Control Engineering, 2000: 2809-2812.
- [5] WAYE K P. Effect of low frequency noise and vibrations: environmental and occupation perspectives [J]. Encyclopedia of Environmental Health, 2011, 2: 240.
- [6] 李玉路.不同桥型上梯形轨枕轨道动力特性及减振性能研究
 [D].北京:北京交通大学,2013.
 LI Yulu. Research on dynamic characteristics and vibration reduction performance of trapezoidal sleeper track on different bridge types[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2013.
- [7] 宋晓东,李奇,吴定俊.轨道交通混凝土桥梁中低频噪声预测 方法[J].铁道学报,2018,40(3):126.
 SONG Xiaodong, LI Qi, WU Dingjun. Low-frequency noise prediction method for rail transit concrete bridges[J]. Journal of

the China Railway Society, 2018, 40(3): 126.

- [8] WU Tianxing, LIU Jiahua. Sound emission comparisons between the box-shaped and U-shaped concrete structures for elevated railway[J]. Noise Control Engineering Journal, 2012, 60(4): 450.
- [9] 张鹤,谢旭,山下夫.交通荷载引起的钢箱梁桥振动辐射瞬态 噪声评估[J].振动工程学报,2011,24(3):221. ZHANG He, XIE Xu, SHAN Xiafu. Evaluation of vibration and radiation transient noise of steel box girder bridge caused by traffic load [J]. Journal of Vibration Engineering, 2011, 24 (3):221.
- [10] LI Qi, XU Youlin, WU Dingjun. Concrete bridge-borne lowfrequency noise simulation based on train-track-bridge dynamic interaction [J]. Journal of Sound and Vibration, 2012, 331 (2): 457.
- [11] 张迅,张健强,李小珍,混合FE-SEA模型预测箱梁低频噪声及试验验证[J].振动工程学报,2016,29(2):237.
 ZHANG Xun, ZHANG Jianqiang, LI Xiaozhen. Predicting low-frequency noise of box girder by hybrid FE-SEA model and its experimental verification [J]. Journal of Vibration Engineering, 2016, 29(2):237.
- [12] 翟婉明. 车辆-轨道耦合动力学[M]. 4版. 北京:科学出版社, 2015.

ZHAI Wanming. Vehicle-track coupled dynamics [M]. 4th ed. Beijing: Science Press, 2015.

- [13] 张迅.轨道交通桥梁结构噪声预测与控制研究[D].成都:西南交通大学,2012.
 ZHANG Xun. Research on noise prediction and control of rail transit bridge structure [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2012.
- [14] 陈冬梅.轨道不平顺数值模拟中的随机数生成算法研究[D]. 上海:复旦大学,2012.
 CHEN Dongmei. Research on random number generation algorithm in numerical simulation of orbital irregularity [D].
- Shanghai: Fudan University, 2012.
 [15] 詹福良,徐俊伟. VirtualLab Acoustics 声学仿真计算从入门到 精通[M]. 西安:西北工业大学出版社, 2013.
 ZHAN Fuliang, XU Junwei. VirtualLab Acoustics acoustic simulation calculation from entry to proficiency [M]. Xi' an: Northwestern Polytechnical University Press, 2013.
- [16] 杨瑞梁,汪鸿振.一种新的声无限元法[J].振动与冲击,2003 (3):23.

YANG Ruiliang, WANG Hongzhen. Novel acoustic infinite element[J]. Journal of Vibration and Shock, 2003(3): 23.

- [17] 吴健,李泽成,熊晨熙.基于 Abaqus 的水下结构声辐射仿真 方法[J]. 计算机辅助工程, 2015, 24(6): 37.
 WU Jian, LI Zecheng, XIONG Chenxi. Simulation method of acoustic radiation of underwater structure based on Abaqus[J]. Computer Aided Engineering, 2015, 24(6): 37.
- [18] 罗文俊,程龙.城市轨道交通单线U型梁振动与噪声分析
 [J].铁道工程学报,2017,34(5):89.
 LUO Wenjun, CHENG Long. Analysis of vibration and noise of single-line U-beam in urban rail transit [J]. Journal of Railway Engineering Society, 2017, 34(5):89.