

# 考虑枢纽失效情形的客运枢纽层级选址模型

闫 黄, 张小宁

(同济大学 经济与管理学院, 上海 200092)

**摘要:** 基于混合式服务模式, 提出了枢纽失效和不完全信息条件下旅客依次访问备选枢纽的服务策略, 并建立了有容量限制的可靠性层级选址模型。实例分析结果表明, 该选址模型可以增加选址方案的可靠性, 降低由于枢纽失效而产生的惩罚费用。模型参数敏感性分析结果表明, 对于失效概率过高的枢纽设施网络, 仅靠增加枢纽数量已无法提高选址方案的可靠性, 而保持较高可靠性的枢纽设施网络在应对可能造成高损失事件时的弹性较高。

**关键词:** 层级选址模型; 城市群客运枢纽; 不完全信息; 失效概率; 惩罚费率

中图分类号: U115

文献标志码: A

## Hierarchical Location Model of Passenger Transport Hub Considering Failure of the Hub

YAN Huang, ZHANG Xiaoning

(School of Economics and Management, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** Based on a crossed structure, a service strategy for passengers to visit alternative hubs in turn under the failure of the hub and imperfect information was proposed, and a reliable hierarchical location model with the capacity limitation was established. The example analysis shows that the model can enhance the reliability of the location planning and reduce the penalty cost due to the failure of the hub. Furthermore, through the sensitivity analysis of model parameters, it is found that for the transport hub network with high failure probability, increasing the number of hubs alone can not improve the reliability of the location planning, while the transport hub network with high reliability has greater flexibility to deal with events that may lead to high losses.

**Key words:** hierarchical location model; urban agglomeration passenger transport hub; imperfect

information; failure probability; penalty rate

枢纽失效情形属于选址问题研究中的不确定性因素。不确定性选址问题主要考虑供给侧和需求侧的不确定性<sup>[1]</sup>, 如: 供给侧中设施的服务时间不确定、服务能力波动以及恶劣交通状况的影响, 需求侧中需求的数量波动、非周期性响应以及需求分布不平衡等。在实际情况下, 需求侧的不确定性只会增加设施选址问题的复杂性和选址方案的费用, 供给侧的不确定性往往使得服务质量下降甚至中断, 导致更严重的后果。缺乏对枢纽失效情形的考虑, 将会使得原有设施网络下的需求服务产生巨大费用。例如, 在交通枢纽失效情形下, 需要将失效枢纽服务需求转移至其他设施, 导致交通费用大幅增加。因此, 在确定选址分配方案时, 应当考虑突发情况下枢纽失效的情形, 进而使得枢纽设施网络无论在正常情况下还是在突发情况下, 都能取得良好的服务效果。

关于枢纽失效情形下选址问题的研究主要包括以下 3 个方面:

### (1) 关键设施识别(中断模型)

中断模型最早用于军事实践中交通网络重要路段失效后影响的评估<sup>[2-3]</sup>。Church 等<sup>[4]</sup>首次将中断模型应用于选址问题, 以识别设施网络中最脆弱的部分, 即哪些设施的失去会对系统服务产生最大的影响。中断模型通常假设设施完全失效, 这与实际并不相符。为此, Church 等<sup>[5]</sup>假设设施完全失效服从一定概率, 研究了以一定依概率失效的中断模型。Losada 等<sup>[6]</sup>假设枢纽失效概率与突发事件强度或者袭击中使用的进攻资源有关, 对模型进行了拓展研究。Lei 等<sup>[7]</sup>研究了一类特殊情况, 即枢纽失效情形下所有的需求并非由其最近设施提供服务。此外,

收稿日期: 2021-12-23

基金项目: 国家自然科学基金(72021002, 71890973)

第一作者: 闫 黄(1993—), 男, 博士生, 主要研究方向为交通与物流系统的优化与管理、交通经济。

E-mail: tjyh@tongji.edu.cn



论文  
拓展  
介绍

部分研究还拓展了中断模型的容量限制假设。Scaparra等<sup>[8]</sup>提出了有容量限制的中断模型。Aksen等<sup>[9]</sup>提出了部分容量限制的中断模型,即突发状况下某些中断设施保留部分服务能力,只损失有限的容量。

### (2)重要设施保护(加固模型)

加固模型一般为双层模型,上层模型决定保护哪些设施,下层模型评估未被保护的设施在受袭后产生的影响<sup>[10-11]</sup>。加固模型保护的资源有预算限制,而保护不同设施所花费的成本也不相同,相关研究已对保护设施所付出的费用与设施中断造成的损失进行权衡。因双层模型求解非常困难,Church等<sup>[5]</sup>和Scaparra等<sup>[12]</sup>将加固模型转为单层模型求解,需要穷举出已有设施中所有可能的中断情况,这使得模型的求解随着设施网络规模和中断设施数量的增加而变得十分棘手<sup>[13]</sup>。Aksen等<sup>[14]</sup>提出了预算限制下可变容量的加固模型,对可保护的资源进行限制,同时假设不同的保护费用和可变的容量。Liberatore等<sup>[15]</sup>面对大规模枢纽设施情形,考虑了设施的容量限制、设施的部分中断以及相邻设施失效的影响。

在实际情况下,失效的枢纽需要一定的恢复时间,这期间整个系统的运行处于降级状态。Losada等<sup>[16]</sup>针对此类问题,在加固模型中不是阻止枢纽失效,而是调动资源加速恢复失效的设施。通常加固模型假设加固后的设施在任何情形下都不会失效,但这并不符合实际。为此,Bricha等<sup>[17]</sup>提出加固后的设施对于突发事件的预防效果服从一定的概率。此外,Zhu等<sup>[18]</sup>利用博弈论模型对无容量限制且固定费用的选址问题提出了最优防御策略,通过不同的防御等级措施使系统的损失最小化。

### (3)服务策略设计

前述2种模型是在现有系统下考虑枢纽失效情形的相关研究。在设施规划建设前,如何采取有效措施增强枢纽失效情形下服务的效率和弹性,是决策者关心的第3个问题。相关研究表明,在初始设计中考虑潜在的枢纽失效风险、通过服务策略设计确定成本最小目标、对突发事件采取鲁棒性的设施选址策略,能够在不显著增加运营成本的情况下,有效地提高系统的可靠性<sup>[19]</sup>。根据决策者对待风险的不同态度,选址模型可以分为风险规避模型和风险中立模型。

风险规避模型通常将中断模型作为下层模型以计算最坏场景下的系统损失,而上层模型则是确定最佳设施位置。与加固模型中的双层规划相比,此

类模型的求解更加困难。O'Hanley等<sup>[20]</sup>通过分解方法解决了最大覆盖的风险规避问题。Parvaresh等<sup>[21]</sup>通过模拟退火和禁忌搜索算法解决了中位风险规避问题。部分风险规避模型将加固设计作为服务策略进行建模<sup>[22-24]</sup>。

风险中立模型假设枢纽失效是随机的,目标函数为期望费用最小。1987年,Drezner<sup>[25]</sup>在研究不可靠设施问题时已假设设施的失效概率相同,但直到2005年,Snyder等<sup>[19]</sup>才针对此类问题提出了可靠性中位选址问题和固定费用问题。2个问题都是计算枢纽失效情形下期望的交通费用,通过选择设施的位置使系统的总费用最小化。然而,模型假设枢纽失效概率相同,这与实际并不相符。为此,Berman等<sup>[26]</sup>首次使用单点独立概率计算模型,但该模型具有高度非线性,只能通过启发式算法求解。近年来,Cui等<sup>[27]</sup>和Lei<sup>[28]</sup>通过线性混合整数规划模型完成了不同失效概率的建模。风险中立模型的另一个关键问题是设施关联性和信息不确定性。Li等<sup>[29]</sup>和Berman等<sup>[30]</sup>给出有关设施关联失效的例子。Berman等<sup>[31]</sup>详细分析了有关信息对可靠性选址设计的重要性,并假设需求按照最近距离次序访问各个设施。Yun等<sup>[32]</sup>研究了不完全信息下的可靠性选址模型,给出旅客的最优访问次序。此后,Yun等<sup>[33-34]</sup>又将此模型拓展到单点独立概率模型。

综上所述,对于枢纽失效情形下选址问题的研究已经取得了一定的成果。然而,这些选址模型主要针对单一设施类型的选址模型,缺乏对层级枢纽设施选址模型的研究,也很少考虑设施的容量限制,而且在多级分配策略中未对每个需求点分配的设施数量进行限制。针对城市群客运枢纽选址可靠性研究,决策者更加希望在规划阶段就能够将枢纽设施失效的风险对策纳入选址方案中,以便在突发情况下为旅客提供相应的应急服务策略,从而使得枢纽设施网络更具弹性。旅客对于突发情况的信息获取往往滞后,只能通过“试错”的方式寻找可以提供服务的枢纽。因此,基于已有研究,利用Yun等<sup>[32]</sup>提出的服务策略,在需求点分配的设施数量以及设施容量限制条件下,构建可靠性客运枢纽层级选址模型,优化城市群客运枢纽层级选址方案。

## 1 模型建立

### 1.1 基本设定

考虑枢纽失效情形下的城市群客运枢纽层级选址

问题。具体而言,在旅客选择的枢纽由于突发状况失效后,旅客将依次前后续可选枢纽设施寻求出行服务,直至找到正常状态的枢纽设施满足出行需求。图1给出了枢纽失效情形下可能发生的枢纽访问过程,分别以一级不可选需求和二级可选需求2个类别为例,说明混合式服务模式<sup>[35]</sup>城市群旅客层级出行需求访问过程的特点。对于一级不可选需求而言,旅客只能访问一级需求接驳范围内的一级枢纽设施(见图1)。可能访问过程为:旅客先到达1号枢纽设施,若1号枢纽设施失效,则前往2号枢纽设施;若2号枢纽设施失

效,则前往3号枢纽设施;若3号枢纽设施状态正常,则旅客接受出行服务,若3号设施枢纽失效,则旅客可能选择放弃出行而回到需求点,或者前往超出接驳范围内的一级枢纽设施(4号枢纽设施),这2种情况都使得旅客承担了相应的经济损失,因此统一称为惩罚费用下的出行。类似地,对于二级可选需求,旅客正常可访问的枢纽设施处于二级需求接驳范围内,但是旅客可以选择超出接驳范围的二级枢纽设施或者三级枢纽设施,直至接受到出行服务或者被迫完成惩罚费用下的出行。

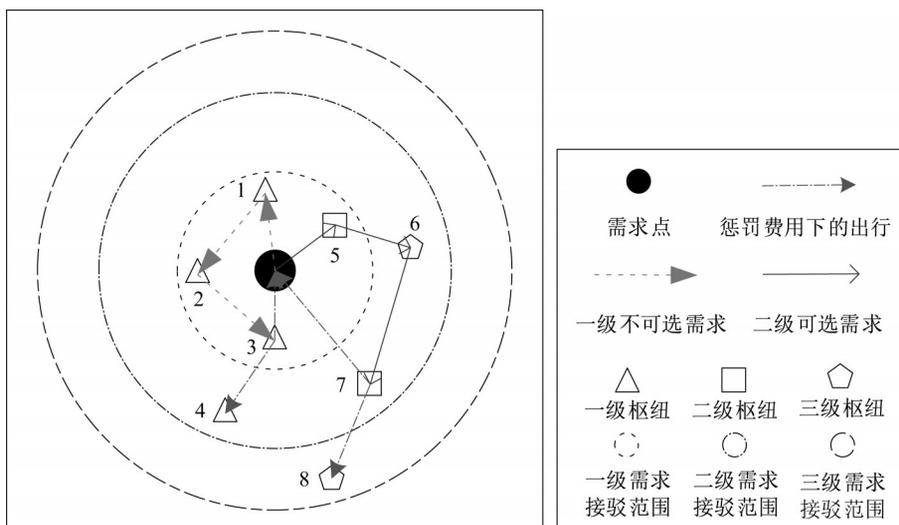


图1 枢纽失效情形下可能发生的枢纽访问过程

Fig. 1 Possible process of visiting hubs under the failure of the hub

在建模之前,作出如下假设:

(1)按照城市群内的行政区域规划进行小区划分,每个小区简化为一个需求点,需求点包含3种等级的出行需求,即短距离、中距离和长距离出行。各个等级的需求有最大可接受出行距离,即需求点到设施位置不超过一定阈值,并且阈值随着需求等级的增高而增大。

(2)枢纽设施根据提供的不同交通方式分为3个等级,即公路客运枢纽、铁路客运枢纽和航空客运枢纽。各个等级的枢纽有相应的建设和运营费用,而且费用随着所在区域的不同而存在差异。

(3)不考虑旅客的选择行为,各个需求点的旅客处于不完全信息条件下,按照预先指定的次序逐一访问枢纽设施,只有到达枢纽设施后才能获取枢纽设施的状态,直到找到正常状态的枢纽设施满足出行需求。当所有可选枢纽设施都处于失效状态时,则会产生相应的惩罚费用,惩罚费用与需求的类型相关。

(4)采用单分配策略,每个需求点同一类别的出行需求只能分配到同一个枢纽。

(5)将访问阶段枢纽设施之间的出行费用按照接驳费用计算。

(6)处于不同位置不同等级枢纽设施的失效概率相同,各个枢纽的失效概率相互独立,各个等级枢纽有最大容量限制。

文中符号的定义如表1所示。

## 1.2 枢纽失效情形

在枢纽失效情形下,基于旅客处于不完全信息的假设可知,旅客出行主要分为3个阶段。第一阶段,旅客由需求点出发,前往需要访问的第一个枢纽设施;第二阶段,由失效的枢纽设施出发,按照分配次序前往下一个未知状态的枢纽设施;第三阶段,若分配的枢纽设施全部失效,则进行惩罚费用下的出行。

前2个阶段中任意2点间的出行费用按照接驳交通出行费用 $\phi_{i,j}$ 计算,如下所示:

表 1 符号定义

Tab. 1 Definition of symbols

类型	符号	定义
	$I$	需求点集合, $I = \{1, 2, \dots, i,  I \}, i \in I$
	$J$	枢纽设施备选点集合, $J = \{1, 2, \dots, j,  J \}, J \subseteq I, j \in J$
	$H$	出行需求等级集合, $H = \{h\}, h = 1, 2, 3$
	$K$	枢纽级别集合, $K = \{k\}, k = 1, 2, 3$
集合	$A$	需求类别集合, $A = \{a\}, a \in N, C, N$ 和 $C$ 分别表示不可选和可选需求类别
	$B_{ih,a}$	需求点 $i$ 的 $h$ 级 $a$ 类别需求的备选枢纽集合
	$J_{ih,a}$	需求点 $i$ 的 $h$ 级 $a$ 类别需求的访问枢纽次序集合
	$\tilde{J}_{ih,a}$	包含了虚拟枢纽的访问枢纽次序集合, $\tilde{J}_{ih,a} = \{j_{ih,a1}, j_{ih,a2}, \dots, j_{ih,ar}, \dots, j_{ih,a J_{ih,a} }, j_{ih,a( J_{ih,a} +1)}, \dots, j_{ih,a(M_{ih,a}+1)}\}$
	$\hat{J}_{ih,a}$	需求点 $i$ 的 $h$ 级 $a$ 类别需求的可访问枢纽集合
决策变量	$x_{jk}$	若枢纽设施备选点 $j$ 被建设成 $k$ 级设施, 则 $x_{jk} = 1$ , 否则为 0
	$y_{ihj,a}$	若需求点 $i$ 的 $h$ 级 $a$ 类别需求访问的第 1 个枢纽设施为 $j$ , 则 $y_{ihj,a} = 1$ , 否则为 0
	$y_{ihj'r,a}$	若需求点 $i$ 的 $h$ 级 $a$ 类别需求分配的第 $(r-1)$ 个枢纽设施备选点 $j'$ 失效, 从而前往第 $r$ 个枢纽设施备选点 $j'$ , $y_{ihj'r,a} = 1$ , 否则为 0
	$\omega_{ih,a}$	需求点 $i$ 的 $h$ 级 $a$ 类别需求数量, $\omega_{ih,C} + \omega_{ih,N} = \omega_{ih}$
	$d_{ih,a}$	需求点 $i$ 的 $h$ 级 $a$ 类别需求的城际出行距离
	$R_h$	$h$ 级出行需求可接受的最大出行距离
	$f_k$	$k$ 级枢纽设施的建设费用和运营费用
	$\beta_j$	枢纽设施备选点 $j$ 的费用差异
	$Q_k$	$k$ 级枢纽设施的最大容量
	$d_{ij}$	从需求点 $i$ 到枢纽设施备选点 $j$ 的出行距离
参数	$\delta_0$	从需求点到枢纽设施的单位距离出行费率
	$\delta_k$	$k$ 级枢纽设施的交通出行方式的单位距离出行费率
	$v_0$	从需求点到枢纽设施的出行速率
	$v_k$	$k$ 级枢纽设施的交通出行方式的出行速率
	$c_i$	需求点 $i$ 的旅客的平均时间价值
	$\phi_{ij_1j_2}$	来自需求点 $i$ 的旅客利用接驳交通在枢纽设施备选点 $j_1$ 和 $j_2$ 之间的出行费用
	$\eta_{ihj,a}$	需求点 $i$ 的 $h$ 级 $a$ 类别需求利用枢纽设施备选点 $j$ 完成城际出行产生的费用
	$M_{ih,a}$	需求点 $i$ 的 $h$ 级 $a$ 类别需求的枢纽设施备选点集合中枢纽数量的最大值, 由 $d_{ij}$ 和 $R_h$ 确定
	$q$	枢纽设施的失效概率
	$\pi_{ih,a}$	需求点 $i$ 的 $h$ 级 $a$ 类别需求的惩罚费率

$$\phi_{ij_1j_2} = \delta_0 d_{j_1j_2} + c_i \frac{d_{j_1j_2}}{v_0} \quad (1)$$

如果旅客找到正常状态的枢纽设施, 就可完成城际出行。城际出行费用  $\eta_{ihj,a}$  的计算式如下所示:

$$\eta_{ihj,a} = \delta_k d_{ih,a} + c_i \frac{d_{ih,a}}{v_k} \quad (2)$$

由于每个需求点的各个类别需求只能在接驳范围内访问相应的枢纽, 因此  $J_{ih,a} \subseteq B_{ih,a}, B_{ih,a}$  由式(3)和式(4)确定。由  $d_{ij}$  和  $R_h$  确定集合  $B_{ih,a}$  中可选枢纽数量的最大值, 记为  $M_{ih,a}$ , 则  $|J_{ih,a}| \leq M_{ih,a}$

$$B_{ih,N} = \{j \in J \mid x_{jh} = 1, d_{ij} \leq R_h\} \quad (3)$$

$$B_{ih,C} = \left\{j \in J \mid \sum_{h \leq k \leq h+1} x_{jk} = 1, d_{ij} \leq R_h\right\} \quad (4)$$

在第一阶段,  $h$  级  $a$  类别需求的旅客由需求点  $i$  出发, 前往需要访问的第 1 个枢纽设施备选点  $j_{ih,a1}$ , 如果设施处于正常状态, 则旅客接受出行服务, 那么出行费用的期望值为

$$\omega_{ih,a} (1-q) (\phi_{ij_{ih,a1}} + \eta_{ij_{ih,a1},a}) \quad (5)$$

若第 1 个枢纽设施备选点处于失效状态, 则进入第二阶段, 旅客按照分配次序前往第 2 个枢纽设施  $j_{ih,a2}$ 。

若第 2 个枢纽设施状态正常, 则出行费用的期望值为

$$\omega_{ih,a} q (1-q) (\phi_{ij_{ih,a1}} + \phi_{ij_{ih,a1}j_{ih,a2}} + \eta_{ij_{ih,a2},a}) \quad (6)$$

如果第 2 个枢纽设施备选点处于失效状态, 则旅客继续前往下一个未知状态的枢纽设施, 直至到达最后一个枢纽设施  $j_{ih,a|J_{ih,a}|}$ 。如果最后一个枢纽设施备选点状态正常, 那么出行费用的期望值为

$$\omega_{ih,a} q^{|J_{ih,a}|-1} (1-q) (\phi_{ij_{ih,a1}} + \sum_{r=1}^{|J_{ih,a}|-1} \phi_{ij_{ih,a(r-1)}j_{ih,ar}} + \eta_{ij_{ih,a|J_{ih,a}|},a}) \quad (7)$$

如果分配的枢纽设施全部失效, 则进行惩罚费用下的出行。惩罚费用和出行费用(全部为接驳交通费用)的期望值分别为

$$\omega_{ih,a} q^{|J_{ih,a}|} \pi_{ih,a} \quad (8)$$

$$\omega_{ih,a} q^{|J_{ih,a}|} \left( \phi_{ij_{ih,a1}} + \sum_{r=2}^{|J_{ih,a}|} \phi_{ij_{ih,a(r-1)}j_{ih,ar}} + \eta_{ij_{ih,a|J_{ih,a}|},a} \right) \quad (9)$$

根据上述分析可得,旅客按照分配次序访问枢纽设施出行总费用的期望值为

$$\omega_{ih,a} \left( (1-q)(\phi_{ij_{ih,a1}} + \eta_{ij_{ih,a},a}) + \sum_{r=2}^{|J_{ih,a}|} (q^{r-1}(1-q)(\phi_{ij_{ih,a1}} + \sum_{r'=2}^r \phi_{ij_{ih,a}(r-1)j_{ih,a}r'} + \eta_{ij_{ih,a},a}) + q^{|J_{ih,a}|} (\phi_{ij_{ih,a1}} + \sum_{r=2}^{|J_{ih,a}|} \phi_{ij_{ih,a}(r-1)j_{ih,a}r})) \right) \quad (10)$$

式(10)可以简化为

$$\omega_{ih,a} \left( \phi_{ij_{ih,a1}} + \sum_{r=2}^{|J_{ih,a}|} q^{r-1}(1-q)\eta_{ij_{ih,a},a} \right) \quad (11)$$

$$C_E = \sum_{j \in I} \sum_{h \in H} \sum_{a \in A} \omega_{ih,a} \left( \phi_{ij_{ih,a1}} + \sum_{r=2}^{|J_{ih,a}|} q^{r-1} \phi_{ij_{ih,a}(r-1)j_{ih,a}r} + \sum_{r=2}^{|J_{ih,a}|} q^{r-1}(1-q)\eta_{ij_{ih,a},a} + q^{|J_{ih,a}|} \pi_{ih,a} \right) \quad (12)$$

为简化  $C_E$ , 根据 Yun 等<sup>[32-34]</sup> 的处理方法, 定义一种虚拟枢纽作为第三阶段分配的设施, 虚拟枢纽失效概率为零。  $\tilde{J}_{ih,a} = \{j_{ih,a1}, j_{ih,a2}, \dots, j_{ih,ar}, \dots, j_{ih,a|J_{ih,a}|}, j_{ih,a(|J_{ih,a}|+1)}, \dots, j_{ih,a(M_{ih,a}+1)}\}$  为包含虚拟枢纽的访问枢纽次序集合, 共有  $(M_{ih,a} + 1)$  个枢纽, 说明至少包含一个虚拟枢纽。前  $|J_{ih,a}|$  个枢纽为非虚拟枢纽, 第  $(|J_{ih,a}| + 1)$  个枢纽及后续枢纽皆为虚拟枢纽  $j^*$ 。

以一级不可选需求的出行为例, 图 2 给出了旅

由式(8)和式(11)可得, 在不完全信息条件下, 旅客按照分配的枢纽次序集合出行, 产生的出行总费用和惩罚费用的期望值为

客访问枢纽的过程。如图 2 所示, 由非虚拟枢纽前往虚拟枢纽为惩罚费用下的出行, 令接驳费用为  $\pi_{ih,a}$  (惩罚费率  $\pi_{ih,a}$  是所有可选枢纽失效情形下旅客无法接受到正常出行服务的惩罚项, 也是可靠性设施选址模型区别于传统模型的特殊参数)。旅客在虚拟枢纽之间的出行为无费用下的出行, 即接驳费用为零, 因旅客无法通过虚拟枢纽进行城际出行, 其城际出行费用为零。上述过程采用如下公式进行计算:

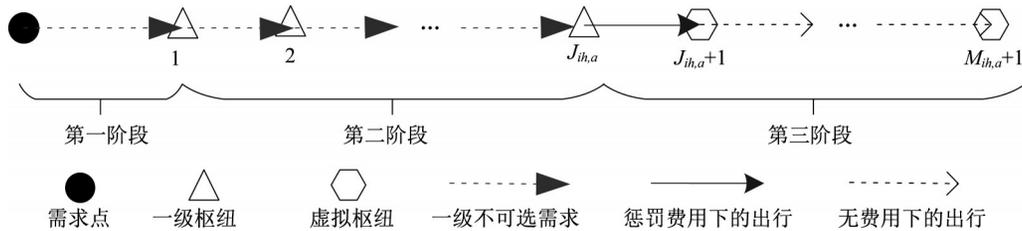


图 2 一级不可选需求下旅客访问枢纽的过程

Fig. 2 Process of passengers visiting hubs under the first level non-optional demand

$$\phi_{ij_{ih,a}|J_{ih,a}|j_{ih,a}(|J_{ih,a}|+1)} = \pi_{ih,a} \quad (13)$$

$$\eta_{ij_{ih,a},a} = 0, M_{ih,a} + 1 \geq r \geq |J_{ih,a}| + 1 \quad (15)$$

$$\phi_{ij_{ih,a}j_{ih,a}(r+1)} = 0, M_{ih,a} + 1 \geq r \geq |J_{ih,a}| + 1 \quad (14)$$

根据式(13)~(15), 可将式(12)改写为

$$C_E = \sum_{i \in I} \sum_{h \in H} \sum_{a \in A} \omega_{ih,a} \left( \phi_{ij_{ih,a1}} + \sum_{r=2}^{M_{ih,a}} q^{r-1} \phi_{ij_{ih,a}(r-1)j_{ih,a}r} + \sum_{r=2}^{M_{ih,a}+1} q^{r-1}(1-q)\eta_{ij_{ih,a},a} \right) \quad (16)$$

### 1.3 客运枢纽层级选址模型

在城市群客运枢纽选址规划阶段, 决策者需要考虑枢纽设施的建设和运营费用  $C_F$ , 计算式如下所示:

$$C_F = \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} x_{jk} f_k \beta_j \quad (17)$$

为便于模型构建, 定义

$$C_E = \sum_{i \in I} \sum_{h \in H} \sum_{a \in A} \omega_{ih,a} \sum_{j \in J_{ih,a}} \left( \sum_{r=2}^{M_{ih,a}+1} q^{r-1}(1-q)\eta_{ij_{ih,a},a} y_{ij_{ih,a}r} + y_{ij_{ih,a}} \phi_{ij_{ih,a}} + \sum_{j \in J_{ih,a}} \sum_{r=2}^{M_{ih,a}+1} \phi_{ij_{ih,a}(r-1)j_{ih,a}r} q^{r-1} y_{ij_{ih,a}r} \right) \quad (19)$$

基于以上分析, 建立考虑枢纽失效情形的客运枢纽层级选址模型, 如下所示:

$$\min \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} x_{jk} f_k \beta_j + \sum_{i \in I} \sum_{h \in H} \sum_{a \in A} \omega_{ih,a} \sum_{j \in J_{ih,a}} \left( \sum_{r=1}^{M_{ih,a}+1} q^{r-1}(1-q) \left( \delta_k d_{ih,a} + c_i \frac{d_{ih,a}}{v_k} \right) y_{ij_{ih,a}r} + \phi_{ij_{ih,a}} y_{ij_{ih,a}} + \sum_{j \in J_{ih,a}} \sum_{r=2}^{M_{ih,a}+1} \phi_{ij_{ih,a}(r-1)j_{ih,a}r} q^{r-1} y_{ij_{ih,a}r} \right) \quad (20)$$

$$\hat{J}_{ih,a} = B_{ih,a} \cup \{j^*\} \quad (18)$$

需求点  $i$  的  $h$  级  $a$  类别需求可访问的枢纽集合包括接驳范围内备选枢纽集合  $B_{ih,a}$  以及虚拟枢纽集合  $\{j^*\}$ 。在枢纽失效的情形下, 对需求采用单分配策略, 因此定义如表 1 所示的 0-1 决策变量  $y_{ij_{ih,a}}$  和  $y_{ij_{ih,a}r}$ 。据此, 可将  $C_E$  改写为

$$\sum_{k \in K} x_{jk} \leq 1, \forall j \in J \tag{21}$$

$$(d_{ij} - R_h) y_{ihj,a} \leq 0, \forall h \in H, i \in I, j \in J, a \in A \tag{22}$$

$$\sum_{j \in \hat{J}_{ih,a}} y_{ihj,a} = 1, \forall h \in H, i \in I, j \in J, a \in A \tag{23}$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{h \in H} \sum_{a \in A} \omega_{ih,a} \left( (1-q) y_{ihj,a} + \sum_{j \in B_{h,a}} \sum_{r=2}^{M_{h,a}+1} q^{r-1} (1-q) y_{ihj^r,a} \right) \leq x_{jk} Q_k, \forall j \in J \tag{24}$$

$$y_{ihj,N} + \sum_{r=2}^{M_{h,a}+1} \sum_{j \in \hat{J}_{ih,N}} y_{ihj^r,N} \leq x_{jh}, \forall h \in H, i \in I, j \in \hat{J}_{ih,N} \tag{25}$$

$$y_{ihj,C} + \sum_{r=2}^{M_{h,a}+1} \sum_{j \in \hat{J}_{ih,C}} y_{ihj^r,C} \leq \sum_{h \leq k \leq h+1} x_{jh}, \forall h \in H, i \in I, j \in \hat{J}_{ih,C} \tag{26}$$

$$y_{ihj,a} = \sum_{j \in \hat{J}_{ih,a}} y_{ihj^2,a}, \forall h \in H, i \in I, j \in \hat{J}_{ih,a}, a \in A \tag{27}$$

$$\sum_{j \in \hat{J}_{ih,a}} y_{ihj^j(r-1),a} = \sum_{j \in \hat{J}_{ih,a}} y_{ihj^j r,a}, \forall h \in H, i \in I, j \in \hat{J}_{ih,a}, a \in A, r = 3, \dots, M_{ih,a} + 1 \tag{28}$$

$$\sum_{r=2}^{M_{h,a}+1} \sum_{j \in \hat{J}_{ih,a}} y_{ihj^j r,a} = 1, \forall h \in H, i \in I, a \in A \tag{29}$$

$$x_{jk} \in \{0, 1\}, \forall k \in K, j \in J \tag{30}$$

$$y_{ihj,a} \in \{0, 1\}, \forall h \in H, i \in I, j \in J, a \in A \tag{31}$$

$$y_{ihj^j r,a} \in \{0, 1\}, \forall h \in H, j, j' \in \hat{J}_{ih,a}, a \in A, r = 2, \dots, M_{ih,a} + 1 \tag{32}$$

目标函数(20)表示总费用最小化,第一项为所有枢纽的建设和运营费用,第二项括号内第一部分为旅客城际出行费用的期望值,第二部分为旅客访问枢纽的接驳费用和惩罚费用的期望值。约束(21)表示在任何枢纽设施备选点都不能同时建立不同等级的枢纽设施。约束(22)表示不同等级需求的旅客必须选择相应接驳范围内的枢纽设施。约束(23)表示需求点*i*的*h*级*a*类别需求访问的第1个枢纽设施必须存在,且属于 $\hat{J}_{ih,a}$ 。约束(24)表示容量约束,对于枢纽设施备选点*j*, $(1-q)y_{ihj,a}$ 表示其作为第1个被访问枢纽的概率, $q^{r-1}(1-q)y_{ihj^r,a}$ 表示其作为第*r*个被访问枢纽的概率,约束(24)左侧为枢纽设施备选点*j*承担的期望容量,应小于等于右侧的最大容量。约束(25)和(26)为所提出的混合式服务模式约束,不可选需求的旅客只能接受同一等级枢纽设施提供的服务,可选需求的旅客可以接受同一等级或高一等级枢纽设施提供的服务,同时要求各个类别需求只能访问同一个枢纽1次。约束(27)和(28)表示需求的访问次序必须是从第(*r*-1)个枢纽设施备选点到第*r*个枢纽设施备选点。约束(29)表示各个类别需求一定会访问虚拟枢纽,以保证惩罚费用的合理性。约束(30)表示枢纽设施建设的决策变量符合0-1约束。约束(31)和

(32)表示单分配策略,决策变量 $y_{ihj,a}$ 和 $y_{ihj^j r,a}$ 都为0-1变量。

## 2 模型分析

所建立的客运枢纽层级选址模型为0-1整数规划模型,可以直接利用商用求解器求解。对比传统研究中的可靠性选址模型,该模型具有以下特征:

(1) 现有选址模型是针对单一设施类型的选址模型,而该模型是针对层级枢纽设施的选址模型,共考虑3个等级的设施。特别是基于混合式服务模式,对于可选需求类型下的旅客,其访问枢纽设施类型有2种,产生了约束(26),因而增加了模型的复杂度。

(2) 现有研究主要针对服务型设施选址问题,其目标函数包括设施建设费用、旅客访问设施的接驳费用和惩罚费用的期望值,而该模型的目标函数还包含了旅客利用枢纽设施出行而产生的城际出行费用的期望值,具体而言,如果旅客在访问枢纽设施过程中找到正常状态的枢纽设施,就会进行城际出行,产生城际出行费用;如果所有枢纽设施都失效,旅客就不会进行城际出行。因此,对于目标函数(20)中的城际出行费用,可以写成如下形式:

$$\sum_{j \in J_{h,a}} y_{ihj,a} \left( (1-q) \left( \delta_k d_{ih,a} + c_i \frac{d_{ih,a}}{v_k} \right) + \sum_{r=2}^{M_{h,a}+1} q^{r-1} (1-q) \left( \delta_k d_{ih,a} + c_i \frac{d_{ih,a}}{v_k} \right) \right) \quad (33)$$

括号内第一项为分配的第1个枢纽设施处于正常状态时,旅客产生城际出行费用的期望值,第二项为旅客访问后续枢纽设施过程中产生城际出行费用的期望值。在此基础上,容量约束(24)给出了枢纽设施服务需求量的期望值,现有研究很少考虑设施的容量限制,但本研究对象为交通枢纽,因此需要添加容量约束。当 $q=0$ 时,即枢纽设施处于完全可靠状态,那么该层级选址模型相当于传统有容量限制的层级选址模型。

(3)现有研究中多级分配策略对每个需求点分配的设施数量并无限制,而该模型中考虑了各个等级需求的旅客可接受的最大出行距离,限定旅客只能访问接驳范围内的枢纽设施,从而设定分配枢纽数量的限

制 $M_{ih,a}$ 。这既符合实际问题特征,又有利于降低模型的规模,使模型求解更加方便。

### 3 实例分析

#### 3.1 基本情况

以武汉城市群为研究对象,如图3所示,涉及的相关参数见文献[36]。各个等级客运枢纽设施的相应参数如表2所示。由于缺乏相关数据,算例中的惩罚费率 $\pi_{ih,a}$ 和失效概率 $q$ 的取值并无实际来源。将各个类别旅客产生城际出行费用 $\eta_{ihj,a}$ 的10倍作为旅客在无法接受到出行服务后的惩罚费率 $\pi_{ih,a}$ ,枢纽设施失效概率 $q$ 设定为0.1。

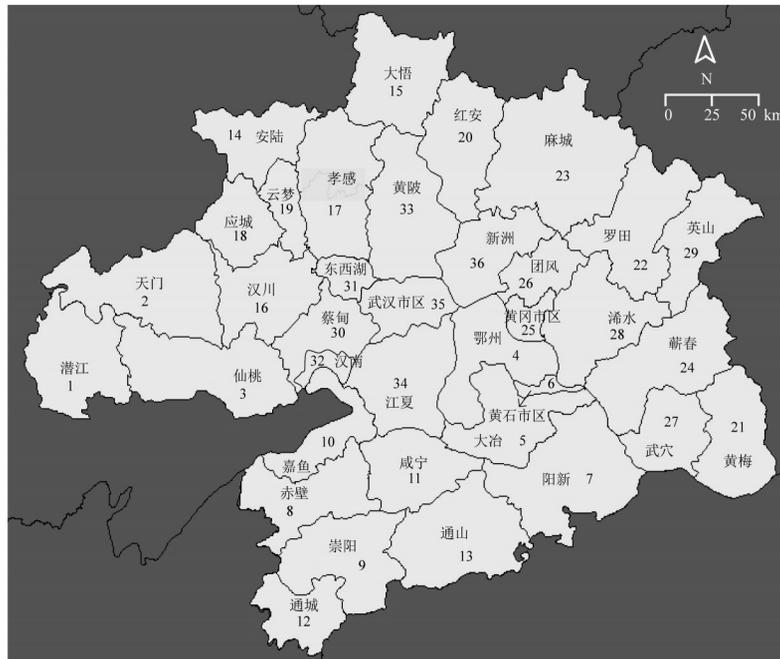


图3 武汉城市群小区划分

Fig. 3 District division of Wuhan metropolitan area

表2 各个等级客运枢纽设施参数

Tab. 2 Parameters of passenger transport hubs at all levels

参数	一级枢纽	二级枢纽	三级枢纽
$k$ 级枢纽设施服务范围/km	(0, 200)	(50, 1 500)	(800, $\infty$ )
$k$ 级枢纽设施的建设和运营费用/(百万元·天 <sup>-1</sup> )	5	60	80
$k$ 级枢纽设施的最大容量限制/(万人·天 <sup>-1</sup> )	8	30	15
$k$ 级枢纽设施交通出行方式的出行速率/(km·h <sup>-1</sup> )	70	200	900
$k$ 级枢纽设施交通出行方式的单位距离出行费率/(元·km <sup>-1</sup> )	0.32	0.45	0.68

#### 3.2 结果分析

分析枢纽设施失效情形对选址-分配方案的影响。如前文所述,与传统有容量限制的层级选址模

型相比,该层级选址模型假设各个枢纽设施的失效概率相同。因此,通过与传统模型的对比,可以得到考虑枢纽失效后的选址-分配方案,具体体现在系统

的各项费用,包括建设和运营费用、城际出行费用、接驳费用和惩罚费用。

在不完全信息条件下的设施选址可靠性研究中,Berman等<sup>[31]</sup>最早提出了需求的多级分配策略,并且给出旅客对设施访问次序的假设。Berman等<sup>[31]</sup>提出的服务策略可以看作本研究中策略的特殊

$$y_{ihjer,a} \leq \sum_{c \in B_{ih,a}} \sum_{w \in B_{ih,a}} y_{ihcwr',a} R_{ijew}, \forall h \in H, i \in I, j \in B_{ih,a}, a \in A, 2 \leq r \leq r' \leq M_{ih,a} \quad (34)$$

表3列出上述3种模型费用的对比。从表3可以发现,相比于传统模型,在考虑枢纽失效情形后,所提出方案的总费用增加。这主要是因为所提出方案为了避免失效情形下较高的惩罚费用,通过建设新的枢纽设施增强系统的可靠性,虽然城际出行费用和接驳费用有所降低,有利于减少旅客的出行总费用,但是选址方案中的枢纽数量增加,导致建设和运营费用上升23%,

情形之一,因此基于所提出的模型,引入参数 $R_{ijew}$ 。当 $d_{je} < d_{jw}$ 时,则 $R_{ijew} = 1$ ,即:当节点 $e$ 与 $j$ 的距离小于节点 $w$ 与 $j$ 的距离时( $e, j, w \in B_{ih,a}$ ),则处于节点 $j$ 的旅客将选择节点 $e$ 作为下一个访问枢纽,将此策略称作最近距离原则。旅客访问枢纽的次序按照最近距离原则,添加如下约束:

同时还存在可能的惩罚费用。与Berman模型对比,所提出模型的枢纽选址方案并无变化,建设和运营费用保持不变。所提出模型的城际出行费用和接驳费用均低于Berman模型,这表明优化枢纽访问次序有利于降低旅客的出行总费用。由于选址方案并无变化,因此惩罚费用并无改变。最后,与Berman模型相比,所提出模型产生的总费用降低。

表3 3种模型费用对比

Tab. 3 Comparison of cost between three models

单位:元

模型	总费用	建设和运营费用	城际出行费用	接驳费用	惩罚费用
传统模型	702 718 830	344 358 500	325 473 869	32 886 461	0
所提出模型	895 653 599	423 685 814	289 492 733	31 201 359	151 273 693
Berman模型	911 596 138	423 685 814	304 155 331	32 481 300	151 273 693

为更详细地对比上述模型结果,将传统模型与所提出模型的选址方案进行比较。如图4所示,所提出模型的选址方案增加了6个一级和1个二级枢纽设施,枢纽设施分布的密度增加。这是由于传统模型下接驳范围内需求点可利用的枢纽设施数量较少,可访问的枢纽设施数量限制将会导致惩罚费用的产生,因此增加枢纽设施的数量。此外,对于三级需求而言,选址方

案中只有一个三级枢纽设施。虽然这意味着所有的三级需求只存在一个可访问的枢纽设施,但是由于三级枢纽设施的建设和运营费用较高,产生的惩罚费用不足以新建一个三级枢纽,说明模型存在着对建设和运营费用以及惩罚费用的考虑。因此,各需求点可访问的枢纽设施数量严重影响旅客接受到出行服务的可靠性,也决定了枢纽失效情形下可能产生的惩罚费用大小。

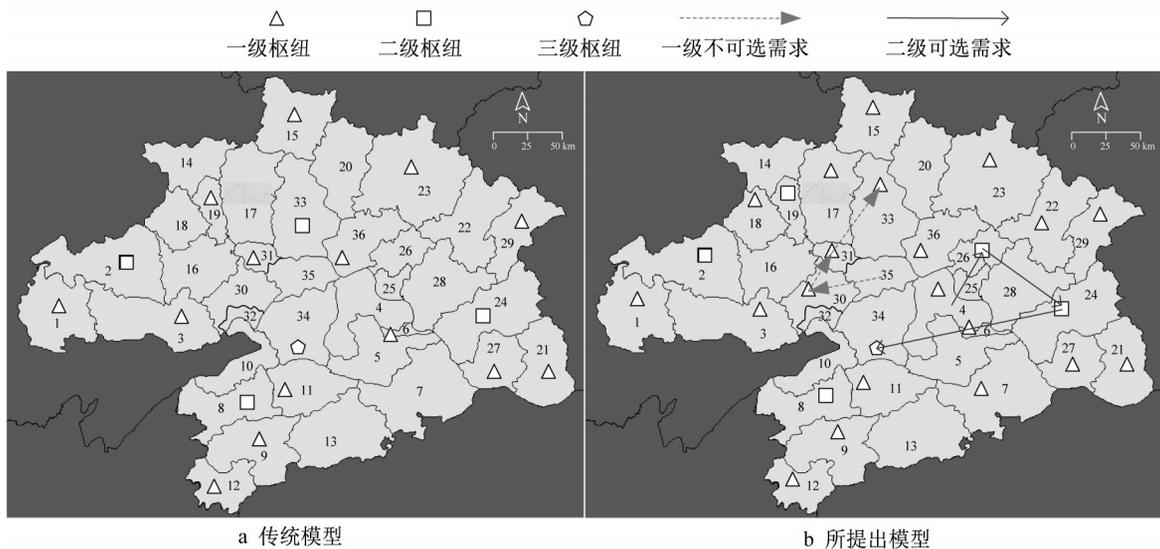


图4 所提出模型与传统模型的选址方案对比

Fig. 4 Comparison of location planning between the proposed model and traditional model

旅客访问枢纽的次序也对出行费用产生了很大影响。图4b显示了所提出模型下需求点35的一级不可选需求和需求点4的二级可选需求的访问次序。对于需求点35而言,可访问的一级枢纽设施为30、31和33,所提出模型给出的访问次序为35→30→31→33,总接驳距离为86.7 km;而根据Berman模型的最近距离原则,访问次序为35→31→30→33,总接驳距离为92.9 km。这表明所提出模型的枢纽访问次序产生的接驳费用更低。对于需求点4而言,可访问的枢纽设施为24、26和34,所提出模型给出的访问次序为4→26→24→34,先访问二级枢纽,再访问三级枢纽;而Berman模型的访问次序为4→26→34→24,此种次序下的接驳费用更低,但是由于旅客先访问了三级枢纽,导致其城际出行费用的期望值增大,总出行费用随之增大,因此仍是所提出模型的访问次序更优。

根据以上分析,确定最优枢纽访问次序时需要考虑后续产生的交通费用,包括接驳费用和城际出行费用,而不能只考虑当前距离最近的枢纽设施。

与以往研究不同,根据交通出行特点,限制旅客只能访问接驳范围内的枢纽设施。由于接驳范围的限制,导致部分需求点可分配的枢纽设施数量有限,从而无法实现多级分配策略。实际情况中,如果旅客寻找枢纽设施的范围越小,产生惩罚费用的概率就越大,相应地,惩罚费用也会上升。因此,通过逐步提高各级需求可接受的最大出行距离 $R_{i,a}$ ,观察系统费用的变化。

以二级不可选需求为例,只接受二级枢纽提供的出行服务。表4列出每种接驳范围下需求点可访问二级枢纽数量 $|J_{i2,N}|$ 的频数。由表4发现,在接驳范围较小时,一半以上需求点的二级不可选需求类别的旅客只能访问一个二级枢纽,意味着这类旅客

无法接受到出行服务的概率为0.1。随着接驳范围的扩大,可访问的二级枢纽数量逐渐增大。当接驳范围达到最大时,超过30个需求点的二级不可选需求类别的旅客可以访问至少3个二级枢纽,这类旅客无法接受到出行服务的概率低于0.001,因此产生惩罚费用的可能性也很低。

表4 不同接驳范围下需求点可访问二级枢纽数量的频数

Tab. 4 Frequencies of the number of secondary hubs accessible by the demand point under different access ranges

接驳范围	不同需求点可访问二级枢纽数量下频数				
	1	2	3	4	5
(50,100,200)	19	17	0	0	0
(60,120,240)	12	18	5	1	0
(70,140,280)	7	20	3	6	0
(80,160,320)	2	11	14	7	2
(90,180,360)	2	6	13	9	6
(100,200,400)	1	4	9	12	10

表5列出不同接驳范围下的系统费用。由表5可知,随着接驳范围的扩大,总费用随着惩罚费用的降低而逐渐降低,最终趋于稳定。当接驳范围扩大时,旅客可以前往更远的枢纽设施,那么可访问的枢纽设施数量增多。对比表中前两组算例或者后四组算例可以发现,即使在选址方案不变时,惩罚费用会随着分配枢纽数量的增加而减少,同时由于可访问枢纽设施数量的增多,旅客的城际出行费用和接驳费用也随之增大。当接驳范围扩大至(70,140,280)时,选址方案新增了一级枢纽,进一步提高了旅客可访问的枢纽数量,费用变化趋势保持不变。当接驳范围持续增大时,惩罚费用趋于稳定,这是由于选址方案中仍然只有一个三级枢纽,这使得三级需求的惩罚费用始终存在,但不足以新建一个三级枢纽,因此各部分费用不再变化。

表5 不同接驳范围下的系统费用

Tab. 5 System costs under different access ranges

单位:元

接驳范围	总费用	建设和运营费用	城际出行费用	接驳费用	惩罚费用
(50,100,200)	895 653 599	423 685 814	289 492 733	31 201 359	151 273 693
(60,120,240)	887 231 530	423 685 814	299 506 287	32 431 317	131 608 113
(70,140,280)	863 735 278	428 032 860	300 455 662	32 637 320	102 609 437
(80,160,320)	850 660 055	428 032 860	303 407 338	32 743 685	86 476 172
(90,180,360)	842 321 511	428 032 860	306 388 072	33 033 139	74 867 439
(100,200,400)	842 502 098	428 032 860	306 674 667	33 052 909	74 741 662

### 3.3 敏感性分析

枢纽设施的失效概率 $q$ 会影响系统的可靠性,而惩罚费率 $\pi_{ih,a}$ 会影响枢纽设施建设和运营费用以及旅客出行总费用,进而影响选址-分配方案。选取 $q$ 和 $\pi_{ih,a}$ 作为敏感性分析参数,研究其对系统费用的影响。

#### (1) 失效概率的敏感性分析

将通过逐步提高枢纽设施失效概率 $q$ 的取值,观察系统费用的变化。惩罚费率 $\pi_{ih,a}$ 的取值保持不变,接驳范围设定为(100,200,400)。

图5a显示了失效概率对系统费用的影响,建设

和运营费用曲线上标注了3个等级枢纽设施的数量。由图5a可以发现,当失效概率从0.1增长至0.2时,新增了1个三级枢纽,三级需求可访问的枢纽数量增多,惩罚费用也随之下降。当失效概率增长至0.5时,共增加了2个一级枢纽、1个二级枢纽和1个三级枢纽。失效概率的增加使得枢纽设施的可靠性降低,旅客接受到正常服务的可能性降低,而系统产生的惩罚费用增大。方案中枢纽设施的数量不断增加,建设和运营费用随之增加,也提高了总费用。特

别地,随着失效概率的进一步提高,如达到0.4或0.5,惩罚费用快速增长,但是枢纽选址方案并未变化,这说明当失效概率过高时,系统已经无法通过增加枢纽设施的数量降低惩罚费用。

实际中对于可靠性较低( $q$ 值较大)的枢纽设施系统,需求无法得到服务的可能性较高,仅仅增加设施数量已经无法有效提高系统的可靠性。因此,在城市群客运枢纽的建设和运营中,应当提高每个设施的可靠性,防止失效情形的发生。

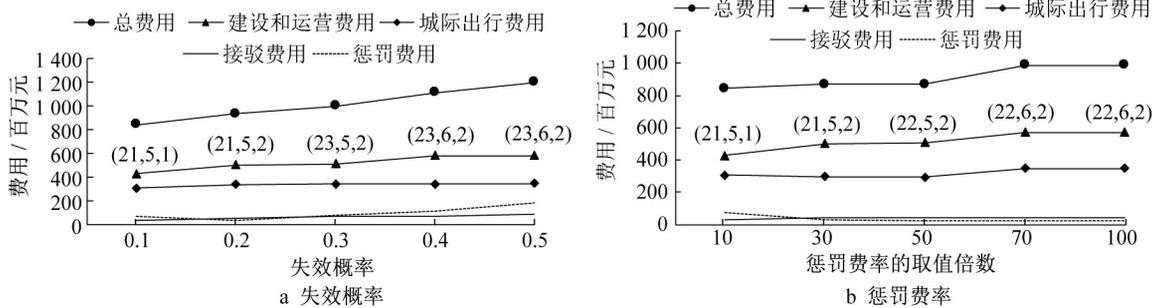


图5 失效概率和惩罚费率的取值倍数对系统费用的影响

Fig. 5 Effect of failure probability and multiple of penalty rate on system costs

(2)惩罚费率的敏感性分析

前文中将各个类别旅客产生城际出行费用 $\eta_{ihj,a}$ 的10倍作为旅客无法接受到出行服务后的惩罚费率 $\pi_{ih,a}$ 的取值。逐步提高 $\eta_{ihj,a}$ 取值倍数,观察系统费用的变化。失效概率 $q$ 设定为0.1,接驳范围设定为(100,200,400)。

图5b显示了惩罚费率 $\pi_{ih,a}$ 的取值倍数对系统费用的影响,同样在建设和运营费用曲线上标注了3个等级枢纽设施的数量。随着惩罚费率提高,因枢纽失效而造成的惩罚费用期望值的上升,促使选址方案考虑新建设施,增加旅客访问枢纽的数量,从而降低惩罚费用出现的概率。然而,这导致了建设和运营费用的增大,也使得旅客出行总费用增加。

从式(8)可以看出,惩罚费用的期望值随失效概率 $q$ 的增长呈指数型增长,但随惩罚费率 $\pi_{ih,a}$ 的增长呈线性增长,因此提高惩罚费率对系统费用的影响较小。从图5b可以看出,通过新建枢纽设施,惩罚费用迅速降低直至稳定,系统的总费用也保持稳定。当惩罚费率 $\pi_{ih,a}$ 的取值倍数达到70后,选址方案中已经有足够多的枢纽设施,因此系统处于稳定的状态。继续提高惩罚费率 $\pi_{ih,a}$ ,对选址方案和系统总费用的影响已经十分微小。

实际中当系统已经保持较高的可靠性时,即使枢纽失效产生的惩罚费率较高,对系统的影响也很

低。这也表明维持枢纽设施的高可靠性,有利于增强对可能造成高损失事件的弹性。

4 结语

基于混合式服务模式,提出不完全信息条件下旅客因枢纽失效而依次访问备选枢纽的服务策略,并建立可靠性层级选址模型。在不完全信息条件下,将旅客的出行过程分为3个阶段,针对每个阶段建立相应的出行费用和惩罚费用的期望表达式,并以枢纽设施的建设和运营费用为目标函数,给出混合服务模式各个需求类别选择枢纽设施服务的可用性约束和期望服务需求量的容量限制约束,从而构建线性整数规划模型。结合算例对模型进行求解。新建枢纽设施或者优化枢纽的访问次序可以提高城际出行服务的可靠性,而最优枢纽访问次序的确定应当考虑出行过程中的所有交通费用,并非基于最近原则仅考虑当前阶段的出行费用;扩大接驳范围可以提高旅客可访问的枢纽数量,从而降低产生惩罚费用的可能性;对于失效概率过高的枢纽设施网络,仅仅增加枢纽数量已无法提高系统的可靠性,而对于保持较高可靠性的枢纽设施网络,其应对可能造成高损失事件的弹性较强。

与以往研究相比,引入基于不完全信息假设下

的旅客访问策略,提出更贴近实际的接驳范围内的访问枢纽限制,给出旅客城际出行期望费用的表达式,并考虑枢纽服务期望需求量的容量限制约束,进一步增强了模型的实用性。然而,假定旅客的需求量固定、枢纽设施失效概率相同且相互独立,这与实际有一定的偏差。未来可针对旅客需求的不确定性、枢纽设施失效概率不相同以及枢纽设施相互影响进行拓展研究,以期获得更加符合实际的结果。

#### 作者贡献声明:

闫 黄:算法设计与实验分析。  
张小宁:学术指导与论文修改。

#### 参考文献:

- [1] 汤罗浩. 考虑设施失效的选址问题、模型与算法[D]. 长沙:国防科学技术大学, 2016.  
TANG Luohao. Facility location problems considering facility disruptions: models and algorithms [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2016.
- [2] WOLLMER R. Removing arcs from a network [J]. *Operations Research*, 1964, 12(6):934.
- [3] WOOD R K. Deterministic network interdiction [J]. *Mathematical and Computer Modelling*, 1993, 17(2):1.
- [4] CHURCH R L, SCAPARRA M P, MIDDLETON R S. Identifying critical infrastructure: the median and covering facility interdiction problems [J]. *Annals of the Association of American Geographers*, 2004, 94(3):491.
- [5] CHURCH R L, SCAPARRA M P. Protecting critical assets: the r-interdiction median problem with fortification [J]. *Geographical Analysis*, 2007, 39(2):129.
- [6] LOSADA C, SCAPARRA M P, CHURCH R L, *et al.* The stochastic interdiction median problem with disruption intensity levels [J]. *Annals of Operations Research*, 2012, 201(1):345.
- [7] LEI T L, CHURCH R L. Constructs for multilevel closest assignment in location modeling [J]. *International Regional Science Review*, 2011, 34(3):339.
- [8] SCAPARRA M P, CHURCH R. Protecting supply systems to mitigate potential disaster: a model to fortify capacitated facilities [J]. *International Regional Science Review*, 2012, 35(2):188.
- [9] AKSEN D, ARAS N. A bilevel fixed charge location model for facilities under imminent attack [J]. *Computers & Operations Research*, 2012, 39(7):1364.
- [10] DEMPE S. *Foundations of bilevel programming* [M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [11] SCAPARRA M P, CHURCH R L. A bilevel mixed-integer program for critical infrastructure protection planning [J]. *Computers & Operations Research*, 2008, 35(6):1905.
- [12] SCAPARRA M P, CHURCH R L. An exact solution approach for the interdiction median problem with fortification [J]. *European Journal of Operational Research*, 2008, 189(1):76.
- [13] MOORE J T, BARD J F. The mixed integer linear bilevel programming problem [J]. *Operations Research*, 1990, 38(5):911.
- [14] AKSEN D, PIYADE N, ARAS N. The budget constrained r-interdiction median problem with capacity expansion [J]. *Central European Journal of Operations Research*, 2010, 18(3):269.
- [15] LIBERATORE F, SCAPARRA M P, DASKIN M S. Analysis of facility protection strategies against an uncertain number of attacks: the stochastic R-interdiction median problem with fortification [J]. *Computers & Operations Research*, 2011, 38(1):357.
- [16] LOSADA C, SCAPARRA M P, O'HANLEY J R. Optimizing system resilience: a facility protection model with recovery time [J]. *European Journal of Operational Research*, 2012, 217(3):519.
- [17] BRICHA N, NOURELFATH M. Critical supply network protection against intentional attacks: a game-theoretical model [J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2013, 119:1.
- [18] ZHU Y, ZHENG Z, ZHANG X, *et al.* The r-interdiction median problem with probabilistic protection and its solution algorithm [J]. *Computers & Operations Research*, 2013, 40(1):451.
- [19] SNYDER L V, DASKIN M S. Reliability models for facility location: the expected failure cost case [J]. *Transportation Science*, 2005, 39(3):400.
- [20] O'HANLEY J R, CHURCH R L. Designing robust coverage networks to hedge against worst-case facility losses [J]. *European Journal of Operational Research*, 2011, 209(1):23.
- [21] PARVARESH F, HUSSEINI S M M, GOLPAYEGANY S A H, *et al.* Hub network design problem in the presence of disruptions [J]. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 2014, 25(4):755.
- [22] AKSEN D, ARAS N, PIYADE N. A bilevel  $p$ -median model for the planning and protection of critical facilities [J]. *Journal of Heuristics*, 2013, 19(2):373.
- [23] AKSEN D, AKCA S Ş, ARAS N. A bilevel partial interdiction problem with capacitated facilities and demand outsourcing [J]. *Computers & Operations Research*, 2014, 41:346.
- [24] SHISHEBORI D, JABALAMELI M S. A new integrated mathematical model for optimizing facility location and network design policies with facility disruptions [J]. *Life Science Journal*, 2013, 10(1):1896.
- [25] DREZNER Z. Heuristic solution methods for two location problems with unreliable facilities [J]. *Journal of the Operational Research Society*, 1987, 38(6):509.
- [26] BERMAN O, KRASS D, MENEZES M B C. Facility

(下转第651页)