第37卷第12期
2009年12月

同济大学学报(自然科学版)
JOURNAL OF TONGJI UNIVERSITY(NATURAL SCIENCE)

Vol. 37 No. 12
Dec. 2009

文章编号：0253-374X(2009)12-1565-06　　DOI:10.3969/j.issn.0253-374x.2009.12.001

一种受剪细观损伤单元模型及其应用

杨卫忠[1,2]，李　杰[1]

(1.同济大学 土木工程学院，上海 200092；2.郑州大学 土木工程学院，河南 郑州 450001)

摘要：基于剪切损伤破坏机制，发展了相应的细观损伤单元模型，它由弹脆性的微弹簧和模拟裂缝滑移的塑性元件组成.混凝土单轴受压时的宏观性能可用受剪细观损伤单元的并联体来解释，由此建立了混凝土单轴受压的损伤本构关系模型，并建议了塑性变形的简化计算方法.通过引入混凝土剪切单元破坏应变分布随机场，推导了应力与损伤的均值、标准差的表达式.根据混凝土单轴受压时的应力—应变全曲线试验结果，结合随机建模原理和优化算法确定随机场参数和材料参数，将分析得出的受压随机应力—应变关系与试验结果进行比较，二者吻合良好.

关键词：混凝土；随机损伤；剪切损伤单元模型；应力—应变关系

中图分类号：TU 313　　**文献标识码**：A

A Shear Damage Element Model for Concrete and Its Application

YANG Weizhong[1,2], *LI Jie*[1]

(1. School of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. School of Civil Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: Based on the features of shear failure of concrete, the shear damage element, which comprises the elastic part and the plastic part, is introduced. Furthermore, a new kind of idealized mesoscopic damage model, which the material is represented by a set of the elements of equal stiffness that are joined in parallal, is developed for concrete under monotonic axial compressive loading. The model can well explain the experimentally-observed nonlinearity of stress-strain curve, stiffness degradation and strain softening, etc.. The constitutional law for concrete under axial compression is established. Also, a simple analysis method for plastic strain is put forward. With damage and elasticity modulus as random variables, stochastic equations of damage growth and stress-strain are presented. With the help of stochastic structural modeling and optimization methods, coefficients in the model, for example, the distribution parameter of the random field of failure strain, can be easily determined by the full stress-strain curves of concrete specimens under axial loading. Comparison with the test results shows that the analytical values agree well with the test.

Key words: concrete; stochastic damage; shear damage element model; relationship of stress and strain

非线性和随机性是混凝土的2个基本特征.尽管国内外许多学者在过去数十年中付出了大量的努力[1-3]，然而，绝大多数本构关系模型并不能反映混凝土的离散性.以损伤力学为理论基础，并采用随机方法来研究混凝土本构关系，则有望克服传统研究方法的不足.

在混凝土随机损伤本构关系的研究中，细观弹簧模型是一个很好的观察、研究问题的切入点.在历史上，最早是Danies研究纤维束的强度和破坏时提出了并联弹簧模型，此后，Dougile[4]采用这一模型研究了水泥胶体的性能.Desayi[5]，Krajcinovic 和 Silva[6]，Kandarpa等[7]则利用这类模型分别在不同的假定下研究了混凝土的性能.将结构单元用1维连续弹簧表示，Desayi，Krajcinovick-Silva的结果属于确定性范围.Kandarpa等则将细观弹簧的破坏强度假定为离散或连续的随机场，利用细观模型分析得到了混凝土单轴受压随机力—位移关系的数值特征.笔者所在研究小组则发展了一类串并联微弹簧模型[8].在这类模型中，采用微弹簧破坏应变构成1维均匀随机场，基于声发射和随机建模原理，分析得到混凝土单轴受力和2维拉压的随机损伤本构关系，初步形成了特色鲜明的混凝土随机损伤力学理论框架[8-12].

研究已有混凝土的随机损伤本构关系后不难看

收稿日期：2008-01-03
基金项目：国家自然科学基金委创新研究群体资助项目(150621062)
作者简介：杨卫忠(1966—)，男，副教授，工学博士，主要研究方向为混凝土结构基本理论与应用. E-mail:ywz6518@hotmail.com

出,虽然已有的随机损伤本构关系模型基本上能预测混凝土的离散性和非线性,但是,由于采用的细观单元假定为弹脆性材料,模型在本质上仍属于弹性损伤范畴.同时,在单轴受压破坏机制的解释方面,也存在一些问题.有鉴于此,本文提出了一类受剪细观损伤单元模型.考虑损伤的随机性,基于模型中细观单元的力学性能,建立了混凝土宏观单轴受压随机损伤本构关系模型.基于随机建模原理和优化算法来确定随机场参数,得到了具体的随机损伤本构关系均值与方差表达式.

1 混凝土的剪切损伤机制和细观单元模型

1.1 剪切损伤机制

目前,对混凝土破坏过程的认识大体趋于一致.混凝土是由胶凝材料(水泥)和骨料(砂、石)加水搅拌混合并凝结硬化而成,是一种非匀质、非等向的混合材料,内部存在气孔、裂纹等初始缺陷.混凝土的破坏主要起源于这些初始缺陷处的应力集中.在受力过程中,混凝土内部裂缝可以概括为拉开型和滑移型2种形态,混凝土的损伤演化过程与这2种基本裂缝形态密切相关.因此,存在2种基本的损伤物理机制,即拉伸损伤机制和剪切损伤机制.该结论已被Resende[13],Faria[14],Wu & Li[15]等众多学者在确定性损伤本构模型时所采纳.而文献[8-9]已较为详细地研究了拉伸损伤机制.本文则重点考察剪切损伤机制.

考虑包含1条微裂缝的单元体,如图1所示.在纯剪应力 τ_{xy} 作用时,根据断裂力学原理可给出裂缝端部的应力场和裂缝两侧的相对位移[16].仔细研究后不难发现:剪应力可以引起裂缝端部的应力集中以及裂缝扩展,同时,裂缝的扩展又引起单元体抗剪刚度的退化和损伤.对于受压应力作用为主的混凝土(如单轴受压),破坏时出现与压应力垂线方向成约60°倾角的斜裂缝[2],因而属于典型的剪切损伤机制.

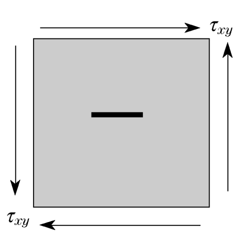


图1 单元体示意图

Fig.1 Element under shear stress

若纯剪应力作用时产生的剪切损伤记为 D,并忽略正应力对裂缝两侧滑移的影响,则弹性材料单轴受压时的压应力(应变)、剪应力(应变)及剪切损伤之间的关系如下式[17]:

$$\begin{cases} \sigma = \dfrac{1-D}{(1+\nu)\sin 2\alpha}E\gamma \\ \varepsilon = \dfrac{1-\kappa D}{(1+\nu)\sin 2\alpha}\gamma \end{cases} \tag{1}$$

式中:$\kappa=\dfrac{1-\nu}{2}+\dfrac{1+\nu}{2}\cos^2 2\alpha$;$E$,$\nu$ 分别为材料的弹性模量和泊松比;σ,ε 分别为压应力和压应变;γ 为剪应变;α 为内部损伤与受力方向的夹角.其计算简图如图2所示.

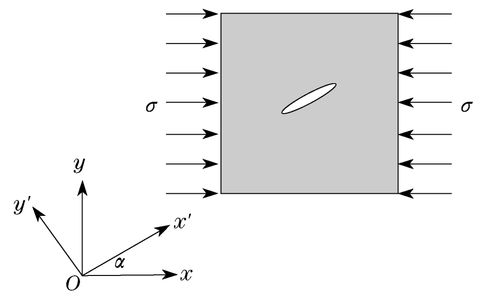


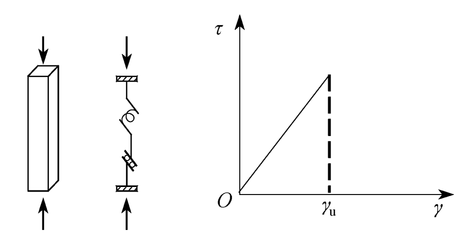
图2 混凝土剪切破坏

Fig.2 Shear failure of concrete

从上述分析不难看出,由于剪切损伤,材料单轴受压时的应力—应变关系呈现非线性、刚度退化及应变软化等特征.

1.2 剪切损伤细观单元模型

针对上述剪切破坏特点,在以压应力为主的剪切损伤机制中,剪切细观单元可由弹脆性的结构体(用微弹簧表示)和反映微裂缝相对滑动的塑性元件串联组成,典型的受剪损伤细观单元的物理模型如图3a所示.相应地,混凝土受剪损伤细观单元体在压应力方向的总变形就分解为结构体部分的弹性变形和微裂缝面部分的塑性变形2部分.



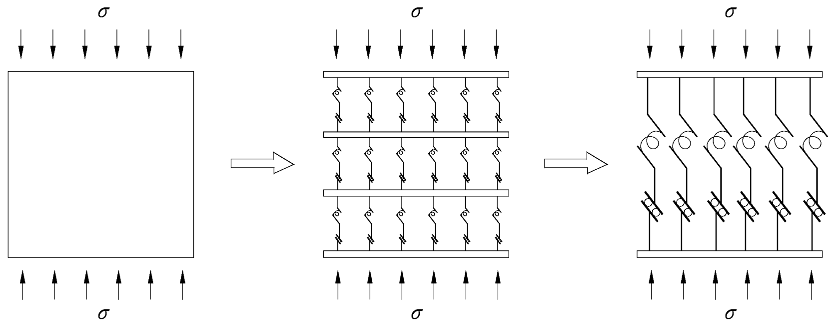
a 剪切损伤单元 b 微弹簧的本构关系

图3 剪切单元细观物理模型

Fig.3 Meso-physical models of concrete element

2　混凝土单轴受压细观损伤模型

在细观层次上将混凝土离散为具有一定特征高度和截面积的小柱体,根据前述分析,混凝土单轴受压时的理想细观损伤模型可采用由剪切损伤单元和拉伸损伤细观单元组成的串并联模型,如图 4b 所示,即承受压力方向采用剪切损伤单元串联体.利用该细观物理模型,可从损伤的角度解释混凝土单轴受压时应力—应变曲线的非线性、应变软化、刚度退化和微裂缝发展等宏观性能[18].若仅考虑受压方向的变形量测标距范围,则模型可进一步简化为剪切损伤单元的并联模型,如图 4c 所示.



a 应力状态　b 理想细观模型　c 等效细观模型

图 4　混凝土单轴受压理想细观模型

Fig.4　A meso-damage model for concrete in compression

在本文建议的细观物理模型中,关于受剪损伤单元的基本假定是:①单元体的弹性模量和截面积相等;②每个微弹簧服从图 3b 所示的理想弹脆性本构关系;③微弹簧的极限应变为均匀、各向同性的随机场.在图 3b 中,τ 为剪应力,γ_u 为剪切微弹簧破坏时的剪应变.

由于压力方向的应变与剪应力产生的剪切损伤及剪应变相关联,在下文的推导中,直接以细观单元体内的弹性压应变为变量,以简化本构关系的数值计算.

3　单轴受压随机损伤本构关系

3.1　损伤变量

在图 4c 的离散型等效细观模型中,受剪损伤变量 D_s 仍采用 Rabotnov 的经典损伤力学定义,即

$$D_s = A_d / A \tag{2}$$

式中:A_d 为因受剪损伤细观单元破坏而导致混凝土退出工作的面积;A 为无损混凝土的截面积,即试件的横截面积.

试件轴心受压时,设外部压力为 F,截面上产生的宏观名义压应力为 σ,单元体产生均匀压应变 ε,即 $\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p$,其中,微弹簧产生的压应变为 ε_e,微裂缝面的应变为 ε_p.横截面上因单元剪切损伤而导致单元失效的面积为

$$A_d = \sum_{i=1}^{M} A_i H(\varepsilon_e - \Delta_i) \tag{3}$$

式中:A_i 为图 4c 的细观模型中第 i 个单元体的横截面面积;M 为单元体总数目;Δ_i 为第 i 个单元体发生剪切损伤时相应的压应变,其可视为服从某一分布的随机变量;$H(\cdot)$为 Heaviside 函数,即

$$H(\varepsilon_e - \Delta_i) = \begin{cases} 0, & \varepsilon_e \leqslant \Delta_i \\ 1, & \varepsilon_e > \Delta_i \end{cases} \tag{4}$$

将式(3)代入式(2),有

$$D_s = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} H(\varepsilon_e - \Delta_i) \tag{5}$$

当模型中细观单元的总数目 M 趋向于无穷大时,等效单元体可以看作 1 维连续体.由此,细观单元破坏时的应变可假定为连续随机场 $\Delta(x)$.不失一般性,x 可认为介于 0 和 1 之间,即 $x \in [0,1]$.相应地,式(5)可表示为

$$D_s = \int_0^1 H[\varepsilon_e - \Delta(x)] \mathrm{d}x \tag{6}$$

式中,$\Delta(x)$为在位置 x 处的随机破坏应变,为了数学上处理方便,可假定该随机场为 1 维均匀随机场.

由于 Δ_i 的随机场性质,所以 D_s 为一随机函数.进一步假定破坏应变为服从对数正态分布的 1 维均匀随机场,经过数学运算,得到损伤的均值 μ_d 和均方差 V_d 分别如下式:

$$\mu_d = \int_0^{\varepsilon_e} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\zeta x} \cdot \exp\left(-\frac{(\ln x - \lambda)^2}{2\zeta^2}\right) \mathrm{d}x \tag{7}$$

$$V_d = \sqrt{2\int_0^1 (1 - z) F_\Delta \,\mathrm{d}z - \mu_d^2} \tag{8}$$

式中

$$F_{\Delta} = \int_0^{\varepsilon_e}\int_0^{\varepsilon_e} \frac{1}{2\pi xy\zeta^2\sqrt{1-\rho_z^2}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2\zeta^2(1-\rho_z^2)}\left[(\ln x-\lambda)^2 - 2\rho_z(\ln x-\lambda)(\ln y-\lambda) + (\ln y-\lambda)^2\right]\right\}\mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{9}$$

$$\rho_z = \exp(-\xi\gamma) \tag{10}$$

式中:λ 和 ζ 分别为随机场中极限应变的均值和标准差;ξ 是相关参数.

从式(7)可明显看出,损伤均值具有一般损伤变量的特征,即 $\mu_d = 0$(未发生损伤)和 $\mu_d = 1$(完全损伤),而且为一单调递增函数,满足损伤为不可逆过程的条件.

3.2 弹塑性损伤本构关系

由图4c的细观模型可知,在混凝土试件宏观单轴受压的任意时刻,细观单元体处于平衡状态,即宏观压力 F 应等于细观未破坏的单元体所受合力总和.根据前述的细观单元的假定和力平衡条件,可得

$$F = \sum_{i=1}^{M} E_m\varepsilon_e[1 - H(\varepsilon_e - \Delta_i)]A_i \tag{11}$$

这里,E_m 为细观单元体的弹性模量.

再结合损伤变量的定义,式(11)可变换为

$$F = E_m\varepsilon_e[1 - D_s]A \tag{12}$$

两边同除以 A,即有

$$\sigma = E_m\varepsilon_e[1 - D_s] \tag{13}$$

式(13)即为混凝土单轴受压的弹塑性损伤本构关系模型.当不考虑微裂缝面变形时,式(13)与经典的Mazars弹性损伤本构关系模型[19]相同.

3.3 应力的均值和方差

考虑弹性模量也为随机变量,其均值和方差分别为 μ_E 和 V_E^2,且与损伤变量相互独立.若宏观应力的均值与方差分别记为 μ_σ 和 V_σ^2,根据式(13)可导出其表达式,分别如下式:

$$\mu_\sigma = \mu_E\varepsilon_e(1-\mu_d) \tag{14}$$

$$V_\sigma^2 = \varepsilon_e^2[V_E^2(1-\mu_d)^2 + V_d^2(\mu_E^2 + V_E^2)] \tag{15}$$

上述分析表明,只要确定剪切损伤单元的随机场参数 λ,ζ,ξ 和材料参数 μ_E, V_E,即可确定混凝土单轴受压过程中不同变形时的损伤状态及应力响应.

4 微裂缝面变形

微裂缝面变形与裂缝发展密切相关,且与损伤之间存在耦合效应.在细观上,微裂缝面变形主要由微缺陷的张开或滑移引起,因此,其大小与损伤水平密切相关.

基于上述分析,同时为了避免塑性力学方法的复杂性,本文建议受剪损伤单元中的微裂缝面变形计算模式采用如下的简化形式:

$$\varepsilon_p = \frac{\delta}{1-D_s}\varepsilon_e = \frac{\delta}{1-D_s+\delta}\varepsilon \tag{16}$$

式中,δ 为微裂缝面变形系数,它反映微裂缝面的滑移程度.

利用图3所示细观单元物理模型,可以得到外部压力在单元体内产生的应力 σ 和应变 ε,即

$$\begin{cases}\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p \\ \sigma = \sigma_e\end{cases} \tag{17}$$

这里,σ_e 是细观单元结构体部分的应力.

对式(13)关于 ε_e 求导数,并利用应力—应变曲线在原点的边界条件,$\varepsilon = 0, \varepsilon_e = 0, D_s = 0$,再注意到 $\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p$,可求得宏观应力—应变曲线的原点切线弹性模量为 $E_m/(1+\delta)$,因此,混凝土宏观弹性模量可通过细观单元体弹性模量和微裂缝面变形系数来表达.

5 试验验证

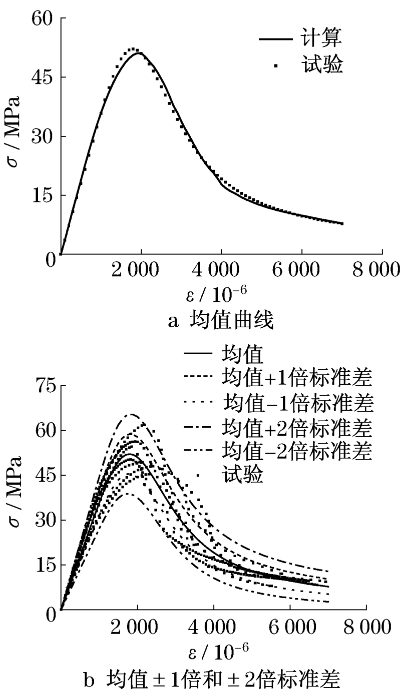
为了验证本文模型的合理性,作者进行了一批C50级双掺粉煤灰和矿粉高性能混凝土的单轴受压全曲线试验.试件为150 mm×150 mm×50 mm的方板,刚性试验机等应变控制加载.利用受压试验应力—应变全曲线,采用随机建模准则[20],对应力的均值与方差分别建模,借助于Powell优化算法[21],可识别出随机场参数 λ,ζ,ξ 和弹性模量的均值、均方差及微裂缝面变形系数.识别给出的材料参数和剪切损伤变量随机场参数的数值列于表1.根据识别参数计算的均值应力—应变曲线、均值±1与±2倍标准差的应力—应变曲线与试验结果的比较如图5.理论损伤的均值和标准差演化曲线如图6.

表1 参数识别结果

Tab.1 Coefficients in the model

参数	μ_E/MPa	V_E/MPa	λ	ζ	ξ	δ
数值	35 922	4 356	7.734 8	0.326 8	177.0	0.043 1

考察图 5 不难看出,本文建立的单轴受压随机损伤本构关系不仅在均值意义上较好地预测了混凝土试件的受压全过程应力响应,而且可以预测混凝土本构关系的离散性,试验值基本上在均值 ± 2 倍标准差范围内.

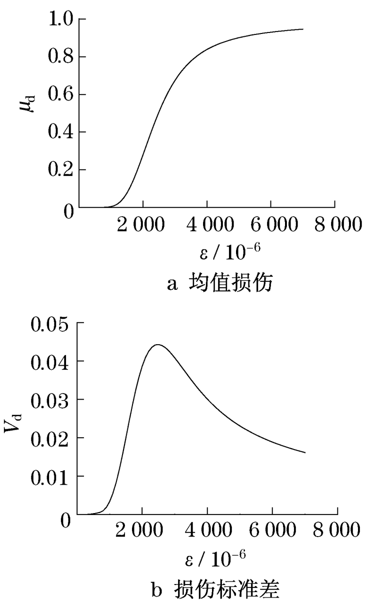


a 均值曲线

b 均值 ± 1倍和 ± 2倍标准差

图 5　应力—应变理论曲线与试验结果比较(Ⅰ)

Fig.5　Comparison between experiments and analytical results in monotonic compression(Group Ⅰ)



a 均值损伤

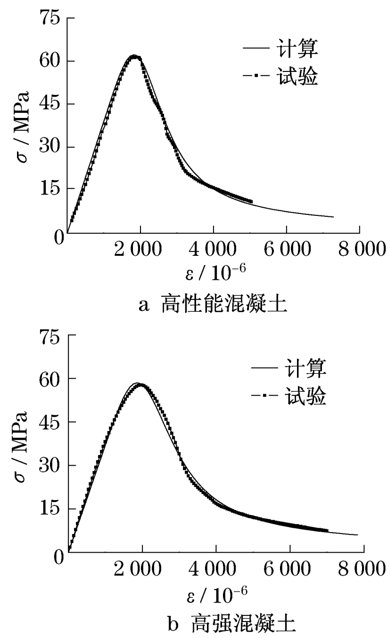
b 损伤标准差

图 6　剪切损伤演化曲线

Fig.6　Analytical shear damage varied with compression strain

从图 6 的结果可看出,均值剪切损伤演化曲线符合典型损伤演化规律,当受压应变处在 $1.5\times10^{-3}\sim4.0\times10^{-3}$ 范围,均值损伤演化发展较快,而在其他范围内,则要慢一些.该特征与受压试件的宏观裂缝发展相符.

进一步将上述分析方法应用于具有相同强度等级而不同浇注方法的高性能混凝土(HPC)试件和课题组以前进行的高强混凝土(HSC)试件.图 7 给出了理论计算的均值应力—应变曲线与试验曲线均值的比较.从图 7 的结果也不难看出,本文方法的预测结果令人满意.



a 高性能混凝土

b 高强混凝土

图 7　应力—应变理论曲线与试验结果比较(Ⅱ)

Fig.7　Comparison between experiments and analytical results in monotonic compression(Group Ⅱ)

6　结语

针对混凝土材料的组成和破坏特点,提出了受剪损伤细观单元模型,发展了更为合理的混凝土单轴受压的细观损伤物理模型.这一模型可用于解释混凝土的应力—应变关系的非线性、应变软化和裂缝发展等宏观性能.建议了塑性变形的简化计算方法,建立了单轴受压弹塑性损伤本构关系模型.考虑损伤的随机演化,得到应力的均值和均方差.本文所建立的本构关系模型含参数少且易于标定,它不仅能在均值意义上预测受压本构关系全曲线,而且还能反映它们的离散范围,与混凝土受压试验结果符合良好.

参考文献:

[1] Chen W F. Constitutive equations for engineering materials-plasticity and modeling[M]. Amsterdam: Elsevier Science Ltd,1994.

[2] 过镇海.混凝土的强度和变形——试验基础和本构关系[M].北京:清华大学出版社,1997.
GUO Zhenhai. Strength and deformation of concrete—experimental basis and constitutive equations[M]. Beijing: Tsinghua University Press,1997.

[3] 宋玉普.多种混凝土材料的本构关系和破坏准则[M].北京:中国水利水电出版社,2002.
SONG Yupu. Constitutive relationship and failure criterion of concrete materials[M]. Beijing: China Water Power Press,2002.

[4] Dougill J W. A mathematical model for the failure of cement paste and mortars[J]. Magazine of Concrete Research,1967,19(60):135.

[5] Desayi P. A model to simulate the strength and deformation of concrete in compression[J]. Materials and Constructions,1968,1(1):49.

[6] Krajcinovic D, Silva M A G. Statistical aspects of the continuous damage theory[J]. International Journal of Solids and Structures,1982,18(14):557.

[7] Kandarpa S, Kirkner D J, Spencer B F Jr. Stochastic damage model for brittle materials subjected to monotonic loading[J]. Journal of Engineering Mechanics:ASCE,1996,122(7):788.

[8] 李杰,张其云.混凝土随机损伤本构关系研究[J].同济大学学报:自然科学版,2001,29(10):1135.
LI Jie, ZHANG Qiyun. The stochastic damage constitutive law of concrete[J]. Journal of Tongji University: Natural Science,2001,29(10):1135.

[9] 李杰.混凝土随机损伤本构关系研究新进展[J].东南大学学报:自然科学版,2002,32(5):750.
LI Jie. Research development on the stochastic damage constitutive law of concrete[J]. Journal of Southeast University: Nature Science,2002,32(4):750.

[10] LI Jie, LU Zhaohui, ZHANG Qiyun. Research on the stochastic damage constitutive model of concrete[C]//Proceeding of the International Conference on Advances in concrete and Structures, Bagneux: RILEM Publications SARL,2003:44-52.

[11] 李杰,卢朝辉,张其云.混凝土随机损伤本构关系——单轴受压分析[J].同济大学学报:自然科学版,2003,31(5):505.
LI Jie, LU Zhaohui, ZHANG Qiyun. Research on the stochastic damage constitutive law of concrete materials—axial loading[J]. Journal of Tongji University: Natural Science,2003,31(5):505.

[12] 李杰.混凝土随机损伤力学初步研究[J].同济大学学报:自然科学版,2004,32(1):75.
LI Jie. Research on the stochastic damage mechanics for concrete material and structure[J]. Journal of Tongji University: Natural Science,2004,32(1):75.

[13] Resende L. A damage mechanics constitutive theory for the inelastic behavior of concrete[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering,1987,60:5.

[14] Faria R, Oliver J, Cervera M. A strain-based plastic viscous-damage model for massive concrete structures[J]. International Journal of Solids and Structures,1998,35(11):1533.

[15] Wu J Y, Li J, Faria R. An energy release-based plastic-damage model for concrete[J]. International Journal of Solids and Structures,2006,43(3/4):583.

[16] 丁遂栋.断裂力学[M].北京:机械工业出版社,1997.
DING Suidong. Fracture mechanics[M]. Beijing: China Machine Press,1997.

[17] 任晓丹.混凝土随机损伤本构关系试验研究[D].上海:同济大学土木工程学院,2006.
REN Xiaodan. Experimental research on stochastic damage law for concrete[D]. Shanghai: Tongji University. School of Civil Engineering,2006.

[18] 杨卫忠.混凝土弹塑性随机损伤本构关系理论与试验研究[D].上海:同济大学土木工程学院,2007.
YANG Weizhong. Theoretical and experimental research on the elastoplatic stochastic damage constitutive law of concrete[D]. Shanghai: Tongji University. School of Civil Engineering,2007.

[19] Mazars J, Pijaudier Cabot G. Continuum damage theory—application to concrete[J]. Journal of Engineering Mechanics: ASCE,1989,115(1):345.

[20] 李杰.随机结构系统——分析与建模[M].北京:科学出版社,1996.
LI Jie. Stochastic structure system—analysis and modeling[M]. Beijing: Science Press,1996.

[21] 杨冰.实用最优化方法及计算机程序[M].哈尔滨:哈尔滨船舶工程学院出版社,1994.
YANG Bing. Optimum methods and computer procedures[M]. Harbin: Harbin Institute of Naval Engineering Press,1994.