文章编号: 0253-374X(2021)06-0799-08

DOI: 10. 11908/j. issn. 0253-374x. 21143

考虑桩-土相互作用的高墩桥梁抗震性能

陈 旭1,李春祥2

(1. 东北大学(日本)灾害科学国际研究所,仙台 980-8576;2. 上海大学 力学与工程科学学院,上海 200444)

摘要:采用非线性*p*-*y*弹簧模型模拟土体与桩基的相互作 用,并通过有限元建模研究了土层对基岩地震动的滤波效应 及土体非线性对高墩桥梁地震响应的影响。分析结果表明, 若采用合适的地震动输入,在地震动强度较小时,线弹性6弹 簧模型能够对高墩的剪力及弯矩响应进行较为精确的估计; 但在强震作用下,则会显著高估墩身剪力需求。并且不论采 用何种地震输入,6弹簧模型都会极大地低估承台位移响应, 对桩基础损伤状态得到偏于不安全的估计。

关键词: 桩土相互作用;非线性*p*-y弹簧;高墩桥梁;抗震性能

中图分类号: TU997 文献标志码: A

Seismic Performance of Tall Pier Bridges Considering Soil-Structure-Interactions

CHEN Xu¹, LI Chunxiang²

(1. International Research Institute of Disaster Science, Tohoku University, Sendai, 980–8576, Japan; 2. School of Mechanism and Engineering Science, Shanghai University, Shanghai 200444, China)

Abstract: This paper investigated the effects of soil layers on the ground motions and seismic performance of tall pier bridges, using finite element models incorporating nonlinear p-y springs. The results show that when proper motions are selected as inputs, the seismic shear force and bending moment of tall piers could be evaluated by linear-elastic six-spring models with acceptable accuracy under earthquake records with a comparatively low intensity. However, when large input intensities are considered, this type of models will overestimate the shear force demands. Furthermore, the displacement demands of pile cap, which serves as an indicator of concrete piles, are always significantly underestimated by the six-spring models, leading to unconservative design for pile foundations.

Key words: soil-structure-interaction; nonlinear p-y springs; tall pier bridges; seismic performance

随着近年来的经济发展,我国西部地区建设了 大量的桥梁。为了跨越深山峡谷,这些桥梁的最大 墩高往往超过40m,在某些极端情况下甚至会超过 100m^[1-2]。西部又是我国地震最为频发的地区之一, 近20年内经历了例如汶川地震(2008年,M8.0)、玉 树地震(2013年,M7.1)等重大灾害。考虑到上述这 些高墩桥梁通常在当地的交通网络中处于枢纽地 位,是震后救灾的生命线,因此需要对它们的抗震性 能进行深入研究,确保其在震后能够迅速恢复一定 的功能,允许应急车辆通过。

与常规中低墩桥梁不同,由于桥墩自身质量接 近甚至大于上部结构,高墩桥梁的地震响应会受到 墩身惯性力及高阶振型的显著影响^[3]。现有关于高 墩桥梁的数值分析及振动台实验研究表明,由于墩 身高阶振型作用:①高墩墩身中部会在强震作用下 产生第2个塑性铰,与现行规范假设不一致;②地震 剪力及弯矩响应沿墩高的分布情况会比常规桥墩更 加复杂,规范中的能力保护设计不再适用;③墩顶位 移与墩底曲率不再同步变化,无法继续使用现行基 于位移的方法进行抗震设计^[46]。但上述这些研究, 均未探讨土层特性及桩土相互作用对高墩桥梁地震 响应的潜在影响,例如在振动台实验中,研究人员假 设墩底固结,未考虑桩基础可能的破坏及对结构抗 震性能的影响。

Chen等^[7]在对高墩桥梁的研究过程中采用非线性p-y、t-z和q-z弹簧模拟了土层对桩基础的约束作用;并基于有限元分析结果指出,在强震作用

通信作者:李春祥(1964—),男,教授,博士生导师,工学博士,主要研究方向为结构工程。

E-mail: Li-chunxiang@vip. sina. com



收稿日期: 2021-04-15

基金项目:国家自然基金(51908348)

第一作者:陈 旭(1989—),男,工学博士,博士后,主要研究方向为桥梁抗震。E-mail: xuchen shu@163.com

下,土层确实会进入非线性状态,采用弹性弹簧(如 m法)模拟基础刚度会对结果造成一定误差。但该 项研究中,主要将土层作为桩基础的非线性约束,并 未考虑其对地震动输入的影响,即未考虑地震波从 基岩传递至地表的变化情况。

本文重点研究桩土相互作用对高墩桥梁地震响 应的影响。首先基于OpenSees平台建立桥梁结构 的非线性有限元模型,分别采用*p*-*y*等非线性弹簧 和基于*m*法的线性弹簧对桩基础进行模拟。随后选 取适当的地震动记录作为输入,通过对比不同工况 的结果,分析土层对地震输入及结构响应的影响,并 在此基础上,对实际工程的设计工作提出建议。

1 有限元模型及分析工况

1.1 原型介绍

选取如图1所示的西部地区典型高墩桥梁作为 原型。该桥上部结构为4×30m一联T型混凝土连 续梁,位于高50m的空心桥墩之上;墩梁之间采用 10个GJZ 300×300×61叠层橡胶支座。每个桥墩 横桥向宽度及截面壁厚沿墩高保持不变,分别为 5.0m和0.6m;纵桥向墩顶宽度为2.1m,沿墩高向 底部按1/80倾斜度扩大,如图2所示。每个桥墩均 位于由4根直径1.8m、长30m钢筋混凝土钻孔灌 注桩支撑的承台上。





1.2 数值模型

由于桥梁原型的质量及刚度分布较为均匀,因此为了简化分析过程、提高运算效率,研究过程中选取其中一个桥墩作为对象建模,如图1中阴影部分^[6]。在现行抗震设计策略中,通常将上部结构(主梁及盖梁)作为能力保护构件,要求在地震中不发生破坏。因此建模时,将主梁简化为位于墩顶的质点, 其质量等于一跨(30m)主梁的质量(*M*_s),

采用弹性梁柱单元对盖梁进行模拟,如图3所 示。从图1可以看出,纵桥向存在多个桥墩,因此模 拟时限制墩顶质点绕横桥向的转动自由度;与之类 似,由于梁底沿横桥向布置有多个桥墩,且盖梁设置 有横向挡块,因而在简化模型中同样限制主梁绕纵 桥向及竖向的转动自由度。亦即,图3中所示的墩



Fig. 2 Cross-sections of bridge prototype (unit: mm)

不允许其发生转动。



Fig. 3 Finite element model

由于桥墩在强震作用下会产生非线性反应,因 此采用非线性纤维梁柱单元对其进行模拟。如图3c 所示,根据材料及约束程度将截面细分为核心/保护 层混凝土纤维和钢筋纤维。混凝土和钢筋材料的本 构关系分别根据Kent-Scott-Park模型^[8]和双折线模 型^[9]定义(如图4),混凝土本构关系参数中的下标

顶质点,仅考虑沿纵桥向和横桥向的平动自由度,而

cover和 core 分别对应保护层和核心混凝土。叠层 橡胶支座采用如图 4c 所示的双折线模型进行模 拟^[7];其中 G_b 、 A_b 和 t_r 分别为橡胶层的剪切刚度、面 积和总厚度,数值分别为1.0 MPa、9×10⁴ mm² 和61 mm;其余参数可按图中公式计算。



Fig. 4 Constitutive relations of materials

1.3 桥梁基础模拟

如前所述,在Chen等^[6]的振动台实验中,高墩模 型直接固定于振动台上;而在实际工程中则通常基 于*m*法,将土层和混凝土桩组成的基础等效为线弹 性平动及转动弹簧,以提高运算效率。由于土体的 非线性特性,这2种方向显然都无法考虑桩土相互 作用,不能对桩基础进行准确模拟。而*p*-*y*曲线法 是目前较为公认能够有效捕捉土体非线性性能的模 拟方法^[10-12]。在众多建立非线性*p*-*y*曲线的方法 中,API (American Petroleum Institute)^[13]方法是较为简单直接、应用广泛的一种。因此本文采用该方法,分别采用 OpenSees 软件中的 PySimple1、TzSimple1和QzSimple1材料模拟非线性p-y,t-z和q-z弹簧,考虑土层效应。如图 3a 所示,这些非线性弹簧沿桩基础间隔 2.0m 分布。根据实际场地情况,计算相关弹簧参数时考虑 3 层土层,相应的内摩擦角分别为 36°、40°和 40°, m 值分别取为 1.2×10⁴kN·m⁴、1.5×10⁴kN·m⁴ 和 2.5×10⁴kN·m⁴。此

外,研究过程中还采用*m*法建立了线弹性空间6弹 簧基础,以便与*p*-*y*弹簧模型进行对比,呈现桩土 相互作用对高墩桥梁结构抗震性能的影响,如图3b 所示。

1.4 分析工况

研究过程共考虑了如下3个工况:①工况1:考 虑土层对于基岩地震动的影响,采用合适的地震记 录作为输入加载于p-y弹簧模型,将所得到的结构 反应作为比较基准;②工况2:直接将基岩地震动输 入6弹簧模型;③工况3:将工况1中的地震动输入6 弹簧模型。对比上述工况1和工况3的结果,可以明 确采用6弹簧模拟桩基础体系的适用性;对比工况2 和工况3的结果则可以获得基岩地震动经土层传递 后对高墩结构地震响应的影响。

2 地震动选择及加载

2.1 地震动选择

为了避免地震动选择不当导致的结构反应偏差,Baker^[14]提出了一种CMS-ε方法来选择合适的地 震输入。这种方法通过采用ε刻画反应谱形状,同时 根据场地条件确定目标反应谱(conditional mean spectrum, CMS),随后选择匹配该目标谱的地震动 记录作为输入^[15]。基于Lei等^[16]对西部地区进行的 地震灾害分析结果构建相应目标谱,并据此从太平 洋地震工程研究中心(PEER)的强震数据库中选择 了8条实际记录作为后续分析的地震动输入。

表1列出了所选地震动未经调幅的原始信息。 从中可以看出,所有记录的震中距(*R*_p)均小于

表1 所选地震动信息 Tab.1 Selected input motions

编号	地震名词	年份	震级	$R_{ m jb}/ m km$	PGA/g
E1	Northridge-01	1994	6.69	0	0.874
E2	Tabas_ Iran	1978	7.35	1.79	0.871
E3	Imperial Valley-06	1979	6.53	0	0.287
E4	Imperial Valley-06	1979	6.53	0.07	0.317
E5	Imperial Valley-06	1979	6.53	5.35	0.258
E6	Irpinia_ Italy—01	1980	6.90	8.14	0.190
E7	Irpinia_ Italy—01	1980	6.90	6.78	0.321
E8	Superstition Hills-02	1987	6.54	0.95	0.432

10 km,地面加速度峰值(PGA)分布范围为0.190 g 至0.874 g。图5给出了通过CMS-ε方法建立的目标谱以及所选择地震动的加速度反应谱。从图中可 以看出,这8条地震动的平均加速度反应谱与目标 谱非常吻合,表明这些地震记录能够有效表征西部 地区的地震灾害情况。

2.2 地震动加载

为了充分考虑桩土相互作用对结构地震反应带 来的影响,通常需要建立基岩及土层的半空间有限 元模型,采用p-y弹簧模拟土层与桩基础的连接, 随后将地震动施加于基岩底部进行时程分析。尽管 这种方式所得到的结果相对较为精确,但会导致运 算耗时过长^[17]。Shang等^[18]通过数值模拟及实验研 究表明,将基岩传递至地表处的地震动作为一致输 入,施加于桩基础节点处,可以获得较为精确的结构 地震响应。因此为了简化有限元模型、提高分析效 率,利用 DEEPSOIL 软件^[19]考虑土层作用,获取地 表处的地震反应,并将其作为动力分析时的输入(如 图 3 所示)。图 6 以 E1 及 E3 地震动为例,对比了其 在基岩和地表的时程,为便于比较,图中基岩地震动 的峰值均已调整至1.0 m·s²。从图中可以看出,在 土层中传递之后,地震动的PGA都有所上升,E1、 E3 地震动从1.0 m·s²分别上升至1.62 m·s²、 1.30 m·s²;其余地震动的情况也与此类似。由此可 见,若在分析过程中忽略土层的作用,可能导致结构 输入地震动强度有所偏差,从而对分析结果造成显 著影响。

需要注意的是,尽管表1中所列出的地震动并







图6 基岩地震动与地表地震动比较

Fig. 6 Comparisons of motions recorded at bedrock and ground surface

非记录自基岩,但为了研究土层及桩土相互作用对 高墩桥梁结构地震反应的影响,本文分析过程中将 其视为基岩震动,在工况2中施加于基岩和承台底。 而对于工况1和工况3,则将从DEEPSOIL软件中 获得的地表地震动分别施加于各个非线性土弹簧节 点和承台底部节点。

3 结果分析

采用增量动力分析(incremental dynamic analysis, IDA)方法对结构进行分析。首先根据目 标反应谱选取实际地震动作为输入;随后将这些地 震动从较小强度开始逐渐放大,在每一强度等级都 对结构进行非线性时程分析;最后将所得到的结构 响应与地震动强度呈现在同一张图上,研究结构的 抗震性能^[20]。

3.1 墩底内力响应

现有数值模拟及振动台试验研究表明,高墩桥 梁的墩身最大剪力及弯矩需求通常仍然出现在墩底 区域^[5-6],因此图7给出了3种工况下不同地震动输 入强度时墩底剪力及弯矩的响应情况。图中空心标 记表示不同地震动记录的结果,实心标记表示各工 况的平均值。

从图7a中可以看出,当地震输入强度较小时

(PGA小于0.8g),工况3的墩底剪力平均值与工况 1较为接近,表明此时在实际工程中,可以将地表地 震动输入该简化模型对高墩桥梁结构的地震响应进 行分析。但随着地震强度不断上升,工况3得到的 地震响应则会显著高于工况1;当PGA达到2.0g 时,工况3模型的墩底剪力平均值分别比工况1偏大 16.1%。这是由于较强的地震动会引起土体的非线 性反应;而6弹簧模型则假设土体始终保持弹性,无 法有效捕捉土-桩基体系由于非线性引起的刚度下 降现象,从而高估了结构的地震内力反应。由于墩 底剪力的大小还与能力保护设计中桩基础的受力需 求密切相关,因此若此时采用工况3的结果进行实 际设计,会对桩基础截面强度提出过高的要求,从而 导致工程造价上升,降低经济效益。

另一方面,从工况2和工况3的结果可以看出, 若忽略了土层导致的基岩与地表地震动差异,会始 终低估墩底剪力需求,如果据此进行桥墩截面的抗 剪设计,会得到偏于不安全的结果。并且较小的墩 底剪力需求会导致较小的桩基础能力设计值,从而 有可能导致桩基础在地震过程中发生破坏,无法实 现基于能力保护理念的抗震设计。

需要注意的是,当地震动从基岩通过土层传递 至地表时,其长周期成分基本保持不变,而短周期部 分则有所放大。因此,上述不同工况下墩底剪力响 应的差异与墩身的高阶振型效应密切相关。为了说 明这一现象,图8以E1和E3地震动为例,给出了 DEEPSOIL软件中基岩及地表地震动所对应的加 速度反应谱。从图中可以看出,在长周期(*T*> 1.0s)部分,2条地震动在基岩和地表处的反应谱基 本重合;而在短周期部分,地表记录的加速度谱值则 显著高于基岩记录。而既有研究表明,高墩墩身的 剪力会受到高阶(尤其是2阶)振型的显著影响^[4]。 因此图7a中3种工况墩底剪力响应之间的差异主要 是由高墩墩身高阶振型导致的。

图7b结果表明,3种工况的墩底弯矩反应基本 保持一致;亦即如何模拟桩基础(工况1与工况3)、 是否考虑土层的影响(工况2与工况3)对高墩底部 弯矩响应的影响并不显著。出现这种现象的原因在 于,墩底弯矩主要由一阶振型控制^[4];而图8表明,基 岩和地表处地震动加速度反应谱在长周期部分的谱 值几乎一致,因此墩底弯矩基本相同。

为了更好地说明不同工况下墩身内力响应沿高度的分布情况,图9以E1地震动为例,分别给出了3



Fig. 7 Comparisons of internal forces at pier base

种工况在PGA分别为0.8g和2.0g输入情况下的 剪力和弯矩分布,图中各工况响应均以工况1底部 响应值为基准进行了归一化处理。从图9a可见,地 震动强度较小时(0.8g),工况1和工况3的剪力分 布基本保持一致,显著高于工况2;而当PGA上升至 2.0g后(图9c),尽管工况3在墩身中上部区域的剪



图 8 基岩及地表处E1、E3 地震动加速度反应谱 Fig. 8 Acceleration response spectra of E1 and E3 motion at bedrock and ground surface

力响应依然与工况1基本保持一致,但在墩底附近则明显偏大。该现象与图7a的情况相一致,即PGA较小时采用地表地震动输入6弹簧模型,能够有效模拟高墩结构的剪力响应,而在PGA较大时,则会导致较大的误差。另一方面,不同工况下弯矩响应(图9b和9d)的差异则明显小于剪力响应;尤其在墩底区域内,3种工况所得到的结果基本保持一致。





3.2 承台地震响应

桩基础通常埋置于地表以下,一旦在地震中发 生破坏,难以检查和修复。因此在目前的桥梁抗震 设计方法中,均将桩基础作为能力保护构件,要求其 在地震作用下保持弹性、不发生损伤。相关研究表 明,承台质心位置处的位移是一种能够有效表征桩 基础震后性能的损伤指标^[21]。根据Chen等^[7]的工作,对于本文中所选用的高墩桥梁,当承台质心位移达到1.30 cm时,桩基础中的纵向钢筋即会发生屈服;而当质心位移达到5.17 cm时,桩基中的纵筋会拉断,导致完全破坏。

图10中给出了在不同强度输入情况下3种工况 承台质心的最大位移响应。从中可以看出,当采用6 弹簧模型模拟基础时(工况2及工况3),不论采用何 种地震动输入,都会极大低估承台质心处的位移反 应,从而低估桩基础可能出现的损伤。以平均值为 例,p-y模型(工况1)表明当输入地震动PGA大于 0.8g时,桩基础就会发生屈服,出现一定程度的损 伤;但根据工况2的结果,桩基础则始终会保持弹 性,而工况3也只有当PGA上升至1.8g时,桩基础 才会出现一定的非线性反应。这些现象表明,采用 基于线性假设的6弹簧模型,对于高墩桥梁的桩基 础抗震设计是一种偏于不安全的方法。



图10 不同工况下承台质心位移

Fig. 10 Comparisons of displacement at centroid of pile cap

4 结论

分别采用*p*-*y*、*t*-*z*、*q*-*z*非线性弹簧和基于*m* 法的线性弹簧对桩基础进行了模拟,通过对比采用 这2种基础的有限元模型分析结果,研究了桩土相 互作用对高墩桥梁地震性能的影响。研究结果表 明,当地震动强度较小时,将基岩传递至地表的地震 动输入6弹簧模型,能够得到较为精确的墩身剪力 需求响应;但随着地震动强度上升,6弹簧模型无法 捕捉土层的非线性反应,从而会高估墩身的剪力需 求。另一方面,墩身弯矩则可以通过6弹簧模型进 行较好的估计。由于地震动从基岩传递至地表时, 长周期成分(*T*>1.0 s)基本保持不变,而短周期成 分会发生明显变化。因此高墩墩身的高阶振型效应 是导致上述现象出现的主要原因。

但是,6弹簧模型始终会极大低估承台质心的地 震位移响应,这意味着利用这种模型对高墩桥梁桩 基础进行设计,会得到偏于不安全的结果。需要注 意的是,这一点对于常规中低墩桥梁的抗震设计并 不关键,因为这类桥墩桩基的安全性可以通过能力 保护设计得到保证。但是在高墩桥梁中,由于能力 保护设计策略失效,因此必须要通过承台位移来判 断桩基础的损伤状况,这就要求设计人员在实际工 程中对此特别加以注意。

综上所述,在实际工程中对高墩桥梁进行较小 地震下的设计时,采用地表地震动记录作为输入,利 用6弹簧模型可以得到较为精确的墩身剪力和弯矩 需求;随着地震强度的上升,该方法依然能够较好估 计弯矩需求,但会高估剪力需求。而当要对桩基础 进行设计时,则不可采用6弹簧模型,否则会得到偏 于不安全的结果。

作者贡献说明:

陈 旭:构思框架,构建模型,处理数据,撰写、修改 文稿。

李春祥:构思框架,修改、确定文稿。

参考文献:

- [1] CHEN X, LI J, GUAN Z. Effects of higher modes on tall piers [C]// International Association for Bridge and Structural Engineering. Guangzhou: International Association for Bridge and Structural Engineering, 2016:136-143.
- [2] CHEN X, LI C. Seismic performance of tall pier bridges retrofitted with lead rubber bearings and rocking foundation[J]. Engineering Structures, 2020, 212: 15. DOI: 10.1016/j. engstruct.2020.110529.
- [3] CHEN X, LI C. Seismic assessment of earthquake-resilient tall pier bridges using rocking foundation retrofitted with various energy dissipation devices [J]. Structural Control & Health Monitoring,2020, 27(11): DOI: 10.1002/stc.2625.
- [4] CHEN X, GUAN Z, SPENCER Jr BF, et al. A simplified procedure for estimating nonlinear seismic demand of tall piers
 [J]. Engineering Structures, 2018, 174: 778. DOI: 10.1016/j. engstruct.2018.07.102.
- [5] CHEN X, GUAN Z. Extension of a simplified procedure for estimating nonlinear seismic responses of tall pier bridge systems [J]. European Journal of Environmental and Civil Engineering, 2020; 1. DOI: 10.1080/19648189.2020.1797885.
- [6] CHEN X, GUAN Z, Li J, et al. Shake table tests of tall-pier bridges to evaluate seismic performance [J]. Journal of Bridge Engineering, 2018, 23: 04018058. DOI: 10.1061/(ASCE)

BE.1943-5592.0001264.

- [7] CHEN X, XIANG N, LI C. Influence of higher-order modes of slender tall pier bridge columns on the seismic performance of pile foundations [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2021, 142: 106543. DOI: 10.1016/j. soildyn.2020.106543.
- [8] SCOTT BD, PARK R, PRIESTLEY MJ. Stress-strain behavior of concrete confined by overlapping hoops at low and high strain rates [J]. ACI Structural Journal, 1982, 79(1):13. DOI: 10.14359/10875.
- [9] GUIRGUIS J, MEHANNY S. Evaluating code criteria for regular seismic behavior of continuous concrete box girder bridges with unequal height piers [J]. Journal of Bridge Engineering, 2012, 18: 486. DOI: 10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0000383.
- [10] WANG X, SHAFIEEZADEH A, YE A. Optimal intensity measures for probabilistic seismic demand modeling of extended pile-shaft-supported bridges in liquefied and laterally spreading ground [J]. Bulletin of Earthquake Engineering, 2018, 16: 229. DOI: 10.1007/s10518-017-0199-2.
- WANG X, YE A, HE Z, *et al.* Quasi-static cyclic testing of elevated RC pile-cap foundation for bridge structures [J]. Journal of Bridge Engineering, 2015, 21: 04015042. DOI: 10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0000797.
- YAN L, BYRNE P M. Lateral pile response to monotonie pile head loading[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1992, 29: 955.
 DOI: 10.1139/t92-106.
- [13] American Petroleum Institute. Recommended practice for planning, designing, and constructing fixed offshore platforms
 Working stress design [S]. Washington D C: American

Petroleum Institute, 2005.

- [14] BAKER J W. Conditional mean spectrum: Tool for groundmotion selection [J]. Journal of Structural Engineering, 2010, 137:322. DOI: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000215.
- [15] BAKER J W, CORNELL C A. Spectral shape, epsilon and record selection [J]. Earthquake Engineering Structural Dynamics. 2006, 35:1077. DOI: 10.1002/eqe.571.
- [16] LEI J, GAO M, YU Y. Seismic motion attenuation relations in Sichuan and adjacent areas [J]. Acta Seismologica Sinica, 2007,20:532. DOI: 10.1007/s11589-007-0532-y.
- [17] BOULANGER R W, CURRAS C J, KUTTER B L, et al. Seismic soil-pile-structure interaction experiments and analyses
 [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1999, 125(9):750. DOI: 10.1061/(ASCE)1090-0241(1999)125:9(750).
- [18] SHANG Y, ALIPOUR A, YE A. Selection of input motion for seismic analysis of scoured pile-supported bridge with simplified models [J]. Journal of Structural Engineering, 2018, 144(8). DOI: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0002067.
- [19] HASHASH Y, MUSGROVE M, HARMON J, et al. DEEPSOIL 7.0 user manual [M]. Urbana: Board of Trustees of University of Illinois at Urbana-Champaign, 2020.
- [20] VAMVATSIKOS D, CORNELL C A. Incremental dynamic analysis[J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2002,31:491. DOI: 10.1007/978-3-642-35344-4136.
- [21] WANG X, YE A, JI B. Fragility-based sensitivity analysis on the seismic performance of pile-group-supported bridges in liquefiable ground undergoing scour potentials [J]. Engineering Structures, 2019, 198: 109427. DOI: 10.1016/j. engstruct.2019.109427.