

基于二次插值法的交通需求组合模型算法

蒲 琪¹, 杨 超², 涂颖菲²

(1. 同济大学 铁道与城市轨道交通研究院, 上海 201804; 2. 同济大学 交通运输工程学院, 上海 201804)

摘要: 交通需求组合模型(CTDM)基于随机效用理论组合了出行—分布—方式—路径选择, 突破了传统四步骤模型的局限, 并可以描述为一个非线性规划问题. 对求解 CTDM 的部分线性化算法进行分析, 提出了在进行步长优化时使用二次插值法得到模拟最优步长的方法. 使用经典路网 Sioux Falls, 将所提出的算法与连续平均法和精确线性搜索算法比较, 验证了二次插值法的计算精度高, 收敛速度快.

关键词: 交通需求; 组合模型; 二次插值法; 部分线性化
中图分类号: U 491.11 **文献标识码:** A

A Quadratic Interpolation Method-Based Algorithm for a Combined Travel Demand Model

PU Qi¹, YANG Chao², TU Yingfei²

(1. Institute of Railway and Urban Rail Transit, Tongji University, Shanghai 201804, China; 2. School of Transportation Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: The combined travel demand model (CTDM) combines the travel-destination-mode-route choice based on the random utility theory. This model avoids the limitation of the conventional sequential four-step procedure, and can be formulated as a non-linear programming problem. By analyzing the partial linearization algorithm of CTDM, a quadratic interpolation method is proposed to obtain the approximated optimal step size. Comparison of the proposed algorithm with method of successive averages and bi-section line search method in the classic Sioux Falls network confirms that the quadratic interpolation can converge faster and get better solution than the other two methods.

Key words: travel demand; combined model; quadratic interpolation; partial linearization

常规的交通需求预测采用四步骤方法, 包括出行生成、出行分布、方式划分和交通分配^[1] 4 个阶段.

然而, 常规的四步骤法对出行者行为的描述是不一致的^[2]. 同时, 四步骤方法会面临在各个阶段中出行时间和拥挤效应的不一致性^[3]. 尽管通过引入反馈机制可以补偿不一致性, 但仍不能保证收敛得到稳定的结果. 关于常规四步骤法的其他缺点和局限性见文献^[4].

由于四步骤法存在问题, 因此研究者开始研究其他交通需求预测模型. 这些模型主要是组合模型. Evans 将出行分布和路径选择组合起来, 构成一个带约束的最优化问题^[5]. Florian 和 Nguyen 对该模型进行了扩展, 利用了熵的分布与 logit 方式划分模型的关联将方式划分包括在内^[6]. Boyce 等提出一个统一的方法^[7], 将熵函数作为一个对路径、方式、目的地或者位置的选择离差的广义量度, 根据这个方法能得到一系列关于位置、目的地、方式和路径选择的组合模型. Safwat 和 Magnanti 提出一个整合的交通均衡模型(STEM)^[8], 可以同时预测出行生成、分布、方式划分和交通分配, 并给出了 STEM 等价的凸优化模型. Lam 和 Huang 构造了一个多类别的模型, 将出行分布和分配组合起来^[9]. Oppenheim 提出交通需求组合模型^[2], 基于随机效用理论组合了出行—分布—方式—路径选择, 并且给出了模型参数的估算方法, 使得该模型能够用于实践. Boyce 和 Daskin 提出一个交通预测范例^[10], 整合了出行者的路径选择、方式选择(方式划分)和目的地选择(出行分布). Boyce 和 Bar-Gera 将交通需求(起点、终点、方式和路径选择)的组合模型描述为一个方式之间不相互作用的非线性规划问题^[11]. Bar-Gera 和 Boyce 将交通需求预测组合模型描述为一个定点问题^[12]. Florian 等提出一个具有分级 logit 结构的多类型多方式交通需求模型的变分不等式表达^[13], 该问题通过 Block Gauss-Seidel 分解方法与连续平均

收稿日期: 2009-01-04

基金项目: 国家“八六三”高技术研究发展计划资助项目(2007AA11Z206); 国家自然科学基金资助项目(70701027); 新世纪优秀人才支持计划资助项目(NCET-08-0406)

作者简介: 蒲 琪(1967—), 男, 高级工程师, 工学博士, 主要研究方向为交通运输规划与管理. E-mail: puqi2006@sina.com

法相结合进行求解.

本文研究交通需求组合模型(combined travel demand model, CTDM)的算法. CTDM 将出行者定义为出行的消费者且考虑了出行者预算约束,模型的最优解证明符合个人或集体的效用最大化. Oppenheim 给出了求解 CTDM 的一种基于部分线性化方法的^[5]算法,该方法是一个下降算法^[14]. 但为了找到最优步长,该算法需要在线性搜索的每次迭代中对目标函数或其导数进行计算,这需要花费一定的时间. 为此,本文提出基于二次插值法的不精确线性搜索算法,试图提高算法的效率.

1 交通需求组合模型

1.1 参数与变量

β 为交通需求模型中的参数, $\beta_r, \beta_m, \beta_d$ 和 β_t 分别是与路径、方式、目的地和出行选择相关的参数,假设均为正数;

β' 为调整参数, $\frac{1}{\beta'_m} = \frac{1}{\beta_m} - \frac{1}{\beta_r}$; $\frac{1}{\beta'_d} = \frac{1}{\beta_d} - \frac{1}{\beta_m}$;
 $\frac{1}{\beta'_t} = \frac{1}{\beta_t} - \frac{1}{\beta_d}$, 假设 $\beta_r > \beta_m > \beta_d > \beta_t$, 使得调整参数也为正;

$\delta_{ijr}^{a_m}$ 为路段—路径关联系数;

τ 为效用函数中与出行时间相关的标量(时间价值);

a_m 为方式 m 的路段编号;

c_{a_m} 为路段 a 上方式 m 的出行固定成本;

$t_{a_m}(\cdot)$ 为路段 a 上方式 m 的出行时间函数;

$g_{a_m}(\cdot)$ 为路段 a 上方式 m 的广义路段出行成本(费用加时间)函数, $g_{a_m}(\cdot) = \tau t_{a_m}(\cdot) + c_{a_m}$;

g_{ijmr} 为起点 i 和终点 j 之间方式 m 的路径 r 上的广义成本, $g_{ijmr} = \sum_{a_m} g_{a_m} \delta_{ijr}^{a_m}$;

h_x 为效用描述中的常数项, h_i 是起点 i 的出行吸引力; h_{ij} 是终点 j 对起点 i 的吸引力; h_{ijm} 是 i 和 j 之间方式 m 的吸引力;

N_i 为从起点 i 出发的潜在出行者数量;

P_{xy} 为 x 和 y 的(无条件的)联合概率; 比如, P_{ijmr} 是起点 i 处的出行者采用方式 m 并选择路径 r 到目的地 j 的概率;

$P_{y|x}$ 为给定 x 选择 y 的条件概率; 比如, $P_{r|ijm}$ 是起点 i 处想采用方式 m 去终点 j 的出行者将会选择路径 r 的概率;

T_i 为从起点 i 出发的出行者数量;

T_{i0} 为起点 i 的不出行者数量;

T_{ij} 为从起点 i 到终点 j 的出行者数量;

T_{ijm} 为从起点 i 到终点 j 采用方式 m 的出行者数量;

T_{ijmr} 为从起点 i 到终点 j 采用方式 m 选择路径 r 的出行者数量;

U 为选择的直接效用;

\tilde{W} 为选择的期望效用.

1.2 出行者选择行为

根据 Oppenheim 的研究^[2], 假设每个出行者的决策过程为自上而下的结构:

(1) 给定位置 i , 给定时间段(小时, 天等)和给定活动(如购物、工作、娱乐等), 一个潜在的出行者首先决定是否出行. $P_{t|i}$ 是潜在出行者在研究时间段内出行的概率;

(2) 给定第 1 层次中的选择, 个体选择目的地 j 进行活动的条件概率为 $P_{j|i}$;

(3) 给定前 2 个层次的选择结果, 个体选择方式 m (从 i 到 j 的出行)进行活动的条件概率为 $P_{m|ij}$;

(4) 给定前面所有选择的结果, 个体选择路径 r (从 i 到 j 采用方式 m 的出行)进行活动的条件概率为 $P_{r|ijm}$.

以上的出行者选择过程的多级结构可用图 1 来表示.

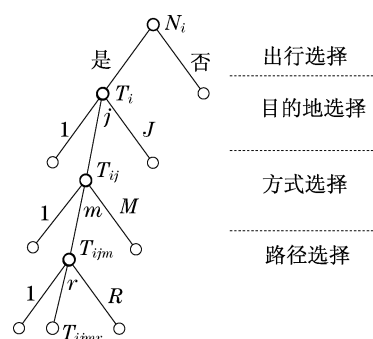


图 1 交通需求组合模型的分级结构

Fig.1 Hierarchical structure of a combined travel demand model

根据随机效用理论, 每一级的概率都用多元 logit 选择函数来进行计算. 这个“分级”结构也是将出行—目的地—方式—路径组合模型构造成数学规划问题的基础. 起点 i 处的个体采用方式 m 经过路径 r 到达目的地 j 的概率可以通过如下“分层”结构中从路径选择到出行选择中每个层次的条件概率相

乘而得到:

$$P_{ijmr} = P_{t|i} \cdot P_{j|i} \cdot P_{m|ij} \cdot P_{r|ijm} = \frac{e^{\beta_t(h_i + \tilde{W}_{t|i})}}{1 + e^{\beta_t(h_i + \tilde{W}_{t|i})} \sum_j e^{\beta_d(h_{ij} + \tilde{W}_{j|i})}} \cdot \frac{e^{\beta_d(h_{ij} + \tilde{W}_{j|i})}}{\sum_m e^{\beta_m(h_{ijm} + \tilde{W}_{m|ij})}} \cdot \frac{e^{-\beta_r g_{ijmr}}}{\sum_r e^{-\beta_r g_{ijmr}}}, \forall i, j, m, r \quad (1)$$

1.3 模型

将出行者视作城市出行的消费者,集计路径需求可以通过求解满足守恒约束的直接效用的最大化问题得到.出行一目的地一方式一路径的组合模型的数学规划表达如下^[2]:

$$\begin{aligned} \min \quad & U_{\text{TDMR}}(T_i, T_{i0}, T_{ij}, T_{ijm}, T_{ijmr}) = \\ & \sum_m \sum_{a_m} \int_0^{T_{ijmr} \delta_{ijr}^{a_m}} g_{a_m}(\omega) d\omega - \sum_{ijm} h_{ijm} T_{ijm} - \\ & \sum_{ij} h_{ij} T_{ij} - \sum_i h_i T_i + \frac{1}{\beta_r} \sum_{ijmr} T_{ijmr} \ln T_{ijmr} + \\ & \frac{1}{\beta'_m} \sum_{ijm} T_{ijm} \ln T_{ijm} + \frac{1}{\beta'_d} \sum_{ij} T_{ij} \ln T_{ij} + \\ & \frac{1}{\beta'_t} \sum_i T_i \ln T_i + \frac{1}{\beta_t} \sum_{i0} T_{i0} \ln T_{i0} \quad (2) \\ \text{s. t.} \quad & \sum_r T_{ijmr} = T_{ijm}, \forall i, j, m \quad (3) \\ & \sum_m T_{ijm} = T_{ij}, \forall i, j \quad (4) \\ & \sum_j T_{ij} = T_i, \forall i \quad (5) \\ & T_i + T_{i0} = N_i, \forall i \quad (6) \\ & T_{i0} > 0, T_i > 0, T_{ij} > 0, T_{ijm} > 0, \\ & T_{ijmr} > 0, \forall i, j, m, r \quad (7) \end{aligned}$$

式(2)中 U_{TDMR} 是一个代表出行者(R. T.)的经修正的直接效用,定义为在集计需求层面选择的效用最大.在目标函数中,前 4 项分别与路径选择、方式选择、目的地选择和出行选择的直接效用相关.其余 5 项是与这些概率选择(基于 logit)相关的“熵”项.约束条件(3)–(6)是守恒约束,约束(7)保证了问题的解是正确的.上述模型是针对“各种交通方式相互独立”的情况,这是一个相对严格的假设.

Oppenheim 已经证明以上关于 $T_{ijmr}, T_{ijm}, T_{ij}$ 和 T_i 的数学表达的最优化问题的 Karush-Kuhn-Tucker(KKT) 条件可以给出如式(1)所示的选择路径($P_{r|ijm}$)、方式($P_{m|ij}$)、目的地($P_{j|i}$)和是否出行($P_{t|i}$)的概率^[2],所以上述数学规划模型能代表出行决策过程的结构(图 1).Oppenheim 还证明了解的存

在性和惟一性^[2].CTDM 中每个层次的需求是通过模型求解一起得到的,使得如图 1 所示的分级选择结构中得到的交通预测结果具有一致性,也就是说, $T_i, T_{i0}, T_{ij}, T_{ijm}, T_{ijmr}$ 和出行者期望获得的效用是一致的.相反,在四步骤方法中,即使采用“反馈”机制也不能保证这种一致性.这是 CTDM 相对四步骤法最重要的改进,为此进行 CTDM 算法的改进对于提高 CTDM 的实用性至关重要.

2 求解算法

2.1 部分线性化方法

本节首先介绍求解模型 CTDM 的基于部分线性化方法的^[5]算法.该方法通过对目标函数的第 1 项(路段成本积分项)的 1 阶近似来得到目标函数的近似,以此来定义一个辅助凸问题,再通过求解辅助凸问题来得到搜索方向.在搜索方向上进行的线性搜索(不一定是精确解),得到使得目标函数值减小的步长,然后更新解.部分线性化算法在搜索方向和线性搜索之间进行迭代,直到达到某种收敛标准.以下是算法实现的详细步骤:

步骤 0 初始化:令 $n = 1$, 且 $T_i^n, T_{i0}^n, T_{ij}^n, T_{ijm}^n, T_{ijmr}^n = 0, \forall i, j, m, r; v_{a_m}^n = 0, \forall m, a_m$.

步骤 1 更新路段行程时间 $t_{a_m}^n = t_{a_m}(v_{a_m}^n)$, $\forall m, a_m$, 和路段广义成本 $g_{a_m}^n = c_{a_m} + \tau t_{a_m}^n, \forall m, a_m$.

步骤 2 方向搜索:找到基于广义路段成本的最短路径,更新路径集并计算路径成本 $g_{ijmr}^n = \sum_{a_m} g_{a_m}^n \delta_{ijr}^{a_m}, \forall i, j, m, r$.

计算期望效用和每个阶段的条件概率:

① 期望效用.

方式选择为

$$\tilde{W}_{m|ij}^n = \frac{1}{\beta_r} \ln \sum_r \exp(-\beta_r g_{ijmr}^n), \forall i, j, m$$

目的地选择为

$$\tilde{W}_{j|i}^n = \frac{1}{\beta_m} \ln \sum_m \exp[\beta_m(h_{ijm} + \tilde{W}_{m|ij}^n)], \forall i, j$$

出行选择

$$\tilde{W}_{t|i}^n = \frac{1}{\beta_d} \ln \sum_j \exp[\beta_d(h_{ij} + \tilde{W}_{j|i}^n)], \forall i$$

② 条件概率.

路径选择概率为

$$P_{r|ijm}^n = \frac{\exp(-\beta_r g_{ijmr}^n)}{\sum_r \exp(-\beta_r g_{ijmr}^n)}, \forall i, j, m, r$$

方式选择概率为

$$P_{m|i,j}^n = \frac{\exp[\beta_m(h_{ijm} + \tilde{W}_{m|i,j}^n)]}{\sum_m \exp[\beta_m(h_{ijm} + \tilde{W}_{m|i,j}^n)]}, \forall i, j, m$$

目的地选择概率为

$$P_{j|i}^n = \frac{\exp[\beta_d(h_{ij} + \tilde{W}_{j|i}^n)]}{\sum_j \exp[\beta_d(h_{ij} + \tilde{W}_{j|i}^n)]}, \forall i, j$$

出行选择概率为

$$P_{t|i}^n = \frac{\exp[\beta_t(h_i + \tilde{W}_{t|i}^n)]}{1 + \exp[\beta_t(h_i + \tilde{W}_{t|i}^n)]}, \forall i$$

③ 计算辅助解.

$$Z_i^n = P_{t|i}^n \cdot N_i, \forall i$$

$$Z_{i0}^n = (1 - P_{t|i}^n) N_i, \forall i$$

$$Z_{ij}^n = P_{j|i}^n \cdot P_{t|i}^n \cdot N_i, \forall i, j$$

$$Z_{ijm}^n = P_{m|i,j}^n \cdot P_{j|i}^n \cdot P_{t|i}^n \cdot N_i, \forall i, j, m$$

$$Z_{ijmr}^n = P_{r|i,jm}^n \cdot P_{m|i,j}^n \cdot P_{j|i}^n \cdot P_{t|i}^n \cdot N_i, \\ \forall i, j, m, r$$

$$y_{a_m}^n = \sum_{ijr} Z_{ijmr}^n \delta_{ijr}^{a_m}, \forall m, a_m$$

步骤 3 线性搜索: 找到 α^n 使得以下目标函数最小

$$U(\alpha) = \sum_m \sum_{a_m} \int_0^{(T_{ijmr}^n + \alpha(Z_{ijmr}^n - T_{ijmr}^n)) \delta_{ijr}^{a_m}} g_{a_m}(x) dx + \\ \frac{1}{\beta_r} \sum_{ijmr} (T_{ijmr}^n + \alpha(Z_{ijmr}^n - T_{ijmr}^n)) \ln(T_{ijmr}^n + \alpha(Z_{ijmr}^n - \\ T_{ijmr}^n)) + \frac{1}{\beta_m} \sum_{ijm} (T_{ijm}^n + \alpha(Z_{ijm}^n - T_{ijm}^n)) \ln(T_{ijm}^n + \\ \alpha(Z_{ijm}^n - T_{ijm}^n)) + \frac{1}{\beta_d} \sum_{ij} (T_{ij}^n + \alpha(Z_{ij}^n - T_{ij}^n)) \ln(T_{ij}^n + \\ \alpha(Z_{ij}^n - T_{ij}^n)) + \frac{1}{\beta_t} \sum_i (T_i^n + \alpha(Z_i^n - T_i^n)) \ln(T_i^n + \\ \alpha(Z_i^n - T_i^n)) + \frac{1}{\beta_t} \sum_i (T_{i0}^n + \alpha(Z_{i0}^n - T_{i0}^n)) \ln(T_{i0}^n + \\ \alpha(Z_{i0}^n - T_{i0}^n)) - \sum_{ijm} h_{ijm} (T_{ijm}^n + \alpha(Z_{ijm}^n - T_{ijm}^n)) - \\ \sum_{ij} h_{ij} (T_{ij}^n + \alpha(Z_{ij}^n - T_{ij}^n)) - \\ \sum_i h_i (T_i^n + \alpha(Z_i^n - T_i^n)) \quad (8)$$

步骤 4 解的更新:

$$T_i^{n+1} = T_i^n + \alpha^n (Z_i^n - T_i^n), \forall i$$

$$T_{i0}^{n+1} = T_{i0}^n + \alpha^n (Z_{i0}^n - T_{i0}^n), \forall i$$

$$T_{ij}^{n+1} = T_{ij}^n + \alpha^n (Z_{ij}^n - T_{ij}^n), \forall i, j$$

$$T_{ijm}^{n+1} = T_{ijm}^n + \alpha^n (Z_{ijm}^n - T_{ijm}^n), \forall i, j, m$$

$$T_{ijmr}^{n+1} = T_{ijmr}^n + \alpha^n (Z_{ijmr}^n - T_{ijmr}^n), \forall i, j, m, r$$

$$v_{a_m}^{n+1} = v_{a_m}^n + \alpha^n (y_{a_m}^n - v_{a_m}^n), \forall m, a_m$$

步骤 5 收敛检验:

$$\max \{ |T_i^{n+1} - T_i^n|, |T_{i0}^{n+1} - T_{i0}^n|, |T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^n|, \\ |T_{ijm}^{n+1} - T_{ijm}^n|, |T_{ijmr}^{n+1} - T_{ijmr}^n| \} \leq \xi$$

其中 ξ 是预先设定的允许误差. 如果满足收敛标准则结束; 否则令 $n = n + 1$ 并转到步骤 1.

这个算法主要的计算量在于步骤 2 和 3. 步骤 2 中, 列生成方法用于找到最短路径后更新每个 OD 对上每种方式的路径集. 期望效用和条件概率都是沿 CTDM 分层结构中自下(路径选择阶段)而上(出行选择)的方向来进行计算的, 而每个层次的辅助需求则是自上而下计算的.

对于步骤 3 中的线性搜索, 可以看到计算式(8)非常复杂. 为了找到最优(精确)步长, 需要在线性搜索的每次迭代时对该式或其导数进行计算, 这需要花费一定的时间. 另一方面, 部分线性化所求得的搜索方向是一个近似的下降方向, 在这个方向上进行精确的线性搜索并不一定有效, 因此建议采用非精确的线性搜索方法.

2.2 二次插值法

非精确线性搜索的一种选择是采用预设步长, 如连续平均方法(MSA)中用 $1/n$. 然而, 这种方法可能需要更多次迭代来达到收敛. 另一种选择是 Maher 提出的用于 logit 随机用户均衡问题求解的二次插值方法^[15]. 其近似最优步长 α^n 通过以下公式计算:

$$\alpha^n = -dU_0 / (-dU_0 + dU_1) \quad (9)$$

$$\frac{dU(\alpha)}{d\alpha} = \sum_m \sum_{a_m} (y_{a_m}^n - v_{a_m}^n) g_{a_m}^n (v_{a_m}^n + \\ \alpha(y_{a_m}^n - v_{a_m}^n)) + \frac{1}{\beta_r} \sum_{ijmr} (Z_{ijmr}^n - T_{ijmr}^n) [1 + \\ \ln(T_{ijmr}^n + \alpha(Z_{ijmr}^n - T_{ijmr}^n))] + \frac{1}{\beta_m} \sum_{ijm} (Z_{ijm}^n - \\ T_{ijm}^n) [1 + \ln(T_{ijm}^n + \alpha(Z_{ijm}^n - T_{ijm}^n))] + \\ \frac{1}{\beta_d} \sum_{ij} (Z_{ij}^n - T_{ij}^n) [1 + \ln(T_{ij}^n + \alpha(Z_{ij}^n - T_{ij}^n))] + \\ \frac{1}{\beta_t} \sum_i (Z_i^n - T_i^n) [1 + \ln(T_i^n + \alpha(Z_i^n - T_i^n))] + \\ \frac{1}{\beta_t} \sum_i (Z_{i0}^n - T_{i0}^n) [1 + \ln(T_{i0}^n + \\ \alpha(Z_{i0}^n - T_{i0}^n))] - \sum_{ijm} h_{ijm} (Z_{ijm}^n - T_{ijm}^n) - \\ \sum_{ij} h_{ij} (Z_{ij}^n - T_{ij}^n) - \sum_i h_i (Z_i^n - T_i^n) \quad (10)$$

其中, dU_0 和 dU_1 分别是在 $\alpha = 0$ 和 $\alpha = 1$ 处关于步长的目标函数的导数, 导数的表达式如式(12). $v_{a_m}^n$ 和 $y_{a_m}^n$ 是第 n 次迭代的当前路段流量和辅助路段流量. 换句话说, 步骤 3 中, 只需要在当前解处和辅助解处计算 2 次式(10), 即可得到近似最优步长 α^n , 省去了线性搜索每次迭代时对目标函数或其导数的计算.

3 算例

3.1 路网

采用交通网络均衡分析中常用的测试路径——Sioux Falls 路网进行算法测试, 如图 2 所示. 该路网由 24 个节点、76 条路段组成. 表 1 列出了小区的编号和相应的节点编号(后面将用小区的编号代替节点编号作下标), 以及小区的输入数据, 其中包括小区吸引力的数据. 表 2 列出了 OD 对的吸引力. 假设路网上有小汽车和公交 2 种交通方式, 分别用下标“c”和“t”表示. 表 3 和表 4 列出了采用小汽车和公交时 OD 对的吸引力. 组合模型中与路径、方式、目的地和出行选择相关的参数 $\beta_r, \beta_m, \beta_d$ 和 β_t 分别设为 2.0, 1.0, 0.5 和 0.1.

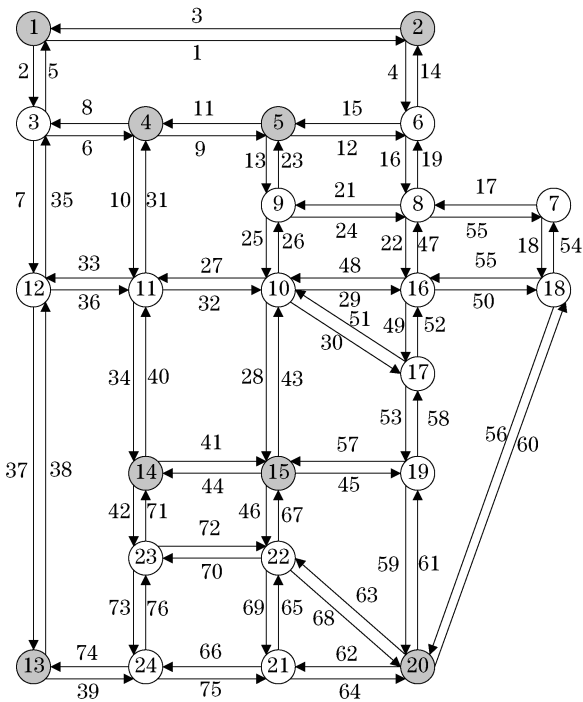


图 2 Sioux Falls 路网
Fig.2 Sioux Falls network

表 1 Sioux Falls 路网的小区数据

Tab.1 Zonal data for the Sioux Falls network

小区 i	节点	潜在出行者数量 $N_i/1\ 000$	吸引力 h_i
1	1	55	3.0
2	2	5	2.0
3	4	17	1.5
4	5	38	3.5
5	13	55	1.8
6	14	48	2.0
7	15	58	6.3
8	20	20	3.0

表 2 OD 对吸引力(h_{ij})

Tab.2 Attractiveness of O-D pairs (h_{ij})

O/D	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	3.2	3.9	4.8	4.0	3.8	5.0	4.0
2	6.9	0	5.0	7.4	5.6	3.1	6.6	8.7
3	3.5	6.1	0	2.6	6.7	2.8	4.2	4.9
4	5.3	3.8	6.4	0	6.5	5.7	6.2	3.9
5	3.5	4.8	4.8	4.2	0	5.7	2.7	2.0
6	6.0	4.8	5.1	4.1	3.4	0	3.1	4.1
7	3.9	6.0	5.4	5.9	3.6	6.3	0	3.4
8	7.3	1.4	5.6	5.3	5.7	2.9	4.0	0

表 3 小汽车的 OD 对吸引力(h_{cij})

Tab.3 Attractiveness of O-D pairs by car (h_{cij})

O/D	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	4.3	6.5	5.8	3.9	4.5	7.1	2.5
2	5.5	0	6.2	6.0	5.4	4.6	4.6	4.7
3	3.6	5.9	0	3.2	4.5	4.8	4.3	5.2
4	5.0	2.5	4.4	0	2.1	5.6	4.1	4.5
5	8.2	4.8	4.7	3.2	0	5.0	2.5	6.2
6	6.0	3.1	4.2	4.7	5.2	0	6.1	2.3
7	6.0	6.5	7.9	5.4	5.5	3.8	0	5.1
8	4.6	4.4	5.7	4.4	3.3	3.9	5.9	0

表 4 公交的 OD 对吸引力(h_{tij})

Tab.4 Attractiveness of O-D pairs by transit (h_{tij})

O/D	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	6.2	3.8	4.1	7.2	3.5	7.2	5.1
2	4.0	0	5.7	5.4	5.0	5.4	4.6	4.3
3	4.4	4.2	0	2.1	4.5	4.7	6.5	3.4
4	7.0	2.4	3.6	0	1.7	5.8	5.7	3.2
5	6.0	3.4	3.0	3.2	0	5.4	3.5	5.0
6	4.6	0.9	5.0	7.6	3.8	0	5.3	2.0
7	4.9	6.5	5.2	3.6	7.1	5.4	0	4.4
8	4.2	5.1	8.9	2.4	5.0	4.2	5.4	0

对小汽车和公交网络, 路段 a 上方式 m 的固定出行成本 c_{a_m} 均设为 0. 效用函数中与出行时间相关的标量 τ (时间价值) 设为 1.0, 那么广义路段成本就等于路段行程时间, 即 $g_{a_m}(\cdot) = t_{a_m}(\cdot)$. 假设小

汽车网络和公交网络是相互独立的,且使用同样的拓扑结构和路段数据.小汽车网络和公交网络的路段行程时间函数分别为

$$t_{a_c}(v_{a_c}) = t_{a_c}^0 [1 + \alpha_c (v_{a_c}/C_{a_c})^{\gamma_c}] \quad (11)$$

$$t_{a_t}(v_{a_t}) = t_{a_t}^0 + \alpha_t (v_{a_t}/C_{a_t})^{\gamma_t} \quad (12)$$

式中: v_{a_c} 和 v_{a_t} 分别为小汽车和公交的路段流量; $t_{a_c}^0$ 和 $t_{a_t}^0$ 分别为小汽车和公交的自由流行程时间; C_{a_c} 和 C_{a_t} 分别为小汽车和公交的路段通行能力.对小汽车网络, α_c 和 γ_c 设定为 0.15 和 4.0,对公交网络, α_t 和 γ_t 设定为 0.06 和 2.0.路段的通行能力、长度及自由流行程时间的取值参见文献[16].

3.2 算法比较

为了测试所提出的方法的计算效率,采用 Maher 提出的以下性能指标^[15],将二次插值法的结果与 MSA(预设步长)以及二分法(精确线性搜索)的结果进行比较

$$V = \lg \left(\frac{U^{(n)} - U^*}{U^{(1)} - U^*} \right) \quad (13)$$

式中: $U^{(1)}$ 和 $U^{(n)}$ 分别是迭代开始和第 n 次迭代时的目标值; U^* 是最小值. V 的初始值为 0,且在达到最优解时趋于 $-\infty$.图 3 中 MSA、BiSect 和 Quad 分别代表连续平均法、二分法和二次插值法.从图中可以发现,二次插值法收敛速度最快并且得到的解优于另外 2 种方法.计算结果证实了在部分线性化所得到的近似下降方向上进行精确线性搜索(二分法)并不是很有效的.

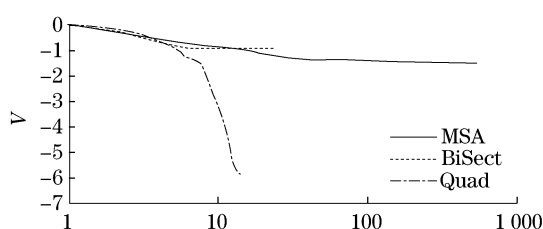


图 3 3 种步长确定方法的收敛速度

Fig.3 Convergence rates for three-step-size methods

4 结论

CTDM 是基于用户行为的随机效用理论的,相比四阶段模型更多地考虑了出行者的行为特征.本文在已有 CTDM 算法的基础上提出了改进.在求解中,采用部分线性化来找到一个近似的下降方向,提出使用非精确的二次插值法迭代计算近似最优步长,避免了线性搜索中每次迭代需要进行目标函数或其导数的计算.通过算例,验证了所提出的算法比

MSA 和二分法有更好的收敛速度,并能得到更精确的解.

参考文献:

- [1] Ortuzar J D, Willumsen L D. Modeling transport[M]. 3rd ed. New York: John Wiley & Sons Inc, 2001.
- [2] Oppenheim N. Urban travel demand modeling[M]. New York: John Wiley & Sons Inc, 1995.
- [3] Garret M, Wachs M. Transportation planning on trial[M]. Thousand Oaks: Sage, 1996.
- [4] McNally M G. The activity-based approach, in handbook of transport modelling[M]. Oxford: Pergamon, 2000: 53-69.
- [5] Evans S. Derivation and analysis of some models for combining trip distribution and assignment[J]. Transportation Research, 1976, 10(1): 37.
- [6] Florian M, Nguyen S. A combined trip distribution model split and trip assignment model[J]. Transportation Research, 1978, 12(4): 241.
- [7] Boyce D, Chon K S, Lee Y J, et al. Implementation and computational issues for combined models of location, destination, mode, and route choice [J]. Environment and Planning A, 1983, 15(9): 1219.
- [8] Safwat K N A, Magnanti T L. A combined trip generation, trip distribution, mode split, and trip assignment model [J]. Transportation Science, 1988, 22(1): 14.
- [9] Lam W H K, Huang H J. A combined trip distribution and assignment model for multiple user classes[J]. Transportation Research Part B, 1992, 26(4): 275.
- [10] Boyce D, Daskin M S. Urban transportation[M] // ReVelle C, McGarity A. Design and operation of civil and environmental engineering systems. New York: John Wiley & Sons Inc, 1997: 277-341.
- [11] Boyce D, Bar-Gera H. Network equilibrium models of travel choices with multiple classes[M] // Lahr M L, Miller R E. Regional science perspectives in economic analysis. Oxford: Elsevier Science, 2001: 85-98.
- [12] Bar-Gera H, Boyce D. Origin-based algorithms for combined travel forecasting models[J]. Transportation Research Part B, 2003, 37(5): 405.
- [13] Florian M, Wu J H, He S. A multi-class multi-mode variable demand network equilibrium model with hierarchical logit structures[M] // Gendreau M, Marcotte P. Transportation and network analysis: current trends. Dordrecht: Kluwer, 2002: 119-133.
- [14] Patriksson M. The traffic assignment problem: models and methods[M]. Utrecht: VSP, 1994.
- [15] Maher M. Algorithms for logit-based stochastic user equilibrium assignment[J]. Transportation Research Part B, 1998, 32(8): 539.
- [16] Suwansirikul C, Friesz T L, et al. Equilibrium decomposed optimization: a heuristic for the continuous equilibrium network design problem[J]. Transportation Science, 1987, 21(4): 254.