文章编号: 0253-374X(2021)01-0040-09

## 基于统一边界和梁格模型的整体式桥台桥梁分析

金永学1,徐 栋1,郑明万2,贾 栋2

(1. 同济大学 土木工程学院,上海 200092;2. 济南市市政工程设计研究院(集团)有限责任公司,山东 济南 250002)

摘要:取消伸缩缝及支座的整体式桥台桥梁可以避免伸缩 缝的病害及对行车的影响。由于桥台处的上部结构与下部 结构浇筑在一起,整体式桥台桥梁的上部结构受力受到下部 结构乃至土体的影响,使其计算需要将上下部结构综合考 虑,计算方法也更为复杂。提出一种思路,以实现上部结构 在不同荷载作用组合下的验算与调整。以一座两跨的整体 式桥台桥梁为依托工程,通过实体有限元模型在代表性工况 下提取边界条件,施加到全桥的梁格模型中,完成整体式桥 台桥梁的计算与设计,具体流程如下:在实体有限元模型中, 建立简化的"单梁+单桩"模型,并采用以"m"法确定刚度的 土弹簧模拟结构-土相互作用;计算模型整体升温下的梁端 轴力和形心处线位移及跨中加载下梁端弯矩及角位移,换算 成2个具有一定距离的线弹簧,作为边界条件施加在全桥的 梁格模型上。在梁格模型中,得到全桥在多种工况下的内力 及承载力结果,完成对整体式桥台桥梁的设计。在非岩石类 地基中,当结构一土相互作用采用"m"法模拟时,简化手段与 设计方法的可行性得到了验证。

关键词:整体式桥台桥梁;"m"法;"单梁+单桩"模型;边界
 条件;梁格模型
 中图分类号:U441
 文献标志码:A

### Analysis of an Integral Abutment Bridge Based on Unified Boundary Condition and Grillage Model

JIN Yongxue<sup>1</sup>, XU dong<sup>1</sup>, ZHENG Mingwan<sup>2</sup>, JIA dong<sup>2</sup> (1. College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Jinan Municipal Engineering Design & Research Institute (Group) Co., Ltd., Jinan 250002, China)

**Abstract**: Without expansion joints and bearings, integral abutment bridges can avoid the disease of expansion joints and the impact on driving. Since the superstructure and the substructure at the abutment are poured together, the force of the superstructure of integral abutment bridge is affected by the substructure and the soil, the calculation

requires comprehensive consideration of the superstructure and the substructure, and the calculation method is more complex. The author proposes a new idea to realize the verification and adjustment of the superstructure under different load combinations. In this paper, a two-span integral abutment bridge is used as a supporting project, the boundary conditions are extracted under representative working conditions through a solid finite element model and applied to the grillage model of the full bridge, then we can complete the calculation and design of the integral abutment bridge, the specific process is as follows: In the solid finite element model, establish a simplified "single beam + single pile" model, and use the "m" method to determine the stiffness of the soil spring to simulate the structure-soil interaction; calculate the axial force and the linear displacement at the centroid of the beam end under the overall heating condition, and the bending moment and angular displacement at the beam end under mid-span loading condition, then convert them into two linear springs with a certain distance, which are applied to the grillage model of the full bridge as a boundary condition. In the grillage model, the internal force and bearing capacity of the full bridge under various working conditions are obtained, then the design of the integral abutment bridge is completed. In non-rock foundations, when the structuresoil interaction is simulated by the "m" method, the feasibility of the simplification and the design method has been verified.

**Key words**: integral abutment bridge; "m" method; "single beam+ single pile" model; boundary condition; grillage model

桥梁伸缩缝有着释放温度变化产生的纵向变形 和汽车荷载产生的纵向变形及梁端转动变形的作 用<sup>[1]</sup>。然而,伸缩缝直接承受车轮荷载的反复冲击



收稿日期: 2020-06-04

第一作者:金永学(1996—),男,博士研究生,主要研究方向为混凝土桥梁结构分析。E-mail;1910330@tongji.edu.cn

通信作者:徐 栋(1966—),男,教授,博士生导师,工学博士,主要研究方向为混凝土桥梁结构分析。

E-mail:xu\_dong@tongji.edu.cn

41

且易因灰土杂物的堵塞而失去作用。其作为桥梁的 薄弱部位病害多发、耐久性差,需要进行长期的维护 和更换<sup>[2]</sup>。由此设想,对于一些中小跨径的桥梁,可 以取消桥梁的伸缩缝将梁与桥台连成一体。这样的 桥梁被称为整体式桥台桥梁。

由于整体式桥台桥梁的上部结构与下部结构连 成一体,在计算时需要同时建立上、下部结构模型并 考虑结构-土相互作用。针对结构模型问题, Diclei<sup>[34]</sup>提出一种简化的二维框架模型,桥台桩基础 及桩侧土作用通过一定长度的悬臂梁等效,而Faraji 等<sup>[5]</sup>提出了三维弹簧-框架的有限元模型,采用离散 的文克勒土弹簧作为桥梁结构的边界条件,三维模 型能够计算出桥梁受力的空间效应,且相较于等代 悬臂梁法,土弹簧对土体进行模拟更为准确,故三维 弹簧-框架的计算模型目前更为人们所接受;针对结 构-土相互作用问题,根据弹性地基梁理论,一般认 为桩上任一点所受的横向弹性土抗力与该点的位移 成正比,且不考虑桩土之间的粘着力和摩阻力,即

$$\sigma_{rz} = C_z X_z \tag{1}$$

式中:σ<sub>xx</sub>为深度z处桩的弹性土抗力;C<sub>z</sub>为深度z处 的地基系数,表示单位面积土在弹性限度内产生单 位变形时所需的力;X<sub>z</sub>为深度z处桩的横向位移。

地基系数与土体类别、性质有关,且随深度变化 而变化。常用的几种确定地基系数的方法有:"m" 法、"K"法、"c值"法和"C"法<sup>[6]</sup>。由于测试条件和分 析方法的不同,几种方法描述的地基系数随深度的 分布规律也有所差异。我国的《公路桥涵地基与基 础设计规范》JTG D63—2007<sup>[7]</sup>提供的确定地基系 数的方法是"m"法,认为地基系数*C*。值随深度成正 比例地增长,即

$$C_z = mz \tag{2}$$

式中:m为地基比例系数;z为地基土深度。

湖南大学邵旭东、马竞、刘钊等<sup>[8-9]</sup>在清远市四 九桥的模型中将"m"法确定刚度的文克勒弹簧作为 整个结构的边界条件,进行整体式桥台桥梁的力学 性能分析。

结构-土相互作用可以从台-土相互作用和桩-土 相互作用2个部分讨论,二者的不同之处在于桥台 单侧与土体相互作用,桩两侧均与土体相互作用。 在只考虑土体受压性能的条件下,对桩单侧布置土 弹簧作为边界条件模拟桩-土相互作用是合理的;而 台后沿高度方向何处需要布置土弹簧应根据具体工 况具体分析:在某一给定工况下,结构与土体挤压的 位置应布置土弹簧,结构与土体脱开的位置应撤掉 土弹簧,因此在计算过程中需要对结构体系进行反 复调整。这种边界条件非线性造成体系与荷载相 关,给实桥的设计带来诸多困难。我国的《公路桥涵 设计通用规范》JTG D60—2015<sup>[10]</sup>给出多种组合对 桥涵进行设计,每种组合下各项荷载又要考虑分项 系数。对于整体式桥台桥梁,具体分项系数下的荷 载组合带来较大的工作量,不利于设计与调整。

本文选取一座两跨的整体式桥台桥梁,建立简 化的"单梁+单桩"实体有限元模型,其核心在于根 据公式同时调整桩径及土弹簧刚度,并验证简化手 段的可行性。通过计算"单梁+单桩"模型在整体升 温工况下的梁端轴力与形心处线位移及跨中加载工 况下的梁端弯矩及角位移,将下部结构及土体对上 部结构的约束作用提取出来,转化成加在梁端形心 处的一个线弹簧与一个角弹簧的组合,进而转化成2 个与梁端形心竖向保持一定距离的线弹簧,作为上 部结构梁格模型的边界条件。

### 1 工程概况

以一座两跨整体式桥台桥梁为计算实例,如图1 所示。主梁为2×40m连续预应力混凝土小箱梁,两 端与桥台固结,中部桥墩处设置固定支座。

桥台位置处的横断面和桥台具体尺寸如图2、3 所示。横桥向6片小箱梁全宽16.7m,高2.0m;桥台 宽1.80m,高1.85m,背墙高2.30m,单侧桥台下布 置5根钻孔灌注桩,桩径1m,桩长15m,桩台位置的 土质为粉质黏土,粉质黏土的地基比例系数取*m*= 10000kN·m<sup>4</sup>。

整体式桥台桥梁采用如下的方式进行施工:在 桥位处建造下部结构;张拉正弯矩预应力束,吊装小 箱梁形成简支梁体系;中支点浇筑,张拉顶板负弯矩 预应力束形成连续梁体系;边支点浇筑,主梁与桥台 固结;台后填土,台后土压力传递至结构上。

## 2 基于统一边界和梁格模型的整体式 桥台桥梁分析方法

### 2.1 概述

基于统一边界和梁格模型的整体式桥台桥梁的 分析方法其思路在于:从实体有限元模型中提取出 来边界条件,作用于梁格模型上。由于边界相对于 主梁有尺度差异,计算需要更为精细,所以采用实体 模型提取边界条件。但实体模型往往计算量大,需



图 1 1/2桥梁立面(单位:cm) Fig. 1 The elevation of half bridge (unit: cm)





要对其进行一定的简化,因此考虑将全桥模型转化 成"单梁+单桩"模型。

台后土弹簧的非线性导致了体系的不确定性, 针对这一问题,需要根据代表性工况对边界条件进 行统一。梁格模型的边界条件可以看作是由置于梁 端形心处的一个角弹簧和一个线弹簧组成,进一步 地可以转化成置于梁端的2个具有一定距离的线弹 簧。在"单梁+单桩"模型中,通过整体升温工况,得 到梁端轴向力和形心处线位移,求出线弹簧刚度;通 过跨中集中力加载工况,得到梁端弯矩及角位移,求 出角弹簧刚度。实体有限元模型中提取的边界条件 将应用于梁格模型中。

### 2.2 "单梁+单桩"的简化模型

整体式桥台桥梁的模拟不同于常规桥梁,需要

同时建立上部结构和下部结构联合分析。但在建模 过程中,可以借鉴常规桥梁全桥简化成"单梁"的思 路,将整体式桥台桥梁简化成"单梁+单桩"的模型。 本例中存在梁数和桩数不对等的问题,需要强行改 变梁或桩的数量。假定梁的数量、尺寸不发生变化, 则需要调整桩的数量、尺寸及土弹簧刚度,以保证变 化前后下部结构对上部结构的约束效果不变。若关 注桩的弯曲受力且认为桥台刚度足够大,令变化前 后桩截面总惯性矩不变,有

$$5 \times \frac{\pi d_1^4}{64} = 6 \times \frac{\pi d_2^4}{64}$$
 (3)

其中,调整前单桩桩径*d*<sub>1</sub>=1000mm,则调整后单桩 桩径*d*<sub>2</sub>=955mm,调整前后的桩截面如图4所示。

显然,在不考虑桩侧土影响的情况下,这样的简



图4 调整前后的桩截面(单位:mm)

Fig. 4 The pile section before and after adjustment (unit: mm)

化是成立的。考到桩后总面积的增加,土体的抗推 刚度增加,需要对土弹簧刚度做出调整。杨位洸<sup>[11]</sup> 推导了桩的内力与位移的具体计算公式。在其公式 的基础上,假定桩底顺桥向线位移为零,弯矩为零, 则有桩顶横向位移x<sub>0</sub>、转角*φ*。如下:

$$x_{0} = \frac{M_{0}}{\alpha^{2} EI} \left( \frac{C_{1}B_{3} - C_{3}B_{1}}{A_{3}B_{1} - A_{1}B_{3}} \right) + \frac{Q_{0}}{\alpha^{3} EI} \left( \frac{D_{1}B_{3} - D_{3}B_{1}}{A_{3}B_{1} - A_{1}B_{3}} \right)$$
(4)

$$\Phi_{0} = \frac{M_{0}}{\alpha EI} \left( \frac{C_{1}A_{3} - C_{3}A_{1}}{B_{3}A_{1} - B_{1}A_{3}} \right) + \frac{Q_{0}}{\alpha^{2}EI} \left( \frac{D_{1}A_{3} - D_{3}A_{1}}{B_{3}A_{1} - B_{1}A_{3}} \right)$$
(5)

$$\alpha = \sqrt[5]{\frac{mb}{EI}} \tag{6}$$

其中, $M_0$ 为桩顶弯矩, $Q_0$ 为桩顶水平力,m为地基比 例系数, $\alpha$ 为桩变形系数,b为桩计算宽度,E为桩材 料弹性模量,I为桩截面抗弯惯性矩, $A \ B \ C \ D$ 项 都是与 $\alpha$ 有关的参数。由于分式较为复杂,若令刚 度不变就需要令桩变形系数 $\alpha$ 不变,已知调整前的 桩截面惯性矩 $I_1$ 等于调整后桩截面惯性矩 $I_2$ ,若使调 整前桩变形系数 $\alpha_1$ 与调整后桩变形系数 $\alpha_2$ 相等,有

$$\sqrt{\frac{5m_1b_1}{EI_1}} = \sqrt[5]{\frac{6m_2b_2}{EI_2}}$$
(7)

$$\times m_1 \frac{1}{1 + \frac{1}{d_1}} = 6 \times m_2 \frac{1}{1.5 + \frac{0.5}{d_2}}$$
(8)

式中:下角标1表示调整前,下角标2表示调整后,即  $m_1$ 为调整前的地基比例系数, $m_2$ 表示调整后的地基 比例系数, $b_1$ 表示调整前的桩基计算宽度, $b_2$ 表示调 整后的桩基计算宽度。已知 $d_1$ =1.000m, $d_2$ = 0.955m, $m_1$ =10 000.0kN · m<sup>4</sup>,则  $m_2$ = 8 431.5kN·m<sup>4</sup>。关于此推导的理想解释是,虽然 变化前后桩的截面抗弯惯性矩没变,但桩后总周长 增加导致桩土相互作用面积增加,只有减小地基系 数m(相当于减小土弹簧刚度),才能保证变化前后下部结构对上部结构的约束不变。

٦

5

为了验证简化模型的可行性,分别建立简化前、 简化后仅调整桩径和简化后同时调整桩径与土弹簧 刚度的下部结构模型,对3个模型的桩顶施加相同 大小的z向弯矩10<sup>5</sup>kN・m,如图5所示。







桩身的位移和转角结构如图6所示。

对3个模型的桩顶施加相同大小的*x*向水平力 10<sup>5</sup>kN,如图7所示。

桩身的位移和转角结构如图8所示。

从图 6、图 8 中可以看出,只调整桩径得到的桩 身刚度与简化前的模型相比具有一定的误差,尤其 在桩顶部,相同荷载下的位移与转角误差较大。而 同时调整桩径与土弹簧刚度得到的桩身刚度与简化 前的模型相比误差很小,说明这种简化是可行的。

建立"单梁+单桩"的实体有限元模型如图9所











示。其中,混凝土用Solid单元模拟,预应力钢绞线 及钢筋用Truss单元模拟。混凝土、钢筋与钢绞线都 视为均匀弹性体,以弹性模量与泊松比表示结构的 材料特性。严格按照实际尺寸建模,z轴沿桥梁纵



图8 3种下部结构模型在相同水平力下的桩身变形

Fig. 8 Pile deformation of three substructure models under the same horizontal force

向,y轴竖直向上,x轴沿桥梁横向。



台后及桩后的土弹簧布置如图10所示。台后 在每约0.2m×0.2m的尺寸范围内布置一个土弹 簧,桩后每隔1m的深度布置一个土弹簧,土弹簧刚





### 2.3 基于"单梁+单桩"模型的上部结构边界条件

拟将"单梁+单桩"模型的相关计算结果转换成 上部结构的梁格模型的边界条件,用于梁的组合工 况计算中,思路如下:

将梁格模型的边界条件处理成一个约束梁端位 移的线弹簧与一个约束梁端转动的角弹簧,如图11 所示。线弹簧刚度及角弹簧刚度由"单梁+单桩"模 型在以下2种特定的工况计算:①在整体升温10℃ 的情况下,计算梁端的轴力和形心处线位移;②在单 跨跨中施加1000kN的集中力时,计算梁端的弯矩 和角位移。





# Fig.11 An angle spring and a wire spring placed at the centroid of the beam end

如图 12 所示,整体升温 10℃,梁端的轴力为 961.4kN,梁端形心线位移为3.26mm。根据计算获 得线弹簧的刚度 *k*为:

$$k_1 = \frac{961.4 \text{kN}}{3.26 \text{mm}} = 2.95 \times 10^5 \text{kN} \cdot \text{m}^{-1}$$

如图 13 所示,单跨跨中施加 1 000kN 的集中力, 梁 端 弯 矩 为 2 858kN · m,梁 端 角 位 移 为:  $\frac{0.9\text{mm} - (-0.42\text{mm})}{2150\text{mm}} = 6.2 \times 10^{-4}$ 。根据计算获 得角弹簧的刚度 k为:





Fig.12 Quantities under the condition of overall heating

$$k_r = \frac{2858 \text{kN} \cdot \text{m}}{6.2 \times 10^{-4} \text{rad}} = 4.63 \times 10^{6} \text{kN} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1} (10)$$

进一步地,将角弹簧与线弹簧的组合转化成2 个有一定距离的线弹簧,设转化前角弹簧刚度为k<sub>r</sub>, 线弹簧刚度为k<sub>i</sub>;转化后2个线弹簧组的刚度分别为 k<sub>1</sub>和k<sub>2</sub>。如图14所示,转化前后应保证在相同轴力 下的位移及相同弯矩下的转角不变,存在以下的刚 度换算关系:

$$k_1 \Delta + k_2 \Delta = F_1 = k_1 \Delta \tag{11}$$

$$k_1 \Lambda d_1 = k_2 \Lambda d_2 \tag{12}$$

$$k_1 \theta d_1^2 + k_2 \theta d_2^2 = M_1 = k_r \theta$$
 (13)

$$k_1\theta d_1 = k_2\theta d_2 \tag{14}$$

将刚度换算公式简化后有

$$k_1 + k_2 = k_1$$
 (15)

(17)

$$k_1 d_1^2 + k_2 d_2^2 = k_r \tag{16}$$

$$k_1d_1 = k_2d_2$$

设d1=4m,求解得

(9)

$$k_1 = 1.46 \times 10^5 \text{kN} \cdot \text{m}^{-1}$$
 (18)

$$k_2 = 1.49 \times 10^5 \text{kN} \cdot \text{m}^{-1}$$
 (19)

$$d_2 = 3.92 \mathrm{m}$$
 (20)



### 3 计算模型及结果

### 3.1 梁格模型及荷载

取预制梁和现浇段作为梁格模型的纵向单元, 预制梁和现浇段之间通过虚拟横梁连接,虚拟横梁



图 15 梁格模型的边界条件 Fig.15 Boundary condition of grillage model

的厚度为顶板厚度,长度为预制梁外侧加腋根部至 现浇段形心,如图16所示。沿顺桥向每1m对主梁 进行划分,端部适当加密。建立的梁格模型如图17 所示。



图 17 王衍朱倚侯空 Fig.17 Grillage model of whole bridge

考虑的荷载包括恒载、二期恒载、活载、整体温 度作用、梯度温度作用、基础沉降、徐变。其中,参考 《公路桥涵设计通用规范》JTG D60—2015,设计车 道荷载采用公路 I 级(即均布荷载标准值为 10.5kN・m<sup>-1</sup>,集中荷载标准值为340kN);以寒冷地 区为基准,混凝土桥梁的有效温度标准值,最低为 —10℃,最高为34℃,故考虑整体升降温为22℃;按 照《公路桥涵设计通用规范》JTG D60—2015,考虑

\_\_\_\_\_

梯度升降温的影响,其中梯度降温数值为梯度升温数值的一半;基础沉降分成中墩沉降1cm和2个边墩同时沉降1cm这2种情况讨论;与徐变有关的年平均湿度取65%,预制小箱梁认为存放3个月,加载龄期取90d,现浇段的加载龄期为28d。

#### 3.2 计算结果

通过梁格模型查看几种荷载下主梁结构内力, 分析如下:

将施工完毕、徐变10年后及一次落架的结构弯 矩进行对比,如图18所示。可以看出,尽管从施工 步骤上来说,整体式桥台桥梁的恒载主要由简支梁 承担,但由于徐变作用,其内力向着一次落架施工的 方向上靠拢,且徐变对结构影响很明显。



整体温度作用下结构弯矩如图 19 所示。在整体升温工况下,梁端产生负弯矩,整体降温产生正弯矩。整体式桥台桥梁由于受到下部结构及土体的约束,在温度作用下梁体胀缩,端部会受到弯矩作用,这种情况与框架梁较类似。

基础作用下结构弯矩如图 20 所示。在中支点 沉降情况下,由于下部结构的约束作用,会导致梁端 产生负弯矩,边支点沉降产生正弯矩。

对几种荷载进行组合,以《公路桥涵设计通用规 范》JTG D60—2015中的基本组合为例,取结构重要 性系数1.1,恒载作用分项系数1.2,基础变位分项 系数0.5,活载作用分项系数1.4,整体温度作用及 梯度温度作用分项系数1.4,组合值系数0.75。组 合后的弯矩值与规范值的比较结果如图21所示,弯 矩值均小于抗力值。由于提取边界条件后得到了一 个线性体系,因此能够实现上部结构在多种荷载组 合下的验算,方便指导设计工作。



图19 整体温度作用下的结构弯矩

Fig.19 Moment of structure under integral heating











### 4 结论

(1)在采用"m"法确定文克勒土弹簧刚度的基

础上,提出了一种简化模型,并通过同时调整桩径和 土弹簧刚度保证了下部结构对上部结构的约束作用 不变。对原下部结构和简化后的下部结构施加相同 的单位荷载发现桩端位移接近,验证了简化手段的 可行性。

(2)考虑2种代表性工况下简化模型上部结构 端部的内力及位移,计算刚度后将2个线弹簧作为 边界条件,安装到上部结构的梁格模型的端部。由 此能够实现上部结构在不同荷载组合下的验算与调 整,为整体式桥台桥梁上部结构的设计提供一种新 思路。

(3)在《公路桥涵地基与基础设计规范》JTG D63—2007中,计算桩在非岩石地基中水平位移及 作用效应时采用"m"法。而对于岩石地基,则认为 其抗力系数C<sub>2</sub>不随岩层埋深变化,即C<sub>2</sub>=C<sub>0</sub>,此时计 算方法中的土弹簧刚度的确定应按照规范取岩石地 基抗力系数C<sub>0</sub>。

### 作者贡献申明:

金永学:推导理论公式、数值计算及撰写论文。 徐 栋:提出理论及指导论文撰写。 郑明万:提供数据及整理资料。 贾 栋:提供数据及整理资料。

### 参考文献:

- 范立础.桥梁工程[M].3版.北京:人民交通出版社, 2017.
   FAN Lichu. Bridge engineering [M]. 3<sup>rd</sup> ed. Beijing: China Communications Press, 2017.
- [2] 林志平,彭大文.美国整体式桥台无伸缩缝桥梁调查与分析 [J].世界桥梁,2006(4):66.

LIN Zhiping, PENG Dawen. Investigation and analysis of the United States monolithic abutment bridge without expansion joints [J]. World Bridges, 2006(4):66.

- [3] MURAT Dicleli. Simplified model for computer-aided analysis of integral bridges[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2000, 5 (3): 240.
- [4] MURAT Dicleli. A rational design approach for prestressedconcrete-girder integral bridges [J]. Engineering Structures, 2000, 22 (3): 230.
- [5] SUSAN Faraji, JOHN M Ting, DANIEL S, et al. Nonlinear analysis of integral bridges: Finite-element Model [J]. Journal of Geotechnical & Geoenvironmental Engineering, 2001, 127 (5): 454.
- [6] 陈宝春,庄一舟,黄福云,等.无伸缩缝桥梁[M].北京:人民 交通出版社, 2019.
  CHEN Baochun, ZHUANG Yizhou, HUANG Fuyun, *et al.* Jointless bridges [M]. Beijing: China Communications Press, 2019.
- [7] 中华人民共和国运输交通部.公路桥涵地基与基础设计规范: JTG D63—2007 [S].北京:人民交通出版社,2007.
   Ministry of Transport of the People's Republic of China. Code for design of ground base and foundation of highway bridges and culverts: JTG D63—2007 [S]. Beijing: China Communications Press, 2007.
- [8] 马竞.整体式全无缝桥梁研究与实践[D].长沙:湖南大学, 2002.

MA Jing. Research and practice of integral jointless bridge [D]. Changsha: Hunan University, 2002.

- [9] 刘钊. 整体式无缝桥梁性能研究[D]. 长沙: 湖南大学, 2013. LIU Zhao. Research on the performance of integral abutment jointless bridge [D]. Changsha: Hunan University, 2013.
- [10] 中华人民共和国交通运输部.公路桥涵设计通用规范:JTG D60—2015[S].北京:人民交通出版社, 2015.
  Ministry of Transport of the People's Republic of China. General specifications for design of highway bridges and culverts : JTG D60—2015 [S]. Beijing: China Communications Press, 2015.
- [11] 杨位洸. 地基及基础 [M]. 3版.北京:中国建筑工业出版社, 1998.

YANG Weiguang. Foundations and foundations [M]. 3<sup>rd</sup> ed. Beijing: China Building Industry Press, 1998.