

# 基于混凝土黏弹性变形机制的近场动力学方法

路德春, 宋志强, 王国盛

(北京工业大学 城市与工程安全减灾教育部重点实验室, 北京 100124)

**摘要:** 原始近场动力学的控制方程由保守力做功的能量方程得到, 从而无法合理反映材料的黏弹性变形行为和系统能量耗散。针对这一问题, 提出一种考虑非保守力做功的近场动力学方法, 其理论框架包括两部分: ①材料点的黏弹性相互作用及其运动方程; ②键的率相关断裂准则。在描述材料点运动方面, 基于对混凝土变形机制的认识, 提出了材料点之间的黏弹性相互作用模型, 采用考虑能量耗散的哈密顿原理建立了黏弹性运动方程, 利用黏弹性近场动力学方法与连续介质力学的能量密度等效的方法提出了弹性参数和黏性参数确定方法; 在描述键的断裂和材料强度方面, 利用混凝土动态单轴 S 强度准则发展了键的率相关断裂准则。通过数值实验, 探讨了黏弹性近场动力学方法的功能和优越性。结果表明, 发展的近场动力学方法能够合理反映加载速率对混凝土变形、强度和开裂行为的影响。

**关键词:** 近场动力学; 混凝土; 黏弹性; 率效应; 变形机制

**中图分类号:** TU43

**文献标志码:** A

## Peridynamics Method Based on Viscoelastic Deformation Mechanism of Concrete

LU Dechun, SONG Zhiqiang, WANG Guosheng

(Key Laboratory of Urban Security and Disaster Engineering of the Ministry of Education, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

**Abstract:** The governing equation of the original peridynamics is derived from the energy equation of work done by conservative forces, which cannot reasonably reflect the viscoelastic deformation behavior of materials and the energy dissipation of the system. To solve this problem, a peridynamics method considering the work done by non-conservative forces is proposed. The theoretical framework includes two parts: viscoelastic interaction of material points and its motion equation, and

rate dependent fracture criterion of bond. In describing the movement of material points, based on the understanding of the deformation mechanism of concrete, the viscoelastic interaction model between material points is proposed. The viscoelastic motion equation is established by using the Hamilton's principle considering energy dissipation. Using the viscoelastic peridynamics method and the energy density equivalent method of continuum mechanics, the determination methods of elastic parameters and viscous parameters are proposed. In terms of describing bond fracture and material strength, the rate dependent fracture criterion of bond is developed by using the dynamic uniaxial S criterion of concrete. Numerical experiments are conducted to investigate the functions and advantages of the viscoelastic peridynamics method proposed. The results show that the peridynamics method proposed can reasonably reflect the influence of loading rate on the deformation, strength, and cracking behavior of concrete.

**Key words:** peridynamics; concrete; viscoelastic; strain rate effect; deformation mechanism

在实际工程中, 混凝土结构通常是带裂缝工作的, 并且破坏过程具有强非连续特性。传统连续介质力学方法为数值计算提供了丰富的理论基础, 基于连续介质力学的部分数值方法为混凝土非连续变形的模拟提供了方法和可能性, 例如扩展有限元方法<sup>[1]</sup>、边界元法<sup>[2]</sup>、有限差分法<sup>[3]</sup>、无网格法<sup>[4-5]</sup>等, 成功解决了混凝土结构的一系列工程问题。然而, 上述方法的控制方程仍然采用微分方程, 在处理混凝土裂缝开展带来的非连续问题时, 仍然会导致对裂纹扩展的不合理预测。Silling<sup>[6]</sup>提出的近场动力学

收稿日期: 2022-07-17

基金项目: 国家自然科学基金(52025084, 52008231)

第一作者: 路德春(1977—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为岩土与城市地下工程。

E-mail: dechun@bjut.edu.cn

通信作者: 王国盛(1990—), 男, 副教授, 博士生导师, 主要研究方向为混凝土本构模型及非连续数值计算。

E-mail: wangguosheng@bjut.edu.cn



论文  
拓展  
介绍

方法将物体离散为具有体积和质量的材料点。所有材料点自身的位移共同决定了物体的变形,材料点之间的相互作用是由材料点的相对位移产生,这种相互作用(也被称为键)的极限状态决定了材料的强度。描述材料点运动的控制方程采用空间积分格式,避免了在裂纹位移不连续处计算空间导数的无效性,从而为模拟不连续变形提供了新的思路和手段。目前,近场动力学已经成为研究材料裂纹形成、发展和分叉等非连续问题的重要方法<sup>[7-14]</sup>。混凝土在加载过程中会出现开裂现象,其开裂模式、变形和强度特性在很大程度上取决于加载速率及其梯度<sup>[15-19]</sup>,这也表现为黏性效应、热活化效应和惯性效应<sup>[20]</sup>。近场动力学处理非连续变形问题因其优势,已经被广泛用于模拟混凝土的动态开裂过程<sup>[21-26]</sup>。然而,原始近场动力学<sup>[6]</sup>材料点的运动方程仅包含与惯性效应对应的加速度项,缺少与黏性效应对应的速度项。从而带来了动态荷载作用下混凝土变形预测不合理的问题。Silling<sup>[27-28]</sup>发现,在原始近场动力学运动方程中引入与阻尼相关的速度项可以解决波传播的不稳定性问题,相关的工作在最近的研究中取得了长足进展<sup>[14, 29-30]</sup>。由于阻尼力是一种非保守力,因此使用仅包含保守力所做功的虚功原理推导近场动力学运动方程的方案不再适用。要合理模拟材料的变形,必须基于能量守恒原理引入非保守力做功,发展一种新的严格遵循热力学原理的近场动力学方法。另一方面,原始近场动力学的断裂准则也无法合理反映混凝土强度的速率相关特性<sup>[22, 31-32]</sup>。混凝土的强度本质上是材料本构层面的内生特性,应通过强度或断裂准则来表征<sup>[19, 33-36]</sup>。因此,在键中引入率相关断裂准则也是十分必要的。

本文目的是发展包含非保守力做功的近场动力学方法。基于混凝土的变形机理,确定材料点的黏弹性相互作用模式,发展黏弹性近场动力学材料点的运动方程和键的断裂准则。对于材料点的运动,通过包含非保守力所做功的能量方程获得控制方程。对于键的破坏,利用混凝土动态单轴S强度准则发展的率相关断裂准则来描述。并通过数值算例验证和应用所提出的近场动力学方法。

## 1 黏弹性近场动力学的理论框架

近场动力学的基本思想是将连续材料离散为具

有体积 $V$ 和质量 $m$ 的有限个材料点,任意材料点 $i$ 与一定范围 $H_{(i)}$ 内的其他材料点都具有相互作用。材料点 $i$ 的域内所有材料点相互作用的集合控制着点 $i$ 的运动,该运动产生的惯性力与总的相互作用力保持平衡,其运动方程为<sup>[6]</sup>

$$\rho_{(i)} \ddot{\mathbf{u}}_{(i)} = \int_{H_{(i)}} (\mathbf{f}_{(i)(j)} - \mathbf{f}_{(j)(i)}) dH + \mathbf{b}_{(i)} \quad (1)$$

式中: $\rho_{(i)}$ 为密度; $\mathbf{u}_{(i)}$ 为位移; $\rho_{(i)} \ddot{\mathbf{u}}_{(i)}$ 为惯性力; $\mathbf{b}_{(i)}$ 为外界作用力; $\mathbf{f}_{(i)(j)}$ 与 $\mathbf{f}_{(j)(i)}$ 为 $i$ 与 $j$ 之间的键力,分别表示 $j$ 对 $i$ 和 $i$ 对 $j$ 的键力,其表达式见文献[37-38]。在键型近场动力学理论中,物体的变形是通过所有材料点的运动来反映的,其中微弹性材料的本构关系表达式为

$$f = ks\mu \quad (2)$$

式中: $k$ 为微弹性模量; $s$ 为键拉伸,其等于键变形后长度与初始长度的差与初始长度的比值; $\mu$ 为历史函数。

现有研究表明<sup>[20]</sup>,混凝土的动态承载力包括惯性承载力和真实动态强度。真实动态强度受热活化效应和黏性效应控制,这2种效应可以分别用弹簧和牛顿黏壶模型来表征。受混凝土动态物理机制的启发,建立了键型近场动力学材料点黏弹性相互作用模型,如图1所示。模型中的阻尼力是一种非保守力,用于实现系统能量耗散的功能,所发展的模型反映了由非保守力所驱动的能量耗散。

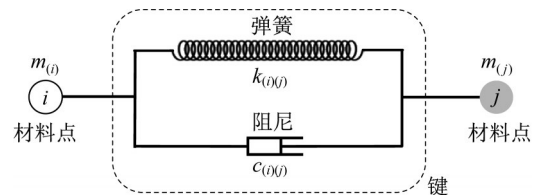


图1 近场动力学黏弹性相互作用模型

Fig. 1 Viscoelastic interaction model of peridynamics

### 1.1 黏弹性运动方程

基于发展的黏弹性相互作用模型,通过包括非保守力做功的哈密顿原理<sup>[39-40]</sup>推导近场动力学黏弹性运动方程,其表达式为

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} (T - U) dt + \delta \int_{t_0}^{t_1} W_{nc} dt = 0 \quad (3)$$

式中: $\delta$ 为变分符号; $t$ 为时间; $W_{nc}$ 为非保守力所做的功; $T$ 为总动能; $U$ 为所有保守力产生的总势能。 $T$ 、 $U$ 表达式如式(4):

$$\begin{cases} T = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{2} \rho_{(i)} \dot{\mathbf{u}}_{(i)} \cdot \dot{\mathbf{u}}_{(i)} V_{(i)} \\ U = \sum_{i=1}^{\infty} \Theta_{(i)} V_{(i)} - \sum_{i=1}^{\infty} (\mathbf{b}_{(i)} \cdot \mathbf{u}_{(i)}) V_{(i)} = \\ \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{2} (\mathbf{w}_{(i)(j)} + \mathbf{w}_{(j)(i)}) V_{(j)} - \mathbf{b}_{(i)} \cdot \mathbf{u}_{(i)} \right\} V_{(i)} \end{cases} \quad (4)$$

求解式(4)的变分方程,得到拉格朗日方程如式(5):

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{u}}_{(i)}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{u}_{(i)}} = - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\mathbf{u}}_{(i)}} \quad (5)$$

式中: $L$ 为拉格朗日函数, $L=T-U$ ; $\Phi$ 为瑞利耗散能函数<sup>[39]</sup>,其表达式为

$$\Phi = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\infty} c_{(i)(j)} (\dot{\mathbf{u}}_{(j)} - \dot{\mathbf{u}}_{(i)})^2 \quad (6)$$

将式(4)和式(6)代入式(5)并求解,得到考虑阻尼耗散效应的运动方程为

$$\begin{aligned} \rho_{(i)} \ddot{\mathbf{u}}_{(i)} = & \int_{H_{(i)}} (\mathbf{f}_{(i)(j)} - \mathbf{f}_{(j)(i)}) dH + \mathbf{b}_{(i)} - \\ & \int_{H_{(i)}} \frac{c_{(i)(j)} (\dot{\mathbf{u}}_{(j)} - \dot{\mathbf{u}}_{(i)})}{V_{(i)} V_{(j)}} dH \end{aligned} \quad (7)$$

参考键力密度矢量 $\mathbf{f}_{(i)(j)}$ 和 $\mathbf{f}_{(j)(i)}$ 的定义,将轴向阻尼力密度矢量定义为

$$\begin{cases} \mathbf{d}_{(i)(j)} = \left( \frac{1}{2} c_{(i)(j)} \frac{|\dot{\mathbf{u}}_{(j)} - \dot{\mathbf{u}}_{(i)}|}{V_{(j)} V_{(i)}} \right) \frac{\mathbf{x}_{(j')} - \mathbf{x}_{(i')}}{|\mathbf{x}_{(j')} - \mathbf{x}_{(i')}|} \\ \mathbf{d}_{(j)(i)} = \left( \frac{1}{2} c_{(j)(i)} \frac{|\dot{\mathbf{u}}_{(i)} - \dot{\mathbf{u}}_{(j)}|}{V_{(i)} V_{(j)}} \right) \frac{\mathbf{x}_{(i')} - \mathbf{x}_{(j')}}{|\mathbf{x}_{(i')} - \mathbf{x}_{(j')}|} \end{cases} \quad (8)$$

式中: $c_{(i)(j)}$ 和 $c_{(j)(i)}$ 相等,统一用 $c$ 来表示。将式(8)代入式(7),包含非保守力的运动方程变形为

$$\begin{aligned} \rho_{(i)} \ddot{\mathbf{u}}_{(i)} = & \int_{H_{(i)}} (\mathbf{f}_{(i)(j)} - \mathbf{f}_{(j)(i)}) dH + \mathbf{b}_{(i)} - \\ & \int_{H_{(i)}} (\mathbf{d}_{(i)(j)} - \mathbf{d}_{(j)(i)}) dH \end{aligned} \quad (9)$$

新建立的运动方程既包括由弹簧力和体力组成的保守力项,也包括由阻尼力组成的非保守力项。当非保守力项等于零时,黏弹性运动方程式退化为原始近场动力学运动方程,它是发展的运动方程一个特例。

## 1.2 混凝土率相关断裂准则

在黏弹性近场动力学中,同样采用应变率相关的最大拉应变准则作为材料点的断裂准则,结合断裂准则的键力密度矢量可表示为

$$\mathbf{F}_A = (\mathbf{F}_S + \mathbf{F}_D) \mu \quad (10)$$

式中: $\mathbf{F}_S$ 为弹簧的弹力; $\mathbf{F}_D$ 为黏壶的阻尼力; $\mu$ 被重

新定义为

$$\mu = \begin{cases} 1 & s < f(s_0, \dot{s}) \\ 0 & s \geq f(s_0, \dot{s}) \end{cases} \quad (11)$$

$f(s_0, \dot{s}) = s_{0d}$ 是断裂准则, $s_{0d}$ 为键拉伸率为 $\dot{s}$ 条件下的动态极限键拉伸。

对于黏弹性近场动力学方法的率相关断裂准则,通过定义动态极限键拉伸来描述极限键拉伸随加载速率的增加,键拉伸的动态增长因子定义为: $D_{IFt} = s_{0d}/s_{0o}$ 。对于强度的 $D_{IFs}$ ,目前已经提出了许多率相关公式<sup>[20,33,41-43]</sup>。在这些公式中,Lu等<sup>[20]</sup>提出的动态单轴S准则能够合理描述混凝土的真实动态强度。通过类比S准则给出了 $D_{IFt}$ 的率相关公式,如式(12):

$$D_{IFt} = 1 + \frac{\chi_{\max}}{1 + \left( \frac{\chi_{\max}}{\chi_0} - 1 \right) e^{\lambda(\varpi_0 - \varpi)}} \quad (12)$$

式中: $\varpi$ 为对数键拉伸率, $\varpi = \lg \dot{s}$ ; $\lambda$ 和 $\chi_{\max}$ 是2个参数,其确定方法与Lu等<sup>[20]</sup>提出的方法相同。

## 2 材料参数的标定方法

发展的黏弹性近场动力学中包含2类材料参数:微弹性参数和微黏性参数,通过将黏弹性近场动力学和连续介质力学之间的能量密度进行等效,即可获得近场动力学的材料参数。

在二维条件下,连续介质力学的黏弹性本构关系被用来计算耗散能密度,其方程如式(13):

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \boldsymbol{\epsilon} + \mathbf{C} \dot{\boldsymbol{\epsilon}} \quad (13)$$

式中: $\mathbf{D}$ 为弹性刚度矩阵; $\mathbf{C}$ 为黏性矩阵; $\boldsymbol{\epsilon}$ 为应变。 $\mathbf{D}$ 的表达式为

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} K+G & K-G & 0 \\ K-G & K+G & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \quad (14)$$

式中: $K$ 和 $G$ 分别为材料的弹性体积模量和弹性剪切模量,表示为

$$K = \frac{E}{2(1-\nu)}, G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (15)$$

类似地,黏性矩阵 $\mathbf{C}$ 由式(16)给出:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \eta_1 + \eta_2 & \eta_1 - \eta_2 & 0 \\ \eta_1 - \eta_2 & \eta_1 + \eta_2 & 0 \\ 0 & 0 & \eta_2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

式中: $\eta_1 = \eta/2(1-\zeta)$ 和 $\eta_2 = \eta/2(1+\zeta)$ 分别为材料的黏性体积参数和黏性剪切参数; $\zeta$ 为黏性泊松



比。由于黏性参数表征应力和应变率之间的关系, $\zeta$ 定义为横向正应变率与轴向正应变率之比, $\zeta = -\dot{\epsilon}_{22}/\dot{\epsilon}_{11}$ 。

在连续介质力学中,根据应变能的定义,弹性应变能密度和耗散能密度可以分别表示为

$$\begin{cases} \Theta = \int D \epsilon d\epsilon \\ \Omega = \Re - \Theta = \int (D \epsilon + C \dot{\epsilon}) d\epsilon - \int D \epsilon d\epsilon \end{cases} \quad (17)$$

根据做功的定义,黏弹性近场动力学弹性应变能密度和耗散能密度可以使用极坐标 $(\theta, \xi)$ 表示为

$$\begin{cases} \Theta = \sum_{j=1}^n \left[ \frac{1}{2} |f_{(i)(j)}| \cdot |u_{(j)} - u_{(i)}| \cdot V_{(j)} \right] = \\ \frac{1}{2} h \int_0^\Delta \int_0^{2\pi} (|f_{(i)(j)}| \cdot |u_{(j)} - u_{(i)}|) \xi d\theta d\xi \\ \Omega = \sum_{j=1}^n \left[ \frac{1}{2} |d_{(i)(j)}| \cdot |u_{(j)} - u_{(i)}| \cdot V_{(j)} \right] = \\ \frac{1}{2} h \int_0^\Delta \int_0^{2\pi} (|d_{(i)(j)}| \cdot |u_{(j)} - u_{(i)}|) \xi d\theta d\xi \end{cases} \quad (18)$$

任何变形模式都可以分解为2种基本的变形模式:体积变形和纯剪切变形。对于体积变形模式,只有正应变 $\epsilon$ 在板中产生,可得到体积变形模式下微弹性参数 $\kappa$ 与微黏性参数 $\tau$ 。

$$\kappa = \frac{12K}{\pi h \Delta^3}, \tau = \frac{32\eta_1}{\pi h \Delta^4} \quad (19)$$

同理,对于纯剪切变形模式,当物体变形时,只有工程剪应变 $\gamma$ 在板中产生,可以得到纯剪切变形模式下的微弹性参数 $\kappa$ 与微黏性参数 $\tau$ 。

$$\kappa = \frac{24G}{\pi h \Delta^3}, \tau = \frac{64\eta_2}{\pi h \Delta^4} \quad (20)$$

由于2个材料点之间的弹簧力和阻尼力始终沿其轴向,是一个一维分量,因此,在黏弹性近场动力学中应该只有一个微弹性参数和一个微黏性参数。联立式(19)和式(20),得到 $K=2G$ 、 $\eta_1=2\eta_2$ 。根据 $K$ 和 $G$ 以及 $\eta_1$ 和 $\eta_2$ 之间的转换关系,可以得出弹性与黏性泊松比在二维情况下始终都为常数1/3。因此,微弹性参数和微黏性参数可以统一表示为

$$\begin{aligned} \kappa &= \frac{9E}{\pi h \Delta^3} \\ \tau &= \frac{24\eta}{\pi h \Delta^4} \end{aligned} \quad (21)$$

### 3 数值算例

采用FORTRAN 90语言编写了黏弹性近场动力学程序,给出2个算例:动荷载作用下裂纹的分叉模拟和含圆孔各向同性平板的拉伸破坏。

#### 3.1 拉伸动荷载作用下裂纹的分叉模拟

图2为带初始裂缝的混凝土平板在不同冲击力条件下的开裂模式,对应的冲击应力大小分别为 $\sigma_1 = 0.2 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_2 = 0.5 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_3 = 0.6 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_4 = 1.4 \text{ MPa}$ <sup>[44]</sup>。与试验相同工况的数值模型如图3所示,离散材料点的直径 $d = 0.25 \text{ mm}$ ,每个材料点的域半径选择为 $\Delta = 3d = 0.75 \text{ mm}$ 。混凝土的材料参数为杨氏模量 $E = 19.2 \text{ GPa}$ ,黏性参数 $\eta = 8.28 \times 10^{-22} \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2}$ , $\rho = 2700 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,S准则的参数 $\lambda = 1.4$ , $\chi_{\max} = 4$ 。边界的体积校正和表面效应的处理与Silling等<sup>[37]</sup>和Madenci等<sup>[38]</sup>的处理方法相同。荷载通过应力边界条件施加在板的两端边界区域上,荷载条件与试验相同。

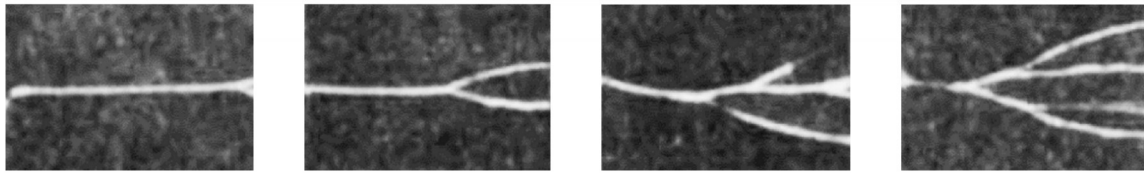


图2 试验中不同应力状态下板的破坏模式

Fig. 2 Failure modes of plates in different stress states in experiment

在 $\sigma_2 = 0.5 \text{ MPa}$ 的应力状态下,黏弹性近场动力学模拟的裂纹扩展过程材料点的损伤如图4b所示,在加载的初期,裂纹从初始裂纹的尖端起裂并且新裂纹沿着初始裂纹方向扩展。当扩展达到一定长度之后,裂纹出现了分叉现象,由1条裂纹变成了2条裂纹,2条分叉裂纹分别沿着与初始裂纹呈大约 $30^\circ$ 的方向向右边界扩展,最终达到右边界,整个试

件破坏。模拟的结果与其他学者模拟结果<sup>[45]</sup>吻合较好,进而验证了发展的黏弹性近场动力学方法的有效性。在不同应力条件下,裂纹的扩展过程有很大区别。当 $\sigma_1 = 0.2 \text{ MPa}$ 时,混凝土板的新裂纹完全沿着初始裂纹的方向发展,近似一条直线并且没有分叉,这种情况下的破坏模式与准静态破坏相同。当应力增加 $\sigma_2 = 0.5 \text{ MPa}$ 时,出现了一次分叉,有2

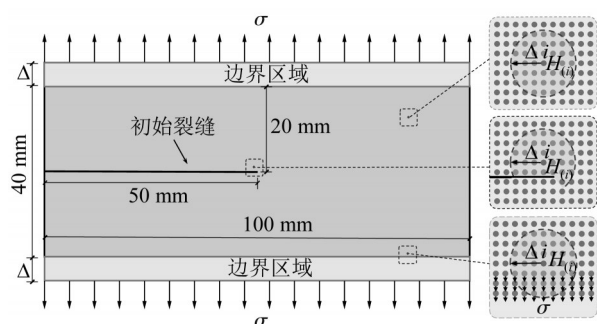


图3 模型几何尺寸及荷载条件

Fig. 3 Geometric dimensions and load conditions of the model

条主裂纹。当应力增加  $\sigma_3 = 0.6 \text{ MPa}$  时,出现了2次分叉,有3条主裂纹。其中一次分叉形成的2条裂纹中有1条产生二次分叉。当应力增加  $\sigma_4 = 1.4 \text{ MPa}$  时,出现了3次分叉,产生4条主裂纹以及更多的小裂纹。混凝土是一种率敏感的准脆性材料,动态荷载会影响其裂纹的扩展模式,并且随着加载速率的增加,裂纹的分叉次数会逐渐增多,这是因为加载速率越大,平衡输入的能量所需要的裂纹区域更多。黏弹性近场动力学方法能很好地捕获混凝土的率相关行为,并且对混凝土开裂等非连续问题能进行合理描述。

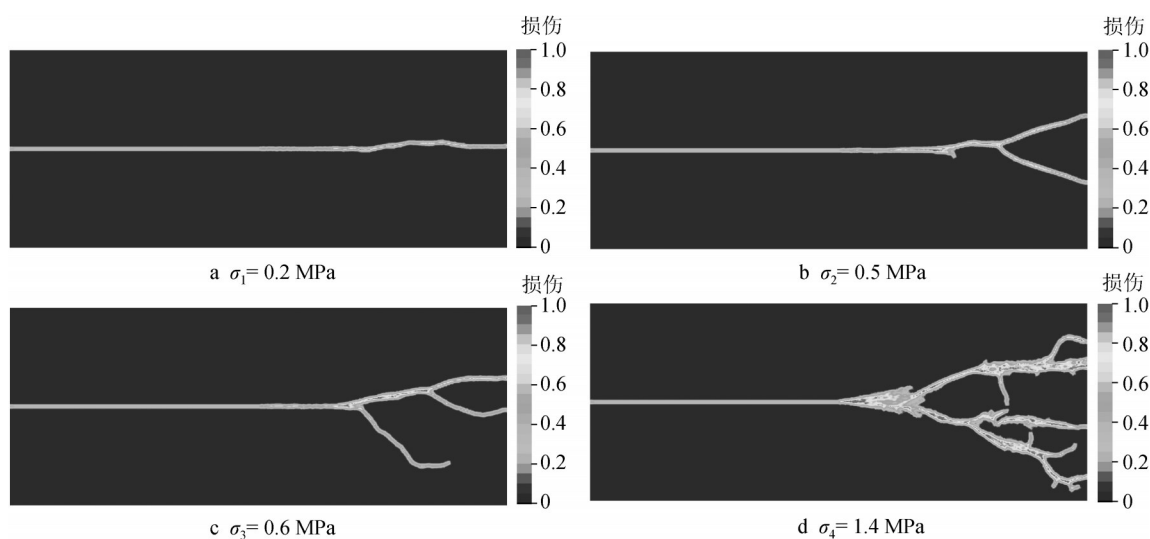


图4 不同应力状态下板的破坏模式

Fig. 4 Failure modes of plates in different stress states

### 3.2 含圆孔平板的动荷载拉伸

数值试验研究了在板中心具有圆孔的二维混凝土板在动态拉伸荷载下的模拟,圆孔的直径是10mm,施加在板上的几何参数和荷载条件如图5所示。黏弹性近场动力学材料参数与3.1节算例的材料参数保持一致,材料点的边长和域半径也与3.1节的算例相同。荷载通过位移边界条件施加在板的两端边界区域上,3种加载速率分别为:  $v_1 = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $v_2 = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $v_3 = 50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 。在图5中边界的体积校正和表面效应的处理与Silling等<sup>[37]</sup>和Madenci等<sup>[38]</sup>的处理方法相同。

原始近场动力学和黏弹性近场动力学模拟的混凝土板在不同加载速率下的荷载-位移曲线与损伤破坏模式分别如图6和图7所示。对于黏弹性近场动力学,荷载-位移曲线的刚度受加载速率的影响十分明显,随着加载速率的增加而增加,并且极限承载能力也随着加载速率而提高。不同加载速率下损伤

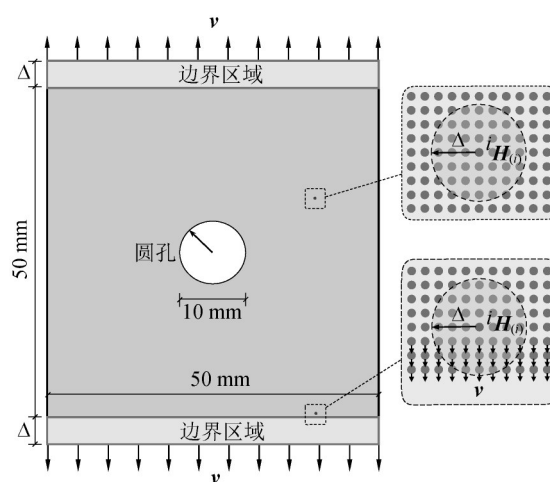


图5 模型几何尺寸及荷载条件

Fig. 5 Geometric dimensions and load conditions of the model

范围的区别也十分显著,随着加载速率增加,损伤破坏区域由一条非常细的直线逐渐变宽直至变成V

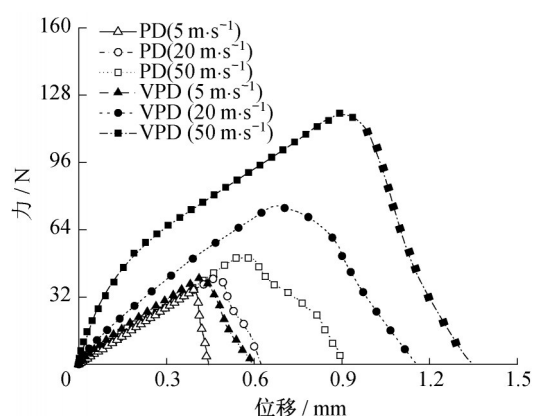


图6 不同加载速度下原始近场动力学(PD)与黏弹性近场动力学(VPD)的荷载-位移曲线对比

Fig. 6 Comparison of load-displacement curves between peridynamics and viscoelastic peridynamics at different loading velocities

形。这种现象的产生是因为混凝土中涉及变形的材料点的数量随着加载速率的增加而增加,更多的材料

点参与能量耗散过程。然而在不同加载速率下,原始近场动力学模拟得到的荷载-位移曲线的斜率基本没有变化,极限承载力有部分提升,并不显著,同时损伤破坏区域受加载速率影响的现象也十分微弱。通过对比得出,黏弹性近场动力学能够合理捕获混凝土刚度和强度都受加载速率影响的特性,并且能够反应混凝土非连续破坏的加载速率相关现象。

## 4 结论

在键型近场动力学方法基础上,发展了黏弹性近场动力学材料点相互作用模型,根据材料点相互作用模型推导了黏弹性键型近场动力学运动方程,通过与连续介质力学能量密度等效获得了材料参数的确定方法。利用动荷载下混凝土板的数值算例,验证了所提黏弹性近场动力学方法的有效性。主要结论如下:

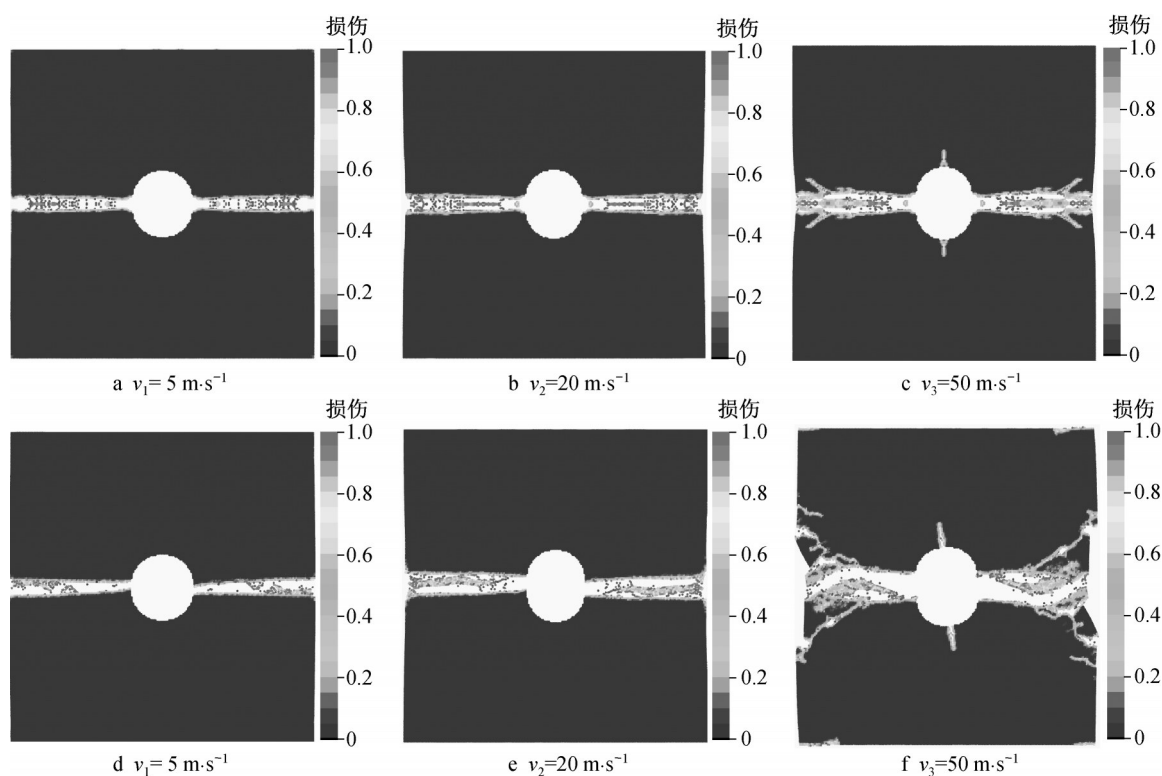


图7 原始近场动力学与黏弹性近场动力学破坏模式对比

Fig. 7 Comparison of failure modes between original peridynamics and viscoelastic peridynamics

(1)基于混凝土的变形机制,建立了材料点的黏弹性相互作用模型,基于哈密顿原理,推导了黏弹性运动方程。该方程合理反映了混凝土在变形过程中由非弹性变形所产生的能量耗散以及混凝土材料的动态强度与变形行为。通过近场动力学和连续介

质力学之间的能量密度等效的方法,建立了近场动力学微弹性和微黏性参数的标定方法。该方法所得到的微弹性参数与原始近场动力学微弹性参数一致。

(2)利用黏弹性近场动力学方法模拟了不同加

载速率下的混凝土构件的破坏模式,验证了该方法在模拟动荷载下混凝土强度、变形和裂纹扩展模式方面的合理性。通过模拟混凝土带有圆孔板在动态拉伸荷载下的力学性能,得到了受加载速率影响的破坏模式。

所提的黏弹性近场动力学方法能够合理反映混凝土在非弹性变形下的能量耗散以及不同加载速率和应力状态下的裂纹扩展和分叉,为混凝土动态力学性能的描述提供了一种有效的数值方法和工具。对于混凝土在更加真实的三维情况下的力学性能和破坏状态的模拟还有待进一步研究,并且对于复杂应力状态下的力学性能研究也亟待发展。

#### 作者贡献声明:

路德春:项目负责人,提供研究平台、构思论文、指导模型构建及分析数据、修改论文。

宋志强:构建模型、分析数据、实现程序、呈现结果及撰写论文。

王国盛:项目负责人,提供理论及创新思路、提供编程帮助、构思与修改论文。

#### 参考文献:

- [1] MOËS N, DOLBOW J, BELYTSCHKO T. A finite element method for crack growth without remeshing [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1999, 46(1): 131. DOI: 10.1002/(SICI)1097-0207(19990910)46:1<131:AID-NME726>3.0.CO;2-J.
- [2] HALL W S. Boundary element method [M]. Dordrecht: Springer Netherlands, 1994.
- [3] LISZKA T, ORKISZ J. The finite difference method at arbitrary irregular grids and its application in applied mechanics [J]. *Computers and Structures*, 1980, 11(1/2): 83. DOI: 10.1016/0045-7949(80)90149-2.
- [4] LUCÏ L B. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis [J]. *Astronomical Journal*, 1977, 82(2): 1013. DOI: 10.1086/112164.
- [5] BELYTSCHKO T, LU Y Y, GU L. Element-free Galerkin methods [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1994, 37(2): 229. DOI: 10.1002/nme.1620370205.
- [6] SILLING S A. Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2000, 48(1): 175. DOI: 10.1016/S0022-5096(99)00029-0.
- [7] HAN F, LUBINEAU G, AZDOUD Y. Adaptive coupling between damage mechanics and peridynamics: A route for objective simulation of material degradation up to complete failure [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2016, 94: 453. DOI: 10.1016/j.jmps.2016.05.017.
- [8] REN H L, ZHUANG X Y, RABCZUK T. A new peridynamic formulation with shear deformation for elastic solid [J]. *Journal of Micromechanics and Molecular Physics*, 2016, 1(2): 1650009. DOI: 10.1142/S2424913016500090.
- [9] AMANI J, OTERKUS E, AREIAS P, *et al.* A non-ordinary state-based peridynamics formulation for thermoplastic fracture [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2016, 87: 83. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2015.06.019.
- [10] REN H L, ZHUANG X Y, RABCZUK T. Dual-horizon peridynamics: A stable solution to varying horizons [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2017, 318: 762. DOI: 10.1016/j.cma.2016.12.031.
- [11] ZHANG Y A, DENG H W, DENG J R, *et al.* Peridynamic simulation of crack propagation of non-homogeneous brittle rock-like materials [J]. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2020, 106: 102438. DOI: 10.1016/j.tafmec.2019.102438.
- [12] ZHU F, ZHAO J D. Peridynamic modelling of blasting induced rock fractures [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2021, 153: 104469. DOI: 10.1016/j.jmps.2021.104469.
- [13] WANG Y W, HAN F, LUBINEAU G. Strength-induced peridynamic modeling and simulation of fractures in brittle materials [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2021, 374(1): 113558. DOI: 10.1016/j.cma.2020.113558.
- [14] YU H T, CHEN X Z. A viscoelastic micropolar peridynamic model for quasi-brittle materials incorporating loading-rate effects [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2021, 383: 113897. DOI: 10.1016/j.cma.2021.113897.
- [15] KLEPACZKO J R, BRARA A. An experimental method for dynamic tensile testing of concrete by spalling [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2001, 254: 387. DOI: 10.1016/S0734-743X(00)00050-6.
- [16] WU H J, ZHANG Q M, HUANG F L, *et al.* Experimental and numerical investigation on the dynamic tensile strength of concrete [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2005, 32(1): 605. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2005.05.008.
- [17] LU Y B, LI Q M. About the dynamic uniaxial tensile strength of concrete-like materials [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2011, 384: 171. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2010.10.028.
- [18] ZHANG Q B, ZHAO J. A review of dynamic experimental techniques and mechanical behaviour of rock materials [J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2014, 474: 1411. DOI: 10.1007/s00603-013-0463-y.
- [19] AL-SALLOUM Y, ALMUSALLAM T, IBRAHIM S M, *et al.* Rate dependent behavior and modeling of concrete based on SHPB experiments [J]. *Cement and Concrete Composites*, 2015, 55: 34. DOI: 10.1016/j.cemconcomp.2014.07.011.
- [20] LU D C, WANG G S, DU X L, *et al.* A nonlinear dynamic uniaxial strength criterion that considers the ultimate dynamic strength of concrete [J]. *International Journal of Impact*



- Engineering, 2017, 103: 124. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2017.01.011.
- [21] REN B, WU C T, ASKARI E. A 3D discontinuous Galerkin finite element method with the bond-based peridynamics model for dynamic brittle failure analysis [J]. International Journal of Impact Engineering, 2017, 99: 14. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2016.09.003.
- [22] YANG D, DONG W, LIU X F, *et al.* Investigation on mode-I crack propagation in concrete using bond-based peridynamics with a new damage model [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2018, 199: 567. DOI: 10.1016/j.engfractmech.2018.06.019.
- [23] ISIET M, MIŠKOVIĆ I, MIŠKOVIĆ S. Review of peridynamic modelling of material failure and damage due to impact [J]. International Journal of Impact Engineering, 2021, 147: 103740. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2020.103740.
- [24] WU P, YANG F, CHEN Z G, *et al.* Stochastically homogenized peridynamic model for dynamic fracture analysis of concrete [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2021, 253: 107863. DOI: 10.1016/j.engfractmech.2021.107863.
- [25] HUANG X P, KONG X Z, CHEN Z Y, *et al.* Peridynamics modelling of dynamic tensile failure in concrete [J]. International Journal of Impact Engineering, 2021, 155: 103918. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2021.103918.
- [26] JIN Y D, LI L, JIA Y, *et al.* Numerical study of shrinkage and heating induced cracking in concrete materials and influence of inclusion stiffness with Peridynamics method [J]. Computers and Geotechnics, 2021, 133: 103998. DOI: 10.1016/j.compgeo.2021.103998.
- [27] SILLING S A. Solitary waves in a peridynamic elastic solid [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2016, 96: 121. DOI: 10.1016/j.jmps.2016.06.001.
- [28] SILLING S A. Attenuation of waves in a viscoelastic peridynamic medium [J]. Mathematics and Mechanics of Solids, 2019, 24 (11) : 3597. DOI: 10.1177/1081286519847241.
- [29] WU L W, HUANG D, BOBARU F. A reformulated rate-dependent visco-elastic model for dynamic deformation and fracture of PMMA with peridynamics [J]. International Journal of Impact Engineering, 2021, 149: 103791. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2020.103791.
- [30] BEHERA D, ROY P, MADENCI E. Peridynamic modeling of bonded-lap joints with viscoelastic adhesives in the presence of finite deformation [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2021, 374: 113584. DOI: 10.1016/j.cma.2020.113584.
- [31] WU L W, HUANG D, XU Y P, *et al.* A rate-dependent dynamic damage model in peridynamics for concrete under impact loading [J]. International Journal of Damage Mechanics, 2020, 297: 1035. DOI: 10.1177/1056789519901162.
- [32] TONG Y, SHEN W Q, SHAO J F, *et al.* A new bond model in peridynamics theory for progressive failure in cohesive brittle materials [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2020, 223: 106767. DOI: 10.1016/j.engfractmech.2019.106767.
- [33] GROTE D L, PARK S W, ZHOU M. Dynamic behavior of concrete at high strain rates and pressures: I. experimental characterization [J]. International Journal of Impact Engineering, 2001, 259: 869. DOI: 10.1016/S0734-743X(01)00020-3.
- [34] ADAM S. Dynamic strength criterion for concrete [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2004, 130 (12) : 1428. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9399(2004)130:12(1428).
- [35] XU H, WEN H M. Semi-empirical equations for the dynamic strength enhancement of concrete-like materials [J]. International Journal of Impact Engineering, 2013, 60: 76. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2013.04.005.
- [36] WANG G S, LU D C, DU X L, *et al.* A true 3D frictional hardening elastoplastic constitutive model of concrete based on a unified hardening/softening function [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2018, 119: 250. DOI: 10.1016/j.jmps.2018.06.019.
- [37] SILLING S A, ASKARI E. A meshfree method based on the peridynamic model of solid mechanics [J]. Computers & Structures, 2005, 83 (17/18) : 1526. DOI: 10.1016/j.compstruc.2004.11.026.
- [38] MADENCI E, OTERKUS E. Peridynamic theory and its applications [M]. New York: Springer, 2014.
- [39] ROY S, BHADRA S. Study of nonlinear dissipative pulse propagation under the combined effect of two-photon absorption and gain dispersion: A variational approach involving Rayleigh's dissipation function [J]. Physica D: Nonlinear Phenomena, 2007, 23 (22) : 103. DOI: 10.1016/j.physd.2007.06.002.
- [40] HE J. Hamilton's principle for dynamical elasticity [J]. Applied Mathematics Letters, 2017, 72: 65. DOI: 10.1016/j.aml.2017.04.008.
- [41] ZHENG D, LI Q B, WANG L B. A microscopic approach to rate effect on compressive strength of concrete [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2005, 72 (15) : 2316. DOI: 10.1016/j.engfractmech.2005.01.012.
- [42] HAO Y, HAO H. Dynamic compressive behaviour of spiral steel fibre reinforced concrete in split Hopkinson pressure bar tests [J]. Construction and Building Materials, 2013, 48: 521. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2013.07.022.
- [43] SHI L L, WANG L C, SONG Y P, *et al.* Dynamic multiaxial strength and failure criterion of dam concrete [J]. Construction and Building Materials, 2014, 66: 181. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2014.05.076.
- [44] BOWDEN F P, BRUNTON J H, FIELD J E, *et al.* Controlled fracture of brittle solids and interruption of electrical current [J]. Nature, 1967, 216: 28. DOI: 10.1038/216038a0.
- [45] HA Y D, BOBARU F. Characteristics of dynamic brittle fracture captured with peridynamics [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2011, 786: 1156. DOI: 10.1016/j.engfractmech.2010.11.020.