

点云配准误差传播规律的研究

程效军^{1,2},施贵刚³,王峰¹,谢瑞¹

(1. 同济大学 测量与国土信息工程系, 上海 200092; 2. 同济大学 现代工程测量国家测绘局重点实验室, 上海 200092;
3. 安徽建筑工业学院 土木工程学院, 安徽 合肥 230022)

摘要: 引入摄影测量影像匹配的原理, 对地面3维激光扫描仪在不同测站采集点云进行配准分析, 并在此基础上探讨点云配准误差传播的规律, 得出点云配准误差传播的模型。通过点云配准误差实验, 验证了点云配准精度与点云模型累积误差的定量关系, 从而可为点云配准的质量进行评估。

关键词: 地面3维激光扫描; 点云配准; 配准误差; 误差传播模型

中图分类号: P 215

文献标识码: A

Research on Point Cloud Registration Error Propagation

CHENG Xiaojun^{1,2}, SHI Guigang³, WANG Feng¹, XIE Rui¹

(1. Department of Surveying and Geo-Informatics, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Key Laboratory of Advanced Engineering Survey of SBSM, Shanghai 200092, China; 3. Civil Engineering School, Anhui University of Architecture, Hefei 230022, China)

Abstract: According to theory of photogrammetry image matching, registration problems about multi-station point clouds are analyzed. Then, error propagation rules are discussed in detail and error propagation model for point clouds registration is established. By experiments, the quantitative relationship between precision of point clouds and model accumulation errors is verified, and which can be used to evaluate registration quality of point clouds.

Key words: terrestrial 3D laser scanning; point cloud registration; registration error; error propagation model

目前, 地面3维激光扫描技术日渐成熟, 且地面3维激光扫描仪(terrestrial laser scanner, TLS)也逐渐商业化, 它的应用领域和范围随着研究的深入而向深度和广度上发展。地面3维激光扫描技术作

为一项全新的测量技术, 其测量结果也必须满足特定工程的具体精度需求, 如果测量结果不能满足具体工程的精度要求, 那么所进行的测量工作是无效的, 也是不可信的^[1]。这就要求对TLS进行仪器精度评定、测量成果的精度评定、误差理论及误差传播模型的研究^[2]。到目前为止, 国内外对地面激光3维扫描仪器的检验校正和测量成果精度评定, 还没有形成成熟的、通用的方法及评价体系, 包括点云配准误差的研究都还处于探索之中^[3]。

1 多站点云配准误差的来源分析

点云配准的目的是把不同坐标系下的点云坐标转换到统一的坐标系下。在摄影测量中, 匹配的方法是在像方找到相邻影像的同名点, 再映射到空间方, 解算出相邻模型的空间相似变换参数, 以此进行拼接^[4]。按照此方法来进行点云配准, 需要保证有精度足够好的公共靶标点云坐标。但由于地面3维扫描仪本身精度限制, 设站位置的不同, 人员操作仪器的不当, 外界环境的各种影响, 公共靶标靶心反射率的强弱、靶标的材质和粘贴、靶心提取的误差等因素, 都会给采集的靶标靶心坐标的准确度带来影响。应用含有误差的同名点对进行点云配准必然给配准的结果带来误差。多站扫描一个对象, 需要进行多站点云配准^[5]。第一次两两配准后的点云, 已存在误差, 再进行下一次配准, 会导致下一次配准产生更大的误差^[6]。

因此, 点云配准存在误差, 多站配准必然引起误差传递。这种误差的积累会使模型端点处的点位误差较大。本文按照摄影测量影像匹配的原理^[7-8], 对

收稿日期: 2008-10-09

基金项目: “十一五”国家科技支撑计划资助项目(2006BAJ03A07, 2006BAJ09B01)

作者简介: 程效军(1964—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为数字近景摄影测量与精密工程测量。

E-mail: cxj@tongji.edu.cn

TLS采集的点云数据进行配准,根据最小二乘法对点云匹配误差传播的规律进行深入的研究;并通过实验,验证了点云配准精度与点云模型累积误差的定量关系,力求对点云配准的精度做出评估。

2 点云配准误差传播规律研究

按照摄影测量影像匹配的原理进行影像匹配,需要求解7个空间相似变换参数:3个角元素(φ, ω, κ),3个平移量($\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$)和1个比例尺的缩放 λ 。基于这一原理进行点云数据的配准,由于不同测站下的扫描点云数据没有缩放关系,所以 $\lambda = 1$ 。点云配准存在误差,根据这样的点云配准原理,采用下式作为多站点云配准误差传播的数学模型:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mathbf{R}(\varphi, \omega, \kappa) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中:(X, Y, Z)和(x, y, z)分别为同一个点在扫描坐标系1和2下的坐标;($\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$)为两坐标系间的平移参数;(φ, ω, κ)为3个角元素; \mathbf{R} 为旋转矩阵。将式(1)利用泰勒级数展开,取一次项,有

$$\begin{aligned} \mathbf{V}^{(k)} &= \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \Delta X} \right) d\Delta X + \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \Delta Y} \right) d\Delta Y + \\ &\quad \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \Delta Z} \right) d\Delta Z + \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \varphi} \right) d\varphi + \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \omega} \right) d\omega + \\ &\quad \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \kappa} \right) d\kappa + \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} \right) dx + \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} \right) dy + \\ &\quad \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial z} \right) dz - (\mathbf{F} - \mathbf{F}_0) \end{aligned}$$

其中

$$\mathbf{F}_0 = \mathbf{R}(\varphi_0, \omega_0, \kappa_0) \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X_0 \\ \Delta Y_0 \\ \Delta Z_0 \end{bmatrix}$$

由此可得到如下误差方程式:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}^{(k)} &= \left(\frac{\partial f}{\partial \Delta X} \right) d\Delta X + \left(\frac{\partial f}{\partial \Delta Y} \right) d\Delta Y + \\ &\quad \left(\frac{\partial f}{\partial \Delta Z} \right) d\Delta Z + \left(\frac{\partial f}{\partial \varphi} \right) d\varphi + \left(\frac{\partial f}{\partial \omega} \right) d\omega + \\ &\quad \left(\frac{\partial f}{\partial \kappa} \right) d\kappa + \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) dx + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right) dy + \\ &\quad \left(\frac{\partial f}{\partial z} \right) dz - (\mathbf{F} - \mathbf{F}_0) \end{aligned} \quad (2)$$

令 \mathbf{K} 为式(2)中 $\mathbf{V}^{(k)}$ 的系数阵, $\mathbf{L} = \mathbf{F} - \mathbf{F}_0$,则有

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_x}{\partial \Delta X} & \frac{\partial f_x}{\partial \Delta Y} & \frac{\partial f_x}{\partial \Delta Z} & \frac{\partial f_x}{\partial \varphi} & \frac{\partial f_x}{\partial \omega} & \frac{\partial f_x}{\partial \kappa} & \frac{\partial f_x}{\partial x} & \frac{\partial f_x}{\partial y} & \frac{\partial f_x}{\partial z} \\ \frac{\partial f_y}{\partial \Delta X} & \frac{\partial f_y}{\partial \Delta Y} & \frac{\partial f_y}{\partial \Delta Z} & \frac{\partial f_y}{\partial \varphi} & \frac{\partial f_y}{\partial \omega} & \frac{\partial f_y}{\partial \kappa} & \frac{\partial f_y}{\partial x} & \frac{\partial f_y}{\partial y} & \frac{\partial f_y}{\partial z} \\ \frac{\partial f_z}{\partial \Delta X} & \frac{\partial f_z}{\partial \Delta Y} & \frac{\partial f_z}{\partial \Delta Z} & \frac{\partial f_z}{\partial \varphi} & \frac{\partial f_z}{\partial \omega} & \frac{\partial f_z}{\partial \kappa} & \frac{\partial f_z}{\partial x} & \frac{\partial f_z}{\partial y} & \frac{\partial f_z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (3)$$

根据配准原理和式(1),(2),可得2个扫描坐标

系下 n 个同名点的误差方程式为

$$\begin{bmatrix} v_{x1}^{(k)} \\ v_{y1}^{(k)} \\ v_{z1}^{(k)} \\ \vdots \\ v_{xi}^{(k)} \\ v_{yi}^{(k)} \\ v_{zi}^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{x1}}{\partial \Delta X} & \frac{\partial f_{x1}}{\partial \Delta Y} & \frac{\partial f_{x1}}{\partial \Delta Z} & \frac{\partial f_{x1}}{\partial \varphi} & \frac{\partial f_{x1}}{\partial \omega} & \frac{\partial f_{x1}}{\partial \kappa} & \frac{\partial f_{x1}}{\partial x} & \frac{\partial f_{x1}}{\partial y} & \frac{\partial f_{x1}}{\partial z} \\ \frac{\partial f_{y1}}{\partial \Delta X} & \frac{\partial f_{y1}}{\partial \Delta Y} & \frac{\partial f_{y1}}{\partial \Delta Z} & \frac{\partial f_{y1}}{\partial \varphi} & \frac{\partial f_{y1}}{\partial \omega} & \frac{\partial f_{y1}}{\partial \kappa} & \frac{\partial f_{y1}}{\partial x} & \frac{\partial f_{y1}}{\partial y} & \frac{\partial f_{y1}}{\partial z} \\ \frac{\partial f_{z1}}{\partial \Delta X} & \frac{\partial f_{z1}}{\partial \Delta Y} & \frac{\partial f_{z1}}{\partial \Delta Z} & \frac{\partial f_{z1}}{\partial \varphi} & \frac{\partial f_{z1}}{\partial \omega} & \frac{\partial f_{z1}}{\partial \kappa} & \frac{\partial f_{z1}}{\partial x} & \frac{\partial f_{z1}}{\partial y} & \frac{\partial f_{z1}}{\partial z} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_{xi}}{\partial \Delta X} & \frac{\partial f_{xi}}{\partial \Delta Y} & \frac{\partial f_{xi}}{\partial \Delta Z} & \frac{\partial f_{xi}}{\partial \varphi} & \frac{\partial f_{xi}}{\partial \omega} & \frac{\partial f_{xi}}{\partial \kappa} & \frac{\partial f_{xi}}{\partial x} & \frac{\partial f_{xi}}{\partial y} & \frac{\partial f_{xi}}{\partial z} \\ \frac{\partial f_{yi}}{\partial \Delta X} & \frac{\partial f_{yi}}{\partial \Delta Y} & \frac{\partial f_{yi}}{\partial \Delta Z} & \frac{\partial f_{yi}}{\partial \varphi} & \frac{\partial f_{yi}}{\partial \omega} & \frac{\partial f_{yi}}{\partial \kappa} & \frac{\partial f_{yi}}{\partial x} & \frac{\partial f_{yi}}{\partial y} & \frac{\partial f_{yi}}{\partial z} \\ \frac{\partial f_{zi}}{\partial \Delta X} & \frac{\partial f_{zi}}{\partial \Delta Y} & \frac{\partial f_{zi}}{\partial \Delta Z} & \frac{\partial f_{zi}}{\partial \varphi} & \frac{\partial f_{zi}}{\partial \omega} & \frac{\partial f_{zi}}{\partial \kappa} & \frac{\partial f_{zi}}{\partial x} & \frac{\partial f_{zi}}{\partial y} & \frac{\partial f_{zi}}{\partial z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\Delta X \\ d\Delta Y \\ d\Delta Z \\ d\varphi \\ d\omega \\ d\kappa \\ dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_{x1} \\ l_{y1} \\ l_{z1} \\ \vdots \\ l_{xi} \\ l_{yi} \\ l_{zi} \end{bmatrix}, i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (4)$$

令 $\mathbf{X}^{(d)} = [\mathrm{d}\Delta X \ \mathrm{d}\Delta Y \ \mathrm{d}\Delta Z \ \mathrm{d}\varphi \ \mathrm{d}\omega \ \mathrm{d}\kappa \ \mathrm{d}x \ \mathrm{d}y \ \mathrm{d}z]^T$, 则式(4)可表示为

$$\mathbf{V}^{(k)} = \mathbf{KX}^{(d)} - \mathbf{L} \quad (5)$$

令 $\sigma_\varphi^2, \sigma_\omega^2, \sigma_\kappa^2, \sigma_{\Delta X}^2, \sigma_{\Delta Y}^2, \sigma_{\Delta Z}^2, \sigma_x^2, \sigma_y^2, \sigma_z^2$ 分别为 $\varphi, \omega, \kappa, \Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ 的方差以及模型点 x, y, z 的配准方差. 根据间接平差原理, 令 6 参数 $\varphi, \omega, \kappa, \Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ 的权矩阵为 $\mathbf{P}, \mathbf{X} = [\mathrm{d}\Delta X \ \mathrm{d}\Delta Y \ \mathrm{d}\Delta Z \ \mathrm{d}\varphi \ \mathrm{d}\omega \ \mathrm{d}\kappa]^T, \mathbf{D}_X = [\sigma_\varphi^2 \ \sigma_\omega^2 \ \sigma_\kappa^2 \ \sigma_{\Delta X}^2 \ \sigma_{\Delta Y}^2 \ \sigma_{\Delta Z}^2]$; 模型点 x, y, z 的方差为 $\mathbf{D} = [\sigma_x^2 \ \sigma_y^2 \ \sigma_z^2]$; 那么 $\mathbf{X}^{(d)}$ 对应的方差为 $\mathbf{D}_n = [\sigma_\varphi^2 \ \sigma_\omega^2 \ \sigma_\kappa^2 \ \sigma_{\Delta X}^2 \ \sigma_{\Delta Y}^2 \ \sigma_{\Delta Z}^2 \ \sigma_x^2 \ \sigma_y^2 \ \sigma_z^2]$, 使 $\mathbf{V}^T \mathbf{PV}$ 最小时可以得到未知数的解, 这里 \mathbf{P} 为单位阵, \mathbf{V} 为求解 6 参数观测值的改正数, \mathbf{B} 为求解 6 参数建立的误差方程式的系数, 则有

$$\mathbf{X} = (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{L} \quad (6)$$

根据测量平差原理可知单位权方差 σ_0^2 为

$$\sigma_0^2 = \frac{\mathbf{V}^T \mathbf{PV}}{3n - 6} \quad (7)$$

式中: n 为同名点对数. 令间接平差中 6 参数的协因数为 \mathbf{Q}_{xx} , 则 $\mathbf{Q}_{xx} = (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1}$, 应用协因数传播定律, 6 参数的方差可由下式求解:

$$\mathbf{D}_X = \sigma_0^2 \mathbf{Q}_{xx} \quad (8)$$

观测值的协因数阵为

$$\hat{\mathbf{Q}}_{XX} = \mathbf{Q} - \mathbf{BQ}_{XX}\mathbf{B}^T \quad (9)$$

其中 \mathbf{Q} 是单位阵.

由式(8)可得观测值估计值的方差为

$$\mathbf{D} = \sigma_0^2 \hat{\mathbf{Q}}_{XX} = \sigma_0^2 - \mathbf{B}\mathbf{D}_X \mathbf{B}^T \quad (10)$$

因此, \mathbf{D}_n 中 9 个参数的方差构成 9×9 的对角方阵为 \mathbf{D}_N , 令

$$\mathbf{D}_M = \begin{bmatrix} \sigma_X^2 & & & & \\ & \sigma_Y^2 & & & \\ & & \sigma_Z^2 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \sigma_{Xn}^2 \\ & & & & & \sigma_{Yn}^2 \\ & & & & & & \sigma_{Zn}^2 \end{bmatrix}_{3n \times 3n}$$

根据协方差传播定律, 由式(4)可得

$$\mathbf{D}_M = \mathbf{KD}_N \mathbf{K}^T \quad (11)$$

式(11)就是 2 个不同扫描坐标系下点云配准的误差传播模型. 由此可以解算配准后的点位误差, 作为衡量点位配准好坏的指标.

对于多站配准, 其配准误差的传播模型为

$$\mathbf{D}_n = \mathbf{K}_n \cdots \mathbf{K}_1 (\mathbf{K}_0 \mathbf{D}_0 \mathbf{K}_0^T) \mathbf{K}_1^T \cdots \mathbf{K}_n^T \quad (12)$$

其中: $\mathbf{K}_i (i = 0, 1, 2, \dots, n)$ 是每一次配准得到的配准参数所确定的矩阵, 可通过式(3)求解; $\mathbf{D}_0 = [\sigma_x^2 \ \sigma_y^2 \ \sigma_z^2]$, 为第一次配准后的点位精度, 此后每一次配准后的点位精度 ($\sigma_X^2, \sigma_Y^2, \sigma_Z^2$) 将作为下一次配准的已知值代入传播模型中.

3 点云配准实验方案

3.1 实验方案设计

实验分为球形靶标配准和点云特征点的配准. 采取闭合环的多站配准实验方案, 见图 1, 即从起点开始, 沿闭合环进行多站配准, 最后回到起点, 对起点同一组球形靶标或者同一组点云特征点的坐标进行比较, 并计算配准参数和中误差, 评价多站配准的好坏, 从而对多站配准的误差传播模型进行验证.

实验中采用直径 14.5 cm 的标准球靶标 5 个, 3 个平面靶标, 脚架 5 个, 徕卡 HDS 3000 扫描仪 1 台及附件. 选择直径约 50 m 的环形空旷场地, 架设 4 个脚架, 适当布好 4 个标准球, 作为比较点, 位置保持不动, 扫描仪设站 4 次, 对靶标进行扫描.

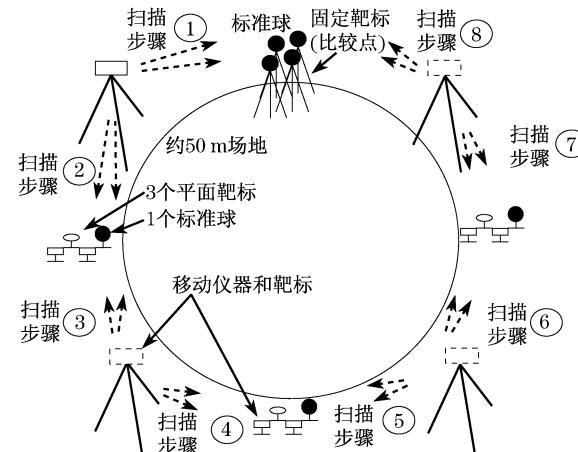


图 1 点云配准误差研究实验步骤
Fig. 1 Experimental steps of point cloud registration error research

3.2 数据处理

实验中采用徕卡公司 HDS 3000 扫描仪对靶标进行扫描, 扫描仪自带 Cyclone 5.1 软件包可驱动扫描仪. 其中靶标球是直径 14.5 cm 的标准球, 平面靶标是 HDS 3000 扫描仪自配的. 平面靶标的中心可用 Cyclone 5.1 求得. 标准球的球心提取可利用逆向建模工具 Imageware 12.1 实现. 本次实验对提取的靶标中心坐标, 按扫描顺序以表格形式存储, 并构成同名点对.

在分析点云配准原理及对多站配准点云误差传播模型研究的基础上,为了便于数据的快速处理和提高效率,根据点云配准的误差传播模型的计算步骤,运用 Matlab 7.0 编程实现点云配准误差传播模型的计算^[9].

3.3 数据处理结果

按照点云配准的误差传播模型的计算步骤,计算出点云配准误差传播模型的各个变量。表1是计

算结果。由此可以算出多站配准误差传播中误差 σ 为 ± 9.6 mm。表2是实验中4个固定标准球作为比较点,扫描的坐标和多站闭合配准后的坐标比较值。处理过程是利用表1中的 R 和 T 依次配准,设比较点第一站扫描坐标为 P_1 ,依次配准后比较点的坐标为 P_2 ,则有

$$P_2 = R_4(R_3(R_2(R_1 P_1 + T_1) + T_2) + T_3) + T_4 \quad (13)$$

表1 多站配准误差传播模型各个变量计算结果

Tab.1 Each parameter result of multistation registration error propagation model

配准顺序	旋转矩阵	配准结果	平移矩阵	配准结果	配准的中误差/mm
图1中②与③	R_1	$\begin{bmatrix} -0.8315 & -0.5556 & -0.0066 \\ 0.5556 & -0.8314 & -0.0043 \\ -0.0031 & -0.0072 & 1.0000 \end{bmatrix}$	T_1	$\begin{bmatrix} 0.0960 & -8.9882 & -0.0102 \end{bmatrix}$	$\sigma_1 = \pm 4.5$
图1中④与⑤	R_2	$\begin{bmatrix} 0.8323 & -0.5543 & -0.0001 \\ 0.5543 & 0.8323 & 0.0036 \\ -0.0019 & -0.0030 & 1.0000 \end{bmatrix}$	T_2	$\begin{bmatrix} 1.8835 & 9.6856 & 0.0602 \end{bmatrix}$	$\sigma_2 = \pm 5.6$
图1中⑥与⑦	R_3	$\begin{bmatrix} -0.0798 & 0.9968 & 0.0007 \\ -0.9968 & -0.0798 & -0.0087 \\ -0.0086 & -0.0014 & 1.0000 \end{bmatrix}$	T_3	$\begin{bmatrix} 6.2911 & 2.4568 & -0.0038 \end{bmatrix}$	$\sigma_3 = \pm 8.7$
图1中⑧与①	R_4	$\begin{bmatrix} 0.0820 & 0.9966 & 0.0035 \\ -0.9966 & 0.0820 & -0.0028 \\ -0.0030 & -0.0033 & 1.0000 \end{bmatrix}$	T_4	$\begin{bmatrix} 3.9769 & 8.3516 & -0.0015 \end{bmatrix}$	$\sigma_4 = \pm 2.3$

表2 比较点扫描的坐标和多站闭合配准后的坐标比较

Tab.2 Contrast point scan coordinate in comparison with multistation registration coordinate

比较点	扫描目标	靶心坐标/m		
		x	y	z
开始扫描坐标 P_1	靶标球1	-6.7562	13.5122	0.0131
	靶标球2	-6.6638	13.7346	0.0980
	靶标球3	-6.5476	13.4402	-0.0816
	靶标球4	-6.4654	13.6995	-0.0362
依次配准后坐标 P_2	靶标球1	-6.7643	13.5168	0.0069
	靶标球2	-6.6722	13.7392	0.0921
	靶标球3	-6.5554	13.4450	-0.0874
	靶标球4	-6.4735	13.7043	-0.0417
配准后的差值 $ P_2 - P_1 $	靶标球1	0.0081	0.0046	0.0062
	靶标球2	0.0084	0.0046	0.0059
	靶标球3	0.0078	0.0048	0.0058
	靶标球4	0.0081	0.0048	0.0055
比较点各方向的中误差		$\sigma_x = (\sum(\Delta X)^2 / 4)^{1/2} =$	$\sigma_y = (\sum(\Delta Y)^2 / 4)^{1/2} =$	$\sigma_z = (\sum(\Delta Z)^2 / 4)^{1/2} =$
计算结果/mm		± 8.1	± 4.7	± 5.9
比较点点位中误差/mm		$\sigma = (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2)^{1/2} = \pm 11.1$		

4 结语

扫描仪在不同测站对同一组靶标扫描,目的是为了使不同的扫描坐标系下的对象能配准到同一坐

标系中,并能在同一坐标系下完整地显示出来。由于仪器本身的原因,设站位置的差异以及外界条件的影响,都会使配准产生误差。本文对点云配准原理和点云配准误差产生的原因进行了分析与研究,根据间接平差、协因数传播原理以及协方差传播定律得

出了多站配准点云误差传播的数据模型及其计算方法;并设计实验来验证此模型,对检校点的扫描坐标和多次配准后坐标进行了比较。分析表明,两两测站配准的误差在 mm 级,多站配准后的误差约 ± 9 mm,这说明配准时误差是存在的,并且随着配准的次数增多,误差会积累。通过对检校点配准前后坐标比较,给出 x, y, z 3 个方向的中误差和检校点的点位中误差,点位中误差达到了 ± 11 mm,其中包含了检校点的闭合差,这与多站配准误差 ± 9 mm 相比,大致处于同一数量级,从而验证了多站配准误差传播模型的正确性。

参考文献:

- [1] 罗德安,廖丽琼.地面激光扫描仪的精度影响因素分析[J].铁道勘察,2007,4(4):5.
LUO Dean, LIAO Liqiong. Analysis on accuracy influential factors of terrestrial laser scanners [J]. Railwall Investigation and Surveying, 2007, 4(4): 5.
- [2] Huisng E J, Pereira L M G. Errors and accuracy estimates of laser data acquired by various laser scanning systems for topographic applications [J]. ISPRS J Photogramm, 2002, 53 (5):245.
- [3] Lichten D D, Stewart M P, Tsakiri M, et al. Calibration and testing of a terrestrial laser scanner[J]. Int Arch of Photogrammetry and Remote Sensing, 2000, 33(5):485.
- [4] 李德仁,郑肇保.解析摄影测量学[M].北京:测绘出版社,1992.
LI Deren, ZHENG Zhaobao. Analytical photogrammetry [M]. Beijing: The Mapping Press, 1992.
- [5] Besl P J, Mckay N D. A method for registration of 3d shapes [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1992, 14(2):239.
- [6] Hyppä J, Pyysalo U, Hyppä H, et al. Elevation accuracy of laser scanning-derived digital terrain and target models in forest environment [C] // Proceedings of EARSeL-SIG-Workshop LIDAR, Dresden: FRG, 2000: 16-17.
- [7] 冯文灏.近景摄影测量学[M].武汉:武汉大学出版社,2002.
FENG Wenjing. Close range photogrammetry [M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2002.
- [8] 翟瑞芳,张剑清,张祖勋.基于激光扫描仪的点云模型的自动拼接[J].地理空间信息,2004,2(6):37.
ZAI Ruifang, ZHANG Jianqing, ZHANG Zuxun. Automatic registration of point clouds based on laser scanner[J]. Geospatial Information, 2004, 2(6): 37.
- [9] 武晓波,王世新,肖春生.Delaunay 三角网的生成算法研究[J].测绘学报,1999,28(1):28.
WU Xiaobo, WANG Shixing, XIAO Chunsheng. A new study of Delaunay triangulation creation [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 1999, 28(1): 28.

(上接第 1641 页)

- [9] Li C, Chou T W. A structural mechanics approach for the analysis of carbon nanotubes[J]. Internat J Solids Structures, 2003, 40:2487.
- [10] Ozaki T, Iwasa Y, Mitani T. Stiffness of single-walled carbon nanotubes under large strain [J]. Physical Review Letters, 2000, 84(8):1712.
- [11] Ni B, Sinnott S B, Mikulski P T, et al. Compression of carbon nanotubes filled with C_{60} , CH_4 , or Ne : predictions from molecular dynamics simulations[J]. Physical Review Letters, 2002, 88(20):205505.
- [12] Yakobson B I, Campbell M P, Brabec C J, et al. High strain rate fracture and c-chain unraveling in carbon nanotubes [J]. Comput Mater Sci, 1997, 8(4):341.
- [13] Allen M P, Tildesley D J. Computer simulation of liquids[M]. Oxford: Clarendon Press, 1991: 71-181
- [14] Tersoff J. Modeling solid-state chemistry: interatomic potentials for multicomponent systems[J]. Phys Rev B, 1989, 39(8):5566.
- [15] Tersoff J. Erratum: modeling solid-state chemistry: interatomic potentials for multicomponent systems[J]. Phys Rev B, 1990, 41(5):3248.
- [16] LEE Changgu, WEI Xiaoding, Kysar J W, et al. Measurement of the elastic properties and intrinsic strength of monolayer graphene[J]. Science, 2008, 321(5887):385.
- [17] Ni Z H, Wang H M, Kasim J, et al. Graphene thickness determination using reflection and contrast spectroscopy[J]. Nano Letters, 2007, 7(9):2758.
- [18] Dresselhaus M S, Dresselhaus G, Eklund P C. Science of fullerenes and carbon nanotubes [M]. San Diego: Academic Press, 1996.