管段沿线流量简化前后水头和流行时间差异性分析

李树平 (同济大学环境科学与工程学院,上海 200092)

摘要:给水管网管段沿线流量简化处理常采用水力等效方 式或流量等分方式,将沿线流量分配到管段的上端节点和下 端节点,以减少给水管网建模和计算的工作量。为从理论上 说明给水管网管段沿线流量简化处理后带来的影响,首先分 析了一般管段沿线流量简化处理前后的水头和流行时间差 异性,其次分析了沿线均匀出流简化处理前后的水头和流行 时间差异性。案例计算结果表明,水力等效简化处理保证了 管段上端节点和下端节点处的水头与简化处理前是相同的, 而简化前后管段内部各点的水头通常存在差异性;管段沿线 均匀出流经水力等效简化处理后,上端节点流量分配比与管 段内部出流点个数和沿线流量占比相关,而与管段直径、上 端节点水头、管段进流量、管段长度和管段摩阻系数无关,使 得该简化处理方法适用于上端节点水头或管段进流量具有 变化性的延时模拟模型;沿线均匀出流按照水力等效方式 (或流量等分方式)的处理,适用于沿线流量占比较小(距离 水厂较近)的管段沿线流量简化。

关键词:给水管网;沿线流量;水力等效;流量等分;流行时间 中图分类号:TU991 文献标志码:A

Difference Analysis of Water Head and Travel Time Before and After Simplification of Flow Along Link

LI Shuping

(College of Environmental Science and Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: In order to reduce the workload of modeling and calculation of water distribution systems, the hydraulic equivalent method or flow equal division method is often used to simplify the flow along the link, which distributes the flow along the link to the upper and lower nodes of the link. In order to explain theoretically the influence of simplification of the flow along the link, the differences of water head and traveling time before and

after simplification of the general flow along link were analyzed, and the differences of water head and traveling time before and after simplification of the uniform flow along the link were analyzed. These two aspects were calculated and discussed in combination with cases. It is concluded that the hydraulic equivalent simplification ensures that the water head at the upper and lower nodes of the link is the same as that before the simplification. while the water head at each point in the link before and after the simplification is usually different. After hydraulic equivalent simplification, the flow distribution ratio of the upper node is related to the number of demand points in the link and the flow proportion along the link, but has nothing to do with the diameter, the upper node head, the inlet flow, the length and the friction coefficient of the link. The simplification method is suitable for the extend period simulation model with variable water head at the upper node or link inlet flow. The uniform discharge along the link is treated according to the hydraulic equivalent method (or flow equal division method), which is suitable for simplifying the flow along the link where the internal flow along the link accounts for a small proportion (the links close to the water treatment plant).

Key words: water distribution system; flow along the link; hydraulic equivalent; flow equal division; travel time

给水管网建模中,管网简化是不可避免的。通 过简化,可以减少模型开发和维护工作量,提高运行 效率。相同直径、材料和埋设年代的串联管道合并 是常用简化方法之一。当中间节点有需水量的多段 串联管道简化为单一管段时,中间节点需水量称作 管段的沿线流量。这些沿线流量在管网建模中,常 集中分配到管段的上端节点和下端节点,采用的方 法是将沿线流量均分到两端节点^[12]。这种沿线流量



收稿日期: 2021-04-27

第一作者:李树平(1972—),男,副教授,工学博士,主要研究方向为给水排水工程设计与运行最优化。 E-mail:lishuping@tongji.edu.cn

均分方法优点是简单、易于操作,尤其在管段方向不 定的情况下;缺点是在管段两端节点分配流量后,引 起的管段水头损失与合并前在沿线流量下引起的管 段水头损失具有差异性。

因此,在管线沿线流量简化处理中,需要解决管 段沿线流量按怎样的分配比例,才可满足水力等效 性的问题。针对该问题,1988年Hamberg等^[3]利用 谢才-曼宁公式,讨论了管线中间单点出流量、等间 距多点出流量下流量简化处理问题。2013年 Izquierdo等^[4]利用达西-魏斯巴赫公式讨论了管线内 等间距等出流的流量简化处理及水力坡度线特征。

已有文献很少结合给水管网管段沿线流量简化 处理讨论管段内水流时间的变化。通常管段内水流 时间越长,管段内水质越可能变差。此外,随着给水 管网水力模拟的技术进步,希望计算的节点水头和 管段流速应更接近实际情况。因此需要从理论上分 析给水管网管段沿线流量简化处理后带来的影响。 本研究首先分析管段内一般沿线流量简化处理前后 的水头与流行时间,然后分析管段内均匀出流的流 量简化处理前后的水头与流行时间。

1 管段内一般沿线流量简化

1.1 管道沿线水头与流行时间

给水管网管道沿程水头损失公式和水流时间计 算公式分别为^[5]

$$h_{\rm f} = \frac{kQ^n}{D^m}L\tag{1}$$

$$t = \frac{\pi D^2 L}{4Q} \tag{2}$$

式(1)、(2)中: h_t 为管道沿程水头损失,m;t为管道内 水流时间,s;k、n、m为参数,不同计算公式对应的参 数值见表1;Q为管道流量,m³·s⁻¹;D为管道直径, m;L为管道长度,m。

由式(1)和式(2)可以看出,当管道内流量Q和 直径D一定时,沿程水头随管道长度线性下降,水流 时间随管道长度线性增加。

表1 管道沿程水头损失计算公式参数^[6] Tab.1 Pipe friction headloss formula parameters^[6]

公式	系数k	指数n	指数 m
达西魏斯巴赫公式	$0.0826f(k_s/D, Re)$	2	5
海曾-威廉公式	$10.654/C^{1.852}$	1.852	4.87
谢才-曼宁公式	$10.29 n_{ m M}^2$	2	5.33

注: $f(k_s/D, Re)$ 为达西-魏斯巴赫摩擦系数(取决于绝对粗糙度 k_s 直径D和雷诺数Re);C为海曾–威廉粗糙系数; n_M 为曼宁粗糙系数。 设管段总长度为*L*,直径为*D*,上端节点水头为 *H*₀,进流量为*Q*_m。管段内*N*个出流点距上端节点的 距离依次为*L*₁, *L*₂, …, *L*_N(0<*L*₁<*L*₂<…<*L*_N< *L*)。各出流点相应需水量分别为*Q*_i(*Q*_i>0, *i* = 1, 2, …, *N*)。设*Q*_L为各出流点需水量之和,即*Q*_L= $\sum_{i=0}^{N} Q_i = \gamma Q_{in}, \gamma$ 为沿线流量占比,0 $\leq \gamma \leq 1$ 。

忽略局部水头损失,则距管段上端节点距离为 0, L₁, L₂, …, L_N, L处的水头,以及从上端节点到 各处的水流时间见表2。流量差异使组成管段的各 管道内水头和水流时间的变化斜率各不相同,整个 管段上的水头和水流时间将以多段折线形式变化。

1.2 沿线流量分配到管端两端

设管段沿线流量为 Q_L ,经简化处理,将其分配 到管段两端。令 α 为管段沿线流量 Q_L 的上端节点流 量分配比,则通过管段的流量为 $Q_{in} - \alpha Q_L = (1 - \alpha \gamma)Q_{in}$ 。于是管段下端节点的水头H'(L)和水流时 间T'(L)分别为

$$H'(L) = H_0 - \frac{kL}{D^m} \left[(1 - \alpha \gamma) Q_{\text{in}} \right]^n \qquad (3)$$

$$T'(L) = \frac{\pi D^2 L}{4(1 - \alpha \gamma) Q_{\text{in}}} \tag{4}$$

当将沿线流量平均分配到管段上下两端节点 时,上端节点流量分配比α=0.5,则由式(3)和式 (4),得到管段下端节点的水头*H*"(*L*)和水流时间 *T*"(*L*)分别为

$$H''(L) = H_0 - \frac{kL}{D^m} \left[(1 - 0.5\gamma) Q_{\rm in} \right]^n \quad (5)$$

$$T''(L) = \frac{\pi D^2 L}{4(1 - 0.5\gamma)Q_{\rm in}} \tag{6}$$

由式(3)~(6)可知,当沿线流量分配到管段两 端节点后,沿管段的水头和水流时间将以线性形式 变化,不再是多段折线形式。

1.3 示例1

如图1所示,某管段进流量 $Q_{in} = 400 \text{ L}\cdot\text{s}^{-1}$,内 部节点(1)距离上端节点(0)为250 m,需水量为60 L·s⁻¹;内部节点(2)距离上端节点(0)为400 m,需水 量为180 L·s⁻¹;于是可知沿线流量占比 $\gamma = \frac{60 \text{ L}\cdot\text{s}^{-1} + 180 \text{ L}\cdot\text{s}^{-1}}{400 \text{ L}\cdot\text{s}^{-1}} = 0.6$ 。节点(0)处水头 $H_0 =$

80 m,管段总长为500 m,海曾-威廉系数C取110, 管段直径D为500 mm。试分析将内部节点(1)和 (2)的需水量分配至上端节点(0)和下端节点(3)情 况下的管段水头和流行时间。

表2 管段两端和各出流点处的水头,以及从管段上端节点至各处的水流时间 Tab.2 Water heads of end nodes and outlets along the link, and traveling times from upstream nodes to each node or outlet

距管段上端节点距离	水头/m	水流时间/s
0	H_0	0
L_1	$H_0\!=\!rac{k\!L_1}{D^m}Q_{ m in}^n$	$\frac{\pi D^2 L_1}{4 Q_{\rm in}}$
L_2	$H_0 - \frac{kL_1}{D^m} Q_{in}^n - \frac{k(L_2 - L_1)}{D^m} (Q_{in} - Q_1)^n$	$\frac{\pi D^2 L_1}{4 Q_{\rm in}} \! + \! \frac{\pi D^2 (L_2 \! - \! L_1)}{4 (Q_{\rm in} \! - \! Q_1)}$
L_3	$H_0 - rac{kL_1}{D^m} Q_{ m in}^n - rac{k(L_2 - L_1)}{D^m} (Q_{ m in} - Q_1)^n - rac{k(L_3 - L_2)}{D^m} (Q_{ m in} - Q_1 - Q_2)^n$	$\frac{\frac{\pi D^2 L_1}{4 Q_{\rm in}} + \frac{\pi D^2 (L_2 - L_1)}{4 (Q_{\rm in} - Q_1)} +}{\frac{\pi D^2 (L_3 - L_2)}{4 (Q_{\rm in} - Q_1 - Q_2)}}$
÷	÷	÷
$L_{ m N}$	$H_0 - rac{kL_1}{D^m} Q_{ m in}^n - rac{k(L_2 - L_1)}{D^m} (Q_{ m in} - Q_1)^n - rac{k(L_3 - L_2)}{D^m} (Q_{ m in} - Q_1 - Q_2)^n - \dots - rac{k(L_N - L_{N-1})}{D^m} (Q_{ m in} - Q_1 - Q_2 - \dots - Q_{N-1})^n$	$\begin{aligned} &\frac{\pi D^2 L_1}{4 Q_{\rm in}} + \frac{\pi D^2 (L_2 - L_1)}{4 (Q_{\rm in} - Q_1)} + \\ &\frac{\pi D^2 (L_3 - L_2)}{4 (Q_{\rm in} - Q_1 - Q_2)} + \dots + \\ &\frac{\pi D^2 (L_N - L_{N-1})}{4 (Q_{\rm in} - Q_1 - Q_2 - \dots - Q_{N-1})} \end{aligned}$
L	$H_{0} - \frac{kL_{1}}{D^{m}}Q_{in}^{n} - \frac{k(L_{2} - L_{1})}{D^{m}}(Q_{in} - Q_{1})^{n} - \frac{k(L_{3} - L_{2})}{D^{m}}(Q_{in} - Q_{1} - Q_{2})^{n} - \dots - \frac{k(L_{N} - L_{N-1})}{D^{m}}(Q_{in} - Q_{1} - Q_{2} - \dots - Q_{N-1})^{n} - \frac{k(L - L_{N})}{D^{m}}(Q_{in} - Q_{1} - Q_{2} - \dots - Q_{N})^{n}$	$\begin{aligned} &\frac{\pi D^2 L_1}{4 Q_{\rm in}} + \frac{\pi D^2 (L_2 - L_1)}{4 (Q_{\rm in} - Q_1)} + \\ &\frac{\pi D^2 (L_3 - L_2)}{4 (Q_{\rm in} - Q_1 - Q_2)} + \dots + \\ &\frac{\pi D^2 (L_N - L_{N-1})}{4 (Q_{\rm in} - Q_1 - Q_2 - \dots - Q_{N-1})} + \\ &\frac{\pi D^2 (L - L_N)}{4 (Q_{\rm in} - Q_1 - Q_2 - \dots - Q_N)} \end{aligned}$
	<i>I</i> =500 m	1





1.3.1 简化处理前水头和水流时间

管道水头损失采用海曾-威廉公式计算,由表1 所列公式, $k = \frac{10.654}{C^{1.852}} = \frac{10.654}{110^{1.852}} = 0.001765。根据$ 表2所列公式,可得各节点处水头和从节点(0)开始的水流时间,见表3。

1.3.2 沿线流量等分后水头和水流时间

当将内部节点(1)和节点(2)的流量等分至节点 (0)和节点(3)后,由式(5)和式(6)得节点(3)水头

表3 各节点水头和从节点(0)算起的水流时间

Tab.3 Water heads of nodes and traveling times from node (0)

节点	水头/m	水流时间/s
(0)	80.00	0
(1)	77.64	123
(2)	76.59	210
(3)	76.42	332

H"(500)=77.56 m,该值大于表3中所列水头 76.42 m,说明采用流量等分方法将会乐观估计管段 下端节点的水头。 从节点(0)至节点(3)的水流时间 T"(500) = 350 s,该值大于表3中所列的流行时间332 s,说明采 用流量等分方法时水在管段内的停留时间将增长,水质分析时可能得出较差的水质结果。

1.3.3 水力等效条件下水头和水流时间

为满足水力等效性,使沿线流量分配到管段两 端节点后下端节点(3)处的水头与简化处理前相等, 则式(3)中H'(500)=76.42 m。解得管段上端节点 流量分配比 α =0.23。说明水力等效性条件下,节 点(0)分配23%的沿线流量(56 L·s⁻¹),节点(3)分 配77%的沿线流量(184 L·s⁻¹)。

由式(4),管段内水流时间计算为T'(500) = 286 s,该值小于表3中所列的流行时间332 s,说明采 用水力等效方式简化处理后,水在管段内的停留时间缩短,会乐观估计管段水质。

由示例1可知,采用沿线流量平均分配到管段 两端节点时,计算出的下端节点水头和水流时间均 与简化处理前不同。水力等效条件尽管是在满足管 段下端节点水头相同条件下的简化处理,但计算出 的水流时间与简化处理前存在差异。此外水力等效 性尽管满足简化处理前后管段上端和下端节点水头 相同,但由于管段沿程水头在简化处理前为多段折 线下降,而在简化处理后呈直线下降,所以造成管段 内部的水头在简化处理前后产生差异。

2 管段内均匀出流的沿线流量简化

2.1 水头和流行时间

管段内均匀出流为沿线出流的特例。设管段内 有N个等间距出流点,则各点需水量相同,为 Q_L/N ; 管段两端和各出流点到管段上端节点的距离依次为 0,L/(N+1),2L/(N+1),…,NL/(N+1),L。 令沿线流量占比 $\gamma = Q_L/Q_m (0 \le \gamma \le 1)$,则管段两端 节点及各出流点水头分别为

$$H(0) = H_{0}$$
(7)

$$H(jL/(N+1)) = H_{0} -$$

$$\frac{L}{N+1} \frac{kQ_{in}^{n}}{D^{m}} \sum_{i=1}^{j} \left[1 - \frac{(i-1)\gamma}{N}\right]^{n}$$

$$j = 1, 2, \dots, N$$
(8)

$$H(L) = H_0 - \frac{L}{N+1} \frac{k Q_{in}^n}{D^m} \sum_{i=0}^N \left(1 - \frac{i\gamma}{N}\right)^n \quad (9)$$

从上端节点至各出流点处的水流时间分别为

$$T(0) = 0 \tag{10}$$

$$T(jL/(N+1)) = \frac{\pi D^2 L}{4(N+1)Q_{\text{in}}} \sum_{i=1}^{j} \frac{1}{1 - \frac{(i-1)\gamma}{N}}$$

j =

$$1, 2, \cdots, N \tag{11}$$

$$T(L) = \frac{\pi D^2 L}{4(N+1)Q_{\rm in}} \sum_{i=0}^{N} \frac{1}{1 - \frac{i\gamma}{N}}$$
(12)

当*N*→∞时,将沿管段连续均匀出流。令*x*为 到管段上端节点的距离,则沿线d*x*长度内水头变 化为

$$\mathrm{d}H = \frac{k}{D^m} \left(Q_{\mathrm{in}} - \frac{xQ_{\mathrm{L}}}{L} \right)^n \mathrm{d}x = \frac{kQ_{\mathrm{in}}^n}{D^m} \left(1 - \frac{x\gamma}{L} \right)^n \mathrm{d}x$$

于是距离管段上端节点*x*(0≪*x*≪*L*)处的水 头为

$$H(x) = H_0 - \int_0^x \frac{kQ_n^n}{D^m} (1 - \frac{x\gamma}{L})^n dx = H_0 - \frac{kLQ_n^n}{(n+1)D^m\gamma} [1 - (1 - \frac{x\gamma}{L})^{n+1}] \quad (\gamma \neq 0) (13)$$

当 $x = L$ 时水头为

$$H(L) = H_0 - \frac{\kappa L Q_{in}}{(n+1)D^n \gamma} [1 - (1-\gamma)^{n+1}]$$

$$(\gamma \neq 0)$$
(14)

同理可得当*N*→∞时,沿管段连续出流下距离 管段上端节点*x*(0≪*x*≪*L*)处的水流时间为

$$T(x) = \int_{0}^{x} \left[\frac{\pi D^{2}L}{4Q_{in}(L - x\gamma)} \right] dx =$$
$$\frac{\pi D^{2}L}{4\gamma Q_{in}} \ln \left(\frac{L}{L - x\gamma} \right) \quad (0 < \gamma < 1) \quad (15)$$

当 x = L时水头为

$$T(L) = \frac{\pi D^2 L}{4\gamma Q_{\rm in}} \ln\left(\frac{1}{1-\gamma}\right) \quad (0 < \gamma < 1) \quad (16)$$

由式(13)和式(15)可知,在沿管段连续均匀出 流情况下,整个管段内水头的下降和水流时间的增 加均将以连续曲线形式变化。

2.2 管段上端节点流量分配比

为满足水力等效性,在管段均匀出流情况下,使 沿线流量分配到管段两端节点后,下游节点处的水 头相等。由式(3)和式(9),令*H*′(*L*)=*H*(*L*),得管 段上端节点流量分配比为

$$\alpha = \frac{1 - \sqrt[n]{\frac{1}{N+1} \sum_{i=0}^{N} \left[1 - \frac{i\gamma}{N}\right]^{n}}}{\gamma}$$
(17)

式(17)说明,管段均匀出流水力等效简化处理

后,上端节点流量分配比α仅与管段内部出流点个数N和沿线流量占比γ相关,而与管道直径D、管段上端节点水头H₀、管段进流量Q_{in}、管段长度L和系数k无关。这样,将管段沿线均匀出流的流量分配到两端节点时,它不仅可用于稳态模拟,也可用于H₀、Q₀随时间变化的延时模拟。

当N→∞时,管段连续均匀出流,为满足水力等 效性,由式(3)和式(14),令H'(L)=H(L),得

$$\alpha = \frac{1 - \sqrt[n]{1 - (1 - \gamma)^{n+1}}}{(n+1)\gamma}$$
(18)

式中: $\gamma \in (0, 1]$ 。当 $\gamma = 1$ 时,管段进流量 Q_n 全部沿本管段配水,没有向下游管段转输的多余流量。当

 γ →0时,管段进流量 Q_n 在本管段分配流量很少,绝 大部分流量转输至下游管段。当n = 2和n =1.852时, $\gamma = 1$ 和 γ →0时管段均匀出流的极限 α 值 见表4。

表 4 管段均匀出流的极限 α 值 Tab.4 Limits α of uniform flow along the link

n	α	
	γ=1	γ → 0
2	0.423	0.5
1.852	0.432	0.5

式(17)中取不同N值和 γ 值,当n = 2和n = 1.852时,管段上游节点流量分配比 α 的变化情况见图2。



Fig.2 Upstream node flow ratio of simplification of uniform flow along the link under hydraulic equivalent

由图2看出:①当管段中出流点数量N不变时, 上端节点流量分配比α随沿线流量占比γ的增加而 减小。α值总是小于极值0.5,即管段内出流量总是 按下端节点流量较大,上端节点流量较小的方式进 行水力等效简化处理。γ值很小情况下,即管道内流 量主要是转输到下游管段而不是在本管段沿线配水 时,α接近0.5。②当沿线流量占比γ不变时,上端节 点流量分配比α随管段中出流点数量N的增加而增 加。③当上端节点流量分配比α相同时,沿线流量 占比γ随管段中出流点数量N的增加而增加。

2.3 示例2

设管段进流量 $Q_n = 100 \text{ L} \cdot \text{s}^{-1}$,长度L = 1000m,直径D = 300 mm,上端节点处水头 $H_0 = 30 \text{ m}$; 采用海曾-威廉公式计算沿程水头损失,m = 4.87, n = 1.852, C = 120。于是 $k = \frac{10.654}{C^{1.852}} = \frac{10.654}{120^{1.852}} = 0.001503$ 。设沿线流量占比从 $0.01 \sim 0.90$,N值分 别取1, 2, 5和 ∞ ,试分析沿线均匀出流简化处理后 管段下端节点水头和从管段起点到该点的水流 时间。

由式(9)和式(12)计算沿线流量简化处理前管 段下端节点的水头和水流时间。由式(17)获得管段 上端节点流量分配比后,再由式(3)和式(4)得到水 力等效简化处理后管段下端节点的水头和流行时 间。由式(5)和式(6)得到流量等分(即α=0.5)时下 端节点水头和流行时间。不同出流点个数N和不同 沿线流量占比γ的计算结果如图3、图4所示。

由图3和图4看出,不同N值均匀出流情况下, 简化处理前后管段下端节点水头和流行时间随不同 沿线流量比γ的变化趋势相似。

(1)因为等分流量处理总是比水力等效简化处理在管段下端节点分配的流量要少,管段下端节点 处简化前的水头(水力等效简化处理后的水头)总是小于等分流量处理后的水头。

(2)等分流量处理后的管段流行时间高于水力 等效简化处理的但低于简化处理前的。



图3 不同 N 值管段下端节点水头

Fig.3 Downstream node water heads of the link at different N values





(3)当沿线流量占比γ<0.2时,简化处理前后 管段下端节点水头和管段流行时间相差不大。说明 当管段内沿线分配流量远小于它的转输流量时(在 供水管网距离水厂较近的管段内比较常见),采用将 沿线流量以水力等效方式或等分方式分配到管段的 两端节点具有合理性。当沿线流量占比γ值较大时 (距离水厂较远的供水管网末梢或多水厂供水分界 线附近管段处比较常见),在简化处理前后管段下端 节点水头和管段流行时间出现较大差异。

3 结论

相同直径、材料和埋设年代的串联管道合并是 给水管网常用简化方式之一。根据能量守恒原理, 给出了单管段沿线流量利用水力等效方式或流量等 分方式向两端节点分配,简化处理前后水头损失和 水流时间的计算方法。水力等效简化处理前后仅保 证了管段上端节点和下端节点的水头是相同的,而 管段内部各处的水头通常存在差异。

管段沿线均匀出流流量经水力等效简化处理 后,上端节点流量分配比与管段内部出流点个数和 沿线流量占比相关,而与管段直径、上端节点水头、 管段进流量、管段长度和管段摩阻系数无关,使得该 简化处理方法适用于上端节点水头或管段进流量具 有变化性的延时模拟模型。

管段沿线均匀出流情况下,距离水厂较近的管 段沿线流量(当管段内部流量占比较小时)适合采用 水力等效方式(或流量等分方式)简化处理,沿线流 量简化处理前后管段水头损失和水流时间差距均较 小。而对于距离水厂较远的管网末梢或多水厂供水 分界线附近(当管段内部沿线流量占比较大时),经 流量等分方式简化处理后的管段水头损失,以及经 水力等效方式(或流量等分方式)简化处理后的水流 时间,与简化前相比差距均较大。

参考文献:

- WALSKI T M, CHASE D V, SAVIC D A, et al. Advanced water distribution modeling and management [M]. Waterbury: Haestad Press, 2003.
- [2] 李树平,刘遂庆.城市给水管网系统[M].2版.北京:中国建筑工业出版社,2021.
 LI Shuping, LIU Suiqing. Urban water distribution systems
 [M]. 2nd ed. Beijing: China Architecture & Building Press,2021.
- [3] HAMBERG D, SHAMIR U. Schematic models for distribution systems design. I: combination concept[J]. Journal of Water Resources Planning and Management, 1988, 114 (2): 129.
- [4] IZQUIERDO J, CAMPBELL E, MONTALVO I, et al. Error analysis of some demand simplifications in hydraulic models of water supply networks [J]. Abstract and Applied Analysis, 2013, 169670: 1.
- [5] 吴玮,张维佳.水力学[M].3版.北京:中国建筑工业出版 社,2020.

WU Wei, ZHANG Weijia. Hydraulics [M]. 3rd ed. Beijing: China Architecture & Building Press, 2020.

[6] ROSSMAN L A. EPANET user's manual [M]. Cincinnati: Environmental Protection Agency Risk Reduction Engineering Laboratory, 2000.