

耦合模块度优化与谱聚类的供水管网分区算法

杨之江¹, 周煜岷¹, 扈震¹, 曾文¹, 周扬², 李晓丽², 冯丽²

(1. 中国地质大学(武汉)地理与信息工程学院, 湖北武汉430078; 2. 武汉众智鸿图科技有限公司, 湖北武汉430074)

摘要: 为降低供水管网漏损, 实现供水管网快速准确分区, 提出一种耦合模块度优化与谱聚类的供水管网分区算法。该算法采用快速模块度优化算法对供水管网进行社区划分, 以每个社区为节点、社区间连接关系为边, 结合各社区内的水力特征和空间区位特征计算差异性作为边权重, 构建对偶图。利用谱聚类算法完成供水管网分区。结果表明, 该算法求解的管网分区结果相比快速模块度优化和谱聚类算法, 将空间上更邻近的管段划分在同一分区, 不会产生狭长型无效分区, 且在模块度及边界管道数量上表现较为均衡, 管网分区方案不仅模块度高, 而且边界管道数量少。

关键词: 供水管网; 独立计量分区; 模块度; 谱聚类

中图分类号: TU991.33

文献标志码: A

Coupling Modularity Optimization and Spectral Clustering of Water Supply Network Partition Algorithm

YANG Zhijiang¹, ZHOU Yumin¹, HU Zhen¹, ZENG Wen¹, ZHOU Yang², LI Xiaoli², FENG Li²

(1. School of Geography and Information Engineering, China University of Geosciences, Wuhan 430078, China; 2. Wuhan HopeTop Co., Ltd., Wuhan 430074, China)

Abstract: In order to reduce the leakage of the water supply network, a coupling modularity optimization and spectral clustering algorithm is proposed to implement pipe network partitioning. First, the modularity optimization algorithm is used in this algorithm to obtain the coarse partition of the maximum modularity in the water supply network. Next, a dual graph is constructed with each partition as a node and the partition connection relationship as an edge. The divisional structure of the pipeline network is affected by the combination of the topology of the pipeline network and the layout of the street, land use, and population distribution. After that,

the edge weights are calculated based on the number of points of interest in each district, the average degree of the district, the average pipe diameter, the average pipe length, and the average node elevation. Finally, Laplace matrix decomposition and K-means clustering are used to complete the partition. The experiments verify that the community structure of the pipe network identified by the algorithm is consistent with the actual spatial distribution. A comparison of the algorithm with the modularity optimization and spectral clustering algorithms in the modularity and the number of boundaries indicates that the result obtained by the algorithm is more tightly connected within the partition, the connection between the partitions is sparse, and the boundary pipe is fewer.

Key words: water supply networks; district metered area; modularity; spectral clustering

在城市化发展进程中, 供水管网漏损率居高不下, 管理难度越来越大。科学合理划分独立计量分区(district metering area, DMA)对供水管网漏损控制至关重要^[1]。近年来, 许多学者研究并提出多种基于网络拓扑的供水管网分区优化方法, 模块度优化和谱聚类算法是其中2种主流的方法, 在供水管网分区中得到了广泛应用^[2]。

在基于模块度优化的管网分区方法中, Diao等^[3]利用快速模块度优化算法对供水管网进行社区结构划分, 证明了该算法用于供水管网分区的有效性; Liu等^[4]分别采用快速模块度优化、随机游走和Metis算法对案例管网进行分区实验, 相比随机游走和Metis方法, 验证快速模块度优化算法能得到高模块度的分区方案; 在基于谱聚类的管网分区方法中, Herrera等^[5]利用谱聚类算法, 以管径和标高差作为边的权值, 构建相似度

收稿日期: 2020-12-22

基金项目: 武汉市科技计划应用基础前沿项目(2018010401011293); 武汉市科技计划企业技术创新项目(2019010702011304); 中国地质大学(武汉)研究生联合培养实践基地建设项目(YJC2021520)

第一作者: 杨之江(1977—), 男, 讲师, 工学博士, 主要研究方向为软件工程。E-mail: yangzhijiang@126.com

通信作者: 扈震(1976—), 男, 副教授, 硕士生导师, 工学博士, 主要研究方向为地理网络建模与分析。

E-mail: huzhenstars@163.com



论文
拓展
介绍

矩阵,将相似度高的节点划分到同一分区;Nardo等^[6]运用加权谱聚类算法,考虑管网几何和水力特性,确定了管网最优分区布局。快速模块度优化算法(Fast-greedy)相比谱聚类算法(Spectral Clustering, SC),虽然能生成较高模块度的分区结果,但也会产生更多的边界管道,而SC能约束边界管道数量,但在模块度方面表现一般。通过这2种分区算法所得到的分区方案在综合模块度和边界管道数均衡性方面表现较差,更重要的是它们在对供水管网分区时,会产生狭长型无效分区(同一分区边界线部分重叠,成线状向外突出的区域),不便于分区管理。此外,水力特征是影响管网分区有效性的重要因素之一,分区不可避免地会增加管网水头损失^[6],同时管网的铺设以街区为最小单元不断扩展,形成商业、工业、居住等功能分区,最后形成的管网空间布局会带有明显的中心性、空间分异性^[7]。Yao等^[8]指出地区功能区特征由其所提供的基础设施服务所表征,可以用区域内部各类兴趣点分布(points of interest, POIs)来描述。而Fast-greedy和SC本身没有考虑管网的水力特征和空间布局。

本文研究耦合模块度优化与谱聚类的供水管网分区算法(coupling modularity optimization and spectral clustering algorithm, MOSC)。该算法结合管网水力特征和空间布局,对中国某市供水管网分区,以模块度和边界管道数为指标,构建MOSC与Fast-greedy、SC对比实验,验证MOSC有效性。

1 快速模块度优化和谱聚类算法

1.1 快速模块度优化算法

模块度 Q 是衡量网络划分为社区的强度指标,以 Q 值的大小来评价社区划分的优劣, Q 值越接近1时,表示对社区结构的划分越好;模块度 Q 值越大,社区内部连接越紧密,社区间连接越稀疏,分区效果越好^[9]。基于模块度 Q 最大化的快速模块度优化算法是一种自下而上的贪婪优化算法,该算法基于贪心算法的思想,从每个节点为一个社区开始,依次合并相邻的社区计算产生的模块度变化量 ΔQ ,沿着模块度 Q 增加最大的方向不断合并社区,直到获得模块度 Q 最大所对应的社区划分结果^[10]。模块度 Q 计算公式可表示为

$$Q = \frac{1}{2m} \sum_{vw} \left[A_{vw} - \frac{k_v k_w}{2m} \right] \delta(C_v, C_w) \quad (1)$$

式中: A 为网络的邻接矩阵, v 和 w 为节点,若节点 v 和节点 w 相连,则 $A_{vw} = 1$,否则 $A_{vw} = 0$ 。 m 为网络的

边数, k_v, k_w 分别为节点 v, w 的度,即连接到节点 v, w 的边数。 C_v 为节点 v 所在的社区。若节点 v 和节点 w 在同一社区,则 $C_v = C_w, \delta = 1$,否则 $\delta = 0$ 。

1.2 谱聚类算法

边界管道是指连接不同管网分区之间的管道,由于供水管网分区方案是通过在边界管道上安装流量计和闸阀来实现,它的数量决定了分区改造的经济成本,所以从经济成本角度,边界管道数量越少越好^[11]。在边界管道数量上表现优异的谱聚类算法建立在图论中的谱图划分理论基础上,是一种基于两点间相似关系的聚类算法,其本质是将聚类问题转化为图的最优划分问题^[12]。该算法利用特征值和特征向量挖掘管网的社区结构,得到的聚类结果中社区内部相似度高,社区间相似度低且规模相似。该算法的最大特点是能使分割的边界管道数量少^[13]。此方法的具体步骤为^[2,14]:

(1)计算图的拉普拉斯(Laplacian)矩阵

$$L = D - A_{ij} \quad (2)$$

$$A_{ij} = \begin{cases} w_{ij}, & \text{节点}i\text{与节点}j\text{相连} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (3)$$

式中: A 为邻接矩阵; D 为对角矩阵(也称度矩阵),对角线上的值为节点的度, $D_{ii} = \sum_{j=1}^n A_{ij}$; w_{ij} 为节点 i 与节点 j 之间的权重。

(2)拉普拉斯矩阵 L 标准化为

$$L_{rw} = D^{-1} L = I - D^{-1} A \quad (4)$$

(3)计算 L_{rw} 的特征值与特征向量。Luxburg^[15]指出求解图的拉普拉斯矩阵的零特征值对应特征向量个数等于图的连通分量个数。更进一步,将特征值从小到大排序取前 k 个较小特征值构成的谱空间中,拓扑联系紧密,相似性权重高的节点处于一个区域,而拓扑联系稀疏相似性较低的样本对则处于不同的区域,从而实现样本在高维空间中的线性可分。故按特征值从小到大取前 k 个特征向量组成矩阵 $X = [x_1, x_2, \dots, x_k] \in \mathbf{R}^{n \times k}$,取矩阵 X 的行向量,得到矩阵 Y ,将矩阵 Y 的每一行作为 \mathbf{R}^k 空间中的一点 y 。

(4)利用K-means算法对 \mathbf{R}^k 空间中的每一点 y 进行聚类,得到最终的聚类结果。

2 MOSC与评价指标

2.1 MOSC

针对Fast-greedy和SC的不足,MOSC耦合Fast-greedy和SC,一方面,集成Fast-greedy对网络

拓扑紧密连接结构的高模块度社区挖掘能力,另一方面,集成SC对边界管道数量的约束能力,并综合考虑管网的水力特征和空间布局。MOSC包含3个步骤:最优模块度求解、对偶图构建和拉普拉斯特征分解与聚类,如图1所示。

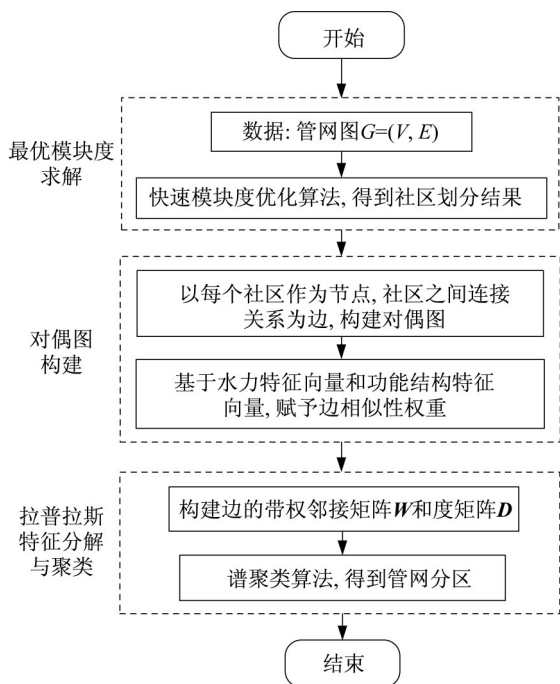


图1 MOSC流程图

Fig. 1 Flowchart of MOSC

2.1.1 最优模块度求解

城市供水管网是由相互连接的管道和其他附属设施组成的设施网络,水通过这些管道以及附属设施输送到需水节点,以满足系统的用水需求和压力要求^[16]。在管网无向无权图 $G=(V, E)$ 中,以取水点、水表、阀门等作为节点, $V=\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 为节点集, $v_i \in V, i=1, 2, \dots, n$ 为管网节点,以相邻节点之间的管道作为边, $E=\{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ 为边集, $e_j=(v_{j1}, v_{j2}), e_j \in E, j=1, 2, \dots, m$ 为管段。最优模块度求解的具体步骤为:

(1)利用Fast-greedy对图 G 进行社区划分,初始化每个节点为一个社区,初始条件下的社区划分结果为 $C_0=\{c_1, c_2, \dots, c_n\}$, c_i 为第 i 个节点所在的社区,此时, $v_i \in c_i, i=1, 2, \dots, n$,计算初始化条件下的模块度 Q_{00} 。

(2)遍历图 G 所有连边,分别合并相邻2个社区,得到每一种合并方案并计算对应的模块度 Q_{i1} ,对比初始状态下的模块度 Q_{00} 。得到模块度变化量

$$\Delta Q = Q_{i1} - Q_{00} \quad (5)$$

式中: Q_{00} 为当前社区合并条件下的管网模块度; Q_{i1} 为合并2个社区之后的模块度。

(3)取合并后 ΔQ 最大的合并方案为新的社区划分方案,划分后的结果为 $C_1=\{c_1, c_2, \dots, c_{n-1}\}$,其中 c_1, c_2, \dots, c_{n-1} 为划分后的社区。

(4)重复上述社区合并过程,当 Q 最大时,停止合并,得到对应的社区划分结果 $C=\{c_1, c_2, \dots, c_l\}$,其中 c_1, c_2, \dots, c_l 为最终社区。

2.1.2 对偶图构建

基于社区划分结果,结合社区内部的水力特征与空间分布特征来描述社区,完成对偶图的构建。如图2所示,图中 c_i 为第 i 个社区, w_{ij} 为社区 i 与社区 j 之间的权重, $i, j=1, 2, \dots, 7$ 。

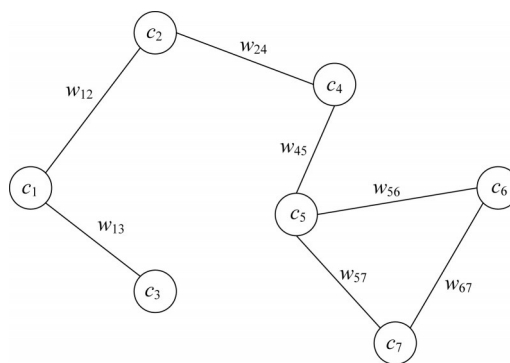


图2 社区划分对偶图

Fig. 2 Duality map of community division

社区划分对偶图的具体构建步骤为:

(1)以社区划分结果为基础,将社区作为节点,社区之间的连接关系作为边,构建社区划分对偶图 $G'=(V', E')$,其中 $V'=C=\{c_1, c_2, \dots, c_l\}$ 为节点集, $c_x \in V', x=1, 2, \dots, l$ 为对偶图节点, $E'=\{e'_1, e'_2, \dots, e'_z\}$ 为边集, $e'_y=(c_{y1}, c_{y2}), e'_y \in E', c_{y1} \neq c_{y2}, y=1, 2, \dots, z$ 为对偶图边。

(2)为了降低水头损失,得到对管网水力性能影响最小的分区布局,提出以下水力特征向量 H_d

$$H_d = (L_a, D_a, H_a) \quad (6)$$

式中: L_a 为社区内平均管径; D_a 为社区内平均管长; H_a 为社区内平均节点高程。

(3)提出以餐饮、购物、医疗服务、住宿、政府机关、休闲娱乐、交通出行和科研教育8个类型的POIs数量来表征社区内部的空间区位特征,得到以下功能结构特征向量 F_c :

$$F_c = (n_1, n_2, \dots, n_8) \quad (7)$$

式中: n_1, n_2, \dots, n_8 分别表示餐饮、购物等8个类型的

POIs 数量。

(4) 拼接水力特征向量和功能结构特征向量得到总的特征向量

$$\mathbf{x}_i = (L_a, D_a, H_a, n_{i1}, \dots, n_{i8}) \quad (8)$$

式中: \mathbf{x}_i 为第 i 个节点对应社区的总特征向量; n_{ij} 为第 i 个节点对应社区的第 j 种类型的 POIs 数量。

(5) 对每个特征向量进行标准化 $z_i = (t_i - \mu) / \sigma$, 其中, z_i 为 \mathbf{x}_i 中各个特征向量标准化后的特征值, t_i 为 \mathbf{x}_i 中的各个特征向量的特征值, μ 为所有 \mathbf{x}_i 中各个特征向量特征值的均值, σ 为所有 \mathbf{x}_i 中各个特征向量特征值的标准差。计算各个社区之间标准化后的特征向量欧氏距离 $d_{ij} = \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|$, 变化得到相似性作为边权重

$$w_{ij} = \exp(-d_{ij} / \text{std}(d_{ij})) \quad (9)$$

式中: $\text{std}(d_{ij})$ 为 d_{ij} 的标准差。

2.1.3 拉普拉斯特征分解与聚类

基于构建的对偶图 $G' = (V', E')$, 利用 SC, 通过拉普拉斯特征分解和 K-means 聚类, 得到管网分区结果。具体分区步骤为:

(1) 计算对偶图 G' 的拉普拉斯矩阵

$$L = D - W \quad (10)$$

式中: W 为带权邻接矩阵, $W = (w_{ij})$, $i, j = 1, 2, \dots, n$; D 为带权度矩阵, $D = \text{diag}(d_i)$, $d_i = \sum_{j=1}^n w_{ij}$ 。

(2) 计算标准化拉普拉斯矩阵 L_{rw} 的特征值与特征向量

$$L_{rw} = I - D^{-1}W \quad (11)$$

$$L_{rw} \mathbf{v} = \lambda \mathbf{v} \quad (12)$$

(3) 按特征值从小到大取前 k 个特征向量组成矩阵 $V = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_k]$, $V \in \mathbf{R}^{n \times k}$, 取 V 的行向量作为节点的谱空间表征 $y_i \in \mathbf{R}^k$, $i = 1, 2, \dots, n$, 该特征空间中, 拓扑邻接且特征描述相似的样本点聚集在一起。

(4) 利用谱空间特征向量进行 K-means 聚类, 得到分区结果 $C' = (c'_1, c'_2, \dots, c'_k)$, 其中 c'_1, c'_2, \dots, c'_k 为各个分区。

2.2 评价指标

通过 MOSC 可以得到不同分区数量的分区方案, 为了选出在模块度和边界管道数上表现最好的方案, 引入综合评价值 F , 该值是以模块度和边界管道数作为评价指标, 通过简单加权归一化公式^[17]计算得到, F 的计算公式为

$$F = w_m r'_m + w_c r'_c \quad (13)$$

$$r'_m = \frac{r_m - r_m^{\min}}{r_m^{\max} - r_m^{\min}} \quad (14)$$

$$r'_c = \frac{r_c^{\max} - r_c}{r_c^{\max} - r_c^{\min}} \quad (15)$$

式中: r_m, r_c 分别为分区方案对应的模块度和边界管道数; r'_m, r'_c 分别为归一化后的模块度和边界管道数; w_m, w_c 分别为模块度和边界管道数的权重。

3 案例分析

采用我国某市管径 100mm 以上的实际供水管网作为实例分析数据, 以模块度和边界管道数为指标, 分析 MOSC 与 Fast-greedy、SC 的对比实验结果, 验证 MOSC 用于供水管网分区的有效性。管网的基本信息如表 1。

表 1 实例管网基本信息

Tab. 1 Basic information of water network cases

节点数	管道数	水源数	平均管径/mm	平均节点高程/m	总管长/km
150 259	151 784	4	217.6	2.89	2 938.44

3.1 对比实验

对实例管网数据利用 Fast-greedy、SC 和 MOSC 求解分区, 其中 Fast-greedy 由开源 igraph 模块实现, SC 由 sklearn.cluster 模块实现。以模块度作为分区形态指标, 以边界管道数量作为分区成本指标构建对比实验。以 MOSC 作为实验组, 以 Fast-greedy、管径为边权的 SC 作为对照组进行分区数量 10 到 50 的实验, 实验结果如图 3 所示。其中, SC 的加权具体计算方式为, 将第 1.2 节中的邻接矩阵 A 改写为以管径 (d) 的赋权形式。即

$$A_{ij} = \begin{cases} d_{ij}, & \text{节点 } i \text{ 与节点 } j \text{ 相连} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (16)$$

从图 3a 可以看出, 在模块度方面, Fast-greedy 与 SC 差异较大, 尤其在分区数较少时, SC 模块度迅速降低, 整体上也低于 Fast-greedy, 而 MOSC 耦合了 Fast-greedy, 所以保持较高的模块度, 最后从 MOSC 的曲线看出, 由于该算法引入了许多分区特征, 随着分区数量的减少, MOSC 的模块度减少速度明显慢于 SC, 在分区数较少时也不会损失太多的模块度值; 随着分区数量的增多, MOSC 的模块度越来越接近 Fast-greedy 的模块度, 直至完全重合, 因此通过 MOSC 所得的分区结果模块度高。图 3b 可以直观反映出, 在边界管道数量上, SC 明显低于 Fast-greedy, 而通过 MOSC 得到

的边界管道数量与SC非常接近。随着分区数量的增多,尤其是分区数量在16及以上时,MOSC与SC的边界管道数曲线完全重合,因此MOSC所得的边界管道数。MOSC耦合了Fast-greedy和SC,使得该算法集

成了这2种算法的优点,在保持较高模块度的条件下,能尽量减少边界管道的数量,该算法在模块度和边界管道数上表现比较均衡。

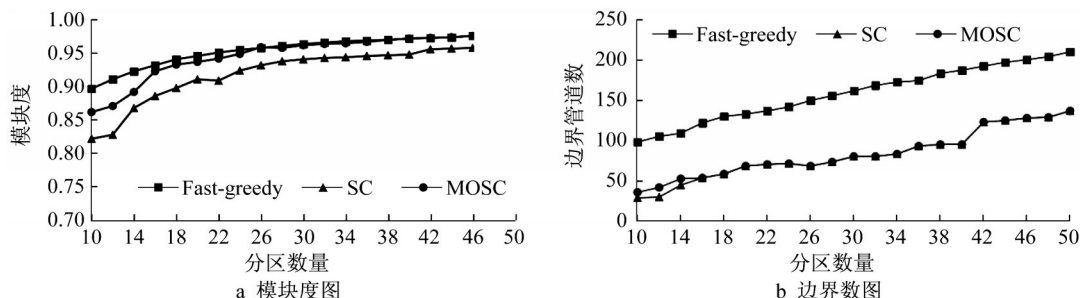


图3 对比实验结果

Fig. 3 Comparison of experimental result

3.2 MOSC有效性

图4显示了利用MOSC得到11~35个不同分区数量方案对应的模块度和边界管道数。以模块度和

边界管道数作为综合评价指标 F 的重要依据,其权值为 $w_m = w_c = 0.5$ 。得到从11~35这25个不同分区方案的综合评价,如图5所示。

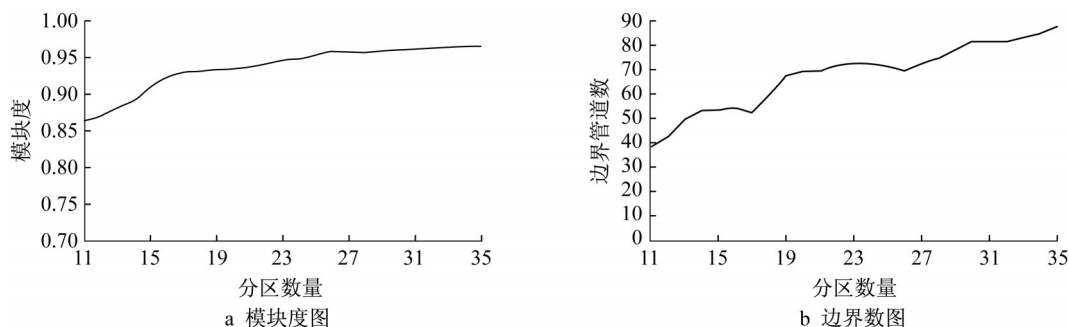


图4 MOSC实验结果

Fig. 4 MOSC of experimental result

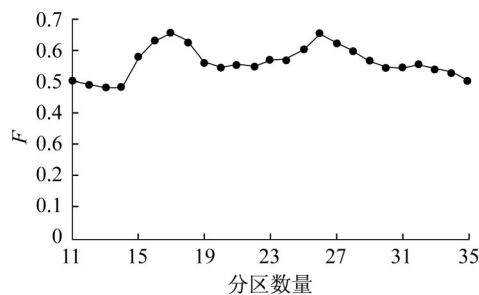


图5 分区方案综合评价

Fig. 5 Overall merit of partition plan

分析图5发现,分区数量17的分区方案综合评价价值 $F(0.653)$ 最高,所以采用分区数量17的分区方案。分别利用Fast-greedy、以管径为边权的SC和MOSC对该实例供水管网进行分区数量17的分区实验,对应的模块度和边界管道数量如表2所示。在MOSC进行分区的过程中,通过Fast-greedy对该

实例供水管网图 G 进行社区划分,得到数量为360、模块度为0.998的社区划分结果,并构建社区划分对偶图,结合平均管径、平均管长、平均节点高程的水力特性以及各类POIs数量的功能结构特征计算相似性矩阵,实现SC,得到该方案的分区结果。3种算法所得的分区结果如图6所示。

表2 分区数量17的对比结果

Tab. 2 Comparison of Section No. 17

分区方法	模块度	边界管道数
Fast-greedy	0.936	127
SC	0.892	52
MOSC	0.931	52

分析图6d发现,MOSC捕获到了管网的单中心空间布局,将管网密度较大的中心城区管网划分为1、2、3这3个分区,市郊划分为其他分区;分析图6b、6c、6d发现,对比这3种算法所得的分区边界形状,

Fast-greedy 和 SC 的结果都产生了狭长型无效分区, 图 6b 和图 6c 中标注的数字 1 到 6 分别代表 6 个不同分区, 对比图 7a、7b、7c, 图 7a 的 1 分区中, 有两部分已经延伸到了 2 分区中, 这两部分即为狭长型无效分区, 从空间位置上来说, 它们本该属于 2 分区, 这是由于 Fast-greedy 仅仅只考虑了管网中管段间的拓扑结构, 只是依次合并相邻的 2 个社区, 并没有考虑管段的空间位置, 同样图 7b 的 1 分区中, 也出现了狭

长型无效分区, 加权 SC 只是以管径作为边权重, 构建相似度矩阵, 同样也是依赖管段间的拓扑结构, 而在 MOSC 社区划分对偶图构建过程中, 以管段管长、节点高程等为水力特征, 尤其是以该市各类 POIs 数量作为管网空间区位特征, 综合这 2 种特征所得到的对偶图边权重, 考虑了管段空间位置, 将空间上更邻近的管段划分在同一分区, 如图 7c 所示, 相对于这 2 种算法 MOSC 不会产生该类型的分区。

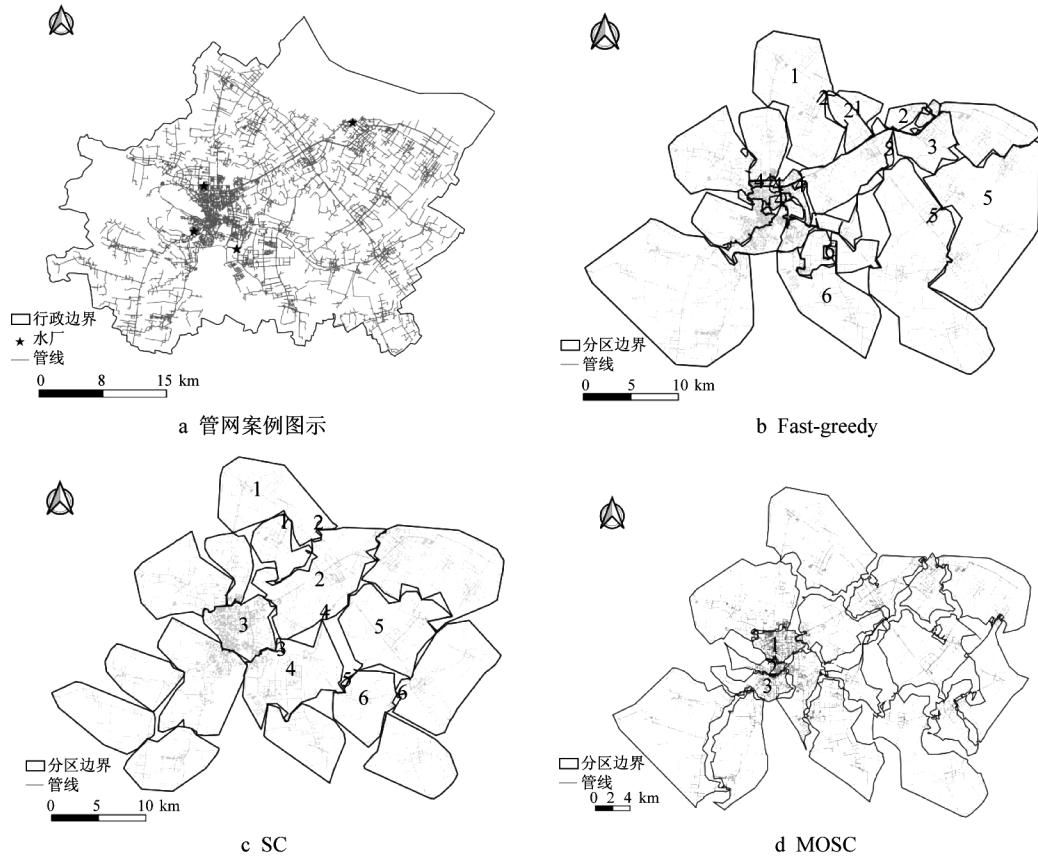


图 6 3 种算法分区结果

Fig. 6 Partitioning result of three algorithms

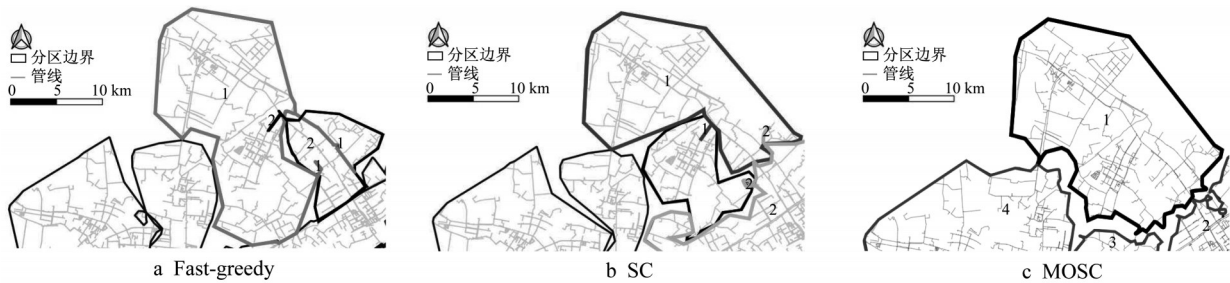


图 7 3 种算法分区局部结果

Fig. 7 Partitioning local results of three algorithms

4 结论

利用 Fast-greedy 对管网的高模块度社区划分能

力以及 SC 对于最小边界管道的识别能力, 提出一种耦合模块度优化与谱聚类的管网分区算法 MOSC。对比该算法与 Fast-greedy 和 SC 在模块度以及边界

管段数量的表现,证明MOSC克服了Fast-greedy在处理分区边界较弱以及SC在模块度方面表现较差的缺点。MOSC算法相较于Fast-greedy算法和SC算法,所得分区方案具有模块度高、边界管道数量少的特点,而漏损控制则需要对区域内所有边界管道上的阀门、流量计进行清晰划分。因此,MOSC算法所得DMA分区不仅界限分明,没有出现狭长型无效分区和空间位置上的交叉重叠从而有利于水司进行分区的日常管理和维护,而且较少的边界管道有利于在漏损控制过程中减少阀门、流量计等设备的数量从而节省分区成本。本文提出的MOSC进行管网分区,考虑管径、管长、材质、管段数量等水力拓扑特征,后续可以引入更多诸如节点压力、水龄、用户数等特征,以进一步优化分区结果。

作者贡献声明:

杨之江:提出研究选题;设计研究方案;论文撰写、修订。

周煜岷:调研整理文献;实施研究过程;论文撰写。

扈震:技术支持;指导性支持;终审论文。

曾文:指导性支持;技术支持。

周扬:实验验证。

李晓丽:数据获取及加工。

冯丽:实验验证。

参考文献:

- [1] 代焕芳,刘书明,吴雪.供水管网背景漏失指数研究[J].中国给水排水,2019,35(11):59. DOI: 10.19853/j.zgjsps.1000-4602.2019.11.011.
DAI Huanfang, LIU Shuming, WU Xue. Research on background loss index of water supply network[J]. China Water & Wastewater, 2019, 35(11):59. DOI: 10.19853/j.zgjsps.1000-4602.2019.11.011.
- [2] 李化雨,吴珊,侯本伟,等.供水管网计算分区方法的比较分析[J].哈尔滨工业大学学报,2021,53(5):48. DOI:10.11918/201908144.
LI Huayu, WU Shan, HOU Benwei, *et al.* Comparative analysis of calculating division methods for water distribution systems [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2021, 53(5):48. DOI:10.11918/201908144.
- [3] DIAO Kegong, ZHOU Yuwen, RAUCH W. Automated creation of district metered area boundaries in water distribution systems [J]. Journal of Water Resources Planning & Management, 2013, 139(2):184. DOI: 10.1061/(ASCE)WR.1943-5452.0000247.2018, 34(5):37. DOI: 10.19853/j.zgjsps.1000-4602.2018.05.008.
- [4] LIU H, ZHAO M, ZHANG C, *et al.* Comparing topological partitioning methods for district metered areas in the water distribution network [J]. Water, 2018, 10(4):368. DOI: 10.3390/w10040368.
- [5] HERRERA M, CANU S, KARATZOGLOU A, *et al.* An approach to water supply clusters by semi-supervised learning [C]//Proceedings of International Environmental Modelling and Software Society. Ottawa:[s.n.],2010:1925-1932.
- [6] DI NARDO A, DI NATALE M, GIUDICIANNI C, *et al.* Weighted spectral clustering for water distribution network partitioning [J]. Applied network science, 2017, 2(1):19. DOI: 10.1007/s41109-017-0033-4.
- [7] SALINGAROS N A. Complexity and urban coherence [J]. Journal of Urban Design, 2000, 5(3):291. DOI: 10.1080/713683969.
- [8] YAO Y, LIU X, LI X, *et al.* Mapping fine-scale population distributions at the building level by integrating multisource geospatial big data [J]. International Journal of Geographical Information Science, 2017, 31(6):1220. DOI: 10.1080/13658816.2017.1290252.
- [9] CLAUSET A, NEWMAN M E J, MOORE C. Finding community structure in very large networks [J]. Physical review E, 2004, 70(6):066111. DOI: 10.1103/PhysRevE.70.066111.
- [10] NEWMAN M E J, GIRVAN M. Finding and evaluating community structure in networks [J]. Physical Review E, 2004, 69(2):026113. DOI: 10.1103/PhysRevE.69.026113.
- [11] ZHANG K, YAN H, ZENG H, *et al.* A practical multi-objective optimization sectorization method for water distribution network [J]. Science of The Total Environment, 2019, 656:1401. DOI: 10.1016/j.scitotenv.2018.11.273.
- [12] 蔡晓妍,戴冠中,杨黎斌.谱聚类算法综述[J].计算机科学,2008,35(7):14. DOI:10.3969/j.issn.1002-137X.2008.07.004.
CAI Xiaoyan, DAI Guanzhong, YANG Libin. Summary of spectral clustering algorithms [J]. Journal of Computer Science, 2008, 35(7):14. DOI:10.3969/j.issn.1002-137X.2008.07.004.
- [13] SHI J, MALIK J. Normalized cuts and image segmentation [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(8):888.
- [14] 刘俊,周鹏.谱聚类在供水管网分区优化中的应用[J].土木建筑与环境工程,2016,38(6):142
LIU Jun, ZHOU Peng. Spectral clustering for optimal design of district metered areas in water distribution systems [J]. Journal of Civil Architectural & Environmental Engineering, 2016, 38(6):142. DOI: 10.11835/j.issn.1674-4764.2016.06.019.
- [15] VON LUXBURG U. A tutorial on spectral clustering [J]. Statistics and computing, 2007, 17(4):395. DOI: 10.1007/s11222-007-9033-z.
- [16] YAZDANI A, JEFFREY P. A complex network approach to robustness and vulnerability of spatially organized water distribution networks [J]. arXiv preprint arXiv: 1008.1770, 2010.
- [17] LIU J, HAN R. Spectral clustering and multicriteria decision for design of district metered areas [J]. Journal of Water Resources Planning and Management, 2018, 144(5):04018013. DOI: 10.1061/(ASCE)WR.1943-5452.0000916.