

圆锥(台)形人造山体地基竖向附加应力及沉降

高彦斌, 姚天骄

(同济大学 土木工程学院, 上海 200092)

摘要: 采用布辛涅斯克解, 给出了圆锥形和圆台形荷载作用下地基中心竖向附加应力计算公式, 发现竖向附加应力随深度衰减要远大于其他类型荷载下的结果; 采用弹性有限元法, 给出了圆锥形荷载作用下地基中任意位置的竖向附加应力系数图, 解决了圆锥和圆台荷载下任意位置竖向附加应力以及地表沉降的计算问题。工程案例验证了采用该方法给出轴对称附加应力解的必要性; 并通过一个算例分析了两个圆锥形山体作用下地基的竖向附加应力和地表沉降的相互影响规律。

关键词: 圆锥(台)形荷载; 布辛涅斯克解; 竖向附加应力; 沉降

中图分类号: TU431

文献标志码: A

Vertical Additional Stress and Settlement of the Conical and Truncated Cone Shaped Artificial Mountain Foundation

GAO Yanbin, YAO Tianjiao

(College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: By using the Boussinesq solution, the formulas for calculating the vertical additional stress of the foundation center under the action of conical and truncated cone shaped load were given. The attenuation of vertical additional stress with depth was found much greater than that under other types of loads. By using the elastic finite element method, the vertical additional stress coefficient diagram of any position of foundation under the action of conical load was given, and the calculation problems of vertical additional stress and ground settlement at any position under the conical and truncated cone shaped load were solved. A case study was carried out to testify the necessity of using the proposed method to give the axisymmetric additional stress

solution. Furthermore, a calculation example was given to analyze the mutual influence rule between the vertical additional stress of the foundation and the surface settlement under the action of two conical mountains.

Key words: conical (truncated cone shaped) load; Boussinesq's solution; vertical additional stress; settlement

现代化城市建设中, 园林绿化、生活垃圾和工业废料堆填等人造山体工程逐渐增多, 且山体高度逐渐增大。为了区别于自然界中的山体, 这里将之统称为人造山体。人造山体大多数可近似看作圆锥形或圆台形, 属于轴对称形态, 其产生的荷载与建筑工程中常见的矩形或条形荷载差别较大。在山体地基沉降计算分析中, 竖向附加应力分析是最为关键的内容。自 1885 年首次提出后, 布辛涅斯克弹性解(简称布氏解)被广泛应用于求解各种类型荷载下的地基竖向附加应力以及地表沉降, 具体包括条形均布荷载^[1]、三角形条形荷载^[1-2]、堤坝形或梯形条形荷载^[2-3]、矩形荷载^[4-7]。相关研究有的给出计算公式, 有的则仅给出计算图表。这些研究成果至今应用于荷载类型较为简单的基础、路基、坝基工程的地基竖向附加应力以及沉降计算中。然而, 当荷载形式和边界条件较为复杂时, 往往难以得到竖向附加应力解析解, 这种情况下通常需要借助数值分析方法。近年来, 采用布氏解以及弹性有限元法, 针对抛物线路堤荷载^[8]、飞机荷载^[9-10]、输油管道荷载^[11]、高填方渠道^[12]等具有复杂荷载和边界条件的地基附加应力和地基沉降的研究取得了较多成果。对于轴对称荷载(山体荷载), 只有少数学者基于布氏解对其地基竖向附加应力进行了研究。Harr 等^[13]最早给出了几种轴对称荷载下(抛物线形荷载、圆形均布荷载、圆

收稿日期: 2019-09-04

基金项目: 国家自然科学基金(41972273)

第一作者: 高彦斌(1973—), 男, 副教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为软黏土土质学、土力学及软土工程。

E-mail: yanbin_gao@tongji.edu.cn



论文
拓展
介绍

锥形荷载)地基中心竖向附加应力的解析解,但并未对比分析其具体特征。对于轴对称荷载下任意位置的竖向附加应力以及地表沉降,角点法不再适用;由于求解的复杂性,目前仍未获得解答。因此,在分析这类荷载下任意位置的地表沉降以及相邻荷载之间的相互影响方面,至今仍然存在较大的困难,缺乏系统的研究成果。目前工程界(包括行业规范)普遍忽略这类荷载的特殊性,仍采用条形荷载来分析轴对称山体地基的附加应力与沉降。

本文采用布氏解析法以及数值分析方法,给出轴对称山体荷载下地基的中心点竖向附加应力以及任意位置处竖向附加应力求解方法;在此基础上,讨论轴对称荷载下的附加应力分布特征和地基沉降特征,并与条形荷载的结果进行对比,解决该类荷载下地基沉降计算中的一些问题。

1 布辛涅斯克解的应用及问题

1.1 求解竖向附加应力

1885年,布辛涅斯克给出了竖向集中力作用于均匀各向同性弹性半无限空间表面情况下,弹性体内某一点 $M(x,y,z)$ 的竖向附加应力解^[14],即

$$\sigma_z = \frac{3Fz^3}{2\pi R^5}, \quad R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (1)$$

式中: σ_z 为深度为 z 处的竖向附加应力; F 为集中荷载的大小; R 为计算点与荷载作用点连线的长度。

从式(1)可以看出,附加应力解与弹性介质的参数无关。对于图1所示的半无限空间表面作用分布荷载 $p(\zeta,\eta)$ 的情况(ζ 和 η 为荷载作用点坐标),为计算某点 $M(x,y,z)$ 的竖向附加应力 σ_z ,可以取一微单元,其面积 $dA=d\zeta d\eta$,微单元荷载为 $dF=p(\zeta,\eta) \cdot d\zeta d\eta$,这样弹性体中 M 点的竖向附加应力 σ_z 可用以下积分式求得:

$$\sigma_z = \iint_A d\sigma_z = \frac{3z^3}{2\pi} \iint_A \frac{dF}{R^5} = \frac{3z^3}{2\pi} \iint_A \frac{p(\zeta,\eta)d\zeta d\eta}{\left(\sqrt{(x-\zeta)^2 + (y-\eta)^2 + z^2}\right)^5} \quad (2)$$

这样,各种类型荷载作用下地基竖向附加应力公式可根据荷载形式由式(2)积分求得,差异仅在于等效集中力 dF 。

1.2 求解地表沉降

如图1所示,集中力 F 作用下弹性体中任意一点 $M(x,y,z)$ 的竖向位移 w 为

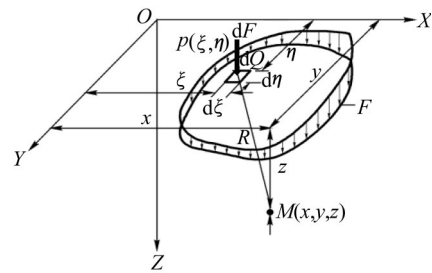


图1 集中和分布荷载作用下土中应力计算

Fig. 1 Calculation of stress in soil under concentrated and distributed loads

$$w = \frac{F(1+\mu)}{2\pi E} \left[\frac{z^2}{R^3} + 2(1-\mu) \frac{1}{R} \right] \quad (3)$$

式中: E 、 μ 分别为弹性体的弹性模量和泊松比。对于图1所示的半无限空间表面作用分布荷载 $p(\zeta,\eta)$ 的情况,采用式(3)可得到微单元荷载 dF 作用下半无限空间表面($z=0$)的地表沉降 ds 的表达式为

$$ds = \frac{dF(1-\mu^2)}{\pi ER} \quad (4)$$

对荷载作用面积上进行积分就可得到分布荷载 $p(\zeta,\eta)$ 作用下的地表沉降为

$$s(z=0) = \iint_A \frac{1-\mu^2}{\pi E \sqrt{(x-\zeta)^2 + (y-\eta)^2}} \cdot p(\zeta,\eta) d\zeta d\eta \quad (5)$$

需要说明的是,对于有限面积内的分布荷载(如矩形、圆形荷载),采用式(5)可以得到一个确定的沉降;但对于无限面积的分布荷载(如条形荷载)采用式(5)得到的沉降随着计算深度的增大而无限增大。

1.3 求解中的问题

由于涉及到积分运算,在利用布氏解求解不同类型的荷载下的附加应力时,能否直接给出解析解取决于荷载的表达式,即式(2)和式(5)中的 $p(\zeta,\eta)$ 。在不能直接给出解析解的情况下,则需要采用数值积分方法给出其解答,或者采用有限元等数值分析方法计算得到附加应力。相比来讲,有限元等数值分析方法具有更广泛的适用性,可以给出任意荷载形态下的附加应力,但一般以图表的形式给出,而不能给出附加应力的数学表达式。

应用式(5)进行地表沉降计算时会出现两种情况。对于局部荷载,附加应力随深度的增加收敛,压缩层厚度有限,表现为式(5)有解;对于无限长条荷载,其附加应力随深度增加不收敛,因此式(5)无解,其沉降弹性解常以相对沉降(即计算点沉降与中心点沉降之差)表示。例如Gibson^[15]提出的长条均布

荷载在均匀半无限体上引起的相对沉降公式。

2 圆锥(台)荷载下竖向附加应力

2.1 中心点竖向附加应力系数

为便于分析研究,本文将常见的轴对称山体荷载及部分典型荷载示意图汇总如图2所示。

地基竖向附加应力系数定义为 $\alpha_z = \sigma_z / p_0$ (p_0 的定义见图2)。下面采用式(2)推导圆锥(台)形人造山体荷载作用下中心点(图2中O点)竖向附加应力系数 α_{z0} 。

对于图2b所示的半径为 r_0 、中心点荷载为 p_0 的圆锥形荷载,距离中心点 r 处微单元作用力可以采用宽度为 dr 、半径为 r 的微圆环荷载来表示,即 $dF = p_0(1-r/r_0)2\pi r dr$,根据式(2)可得

$$\begin{aligned} \sigma_{z0} &= \int_0^{r_0} \frac{3z^3}{2\pi} \frac{p_0 \left(1 - \frac{r}{r_0}\right) 2\pi r dr}{(\sqrt{r^2 + z^2})^5} dr = \\ &= \frac{3p_0 z^3}{r_0} \int_0^{r_0} \frac{(r_0 - r)r dr}{(\sqrt{r^2 + z^2})^5} = \\ &= \frac{3p_0 z^3}{r_0} \left(\int_0^{r_0} \frac{r_0 r}{(\sqrt{r^2 + z^2})^5} dr - \right. \\ &\quad \left. \int_0^{r_0} \frac{r^2}{(\sqrt{r^2 + z^2})^5} dr \right) = \\ &= p_0 \left(1 - \frac{z}{\sqrt{r_0^2 + z^2}} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

这样得到圆锥形荷载下中心点竖向附加应力系数 α_{z0} 的表达式为

$$\alpha_{z0} = 1 - \frac{z/r}{\sqrt{1 + (z/r)^2}} \quad (7)$$

式(7)与Harr等^[13]给出的结果是一致的。

对于图2a所示圆台形荷载,可采用应力叠加法,由半径为 r_2 、中心点荷载为 p_2 的大圆锥荷载产生的附加应力减去半径为 r_1 、中心点荷载为 p_1 的小圆锥荷载产生的附加应力,得到圆台形荷载作用下中心点竖向附加应力为

$$\sigma_{z0} = p_2 \left(1 - \frac{z}{\sqrt{r_2^2 + z^2}} \right) - p_1 \left(1 - \frac{z}{\sqrt{r_1^2 + z^2}} \right) \quad (8)$$

$$p_2 = p_0 \frac{r_2}{r_2 - r_1}, p_1 = p_0 \frac{r_1}{r_2 - r_1}$$

这样得到圆台形荷载下中心点竖向附加应力系数 α_{z0} 的表达式为

$$\alpha_{z0} = 1 + \frac{1}{r_2 - r_1} \left(\frac{zr_1}{\sqrt{r_1^2 + z^2}} - \frac{zr_2}{\sqrt{r_2^2 + z^2}} \right) \quad (9)$$

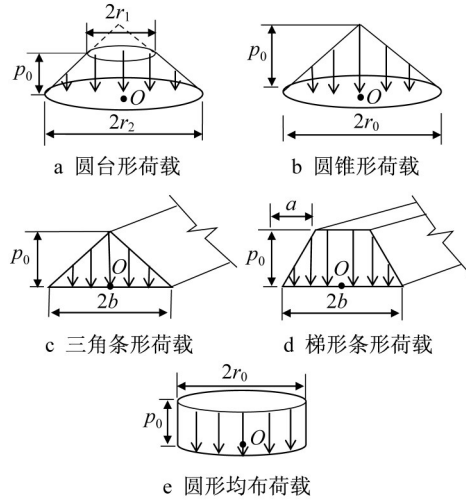


图2 几种典型荷载示意图

Fig. 2 Schematic diagram of several typical loads

表1汇总了采用布氏解得到的图2所示的5种荷载类型中心点地基竖向附加应力系数,以便对比分析轴对称荷载作用下的地基中心竖向应力随深度的分布特征。将表1所列公式绘制成图3所示的 α_{z0} 与深度比 z/r_0 或 z/b 的关系曲线,其中圆台形荷载取 $r_2/r_1 = 2.0$,梯形条形荷载取 $a/b = 0.5$ 。

表1 不同类型荷载中心点竖向附加应力系数

Tab. 1 Vertical additional stress coefficients at center of different loads

荷载类型	α_{z0}
圆台形	$\alpha_{z0} = 1 + \frac{1}{r_2 - r_1} \left(\frac{zr_1}{\sqrt{r_1^2 + z^2}} - \frac{zr_2}{\sqrt{r_2^2 + z^2}} \right)$
圆锥形	$\alpha_{z0} = 1 - \frac{z/r}{\sqrt{1 + (z/r)^2}}$
三角条形	$\alpha_{z0} = \frac{2}{\pi} \arccan(z/b)$
梯形条形	$\alpha_{z0} = \frac{2}{\pi} \left[\frac{b}{a} \arccan\left(\frac{z}{b}\right) - \left(\frac{b}{a} - 1\right) \arccan\left(\frac{z}{b-a}\right) \right]$
圆形	$\alpha_{z0} = 1 - \left(\frac{z/r}{\sqrt{1 + (z/r)^2}} \right)^3$

可以看出,表1所示5种荷载中心点竖向附加应力均随深度的增大而减小,但减小的速率不同。3种轴对称荷载(圆形、圆锥形、圆台形)中心点竖向附加应力衰减速度整体上大于两种无限长条分布荷载(三角条形、梯形条形)的衰减速度,其中圆锥形荷载

衰减最快,梯形条形荷载衰减最慢。对于圆台形荷载,虽然仅给出了 $r_2/r_1=2.0$ 情况下的计算结果,但是可以结合图中给出的圆锥形的和圆形均布的结果来预估圆台形荷载作用下中心点竖向附加应力系数所处的范围,也就是图3中的阴影部分。

根据图3给出的结果,不同荷载类型下竖向附加应力的影响深度差别也较大。在相同荷载水平 p_0 下,圆锥形荷载的影响深度最小,梯形条形荷载影响深度最大。

如果以 $\sigma_z=0.1 p_0$ (即 $\alpha_{z0}=0.1$)来确定影响深度 H ,则圆锥形荷载和圆形均布荷载分别为 $2.0 r$ 和 $3.7 r$ 。圆台形介于二者之间,当 $r_2/r_1=2.0$ 时, $H=2.8 r$;当 $r_2/r_1>2.0$ 时, $2.0 r<H<2.8 r$;当 $1.0<r_2/r_1<2.0$ 时, $2.8 r<H<3.7 r$ 。三角条形荷载和梯形条形荷载的 H 分别为 $6.3 r$ 和 $9.5 r$ 。可见,圆锥形分布荷载的影响深度是最小的。

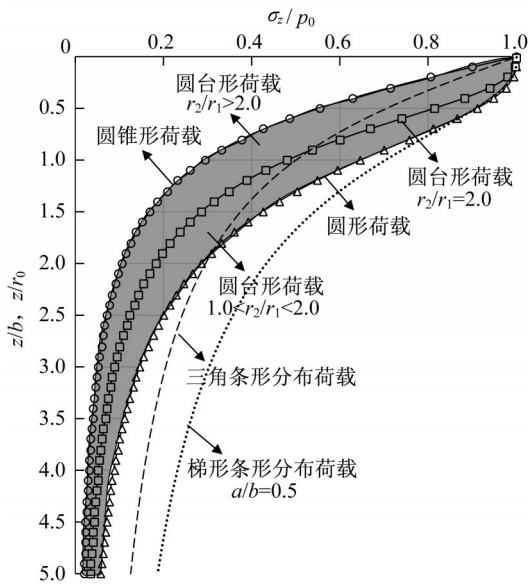


图3 不同类型荷载中心点竖向附加应力系数

Fig. 3 Vertical additional stress coefficients at center of different types loads

2.2 任意位置处竖向附加应力系数

对于圆锥形荷载,图2中的微单元荷载可表示为

$$dF = p_0 \left(1 - \frac{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}}{r_0} \right) d\xi d\eta \quad (10)$$

因此式(2)可表示为

$$\sigma_z = \iint_A d\sigma_z = \frac{3z^3}{2\pi} \iint_A \frac{dF}{R^5} =$$

$$\frac{3z^3}{2\pi} \iint_A \frac{p_0 \left(1 - \frac{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}}{r_0} \right) d\xi d\eta}{\left(\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + z^2} \right)^5} \quad (11)$$

式(11)在初等函数范围内求解困难,目前尚无学者给出初等函数范围内的解析解。

这里采用弹性有限元法来获得任意位置处竖向附加应力系数。具体方法是,地基的弹性模量 E 和泊松比 μ 为某一个数值,在地基表面施加一个最大荷载 p_0 为某一值的圆锥形荷载,求出距离荷载中心水平距离为 x 、深度为 z 处的竖向附加应力 σ_z ,然后再进一步给出附加应力系数 $\alpha_z = \sigma_z/p_0$ 随深度比 z/r_0 和距离比 x/r_0 的变化曲线,结果如图4所示。与式(1)一样,图4给出的归一化结果与弹性参数 E, μ 无关,即图4给出的归一化解具有唯一性,这也是弹性分析法的一个特点^[16]。有了这一结果,圆台形荷载任意位置处的竖向附加应力可通过上文所述应力叠加法,由图1a中大圆锥的结果减去小圆锥的结果获得。

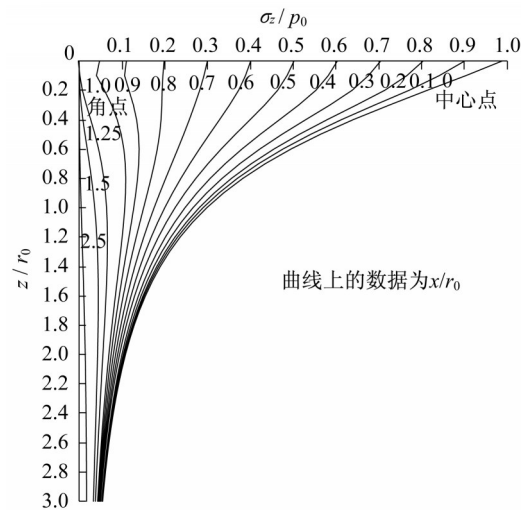


图4 圆锥形荷载任意位置处竖向附加应力系数

Fig. 4 Vertical additional stress coefficients at arbitrary location of conical load

为了对比分析轴对称荷载和其他形式的荷载作用下的任意位置竖向附加应力分布特征,根据式(2)推导了三角条形荷载(图1c)和梯形条形荷载(图1d)下任意位置竖向附加应力系数解析解。

三角形条形荷载为

$$\alpha_z = \frac{1}{\pi} \left[(n+1) \left(\arctan \frac{n+1}{m} - \arctan \frac{n}{m} \right) + (1-n) \left(\arctan \frac{1-n}{m} - \arctan \frac{-n}{m} \right) \right]$$

$$n = \frac{x}{b}, m = \frac{z}{b}, l = 1 - \frac{a}{b} \quad (12)$$

梯形条形荷载为

$$\alpha_z = \frac{1}{\pi(1-l)} \left[(n+1) \left(\arctan \frac{n+1}{m} - \arctan \frac{n}{m} \right) + (1-n) \left(\arctan \frac{1-n}{m} - \arctan \frac{-n}{m} \right) \right] - \frac{1}{\pi(1-l)} \left[(n+l) \left(\arctan \frac{n+l}{m} - \arctan \frac{n}{m} \right) + (l-n) \left(\arctan \frac{l-n}{m} - \arctan \frac{-n}{m} \right) \right]$$

$$n = \frac{x}{b}, m = \frac{z}{b}, l = 1 - \frac{a}{b} \quad (13)$$

因此,本文给出的结果比已有文献给出的结果^[1-3]更为简洁,应用起来更为方便。由式(12)、(13)给出的竖向附加应力系数曲线分别如图5和图6所示。

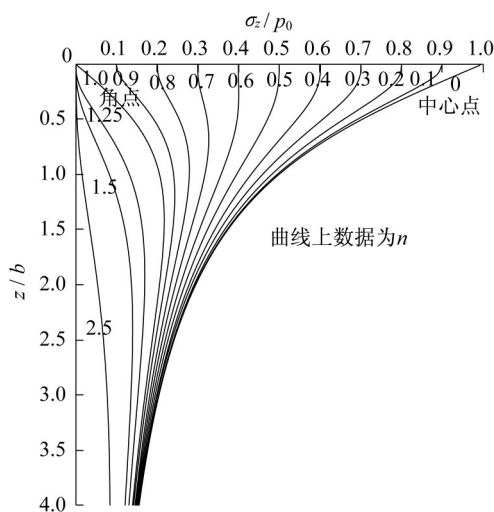


图5 三角条形荷载任意位置处竖向附加应力系数

Fig. 5 Vertical additional stress coefficients at arbitrary location of triangular strip load

由图4~6可以看出,圆锥形荷载、三角条形荷载、梯形条形荷载任意位置处竖向附加应力系数曲线既有共性也有差异,可总结为以下两点:①当计算点远离荷载中心一定距离后,最大附加应力系数 α_{max} 出现在地基中的某一深度而不是地表,这个深度随计算距离 x 的增大而增大。②圆锥形荷载的竖向

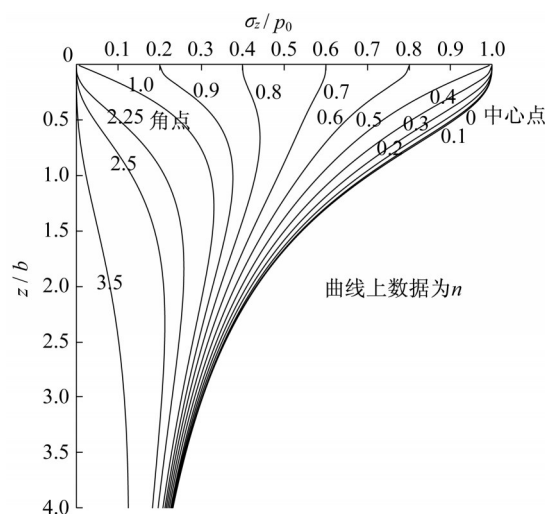


图6 梯形条形荷载任意位置处竖向附加应力系数(a/b=0.5)

Fig. 6 Vertical additional stress coefficients at arbitrary location of trapezoidal strip load(a/b=0.5)

附加应力随距离 x 的增加的衰减程度最大,荷载边缘($x/r_0=1.0$)处的 α_{max} 约 $0.1p_0$,而三角条形和梯形条形荷载边缘处($x/b=1.0$)的 α_{max} 分别约为 $0.2p_0$ 和 $0.3p_0$ 。

由于竖向附加应力的分布决定了地基沉降,根据以上给出的附加应力随水平距离 x 的衰减规律,可以推断圆锥形和圆台形荷载作用下地基的不均匀沉降要大于三角条形荷载和梯形条形荷载。

3 圆锥(台)荷载作用下中心点沉降

根据式(5),圆锥形荷载作用下,距离荷载中心 r 、宽度为 dr 的微圆环荷载对中心点 O 产生的沉降 ds 为

$$ds = \frac{1-\mu^2}{\pi E r} p_0 \left(1 - \frac{r}{r_0} \right) 2\pi r dr = \frac{2p_0(1-\mu^2)}{E} \left(1 - \frac{r}{r_0} \right) dr \quad (14)$$

在圆锥形荷载作用范围($0 < r < r_0$)内积分,可得整个荷载作用下地基中心点沉降为

$$s_0 = \int_0^{r_0} \frac{2p_0(1-\mu^2)}{E} \left(1 - \frac{r}{r_0} \right) dr = \frac{p_0 r_0 (1-\mu^2)}{E} \quad (15)$$

对于图2a所示圆台形荷载,可采用变形叠加法,由大圆锥荷载产生的沉降减去小圆锥荷载产生的沉降得到。

$$s_0 = \frac{p_0(r_2 + r_1)(1 - \mu^2)}{E} \quad (16)$$

对于有限面积荷载,各类荷载作用下地基中心点沉降可统一表示为

$$s_0 = \omega_0 \frac{p_0(2r_0)(1 - \mu^2)}{E} \quad (17)$$

式中: ω_0 为荷载中心点沉降影响系数。

根据式(15)和式(16),以及相关文献^[4],各类荷载下的 ω_0 值汇总如下:①圆锥形 $\omega_0=0.50$;②圆形 $\omega_0=1.00$;③圆台形 $\omega_0=(r_2+r_1)/2r_2$,介于圆锥形和圆形荷载之间,即0.5与1.0之间;④方形 $\omega_0=1.12$;⑤均布条形 $\omega_0=4.00$;⑥矩形 ω_0 介于1.12(方形)和4.00(条形)之间,随长宽比的增大而增大。可以看出,在相同荷载水平 p_0 和分布半径 r_0 下,圆锥形荷载下中心点沉降最小,仅为圆形荷载的0.50倍、方形荷载的0.45倍。

4 工程应用分析

4.1 实例分析

桃浦科技智慧城中央绿地位于上海市普陀区桃浦科技智慧城内,其圆锥形山体高度 $H=9.5$ m,坡度1:3,底部宽度($2r_0$)为57 m,填土重度 $\gamma=20$ kN·m⁻³,最大荷载 $p_0=\gamma H=190$ kPa,场地地下水位埋深1 m,场地土层参数见表2。由式(6)计算山体中心点竖向附加应力,然后采用分层总和法计算荷载中心地表沉降,总沉降量 s 为各分层压缩量之和,即

$$s = \sum_{i=1}^n \Delta s_i = \sum_{i=1}^n \frac{\bar{\sigma}_{zi}}{E_{si}} h_i \quad (18)$$

式中: $\bar{\sigma}_{zi}$ 为第 i 层土附加应力平均值,kPa; h_i 为第 i 层土的厚度,m; E_{si} 为第 i 层土的压缩模量,kPa。

压缩层厚度取附加应力为自重应力的10%所对应的深度^[14],计算得到的压缩层厚度为41.6 m,大约为荷载底部宽度的0.75倍。各土层压缩量见表2,总沉降量为701 mm,与现场监测得到的总沉降806 mm较为接近。现场除了固结沉降以外还包括施工期间的瞬时沉降,因此实测沉降略大。

如果采用 $p_0=190$ kPa, $2r_0=57$ m的三角形条形荷载来计算,计算得到压缩层厚度为63 m,大约为荷载底部宽度的1.1倍。计算得到的总沉降量为1 027 mm。可见,这种方法会明显高估压缩层厚度和地基沉降量。

4.2 山体相互影响算例分析

下面通过一个算例来定量分析山体荷载作用下

表2 某堆山工程计算结果对比

Tab. 2 Comparison of calculation results of a mountain piling project

土层标号及名称	h/m	$\gamma/(kN \cdot m^{-3})$	E_s/MPa	$\Delta s_i/mm$	s/mm
①填土	2.0	18.3	5.1	71.9	701
②粉质黏土	1.7	18.3	5.1	38.9	
③粉质黏土	4.3	17.3	2.74	93.0	
④黏土	6.8	16.7	2.09	217.4	
⑤1-1黏土	6.7	17.6	3.36	167.3	
⑤1-2黏土	5.0	18.0	6.0	56.5	
⑥粉质黏土	6.6	19.5	18.55	18.8	
⑦1-t粉土	8.5	18.3	8.98	37.1	

的地基沉降以及相邻山体之间的相互影响。图7所示的圆锥形人造山体A和山体B,半径 r 分别为36 m和18 m,高度 h 分别为12 m和6 m,山体填土重度取20 kN·m⁻³,这样最大荷载 p_0 分别为240 kPa和120 kPa。地下水位埋深1 m,地基土分为两层,浅层为软土(厚度为 H_1),深层为砂土,地层参数见图7。软土层厚度 H_1 分为两种情况: $H_1=20$ m和 $H_1=50$ m,分别代表一般厚度和深厚软土层。分析图7所示两山体中心点(O_1 、 O_2)和角点(O_3)三个位置在两种地层条件下的地表沉降。对于每种地层情况,均分别计算以下三种荷载情形下的沉降:①山体A单独作用;②山体B单独作用;③山体A、B共同作用。

地表沉降计算采用式(18)所示的分层总和法。以山体B中心点 O_2 为例说明附加应力 $\bar{\sigma}_{zi}$ 的确定。在分析自身山体单独作用下的沉降时,竖向附加应力系数采用式(7)计算;在分析山体A对其沉降影响时,竖向附加应力系数采用图4给出的曲线;在考虑山体A、B共同作用下的附加应力为二者的叠加。

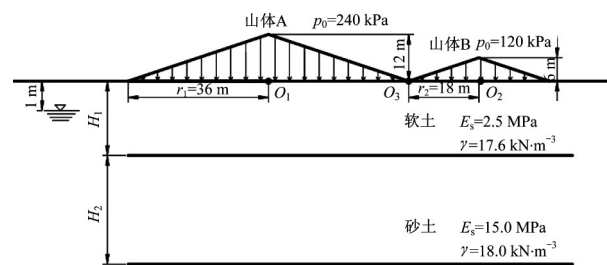


图7 山体及地层示意图

Fig. 7 Schematic diagram of mountain and stratum

三个位置处地表沉降的计算结果如表3所示。表3中比例的含义是某计算点正上方山体单独作用下产生的沉降与两山体共同作用下产生的沉降的比值。

如表2所示,在 $H_1=20$ m的情况下,山体A单独

作用下 O_1 点沉降1 590 mm,山体A、B共同作用时沉降并未发生变化;山体B单独作用下 O_2 点沉降545 mm,山体A、B共同作用时沉降561 mm。总体上讲,锥形山体相互影响下的中心点沉降增加并不显著,这与前面的竖向附加应力分析给出的结论是一致的。但是,角点 O_3 沉降相互影响较为显著。另外,两个山体单独作用下,角点(点 O_3)沉降仅为中心点(点 O_1 和点 O_2)沉降的10%左右,表明中心点和角

点的差异沉降较大。

在 $H_1=50$ m的情况下,由于黏土层厚度的增大,总沉降值增大,且两山体相互影响的程度略增大。由于山体A作用,山体B中点 O_2 的沉降增加值占总沉降的比例增加到6.9%。表明地质条件会在一定程度上影响山体之间的相互影响,黏土层厚度大的情况下的相互影响更为显著。

表3 三个位置处地表沉降计算结果

Tab. 3 Calculation results of surface settlement at three locations

计算点	荷载工况	压缩量($H_1=20$ m)/mm			压缩层厚/m	压缩量($H_1=50$ m)/mm			压缩层厚/m
		黏土	砂土	总计		黏土	砂土	总计	
O_1	山体A	1 425	165	1 590(100.0%)	53	2 362	12	2 374(100.0%)	54
	山体B	0	0	0(0%)	0	0	0	0(0%)	0
	山体A+山体B	1 425	165	1 590	53	2 362	12	2 374	54
O_2	山体A	16	0	16(2.9%)	2	45	0	45(6.9%)	2
	山体B	533	12	545(97.1%)	27	603	0	603(93.1%)	27
	山体A+山体B	543	18	561	29	648	0	648	29
O_3	山体A	135	19	154(58.1%)	31	247	0	247(50.5%)	31
	山体B	48	0	48(41.9%)	13	59	0	59(49.5%)	15
	山体A+山体B	220	45	265	39	489	0	489	39

5 结论

本文基于布氏解和弹性有限元法,研究了均质各向同性弹性地基在轴对称山体荷载作用下的附加应力和沉降,得到的主要成果及结论如下:

(1)给出了圆锥形和圆台形荷载作用下地基中心竖向附加应力计算和地表中心点沉降计算公式;给出了圆锥形荷载作用下地基任意位置的竖向附加应力系数图,可用于单个山体下任意位置的地表沉降分析以及山体间相互影响下的沉降分析。

(2)通过算例分析了坡度为1:3情况下山体地基的压缩层厚度以及相邻山体的相互影响规律。结果表明:①压缩层厚度大约为底部宽度的0.75倍;②中心点和角点的差异沉降较大;③相邻山体地表中心沉降的相互影响并不显著,在软土层厚度较大的情况下,大山体对小山体的沉降影响有所增强。

(3)与三角条形、梯形条形、圆形均布荷载相比,圆锥形和圆台形荷载作用下的竖向附加应力随深度衰减较快,影响深度较浅。工程设计中采用这些荷载的计算结果会明显高估轴对称山体地基竖向附加应力、压缩层厚度和地基沉降。

参考文献:

- [1] JURGENSON L. The application of theories of elasticity and plasticity to foundation problems [J]. Soil Mechanics, 1934 (1):1925.
- [2] GRAY H. Stress distribution in elastic solids[C]//Proc 1st Int Conf Soil Mechs.Cambridge:[s.n.],1936(2):157-168.
- [3] OSTERBERG J O. Influence values for vertical stresses in a semi-infinite mass due to an embankment loading [C]//Proc.4th ISMFE. London:[s.n.],1957,1(1):393-394.
- [4] GIROUND J P. Settlement of a linearly loaded rectangular area [J]. Soil Mechanics, 1968,94(4):18.
- [5] 吴世明,梁剑,胡亚元,等.横观各向同性半无限空间表面典型荷载作用下的地基附加应力系数[J].应用数学和力学,2000, 21(8):809.
WU Shiming, LIANG Jian, HU Yayuan, *et al.* Stress in transversely isotropic half space with typical loads acting on its surface [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2000, 21 (8):809.
- [6] 王甲春,陈峰.地基中附加应力分布规律分析[J].湖南科技大学学报(自然科学版),2014,29(4):65.
WANG Jiachun, CHEN Feng. Analysis of foundation additional stress distribution [J]. Journal of Hunan University of Science & Technology (Natural Science), 2014, 29(4):65.
- [7] 景世红.附加应力系数和平均附加应力系数的推导及解析[J].城市建筑,2014(14):182.

- JING Shihong. Derivation and parse additional stress factor and average stress factor [J]. *Urbanism and Architecture*, 2014(14):182.
- [8] 贾煜,杨龙才,王炳龙. 条形抛物线荷载下桩网结构路基的附加应力计算[J]. *岩石力学与工程学报*, 2013,32(S2):4098.
- JIA Yu, YANG Longcai, WANG Binglong. Calculation of additional stress caused by strip parabolic load in geosynthetic reinforced pile supported embankment [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2013,32(S2):4098.
- [9] 吕润华,凌建明. 飞机荷载作用下场道地基附加应力特征[J]. *同济大学学报(自然科学版)*, 2001,29(3):288.
- GUO Runhua, LING Jianming. Additional stresses of pavement subgrade resulted from aircraft loads [J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2001,29(3):288.
- [10] 杨斐,杨宇亮,孙立军. 飞机起降荷载作用下的场道地基沉降[J]. *同济大学学报(自然科学版)*, 2008,36(6):744.
- YANG Fei, YANG Yuliang, SUN Lijun. Settlement of runway subgrade under moving aircraft loads. [J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2008,36(6):744.
- [11] 周正峰,凌建明,梁斌,等. 机坪输油管道荷载附加应力分析[J]. *同济大学学报(自然科学版)*, 2013,41(8):1219.
- ZHOU Zhengfeng, LING Jianming, LIANG Bin, *et al.* Analysis on additional stress for apron oil pipe under external loads [J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2013,41(8):1219.
- [12] 张宇,余飞,陈善雄,等. 南水北调高填方渠道附加应力计算方法研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2015,34(S1):3169.
- ZHANG Yu, YU Fei, CHEN Shanxiong, *et al.* Calculation method study of additional stress of high filling channels of the north water transfer project [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2015,34(S1):3169.
- [13] HARR M E, LOVELL C W. Vertical stress under certain axisymmetrical loadings [J]. *Highway Research Record*, 1963(39):68.
- [14] 袁聚云,钱建固,张宏鸣,等. *土质学与土力学*[M]. 4版. 北京:人民交通出版社,2009.
- YUAN Juyun, QIAN Jiangu, ZHANG Hongming, *et al.* Soil properties and soil mechanics [M]. 4th ed. Beijing: China Communications Publishing, 2009.
- [15] GIBSON R E. Some results concerning displacements and stresses in a non-homogeneous elastic half-space [J]. *Geotechnique*, 1967,17:58.
- [16] POULOS H G. *岩土力学弹性解*[M]. 孙幼兰,译. 徐州:中国矿业大学出版社,1990.
- POULOS H G. *Elastic solutions for soil and rock mechanics* [M]. Translated by SUN Youlan. Xuzhou: China University of Mining and Technology Press, 1990.

~~~~~

(上接第944页)

- [9] TAN G E, ONG T B, ONG C Y, *et al.* Evolvement of new precast retaining wall design in Malaysia [J]. *IABSE Symposium Report*, 2015, 105(4): 1.
- [10] 刘洋,李志武,杨思忠,等. 装配式建筑叠合楼板研究进展[J]. *混凝土与水泥制品*, 2019(1): 61.
- LIU Yang, LI Zhiwu, YANG Sizhong, *et al.* A review on prefabricated building composite slab [J]. *China Concrete and Cement Products*, 2019(1): 61.
- [11] 赵勇,陈嘉伟,田春雨. 配置组合封闭箍筋叠合框架梁端抗震性能试验[J]. *同济大学学报(自然科学版)*, 2017, 45(6): 814.
- ZHAO Yong, CHEN Jiawei, TIAN Chunyu. Experimental study on seismic performance of composite concrete frame beam-ends with two-piece closed stirrups[J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2017, 45(6): 814.
- [12] 杨联萍,余少乐,张其林,等. 叠合面对叠合剪力墙极限承载力影响的数值分析[J]. *同济大学学报(自然科学版)*, 2016, 44(12): 1810.
- YANG Lianping, YU Shaole, ZHANG Qilin, *et al.* Numerical analysis to the adhesive interface effects to ultimate bearing capacity of superimposed shear wall [J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2016, 44(12): 1810.
- [13] BUI T T, TRAN H V, LIMAM A, *et al.* A new concept of precast concrete retaining wall: from laboratory model to the in-situ tests[J]. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 2018, 143: 12001.
- [14] 章宏生,沈振中,徐力群,等. 新型装配扶壁式挡土墙的抗震性能研究[J]. *中国农村水利水电*, 2017(3): 121.
- ZHANG Hongsheng, SHEN Zhenzhong, XU Liqun, *et al.* Research on the seismic behavior of new assembly buttressed retaining wall structures [J]. *China Rural Water and Hydropower*, 2017(3): 121.
- [15] 叶兴成,刘益志,章宏生. 新型装配扶壁式挡土墙结构与施工工艺[J]. *江苏水利*, 2017(5): 37.
- YE Xingcheng, LIU Yizhi, ZHANG Hongsheng. Discussion on structure design and construction technology of new assembly buttressed retaining wall [J]. *Jiangsu Water Resources*, 2017(5): 37.
- [16] 中华人民共和国住房和城乡建设部. *混凝土结构试验方法标准: GB/T 50152—2012* [S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2012.
- Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China. *Standard methods for testing concrete structures: GB/T 50152—2012* [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2012.
- [17] 中华人民共和国住房和城乡建设部. *混凝土结构设计规范: GB 50010—2010* [S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2015.
- Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China. *Design code of concrete buildings: GB 50010—2010* [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2015.