

路线平面线形设计计算的两点线元法原理

李玉华¹, 孙依人¹, 刘佳音², 周长红¹, 王光远³, 陈静云¹

(1. 大连理工大学 交通运输学院, 辽宁 大连 116023; 2. 大连海洋大学 海洋与土木工程学院, 辽宁 大连 116023; 3. 辽宁省交通高等专科学校 道路桥梁工程系, 辽宁 沈阳 110122)

摘要: 提出通过两点确定平面线形线元的设计计算方法。将平面线形线元分为切直线、圆曲线、正\反向完整型回旋线、正\反向非完整型回旋线共6种基本类型, 均可由最多4个独立参数唯一确定。采用线元法顺次设计平面线形时, 与起点相关的坐标、切向角、半径3个独立参数已知, 故只需再拟定终点坐标即可唯一确定各基本型线元, 均类似于两点确定一条直线。偏转角是线元其余参数计算的关键, 圆曲线线元采用解析法, 回旋线线元采用迭代法, 亦可通过多项式拟合公式进行预估, 误差不超过1.0%。两点线元法凸显坐标位置对线形的控制作用, 适宜于立交、山岭区等复杂曲线线形设计及既有道路线形重构等。

关键词: 道路工程; 平面线形; 两点线元法; 偏转角; 迭代法
中图分类号: U412.33; U412.31 **文献标志码:** A

Principle of Two-point Segmentary Element Method for Horizontal Alignment Design and Calculation

LI Yuhua¹, SUN Yiren¹, LIU Jiayin², ZHOU Changhong¹, WANG Guangyuan³, CHEN Jingyun¹

(1. School of Transportation & Logistics, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China; 2. College of Ocean and Civil Engineering, Dalian Ocean University, Dalian 116023, China; 3. Department of Road & Bridge Engineering, Liaoning Provincial College of Communications, Shenyang 110122, China)

Abstract: A design and calculation method was proposed for determining horizontal linear elements through two points. The segmentary elements of the horizontal alignment can be divided into six classifications: tangential straight line, circular curve, and four types of clothoids. There are no more than 4 dependent parameters for each segmentary element. When designing horizontal alignment by the segmentary element method, the three parameters related to the origin point are known. Thus, once the coordinate of the destination

point is available, the six basic types of segmentary elements and the remaining parameters can be uniquely determined simply by using the origin and destination points of the segmentary element, which is similar to the determination of a straight line through two points. The calculation of the deflection angle of the segmentary element is the key to solving the parameters. For the circular curves the analytical method is employed, whereas for the clothoids the iterative method is recommended. The deflection angle can be estimated by fitting formula of polynomial, with the error which is less than 1.0%. The two-point segmentary element method emphasizes the control effect of the coordinates' location on the alignment, in which the alignment is easy to control through the destination location of the segmentary elements. The method is applicable to the complex horizontal alignment design for roads at the interchange ramp and hilly area as well as the reconstruction of the existing road alignments.

Key words: road engineering; horizontal alignment; two-point segmentary element method; deflection angle; iterative method

导线法与曲线法是路线平面线形设计的两种主要方法^[1], 均涉及起终点坐标、偏转角、半径等重要参数。自上世纪90年代开始, 我国高等级公路建设突飞猛进, 路线线形设计方法得以深入研究和发

展。在固定线形起、终点坐标及相关参数条件下构造方程组、求解多个线形单元未知参数的拟合导线法^[2], 提升了导线法的高效性; 因采用多个线形单元组合设计, 故存在局部线形难以有效控制等问题。

曲线设计法经过多年研究积累, 形成了曲直法、线元法、综合法等类型^[3]。曲直法是导线法与曲线

收稿日期: 2020-09-09

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(51878121)

第一作者: 李玉华(1971-), 男, 副教授, 工学博士, 主要研究方向为集成化道路工程CAD技术。

E-mail: liwo@dlut.edu.cn



论文
拓展
介绍

法的结合^[4],五单元导线法^[5]及其拓展改进方法^[6]、模式法^[7]等亦属此类。线元法含控制线元法^[8]、线元积木法^[9-10]、交互式设计法^[11]等,其中线元积木法以线元为核心,已知前一个线元的终点坐标、切向方位角、曲率半径,在进行新线元设计时,先确定线元类型并设定一个已知参数,再进行其余参数计算,然后与前一个线元衔接,新线元终点将成为下一个设计线元的起点,如此重复直至完成全部线形设计,如同搭设积木一样;该方法方便灵活,广泛应用于高等级公路尤其是立交匝道的线形设计。存在的问题是终点坐标需通过计算确定^[10],故难以保证理想的线形。根据路线位置坐标采用三次样条曲线插值^[12]或最小二乘拟合法^[13]获得曲率半径等参数,再采用线元法进行线形布置,由此可控制路线形状及终点位置,此为综合法^[14](或拟合法^[3,13])基本思想;显然,相比于前述各种方法,综合法稍显繁琐。

平面线形设计“BE3”方法^[15]将线形组合归结为含3个线形单元的“圆—缓—圆”或“缓—圆—缓”形式,在已知线形起、终点及总偏转角3个条件下,建立3个方程联合求解3个线形单元的长度参数。该法集合了附合导线法^[2]与模式法^[7]的优点,但在两个端点已知的条件下仍设定总偏转角,影响了线形布置的灵活性。

伴随计算机与人工智能技术的发展,智能交通系统的应用日益普及,出现了交通安全与线形^[16]、自动驾驶以及既有道路线形自动重构^[17]等新问题。坐标定位及位置控制是导航、自动驾驶的关键技术,依据GPS定位自动获取既有道路的线形参数是建立导航信息大数据的基础^[18],具有端点位置坐标、单元离散、化整为零、拼接重组等特性的线元积木法,在道路线形重构中具有明显优势并将得以新的应用发展。

本文基于传统线元积木法,提出当且仅当给定线形的起点、终点即可唯一确定多种线形单元的两点线元法^[19-20],旨在使线元位置、形状及走向得以有效控制,并在既有道路线形重构中发挥作用。

1 传统线元积木法设计方法

1.1 设计过程

以动态交互式线元积木法为例,其设计过程如图1所示。路线直线段AB已完成设计,B点坐标、切向角、曲率半径均已知。以B点为起点,增设新线元BE的方法是:先指定线元类型为回旋线(或圆曲

线、直线),再输入线元的回旋线长度 L_s (或终点曲率半径、偏转角等)参数;当鼠标移动时,动态捕捉设计终点的参考位置 E' 并实时计算线元其余参数,同时动态绘制相应线元曲线^[21]。

1.2 存在的问题

(1)传统线元积木法在设计缓和曲线线元时,不仅要拟定参考终点 E' ,还需采用一个附加参数(线元长度、偏转角或终点曲率半径等)为控制条件,再计算确定线元其余参数;而拟定的终点 E' 与线元实际终点 E 不一定重合,即点 E' 并非线元的实质控制点,故线元的终点位置、形状及走向难以精准控制。

(2)预先指定一种线元类型(直线、圆曲线或缓和曲线),在动态设计过程中仅显示一种既定线元曲线,缺乏多样性,不易比选、优选。

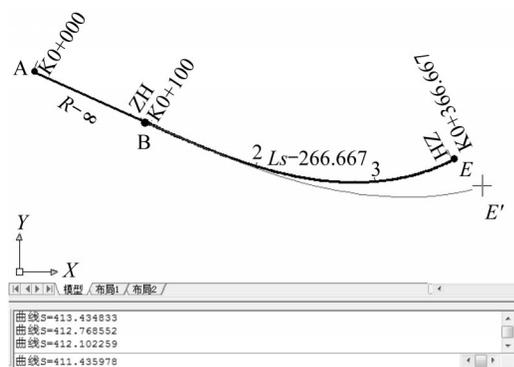


图1 传统线元积木法线形设计(单位: m)

Fig.1 Alignment design with traditional segmentary element building-block method (Unit: m)

2 两点线元法线元参数及线元类型

2.1 线元基本参数

两点线元法基于传统的线元积木法,仍以线元为路线基本设计单元,但强调坐标位置对线元的控制作用,故将线元起、终点两个端点均作为基本参数;除此之外,还包括起/终点切向角、起/终点半径、线元长度、线元偏转角等,总共8个基本参数,见图2。线元参数名称、符号及参数取值范围见表1。

2.2 线元基本类型

两点线元法中,线元曲线仍分为直线、圆曲线、缓和曲线三大类型,其中缓和曲线类型可采用回旋线^[1]、样条曲线^[12]、椭圆线^[22]、螺线^[23]、高次多项式^[24]或其他类型曲线^[25-26]。缓和曲线敷设与参数计算是线形设计的难点,不同缓和曲线类型将对应不同的参数计算方法。本文所述缓和曲线采用回旋线,根

据起、终点曲率半径的大小关系区分为正/反向完整型回旋线、正/反向非完整型回旋线4种类型;故两点线元法线元共分为6种基本类型,各类型线元名称、简称及参数特点如表2所示。为适应平面线形设计时的一些特殊要求,可增设多种扩展类型,将另文介绍。

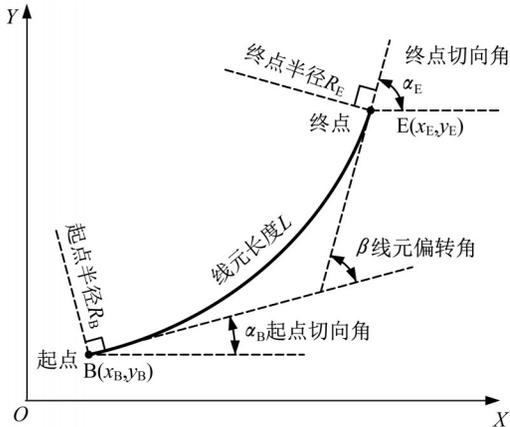


图2 两点线元法线形及参数

Fig.2 Alignment and parameters of two-point segmentary element method

表1 两点线元法线元参数及定义

Tab.1 Parameters and definitions of two-point segmentary element method

参数	定义
起点坐标	(x_B, y_B)
终点坐标	(x_E, y_E)
起点切向角	$\alpha_B \in (-\pi, \pi]$
终点切向角	$\alpha_E \in (-\pi, \pi]$
起点半径	$R_B > 0$
终点半径	$R_E > 0$
线元偏转角	$\beta \geq 0$
线元长度	$L > 0$

2.3 独立参数数量及典型独立参数

显然,切直线、圆曲线线元分别只需2个、3个独立参数即可唯一确定。对于4种回旋线线元,基于大量的程序计算及结果分析表明,仅需4个独立参数便可唯一确定;严格的数学证明具有一定难度,尤其是2种非完整型回旋线。本文仅通过后续偏转角迭代计算、偏转角范围及计算示例结果等进行简要说明。表3列出了6种基本型线元的独立参数个数及典型独立参数,其中起/终点两个端点坐标、起点切向角为共同的3个典型独立参数,而起点或终点曲率半径为第4个典型独立参数。

表2 两点线元法线元基本类型

Tab.2 Basic types of two-point segmentary element method

线元名称	线元简称	线元参数特点
切向直线	切直线	$R_B = R_E = \infty$
圆曲线	圆曲线	$R_B = R_E \in (0, \infty)$, 记 $R_C = R_B$
正向完整型回旋线	正缓完	$R_B = \infty, R_E \in (0, R_C)$, 有 $R_B > R_C > R_E$, 记 $R_1 = R_E$
反向完整型回旋线	反缓完	$R_B \in (0, R_C), R_E = \infty$, 有 $R_B < R_C < R_E$, 记 $R_2 = R_B$
正向非完整型回旋线	正缓非	$R_B \in (R_C, \infty), R_E \in (R_1, R_C)$, 有 $R_B > R_C > R_E > R_1$
反向非完整型回旋线	反缓非	$R_B \in (R_2, R_C), R_E \in (R_C, \infty)$, 有 $R_2 < R_B < R_C < R_E$

注:对于正缓非、反缓非两种类型,可指定多个起点半径,对应多条满足要求的线元曲线。

表3 两点线元法线元的典型独立参数

Tab.3 Typical independent parameters of two-point segmentary element method

线元	独立参数个数	典型独立参数
切直线	2	$(x_B, y_B), (x_E, y_E)$
圆曲线	3	$(x_B, y_B), (x_E, y_E), \alpha_B$
正缓完	4	$(x_B, y_B), (x_E, y_E), \alpha_B, R_B$
反缓完	4	$(x_B, y_B), (x_E, y_E), \alpha_B, R_E$
正缓非	4	$(x_B, y_B), (x_E, y_E), \alpha_B, R_B$
反缓非	4	$(x_B, y_B), (x_E, y_E), \alpha_B, R_B$

3 两点线元法参数计算方法原理

采用积木法进行路线线形逐段、连续敷设时,正常情况下6种基本型线元的起点坐标、终点坐标、起点方向角和起点半径4个典型参数是已知的;求解其余基本参数时,切直线、圆曲线线元采用解析法即可,而4种回旋线线元的计算方法略显复杂,其关键是确定线元的偏转角 β ,可采用迭代方法完成。限于篇幅,本文仅给出正缓完线元参数的计算原理;不失一般性,采用笛卡尔坐标系。

3.1 正缓完线元参数计算

图3为正缓完线元参数计算的示意图,线元偏转角 β 及其他参数计算步骤如下:

(1) 已知参数计算

计算割线 BE 的方向角 α_1 及起点切线方向旋转至割线 BE 方向的角度 $\alpha_0 = \alpha_1 - \alpha_B$, 限定 $\alpha_0 \in (-$

$\pi, +\pi$), 且有 $\alpha_0 \neq 0$; 当 $\alpha_0 > 0$ 时线元左转, 记 $\delta=1$; 当 $\alpha_0 < 0$ 时线元右转, 记 $\delta=-1$ 。

(2) 建立相对坐标系 $O'X'Y'$, 计算线元终点 E 的相对坐标 (x'_E, y'_E)

以完整型回旋线原点 O' (起点 B) 为相对坐标系原点, 以起点切线 (方向角 α_B) 为相对坐标系 $+X'$ 轴, 以 $+X'$ 轴逆时针旋转 90° 方向为相对坐标系 $+Y'$ 轴, 建立相对坐标系 $O'X'Y'$ 。由式(1)计算线元终点 E 的相对坐标 (x'_E, y'_E) 。

$$\begin{cases} x'_E \\ y'_E \end{cases} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_B) & \sin(\alpha_B) \\ -\sin(\alpha_B) & \cos(\alpha_B) \end{bmatrix} \begin{cases} x_E - x_B \\ y_E - y_B \end{cases} \quad (1)$$

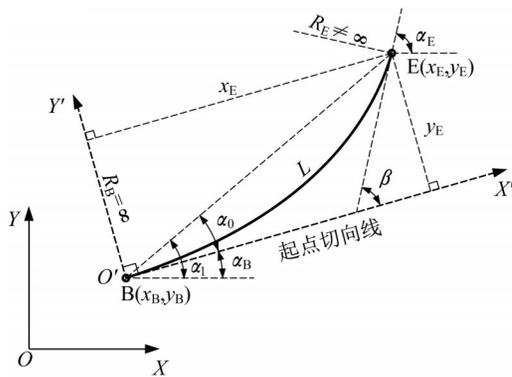


图3 正缓完线元参数计算

Fig.5 Parameters' calculation of the forward complete transition curves

(3) 采用迭代方法计算线元偏转角 β

图3中, 点E为回旋线 $O'E$ 的终点, β 为回旋线线元偏转角, R_E 为点E处的曲率半径。根据回旋线特性, 在相对坐标系 $O'X'Y'$ 下可导出点E相对坐标 (x'_E, y'_E) ^[1,7,10]

$$\begin{cases} x'_E = 2R_E \beta f_x(\beta) \\ y'_E = 2R_E \beta^2 f_y(\beta) \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} f_x(\beta) = \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i-1} \frac{\beta^{2i-2}}{(2i-2)!(4i-3)} \\ f_y(\beta) = \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i-1} \frac{\beta^{2i-2}}{(2i-1)!(4i-1)} \end{cases} \quad (3)$$

由式(2)和式(3)可得

$$k' = y'_E/x'_E = \beta f_y(\beta)/f_x(\beta) \quad (4)$$

$$\beta = k' f_x(\beta)/f_y(\beta) \quad (5)$$

式中: k' 为割线 BE 在相对坐标系 $O'X'Y'$ 中的斜率。当点B、点E坐标及切向角 α_B 已知时, 由式(1)可计算点E的相对坐标 (x'_E, y'_E) , 再由式(6)或式(7)可得到常数 k' , 从而得到偏转角 β 的典型显示迭代计算式(5)。

$$k' = y'_E/x'_E \quad (6)$$

$$k' = \tan(\alpha_0) \quad (7)$$

(4) 偏转角迭代计算控制

迭代算法的收敛稳定性、初始值设定及计算精度控制等至关重要, 后文进行的专门分析结果表明: 当 $k' \leq k'_{\max} = 1.765$ 、相应 $\beta \leq \beta_{\max} = 1.34\pi$ (约 4.2rad) 时, 迭代式(5)迭代过程收敛、有唯一解; 偏转角 β 迭代计算的初始值 β_0 取值范围宽广, 在 $[0, 4]$ 范围内均收敛, 一般迭代 $3 \sim 20$ 步即可满足相邻差值绝对值 $|\Delta\beta| < 10^{-5}\text{rad}$ 的精度要求。

(5) 其他线元参数计算

线元终点E的切向角 α_E 、曲线半径 R_E 以及线元长度 L 可分别由式(8)~式(10)得到, 即

$$\alpha_E = \alpha_B + \beta \delta \quad (8)$$

$$R_E = \frac{x'_E}{2\beta f_x(\beta)} \quad (9)$$

$$L = 2R_E \beta \quad (10)$$

(6) 线元曲线坐标 (x, y) 计算

为计算线元曲线上相对于起点B、曲线长度为 s 的任意点整体坐标 (x, y) , 需先按式(11)计算相对坐标 (x', y') , 再根据起点B坐标、切向角 α_B 由式(12)获得, 即

$$\begin{cases} r = \frac{R_E L}{s} \\ \tau = \frac{s^2}{2R_E L} \\ x' = 2r\tau f_x(\tau) \\ y' = 2r\tau^2 f_y(\tau) \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} x \\ y \end{cases} = \begin{cases} x_B \\ y_B \end{cases} + \begin{bmatrix} \cos(\alpha_B) & -\sin(\alpha_B) \\ \sin(\alpha_B) & \cos(\alpha_B) \end{bmatrix} \begin{cases} x' \\ y' \end{cases} \quad (12)$$

3.2 偏转角迭代计算的收敛条件及估算

(1) 偏转角唯一、迭代收敛的条件

由迭代计算公式(4)可知, 相对斜率 k' 仅为偏转角 β 的函数, 图4给出了 β 在 $[0, 2\pi]$ 区间内的 $\beta - k'$ 变化曲线。由图4可知, 在 $[0, 2\pi]$ 区间内, k' 并非 β 的单调函数, 但在 $\beta \in [0, 1.34\pi]$ 区间内, k' 随 β 增加而单调递增; 在 $\beta = 1.34\pi$ (约 4.2rad) 时 k' 达到最大值 $k'_{\max} = 1.765$, 此时 $\alpha_{0\max} = 1.055\text{rad}$; 在 $\beta \in [1.34\pi, 2\pi]$ 区间, k' 随 β 增加而单调递减。

实际工程设计中平面线形的回旋线偏转角 $\beta < \pi$, 由前述及图4可知在 $\beta \in [0, \pi]$ 区间内 k' 是 β 的单调递增函数, 故由相对斜率 k' 可获得唯一的偏转角 β , 再由式(8)~式(12)即可确定唯一的回旋线曲线

参数。由此可推定:一般工程设计条件下,当已知4类回旋线线元的典型独立参数时,如果线元存在,则是唯一的。

在设计过程中,可先计算相对斜率 k' ,如果 $k' > k'_{\max} = 1.765$ 时,由图4及前述可知,无满足条件的偏转角 β ,则4类回旋线线元均不存在;若限定偏转角 $\beta < \pi$,则前述判定条件中的 $k'_{\max} = 1.349$ 。

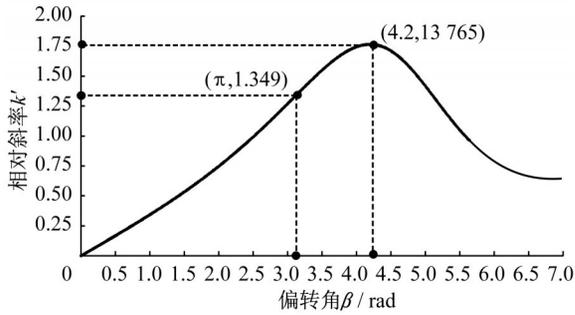


图4 相对斜率 k' 与偏转角 β 关系图

Fig.4 Relationship between the relative gradient k' and the deflection angle β

(2) 偏转角估算及迭代初始值设定

考虑实际工程条件,在 $\beta \in (0, \pi)$ 范围内可得到 k' 与 β 的二次多项式拟合结果,其拟合判定系数 R^2 达

到0.999以上,即

$$k' = 0.0419\beta^2 + 0.2940\beta \quad (R^2 = 0.9997) \quad (13)$$

当相对斜率 k' 计算确定后,求解式(13)可得偏转角 β 的估计值 $\hat{\beta}$;以 $\hat{\beta}$ 作为偏转角迭代计算的初始值 β_0 ,将减少迭代计算步数,即

$$\hat{\beta} = 4.883\sqrt{k' + 0.515} - 3.505 \quad (14)$$

4 两点线元法设计过程

4.1 设计过程

两点线元法设计过程与传统动态线元积木法类似,一般从设计路段的起点开始,逐条确定设计线元,见图5,直至完成全部路段线形设计。设计流程如图6所示,主要步骤如下:

(1) 确定线元起点B相关参数

需确定线元的起点B、起点切向角 α_B 及起点半径 R_B 。对于首条线元,路线起点A为线元起点,需单独确定起点切向角和起点半径;对于其余线元,依据线形连续原则,只需将前一条线元的终点参数作为当前设计线元的起点参数。对于正缓非、反缓非2种线元类型,可根据需要设定多个不同的起点半径,将相应获得多条不同的线元曲线。

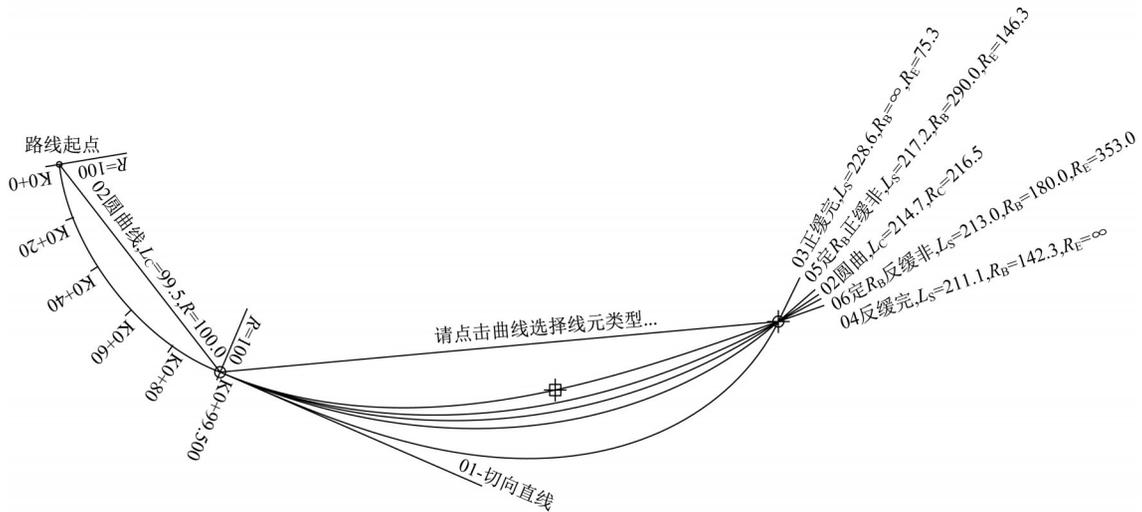


图5 两点线元法设计过程

Fig.5 Designing process for two-point segmentary element method

(2) 确定线元终点E坐标位置

根据路线走向,拟定坐标点 $E(x_E, y_E)$ 作为当前设计线元的终点B。除非旨意设计切直线线元,点E不应在起点B的切向直线上。

(3) 计算线元参数,绘制线元曲线

根据设计线元的起点B、起点切向角 α_B 、起点半径 R_B 及终点E,可唯一计算确定6种基本型线元的其余参数(方法见后),绘制相应的线元曲线及终点切向方向直线。

(4) 选择适合的线元类型,保存设计参数

结合绘制的6种线元曲线形状,考虑路线走向及线形主要参数(半径、长度、偏转角等)的连续性、均衡性、协调性、一致性等设计要求,选择确定适合的线元类型及线元;必要时可重复步骤(1)~(3),通过普选、比选或优选获得与地形相适宜的满意线形。保存所选线元的基本参数,并绘制路线桩号、显示线元参数等信息。

(5) 其余线元设计

重复步骤(1)~(4)直至完成全部路段线形设计。

级公路,线形曲线的曲率也应保持连续。在两点线元法设计过程中,通过对线元起点相关参数(坐标位置、切向角、半径等)的继承设置及线形曲线本身特性得以保证。

(2) 线形参数的协调一致性

为保证车辆运行的顺畅性、舒适性和安全性,线形设计参数应保持前后协调一致^[27],这需要为设计者提供足够的选择空间。两点线元法同时提供与6种基本类型线元相应的多条线形曲线,采用动态拖动显示和点取选择,可满足线形参数的协调性、一致性。

5 两点线元法参数计算示例及分析

5.1 基本资料

如图7所示,在笛卡尔坐标系下,已知线元起点B(100,100)、起点切线方向角 $\alpha_B = -25^\circ$,拟定线元终点E(500,150)。计算可得 $\alpha_0 = +32.125^\circ$ 、相对斜率 $k' = \tan(\alpha_0) = 0.627910$ 。

5.2 线元参数计算及结果分析

(1) 参数计算

表4列出了6种基本型线元未知参数的计算结果,图7给出6种基本型线元的10条曲线,其中正缓非、反缓非分别设定了3种起点半径,分别对应3条曲线。正缓完线元偏转角迭代计算时,分别取初始值 $\beta_0 = 0$ 和 $\beta_0 = 4$ (约 1.2732π)的前9次迭代过程如表5及表6所示。由式(14)可获得偏转角的估计值 $\hat{\beta} = 1.7153$,与准确值 $\beta = 1.7328768$ 的相对误差为 -1.0% 。

(2) 结果分析

由表4可知,在已知线元起点、起点切向角以及给定终点的条件下,可唯一确定切直线、圆曲线、正缓完与反缓完4种基本型线元;在另给定起点半径时,可唯一确定正缓非、反缓非2种基本型线元。

按正缓完、正缓非、圆曲线、反缓非、反缓完的顺序,线元参数大小的变化趋势呈现明显规律性,即 α_E 、 R_B 、 β 、 L 均逐渐减少,仅 R_E 逐渐增大。

由图7可知,6种基本型线元曲线互不相交、位置相对固定、形状渐变,如:正缓完、正缓非位于圆曲线同侧,且靠近切直线;反缓非、反缓完也位于圆曲线同侧,但远离切直线;线元曲线间隔在终点E附近较在起点B附近稍大,在中间部位的曲线间隔最大。

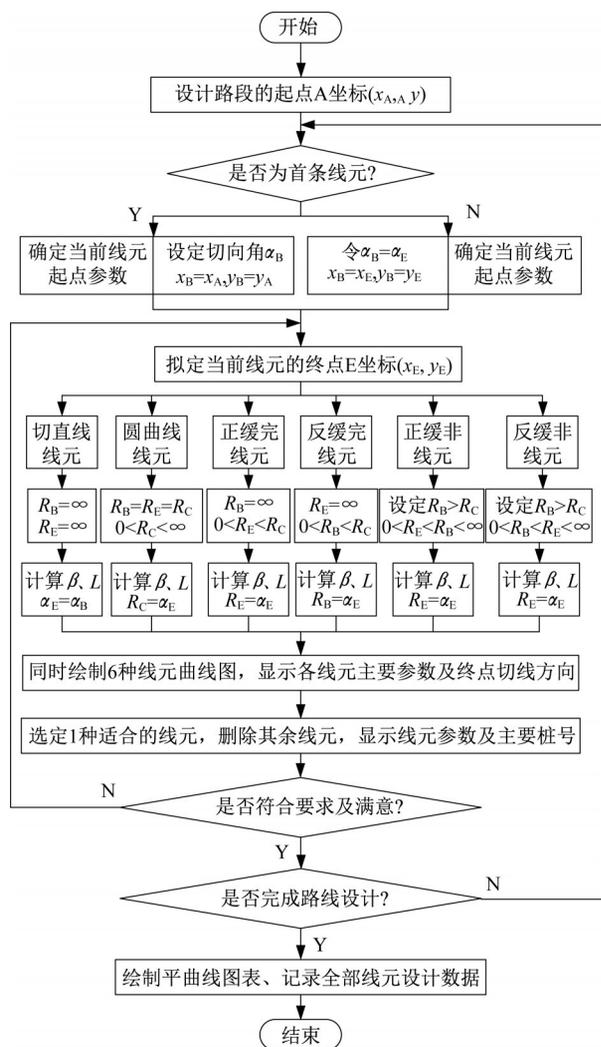


图6 两点线元法设计流程图

Fig.6 Design flow chart of two-point segmentary element method

4.2 线形设计原则的保证措施

(1) 线形曲线的光滑性

为符合车辆行驶轨迹的基本要求,平面线形曲线应是光滑的,即曲线的斜率应保持连续;对于高等

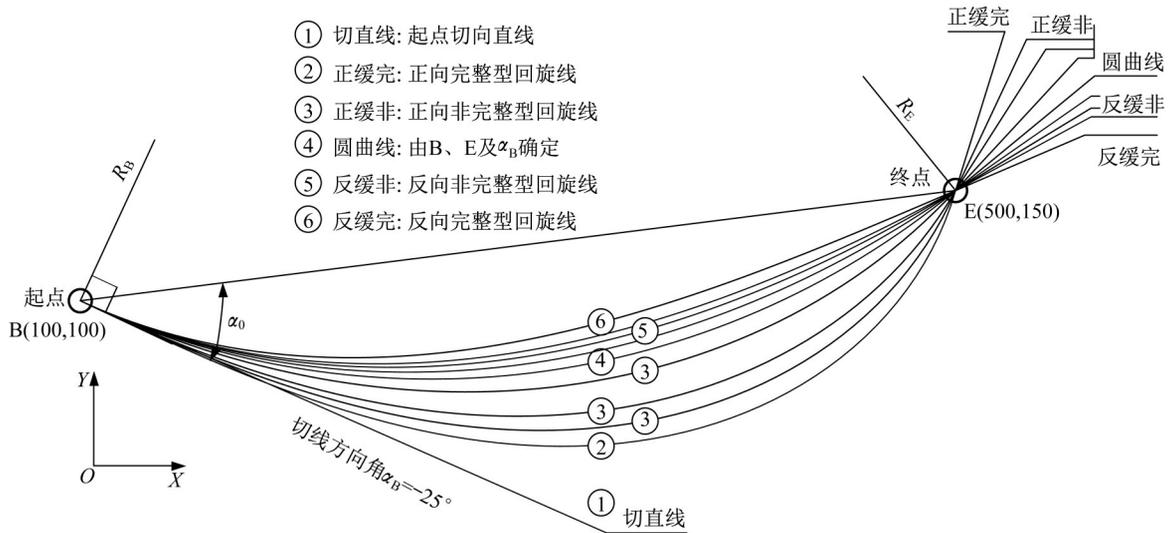


图7 基本型线元参数计算

Fig.7 Parameters calculation of basic segmentary element

表4 基本型线元参数计算结果

Tab.4 Results of basic segmentary element parameter calculation

线元类型	$\alpha_E/(\circ)$	R_B	R_E	$\beta/(\circ)$	L
切直线	-25	∞	∞	0	-
正缓完	74.286 53	∞	133.462	99.286 53	460.432
正缓非 ₁	66.717 03	2 000.000	151.832	91.717 02	451.794
正缓非 ₂	59.818 93	1 000.000	176.260	84.818 93	443.660
正缓非 ₃	46.985 16	500.000	261.164	71.985 16	431.077
圆曲线	39.250 03	379.031	379.031	64.250 03	425.035
反缓非 ₁	34.618 05	330.000	525.857	59.618 05	421.954
反缓非 ₂	31.083 03	300.000	752.311	56.083 03	419.868
反缓非 ₃	28.327 47	280.000	1 139.450	53.327 47	418.400
反缓完	23.042 08	248.044	∞	48.042 08	415.966

表5 线元偏转角迭代计算($\beta_0=0$)

Tab.5 Iterative calculation of segmentary element deflection angle ($\beta_0=0$)

$\beta(\text{rad})$	$\Delta\beta(\text{rad})$	R_E
0	-	90.616 4
1.883 722 2	1.883 722 4	141.947 8
1.709 466 4	$1.742 5 \times 10^{-1}$	131.538 8
1.736 481 0	$2.701 4 \times 10^{-2}$	133.056 5
1.732 320 7	$4.160 7 \times 10^{-3}$	132.820 5
1.732 962 5	$6.418 7 \times 10^{-4}$	132.856 8
1.732 863 5	$9.900 0 \times 10^{-5}$	132.851 2
1.732 878 8	$1.527 2 \times 10^{-5}$	132.852 1
1.732 876 5	$2.355 6 \times 10^{-6}$	132.852 0

注: $\Delta\beta$ 为迭代计算前、后的偏转角之差,取绝对值。

表6 线元偏转角迭代计算($\beta_0=4$)

Tab.6 Iterative calculation of segmentary element deflection angle ($\beta_0=4$)

$\beta(\text{rad})$	$\Delta\beta(\text{rad})$	R_E
4	-	116.157 1
2.511 216 8	1.488 783 0	189.288 1
1.629 255 7	$8.819 6 \times 10^{-1}$	127.237 1
1.748 701 9	$1.194 4 \times 10^{-1}$	133.754 6
1.730 433 0	$1.826 9 \times 10^{-2}$	132.713 7
1.733 253 7	$2.820 6 \times 10^{-3}$	132.873 3
1.732 818 6	$4.350 1 \times 10^{-4}$	132.848 7
1.732 885 7	$6.710 0 \times 10^{-6}$	132.852 5
1.732 875 4	$1.035 0 \times 10^{-5}$	132.851 9

由表5、表6可知,线元偏转角初始值 β_0 取值范围较宽,迭代计算收敛速度较快、结果稳定;采用二次多项式预估公式(14),可获得较好的偏转角估计值 $\hat{\beta}$,误差仅1%左右。

5.3 两点线元法与传统线元法对比分析

通过上述计算示例并对比图1、图5及图7可知,两点线元法基于传统线元法进行改进,在线元类型、曲线形状、设计参数等方面基本相同,设计成果亦基本相似,均只需逐段显示各线元参数,绘制各线元线形图形即可。两者的主要区别在于:两点线元法通

过两个端点可唯一确定6种基本型线元,均犹如两点唯一确定一条直线一样,同时提供多条可供比选的线元曲线,可灵活控制线形形状与走向;与传统线元法相比,终点对线元的整体控制作用、效果尤为明显。

6 两点线元法工程设计实例

图8所示为“G219线和布克赛尔至塔城至阿拉

山口公路建设项目”初步设计中采用“道路路线平面线形两点法设计软件”完成的一段回头曲线平面线形图(K117+754.016~K118+304.884)。图中共6个线元、7个端点,每个端点对应一个数据表格(P1~P7参数表);图中保留了设计过程中每两个端点间自动给出的多个可选线元曲线,选定后的线元(设计线)用粗线示出并列出线元详细信息,同时隐藏其余线元及相关的线元名称。由图可知,两点线元法可完全应用于路线平面线形设计。

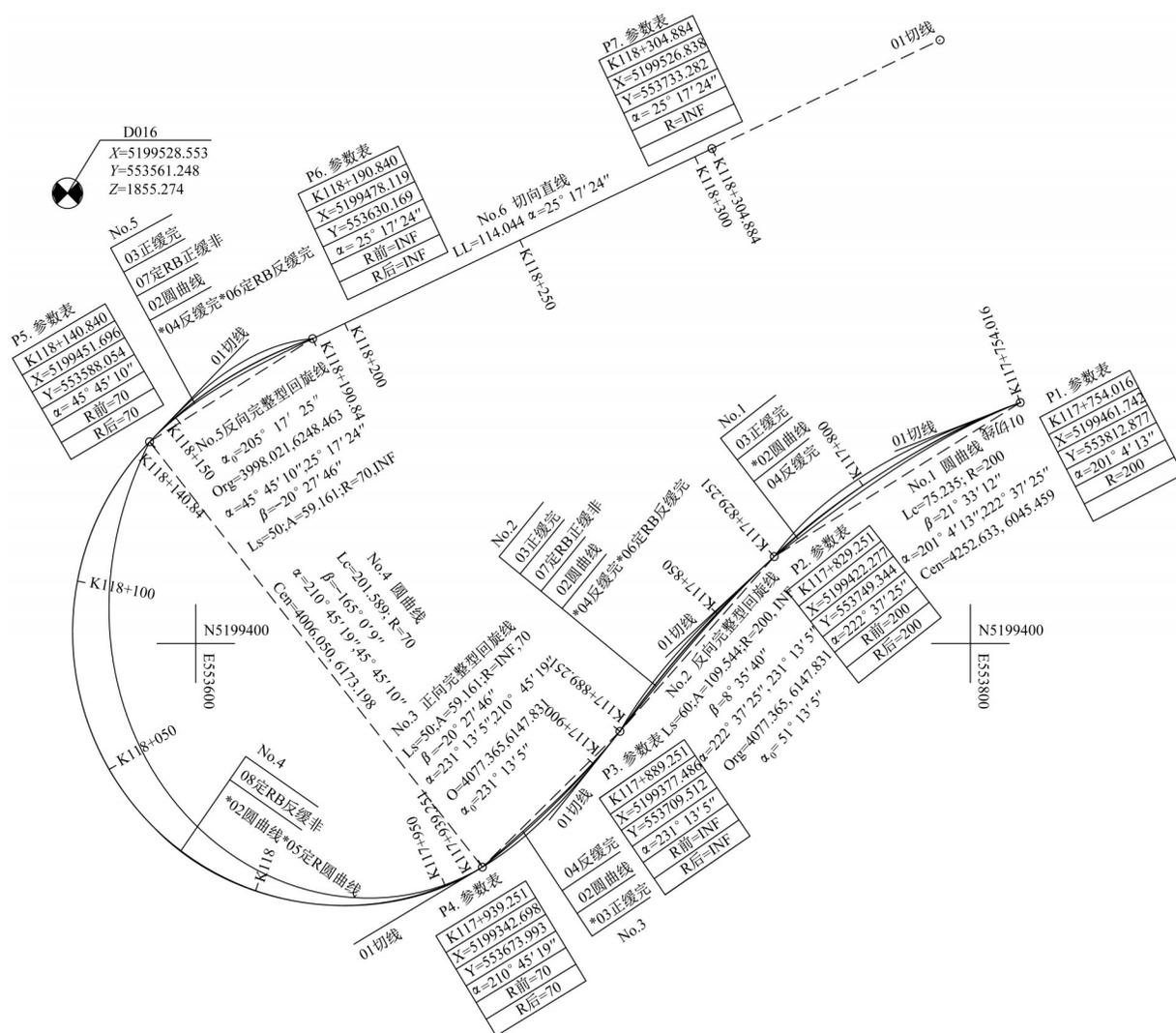


图8 工程设计应用实例

Fig.8 Application example of engineering design

7 结论

相比于传统曲线设计法,两点线元法的主要特点如下:

(1)线元分为切向直线、圆曲线、正/反向完整型回旋线、正/反向非完整型回旋线6种基本类型。

(2)线元含起点坐标、终点坐标、起点切向角、终点切向角、起点曲率半径、终点曲率半径及线元偏转角、线元长度等至少8个基本参数。

(3)切向直线、圆曲线及4种回旋线线元的独立参数数量分别为2个、3个、4个,典型的独立参数为起点坐标、起点切向角、起点半径和终点坐标。

(4)顺次设计新线元时,与起点相关的3个典型独立参数是已知的,故只需再拟定1个终点坐标,即可唯一确定6种基本型线元及其余参数;亦即在路线线形设计时,对于6种基本型线元,均可通过起点、终点这“两点”唯一确定。

(5)偏转角计算是确定线元其余参数的关键,圆曲线采用解析法,4种回旋线可采用迭代法。

(6)对于4种回旋线线元,由起、终两点确定的割线相对斜率最大值为1.765,相应偏转角的最大值为 1.34π ;在 $[0, 1.34\pi]$ 区间范围内,割线相对斜率为偏转角的单调递增函数;常规平面线形的偏转角采用迭代法计算收敛,结果稳定;可通过二次多项式拟合公式预估偏转角,其误差不超过1.0%。

(7)路线动态交互式设计时,可实时绘制各类型线元相应的多条曲线,利于线形比选、走向控制和参数协调。

(8)强调坐标位置对线元的控制作用,符合路线设计、线形敷设的坐标定位习惯,适于立交匝道、山岭重丘复杂线形设计及改建道路线形设计、既有道路线形重构等。

作者贡献说明:

李玉华:提出两点线元法设计思想及计算原理,设计软件编制,论文撰写。

孙依人:算法整理、图表绘制、论文修改。

刘佳音:计算示例及传统设计方法整理。

周长红:计算方法验证、设计软件调试。

王光远:提供工程应用实例。

陈静云:论文撰写指导及复核。

参考文献:

- [1] 朱照宏,符铎砂,李方,等. 道路勘测设计软件开发与应用指南[M]. 北京:人民交通出版社,2003.
ZHU Zhaohong, FU Xinsha, LI Fang, *et al.* Guide for development and application of road survey design & software [M]. Beijing: China Communications Press, 2003.
- [2] 宋文.“附合导线法”设计匝道平面线形[J]. 公路, 1991(9):11
SONG Wen. Design of horizontal alignment for interchange ramps by "Connecting traverse method" [J]. Highway, 1991(9):11.
- [3] 吴国雄. 公路平面线形曲线型设计方法综述[J]. 公路, 1996(9):21.
WU Guoxiong. A summary of curve design method for highway horizontal alignment[J]. Highway, 1996(9):21.
- [4] 李振. 曲直法在立交匝道平面线形设计中的应用[J]. 中南公路工程, 2002, 27(2):8.
LI Zhen. Application of curved-straight method in the horizontal alignment design for interchange ramp [J]. Central South Highway Engineering, 2002, 27(2):8.
- [5] 丁建明,李方. 公路平面线形设计的五单元导线法[J]. 东南大学学报, 1998, 28(2):155.
DING Jianming, LI Fang. Five-element traverse method for highway horizontal alignment design [J]. Journal of Southeast University, 1998, 28(2):155.
- [6] 缪鹏,詹振炎. 基于直线约束的道路线形设计通用方法[J]. 中国公路学报, 2002, 15(3):15.
MIU Kun, ZHAN Zhenyan. Universal method for highway's horizontal alignment based on restrictions of straight line [J]. China Journal of Highway and Transport, 2002, 15(3):15.
- [7] 凌九忠. 立交平面交互式图形设计中模式法的应用研究[J]. 中国公路学报, 1994, 7(3):10.
LING Jiuzhong. The application of mode-method in the interactive graph design of interchange horizontal alignment [J]. China Journal of Highway and Transport, 1994, 7(3):10.
- [8] 许金良,杨少伟,徐其福. 互通式立交平面线形控制线元法[J]. 西安公路交通大学学报, 1997, 17(4):5.
XU Jinliang, YANG Shaowei, XU Qifu. The controlled segmentary element design method of interchange [J]. Journal of Xi'an Highway University, 1997, 17(4):5.
- [9] 李方. 立交匝道布线的积木法[J]. 东南大学学报, 1993, 23(4):25.
LI Fang. Building-blocks for interchange ramps plane alignment layout [J]. Journal of Southeast University, 1993, 23(4):25.
- [10] 吴国雄,任长吉,李方. 立交平面线形设计的一种曲线型辅助设计方法—积木法[J]. 重庆交通学院学报, 1994, 13(3):24.
WU Guoxiong, REN Changji, LI Fang. One of the curve-type methods for designing of horizontal alignment of interchanges by computer-building-blocks [J]. Journal of Chongqing Jiaotong Institute, 1994, 13(3):24.
- [11] 缪鹏,詹振炎. 基于线元的公路平面线形交互设计方法研究[J]. 中国公路学报, 2001, 14(3):25.
MIAO Kun, ZHAN Zhenyan. Study of interactive design method for highway's horizontal alignment based on segmentary element [J]. China Journal of Highway and Transport, 2001, 14(3):25.
- [12] 杨少伟,张乃苍. 公路平面线形设计方法的研究[J]. 中国公路学报, 1993, 6(3):8.
YANG Shaowei, ZHANG Naicang. Research of a new design method of highway plane geometry [J]. China Journal of Highway and Transport, 1993, 6(3):8.
- [13] 张航,韦金君,张肖磊. 道路平面线形拟合方法比较研究[J]. 武汉理工大学学报(交通科学与工程版), 2018, 42(4):594.
ZHANG Hang, WEI Jinjun, ZHANG Xiaolei. Comparative study on road plane alignment fitting methods [J]. Journal of Wuhan University of Technology (Transportation Science & Engineering), 2018, 42(4):594.

- [14] 吴国雄. 一种新的公路平面线型设计方法—综合法[J]. 重庆交通学院学报, 1996, 15(增): 59.
WU Guoxiong. A new curve method for designing highway horizontal alignment-comprehensive method [J]. Journal of Chongqing Jiaotong Institute, 1996, 15 (Suppl): 59.
- [15] 王福建, 李方, 邓学钧. 端点受限的立交平面线形设计方法研究[J]. 中国公路学报, 1995, 8(4): 26.
WANG Fujian, LI Fang, DENG Xuejun. Research of design method of interchange horizontal alignment with restricted end points [J]. China Journal of Highway and Transport, 1995, 8(4): 26.
- [16] HAMILTON I, HIMES S, PORTER R J, *et al.* Safety evaluation of horizontal alignment design consistency on rural two-lane highways [J]. Transportation Research Record, 2019, 2673(2): 628.
- [17] SULIMAN G, KARIM E B, JOSEPH S. Automated extraction of horizontal curve attributes using LiDAR data [J]. Journal of the Transportation Research Board, 2018, 2672 (39): 98.
- [18] CAMACHO-TORREGROSA F J, PEREZ-ZURIAGA A M, CAMPOY-UNGRIA J M, *et al.* Use of heading direction for recreating the horizontal alignment of an existing road [J]. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 2015, 30 (4): 282.
- [19] 李玉华, 周长红, 赵延庆, 等. 一种道路路线平面线形设计的“两点”线元法: 中国, ZL201610341818. 9[P]. 2016-10.
LI Yuhua, ZHOU Changhong, ZHAO Yanqing, *et al.* A “two-point” segmentary element method for road alignment design: China, ZL201610341818.9[P]. 2016-10.
- [20] 白芳舒. 两点线元法在互通式立交平面线形设计的应用[D]. 大连: 大连理工大学, 2016.
BAI Fangshu. Application of two-point element method in the interchange horizontal alignment design [D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2016.
- [21] 西安经天交通工程技术研究所. 纬地道路交通辅助设计系统教程 [EB/OL]. [2019-08-15]. [http://www.hintcad.cn/soft_down.php? cat_id=1135](http://www.hintcad.cn/soft_down.php?cat_id=1135).
Xi'an Jingtian Traffic Engineering Technology Research Institute. Guide and course of hint software system for road & traffic computer aided design [EB/OL]. [2019-08-15]. [http://www.hintcad.cn/soft_down.php? cat_id=1135](http://www.hintcad.cn/soft_down.php?cat_id=1135).
- [22] MANIEI F, ARDEKANI S. Application of ellipse for horizontal alignment [J]. International Journal of Computational Engineering Research, 2013, 3(1): 35.
- [23] 蔡华辉, 王国瑾. 三次C-Bézier螺线构造及其在道路设计中的应用 [J]. 浙江大学学报, 2010(1): 68.
CAI Huahui, WANG Guojin. Construction of cubic C-Bézier spiral and its application in highway design [J]. Journal of Zhejiang University, 2010(1): 68.
- [24] KOBRY A. New solutions for general transition curves [J]. Journal of Surveying Engineering, 2014, 140(1): 12.
- [25] ELIOU N, KALIABETSOS G. A new, simple and accurate transition curve type, for use in road and railway alignment design [J]. Eur. Transp. Res., 2014(6): 171.
- [26] BOSURGI G, D'ANDREA A. A polynomial parametric curve (PPC-CURVE) for the design of horizontal geometry of highways [J]. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 2012, 27(4): 303.
- [27] EASA S M, MEHMOOD A. Establishing highway horizontal alignment to maximize design consistency [J]. Canadian Journal of Civil Engineering, 2007, 34(9): 1159.