

# 面向节能的列车驾驶辅助技术研究

曾小清<sup>1</sup>, 熊启鹏<sup>1,2</sup>, 王奕曾<sup>3</sup>, 刘 源<sup>1</sup>, 邹临风<sup>1</sup>, 周希圣<sup>4</sup>

(1. 同济大学 道路与交通工程教育部重点实验室, 上海 201804; 2. 上海果路交通科技有限公司, 上海 201804; 3. 香港城市大学 计算机科学系, 香港 999077; 4. 上海轨道交通十四号线发展有限公司, 上海 201103)

**摘要:** 针对当前列车驾驶速度曲线选择具有随机性、随意性这个技术问题与难点, 进行节能系统结构搭建, 并设计系统信息交互方式。在此基础上, 建立列车定时运行节能模型算法。创新建立基于巡航速度的遗传算法模型的求解方法, 对列车定时运行节能模型算法进行计算解析, 通过对运行能耗和巡航速度的编码来实现最优速度曲线的求解。提出的算法不需要预先确定工况序列列表, 增加了模型优化的自由度, 并使得列车整体的速度曲线显得更加平稳。仿真实验的结果验证了该方法的有效性, 经过与典型文献中算例进行对比, 证明了该模型的优越性。该求解的最优速度曲线, 可通过驾驶辅助信息最终传输到驾驶辅助系统(DAS)车载端进行显示, 用于驾驶员行车指导, 实现列车驾驶节能的效果。

**关键词:** 驾驶辅助系统; 节能优化; 遗传算法

**中图分类号:** U239.5

**文献标志码:** A

## Driver Advisory Technology for Energy-Efficient Train Operation

ZENG Xiaqing<sup>1</sup>, XIONG Qipeng<sup>1,2</sup>, WANG Yizeng<sup>3</sup>, LIU Yuan<sup>1</sup>, ZOU Linfeng<sup>1</sup>, ZHOU Xisheng<sup>4</sup>

(1. Key Laboratory of Road and Traffic Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 201804, China; 2. Shanghai GL Traffic Technology Co., Ltd., Shanghai 201804, China; 3. Department of Computer Science, City University of Hong Kong, Hong Kong 999077, China; 4. Shanghai Metro Line 14 Development Co., Ltd., Shanghai 201103, China)

**Abstract:** Based on the technical problem and difficulty of the randomness and arbitrariness in the selection of the current train driving speed curve, this paper constructed the structure of the energy-saving driving assistance system, and designed the system information interaction mode. based on which, the energy-saving model algorithm of train running at regular time is established. The method

of genetic algorithm model based on cruise speed (CS) was innovatively established, and the energy saving model algorithm of train running at regular time was calculated and analyzed. The optimal speed curve was solved by encoding the energy consumption and CS. The algorithm proposed in this paper does not need to predetermine the sequence table of working conditions, increases the degree of freedom of model optimization, and makes the overall train speed curve appear more stable. The results of simulation experiments verify the effectiveness of the proposed method, and the advantages of the proposed model are proved by comparing with the examples in typical literatures. The optimal speed curve solved in this paper can be finally transmitted to the on-board terminal of driver assistance system (DAS) through driver assistance information for display, which can be used for driving guidance and energy saving effect of train driving.

**Key words:** driver assistance system; energy-saving optimization; genetic algorithm

以节约能耗为目标的列车驾驶优化问题是我国轨道交通“双碳”节能减排的重点研究方向。列车节能优化控制问题即在一系列约束的条件下求解列车运行能耗最小的速度曲线。关于此类问题的研究最早开始于 20 世纪 60 年代, 日本学者 Ichikawa<sup>[1]</sup>首次采用极大值原理解决了简单的列车优化控制问题, 之后 Howlett<sup>[2]</sup>分连续和离散控制两种情况讨论了列车的最优控制问题, 分析了列车在区间运行的最优工况并给出了各种工况转换点的解析解。Chang 等<sup>[3]</sup>将遗传算法应用到列车运行优化中, 实施多目标寻优。Lu 等<sup>[4]</sup>的研究提出基于距离的离散优化模型, 并针对速度曲线优化深

收稿日期: 2021-09-24

基金项目: 上海市科学技术委员会项目(20DZ1202900, 19DZ1204200), 上海市住房和城乡建设管理委员会项目(JS-KY18R022-7)

第一作者: 曾小清(1969—), 女, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为轨道交通控制与安全。

E-mail: zengxq@tongji.edu.cn

通信作者: 王奕曾(1997—), 女, 研究生, 主要研究方向为轨道交通控制仿真。Email: yizenwang2-c@my.cityu.edu.hk



论文  
拓展  
介绍

入比较了动态规划、遗传算法和粒子群三种方法。列车节能优化控制方法应用于实际系统的主要方式之一就是驾驶辅助系统(driver assistance system,DAS)。

列车驾驶辅助系统DAS即利用列车定位、计算机、传感器以及通信等技术,基于列车运行时周围的运行状态,给出优化驾驶辅助方案,从而实现节约能耗、提高服务质量等目的。1982年以来南澳大学的SCG(scheduling and control group)团队在此方面展开了大量研究,并相继研发了Dale Coleman、FreightMiser、EnergyMiser等<sup>[5]</sup>一系列驾驶辅助应用。

对于已建成的铁路运输线路,在列车运行图规定的站间运行时分条件下,列车在站间存在多种可行的速度曲线。由于不同速度曲线带来的列车牵引位置和距离不同,导致列车在站间运行的能耗不同。单车节能速度曲线的问题旨在定时约束的条件下求解列车在站间运行的最优的节能运行策略与速度曲线,使得列车运行在满足运行时分条件下,最小化列车在站间的牵引能耗。图1中,虚曲线为列车在站间不同的驾驶曲线示意图,可以看出在两站间,列车有多种速度曲线可进行选择,而目前的驾驶速度曲线选择具有随机性、随意性及不科学性等缺点。本文正是针对这一科学问题,在进行列车节能优化控制算法研究的基础上设计一个DAS原型,并从软件的角度对DAS原型进行了功能实现,开展研究。

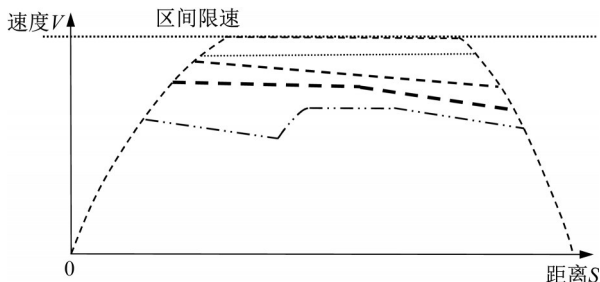


图1 列车在站间不同的驾驶曲线示意图  
Fig. 1 Different driving speed curves of trains between stations

# 1 驾驶辅助系统架构

## 1.1 系统结构

一个完整的驾驶辅助系统DAS应该考虑列车定位、通信、运算处理、司机交互等多个功能,出于技术原因考虑,本文拟在一台PC机分别对驾驶辅助系统DAS的最优速度曲线计算和驾驶员行车指导功能进行软件实现与验证。本文的DAS原型采用集中式结构,包括两个部分即DAS地面端和DAS车

载端,DAS地面端的功能包括记录列车位置、检测列车冲突、更新列车运行时刻表、计算最优行驶曲线生成驾驶辅助信息等,DAS车载端的功能主要是接收地面端传输的信息并进行显示。在软件实现中,DAS地面端和车载端将编写为不同的软件模块,模块间通过双向的通信方式来实现信息与数据的交互,系统结构如图2所示。

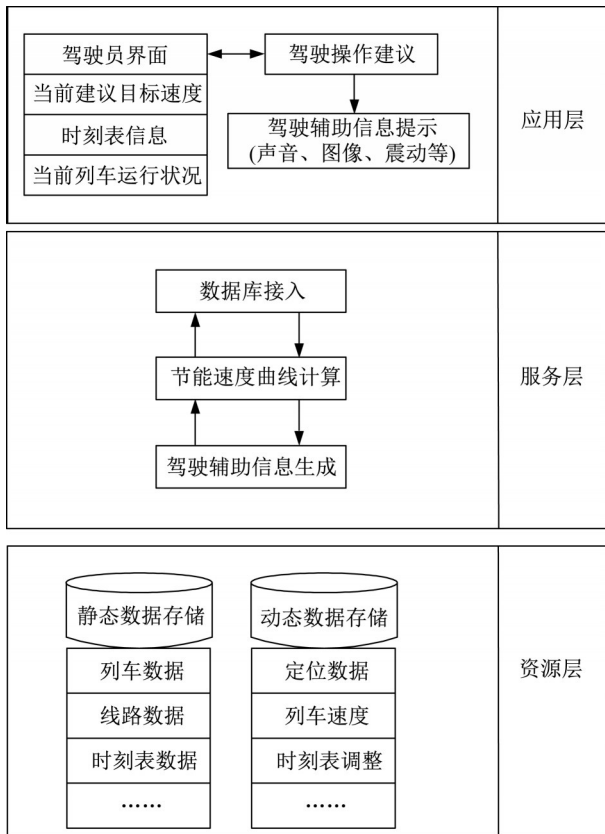


图2 系统结构  
Fig. 2 System structure

## 1.2 信息交互

信息交互主要描述了DAS车载端和地面端之间的信息交互,在集中式结构下,DAS车载端将列车运行状态信息传输到地面端,DAS地面端根据接收到的信息计算最优行驶曲线生成驾驶辅助信息在传输到车载端进行显示,系统内的信息交互如图3所示。

# 2 技术实现

## 2.1 列车节能控制方法

列车最优行驶速度曲线的计算是在DAS地面端进行的,地面端接收列车的位置信息后,根据机车以及线路特征等静态数据,计算能耗最低的速度曲线并生成驾驶辅助建议传输到DAS车载端。

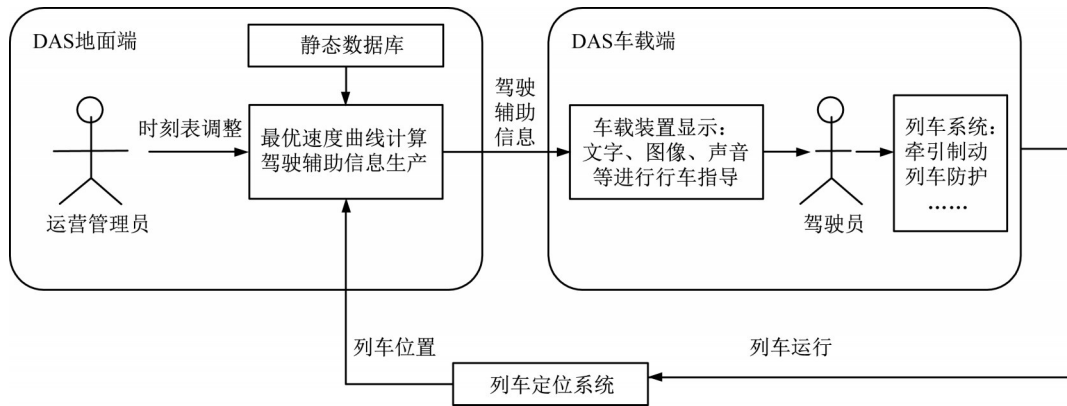


图3 系统信息流

Fig. 3 System information flow

本节从单车定时节能运行的基本模型出发,讨论了早期的研究方法及其不足,提出了一种基于列车区间运行能耗和巡航速度来反推列车的节能速度曲线,并结合遗传算法进行了最优速度曲线求解的算法。

### 2.1.1 单车定时节能运行基本模型

列车在运行过程中的能耗主要产生于牵引力做功,因此列车的节能运行控制问题是以最小化列车的牵引能耗为目的,即目标函数为

$$\min E = \int_0^s \mu_f F(v) dx \quad (1)$$

式中: $E$ 为列车运行的牵引能耗; $\mu_f$ 为牵引力使用系数; $s$ 为列车的运行距离; $x$ 为列车位置; $F$ 为列车的最大牵引力。

根据列车运行的动力学特征分析,列车运行的经典动力学方程可以表示为

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v(x) \\ \frac{dv(x)}{dt} = \frac{\mu_f F(v) - \mu_b B(v) - W(v)}{M} \end{cases} \quad (2)$$

式中: $F$ 为列车的最大牵引力; $\mu_b$ 为制动力使用系数; $B$ 为列车的最大制动力; $W$ 为列车运行的总阻力; $M$ 为列车质量。

此外,列车在站间运行,还需要满足在出发站和到达站速度为0,运行时分约束,最大牵引力、最大制动力、线路限速等一系列约束条件。

s. t. :

$$\begin{cases} t(0)=0, t(s)=T_p \\ v(0)=0, v(s)=0 \\ 0 \leq v \leq V_{\text{line}}(x) \\ \left| \frac{dv}{dt} \right| \leq a_{\text{max}} \\ \mu_f \in [0, 1], \mu_b \in [0, 1] \end{cases} \quad (3)$$

式中: $V_{\text{line}}(x)$ 为 $x$ 位置的线路限速; $a_{\text{max}}$ 为列车运行允许的最大加速度; $T_p$ 为列车在 $p$ 站间规定的运行时分。因此式(1)—(3)描述了列车运行节能优化的基本模型。

### 2.1.2 模型求解方法

早期的研究表明,对于坡度不变的运行区间,其最优驾驶策略是由“最大加速-巡航-惰行-最大制动”4种工况组合而成<sup>[1]</sup>。对于坡度变化的线路,通常做法是将线路分成不同的区间,使得在每个区间内线路坡度是固定的,然后确定每个子区间的节能驾驶控制序列,这样列车在整个站间运行的节能速度曲线就可以看成不同子区间的节能速度曲线首尾相连的结果。求解节能控制序列转换点的方法也叫做工况序列列表的方法,国内外研究人员做出了大量的研究<sup>[6-7]</sup>。然而实际情况下,列车在区间运行的节能工况转换序列根据转换点数量的多少有多种组合情况,因此通过工况序列列表的方法通常需要预先人为事先确定列车在每个区间的工况转换序列,即优化结果依赖经验,难以保证结果为全局最优。

单个区间内,在“最大加速-巡航-惰行-制动”4种节能工况中,列车只有在加速和巡航的工况中消耗能量,在惰行和制动工况则不消耗能量,而其中决定加速和巡航工况的变化点则在于列车实际运行速度是否达到了巡航速度。也就是说,如果列车在区间运行的能耗和巡航速度确定了,那么列车在区间运行的节能速度曲线也是唯一确定的。

因此,可以将列车在区间节能工况转换点的求解转换为对列车运行能耗在不同区间分配和区间最优巡航速度的求解,在此基础上,基于巡航速度的遗传算法模型的求解方法,包括以下步骤:

(1)基本数据输入。包括线路数据、列车特征数据、时刻表数据及与遗传算法相关参数。



(2)线路区间划分。根据基础线路数据将线路划分为 $n$ 个区间,保证每个区间内线路坡度和限速是不变的。

(3)种群初始化。初始化种群 $P$ ,种群大小为 $N$ 。初始种群中每个个体对按区间运行能耗和区间最优巡航速度进行离散,得到对应的列车运行状态矩阵 $X=[x_1, x_2, x_3, \dots, x_N]$ ,其中种群中每个个体 $x_i$ 对应一个列车在各区间运行的能耗 $E_n$ 和巡航速度 $u_n$ ,即 $x_i=[E_1, u_1, E_2, u_2, \dots, E_n, u_n]$ 。

(4)对于给定的 $x_i=[E_1, u_1, E_2, u_2, \dots, E_n, u_n]$ ,利用 $E_i, u_i$ 反推区间 $i$ 的最优速度曲线,其方法如下:

步骤1: 设列车在区间运行的初速度为 $v_0$ ,区间出口限速为 $v_i$ ,区间长度为 $s$ ,将区间分成 $N$ 等分,这样在划分后的每个 $\Delta x$ 内加速度可以认为保持不变,计算列车在加速阶段的速度序列。

$$\begin{aligned} a &= \frac{F(v_i) - W(v_i, x_i)}{m} = \frac{F(v_i)}{m} - r(v_i) - g(x_i) \\ v_{i+1}^2 &= v_i^2 + 2a(\Delta x) \\ E &= E - F(v_i)\Delta x \end{aligned} \quad (4)$$

步骤2: 令 $i=i+1$ 并重复步骤1,当 $E=0$ 时且 $v_i < u$ 将停止点记为 $i=k$ ,进入步骤4,反之当 $v_i = u$ 且 $E > 0$ 时,则列车转入巡航工况,计算列车在巡航工况的速度序列。

$$\begin{aligned} a &= \frac{F(v_i)}{m} - r(v_i) - g(x_i) = 0 \\ F(v_i) &= m\Delta(r(v_i) + g(x_i)) \\ v_{i+1} &= u \\ E &= E - F(v_i)\Delta x \end{aligned} \quad (5)$$

步骤3: 令 $i=i+1$ 并重复步骤2直至 $E=0$ ,将停止点记为 $i=k$ ,进入步骤4。

步骤4: 令 $i=k+1$ ,并计算列车惰行的速度序列。

$$\begin{aligned} a &= \frac{-W(v_i, x_i)}{m} = -r(v_i) - g(x_i) \\ \Delta x &= x_{i+1} - x_i \\ v_{i+1}^2 &= v_i^2 + 2a(\Delta x) \end{aligned} \quad (6)$$

步骤5: 重复步骤4直到列车速度序列与预先计算的速度防护曲线相交将停止点记为 $i=j$ 。

步骤6: 从 $i=j$ 之后的速度序列,利用预先计算的速度防护曲线的点作为生成的速度序列。

步骤7: 返回计算的最优速度序列,并计算区间运行时间。

$$T = \int_0^s \frac{1}{v(x)} dx = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^N \frac{\Delta x}{v_j} \quad (7)$$

(5)构造遗传算法目标函数,并计算个体适应度。

$$\min J = \sum_{i=1}^n E_i + \alpha \Delta |T_s - T_p| + \beta \Delta |V_t - V_{\text{line}}| + \gamma \Delta |S_s - S| \quad (8)$$

式中: $\sum_{i=1}^n E_i$ 为列车运行能耗总值; $\alpha, \beta, \gamma$ 分别为列车运行时间误差、运行超速、停车定点三个约束的惩罚系数; $T_s$ 为列车在站间实际的运行时分; $V_t$ 为列车在 $t$ 时刻的实际运行速度; $V_{\text{line}}$ 为列车的线路限速; $S_s$ 为列车的实际运行距离; $S$ 为列车的规定运行距离。

(6)执行遗传算法流程:选择、交叉、变异直到到达最大迭代次数,将最优个体标记为 $x_{\text{best}}$ 。

(7)利用 $x_{\text{best}}$ 生成最优的节能速度曲线,输出最优结果。

## 2.2 驾驶员行车指导

对驾驶员进行行车指导依赖于驾驶辅助信息的生成,驾驶辅助信息是最终在DAS车载端传输给列车驾驶员的信息,从信息交互的角度来讲,出于人因因素的考虑,人机界面上显示的信息必须精确并且易于理解,从信息内容的角度来讲,当列车实际行驶轨迹与最优速度曲线产生偏差时,系统应该生成相应的提示信息。

### 2.2.1 人机界面设计

驾驶辅助信息的显示的一种方式可以用文本、图像等视觉方式来显示,优点在于易于表达复杂信息,缺点在于驾驶员为了接收复杂的驾驶辅助信息,会分散驾驶员注意力,影响列车安全行驶;另一种方式是语音的方式传递给驾驶员,但需要注意许多驾驶室中的声音提示设备都通常是严格安全相关的,因此采用声音显示驾驶辅助信息时,要确保不对驾驶室现有设备产生干扰影响。

出于以上考虑,本节在设计中结合视觉和声音两种方式的特点,在人机界面的设计上,将具体的详细信息通过视觉的方式显示并一直可以供驾驶员参考,其中重要的信息可以用突出的颜色来为,而驾驶辅助信息的重要改变通过声音的方式提示驾驶员,避免驾驶员频繁观察驾驶辅助系统人机界面,减少驾驶员的负担。整体的界面设计如图4所示。

该界面包括5个区域,区域1用来为列车的运行准点信息,会用不同的文字颜色来为列车运行的准点状态,例如绿色为列车当前为准点运行,用红色来为当前列车运行过快需要减速,用黄色为当前列车



图4 人机界面设计

Fig. 4 Man-machine interface design

运行过慢需要加速。区域2为一个模拟的列车速度表盘。区域3为一个模拟的语音提示装置。区域4为具体的操作目标信息,例如当前速度、当前目标速度,建议操作工况、下个操作工况以及工况转换的倒计时等。区域5为基础的描述性信息

### 2.2.2 考虑补偿反馈的驾驶辅助信息

列车在实际运行中,由于人为操作的不稳定性,很难与最优的速度曲线保持一致,因此当列车运行产生偏移时,需要比较当前列车的实际运行速度与建议速度,从而生成相应的目标速度、操作工况等信息使得列车的实际运行速度曲线回归到节能速度曲线,其原理图可以用列车运行的速度-时间图来表示,如图5所示。

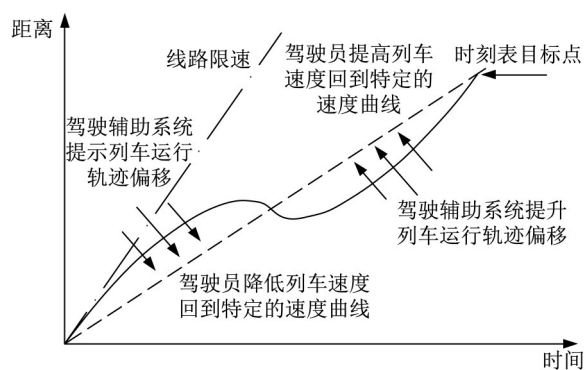


图5 基于补偿反馈的驾驶辅助信息生成原理

Fig. 5 Compensation-feedback based driver assistance information generation principle

## 3 算例仿真验证

为了验证本文DAS原型中列车运行节能速度曲线计算和驾驶员行车指导功能的有效性,本文取

文献[7]中的部分算例数据,结合已经投入运营的上海地铁13、17号线的运行工况进行仿真计算研究,线路数据如图6所示,该线路共分为4段,AB段为长4 500 m,坡度为1‰的上坡道,BC段为长9 000 m,坡度为-1‰的下坡道,CD段为长4 500 m,坡度为1‰的上坡道,DE段为长1 600 m的平坡道。

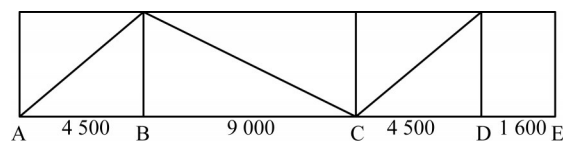


图6 算例线路基本情况

Fig. 6 Basic conditions of the rail line as a calculation example

列车出发点为A点,终点为E点。牵引机车为23 t轴重HXD1型电力机车,牵引重量为3 000 t,线路限速为 $80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ ,进站道岔到停车点距离为1 600 m,道岔限速为 $45 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ ,总运行时间为25 min(1 500 s)。

### 3.1 基于能耗分配和巡航速度的遗传模型验证

针对以上问题,使用本文提出的基于能耗分配和巡航速度的遗传模型进行最优速度曲线求解,得到的最优解的速度-距离图如图7所示。

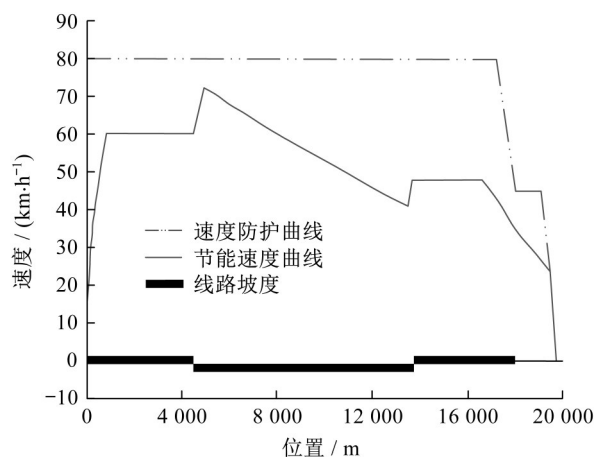


图7 优化后的节能速度曲线

Fig. 7 Optimized energy-saving speed curve

遗传算法求解的目标函数变化如图8所示,图中的点为种群最优值的变化,结果为目标函数的最优值在种群进化的20代左右开始收敛,效果较好。

作为算法对比,这里采用固定工况序列表与PSO粒子群算法结合的优化方法,也对该算例进行了求解,结果如图9所示,结果表明在站间运行时间为1 500 s时,列车运行能耗为418.12 kw·h。再根据本文的仿真结果,如表1所示,当设置站间运行时

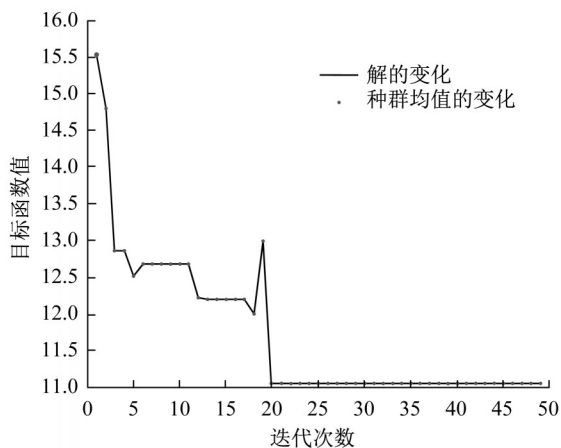


图8 算例遗传算法求解代数图

Fig. 8 Example genetic algorithm to solve algebraic graph

间为1 500 s时,列车运行能耗为415.93 kw·h,结果优于固定工况序列表方法和文献[10]的节时策略方法,表明本文所提出的算法是合理有效的。由图7、图9和表1可知,不同方法对列车运行能耗的优化,都是通过在下坡坡段利用列车惰行来实现的,但相比较而言,本文提出的算法不需要预先确定工况序列表,增加了模型优化的自由度。此外,由于新增加了巡航工况的考虑,列车整体的速度曲线显得更加平稳。再考虑不同列车运行能耗节约为 $E_N$ 。

$$E_N = \frac{E_2 - E_1}{E_2} \cdot 100\%, \quad (9)$$

式中: $E_1$ 为节时策略能耗; $E_2$ 为遗传算法能耗。

将表1数据代入式(9)可知,本方法相较于节时策略的列车能耗,能耗节约28.85%。

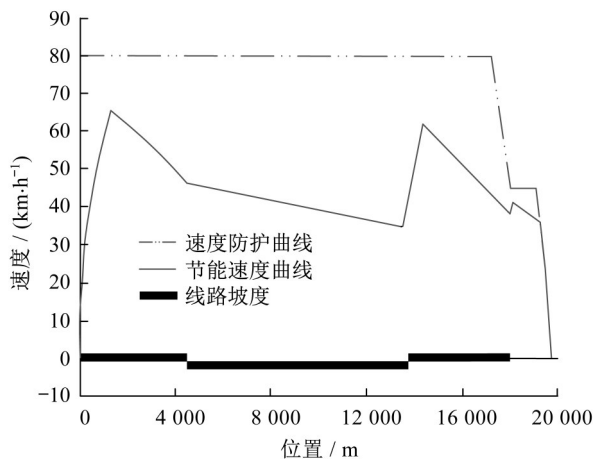


图9 固定工况序列表优化结果

Fig. 9 Optimization results of fixed condition sequence table

表1 列车运行不同控制方法能耗计算结果比较

Tab. 1 Comparison of energy consumption calculation results of different train running control methods

列车操作策略/ 方法	运行时间/s	列车能耗/kwh
节时策略	1 164.9	584.59
遗传算法	1 500.1	415.93
固定工况序列表 结合粒子群算法	1 499.8	418.12

### 3.2 列车行驶曲线偏移矫正验证

基于DAS地面端求解的最优的速度曲线,生成的驾驶辅助信息序列列表见表2,驾驶辅助信息最终传输到DAS车载端进行显示并进行驾驶员行车指导,其内容如图4中设计所示,当列车行驶曲线与最优速度曲线不产生偏移时,驾驶员只需要听从DAS车载端显示的驾驶辅助信息并按照指示操作列车,而当列车行驶曲线产生偏移时,DAS车载端会按照3.2.2节中方法对驾驶员进行提示使得列车行驶速度曲线回归到最优速度曲线。

表2 驾驶辅助信息序列

Tab. 2 Driver assistance information sequence

区间 序号	区间 长度/m	入口目标速 度/(km·h <sup>-1</sup> )	出口目标速 度/(km·h <sup>-1</sup> )	工况	工况转换 倒计时/s
ab	850	0	60	最大 加速	95
bc	3 651	60	60	巡航	218
cd	424	60	72	最大 加速	24
de	8 566	72	41	惰行	567
ef	173	41	48	最大 加速	14
fg	2 933	48	48	巡航	220
gh	2 702	48	24	惰行	282
hi	301	24	0	最大 制动	80
合计	19 600				1 500

## 4 结论

本文针对列车驾驶速度曲线选择具有随机性、随意性的问题,基于单列车定时节能控制原型提出了一种节能驾驶辅助系统DAS,并设计DAS的信息交互方式。该系统采用基于能耗分配和巡航速度的遗传模型,建立列车定时运行节能模型算法,得到了列车最优速度曲线,不需要预先确定工况序列表,增加了模型优化的自由度,并使得列车整体的速度曲线更加平稳。

通过典型文献中的线路数据和上海地铁13、17

号线的运行工况进行列车运行节能速度曲线遗传模型验证和驾驶员行车指导的驾驶曲线偏移矫正验证,证明了本方法的有效性;在同一算例的固定工况条件下,经过不同控制策略的列车驾驶能耗比对,相较节时策略,基于遗传模型算法的列车节能辅助系统可使列车能耗节约28.85%,证明了本系统的优越性,可为驾驶员行车辅助指导,实现列车节能效果。

#### 作者贡献声明:

曾小清:总体架构搭建,建立列车定时运行节能模型算法,建立基于巡航速度的遗传算法模型的求解方法。

熊启鹏:节能建模,对列车定时运行节能模型算法进行计算解析。

王奕曾:系统设计,对运行能耗和巡航速度的编码,实现最优速度曲线的求解。

刘源:算法仿真。

邹临风:算法验证。

周希圣:基础数据提供。

#### 参考文献:

- [1] ICHIKAWA, Kunihiko. Application of optimization theory for bounded state variable problems to the operation of train [J]. Bulletin of the Japanese Society of Mechanical Engineering, 1968, 11(47):857.
- [2] HOWLETT P G, MILROY I P, PUDNEY P J. Energy-efficient train control [J]. Control Engineering Practice, 1994 (2):193.
- [3] CHANG C S, SIM S S. Optimising train movements through coast control using genetic algorithms [J]. IET Electric Power Applications, 1997, 144(1):65.
- [4] LU S, HILLMANSEN S, HO T K, *et al.* Single-train trajectory optimization [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2013, 14(2):743.
- [5] DALE Coleman, PHIL Howlett, PETER Pudney, *et al.* The Freightmiser driver advice system [C]//IET Conference on Railway Traction Systems 2010. [S. L.]: Curran Associates, Inc., 2010:231-235.
- [6] 石红国. 列车运行过程仿真及优化研究[D]. 成都:西南交通大学, 2006.  
SHI Hongguo. Study on train operation and movement process simulation and ITS' Optimization [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2006.
- [7] 付印平. 列车追踪运行与节能优化建模及模拟研究[D]. 北京:北京交通大学, 2009.  
FU Yinping. Research on modeling and simulations of train tracking operation and saving energy optimization [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2009.