

# 基于距离区间数算子的故障模式与影响分析方法

董永新<sup>1</sup>, 尤建新<sup>1</sup>, 段春艳<sup>2</sup>, 林 辉<sup>3</sup>

(1. 同济大学 经济与管理学院, 上海 200092; 2. 同济大学 机械与能源工程学院, 上海 201804; 3. 扬州大学 商学院, 江苏 扬州 225127)

**摘要:** 现有故障模式与影响分析(FMEA)方法在属性值为直觉模糊数且风险程度采用确定距离算子度量的情况下, 评判专家通常难以精准地描述相关不确定性问题。因此, 首先在有序加权距离算子、区间数的理论以及区间数排序方法研究基础上, 提出了直觉模糊混合欧氏距离区间数(IFHEDIN)算子及其优良性质。其次, 构建基于不确定 IFHEDIN 算子, 改进 FMEA 方法, 以进行产品或者系统故障模式的可靠性分析, 并对风险等级进行计算与排序。最后, 以实际医院放射肿瘤治疗过程中, 故障模式的风险分析以及评价为例, 论证了所提方法的有效性、可靠性以及精准性, 为相关医疗诊断管理者进行风险应对和控制提供决策支持。

**关键词:** 区间数; 故障模式与影响分析; 直觉模糊集; 距离区间数算子

中图分类号: C934

文献标志码: A

## Failure Mode and Effect Analysis Method Based on a Distance Interval Number Operator

DONG Yongxin<sup>1</sup>, YOU Jianxin<sup>1</sup>, DUAN Chunyan<sup>2</sup>, LIN Hui<sup>3</sup>

(1. School of Economics and Management, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. School of Mechanical Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China; 3. Business School, Yangzhou University, Yangzhou 225127, China)

**Abstract:** When the attribute value of the existing failure mode and effect analysis (FMEA) method is the intuitionistic fuzzy number and the risk degree is measured by deterministic distance operator, it is difficult for evaluation experts to accurately describe the related uncertainty problems. Therefore, first an intuitionistic fuzzy hybrid Euclidean distance interval number (IFHEDIN) operator and its excellent properties are

proposed based on the study of the ordered weighted distance operator, the theory of interval number and the sorting method of interval number. Then, the uncertain IFHEDIN operator is constructed to improve the FMEA method so as to analyze the reliability of failure modes of products or systems, and to calculate and rank the risk levels at the same time. Finally, the effectiveness, the reliability and accuracy of the proposed approach are verified by the risk analysis and evaluation of failure mode in the actual hospital radiation tumor treatment process, which provides decision-making support for relevant medical diagnosis managers to deal with and control risks.

**Key words:** interval number; failure mode and effect analysis; intuitionistic fuzzy set; distance interval number operator

作为一种有效的早期预防系统、过程或服务中潜在故障和错误的可靠性和质量控制方法, 故障模式和影响分析 (failure mode and effect analysis, FMEA) 被广泛应用于航空航天、汽车、电子等诸多工业领域<sup>[1-3]</sup>。FMEA 方法对潜在故障模式进行风险分析与评价面临多方面挑战, 常涉及多准则决策<sup>[4]</sup>、人工智能<sup>[5]</sup>和信息集成<sup>[6]</sup>等方法<sup>[7-8]</sup>。FMEA 专家小组通过识别和分析被研究对象的潜在故障模式、原因和影响, 评估其严重度(S)、检测难易度(D)以及发生度(O), 计算风险优先数 (risk priority number, RPN), 根据 RPN 的降序值对故障模式的风险程度高低进行排序分析<sup>[9]</sup>。然而, 计算风险优先数的公式  $R_{PN} = O \cdot S \cdot D$  未能充分考虑风险因子权重。相同 RPN 值所对应的故障模式风险水平不一定相同。由于人类认识的局限性和主观性, FMEA

收稿日期: 2021-07-18

基金项目: 国家自然科学基金(71671125, 72171170); 中央高校基本科研业务费专项资金资助(22120210535); 上海市浦江人才计划资助(20PJ1413700)

第一作者: 董永新(1989—), 理学博士, 博士后, 主要研究方向为建模与决策优化、质量与可靠性管理、数值代数。  
E-mail: dy893291318@163.com

通信作者: 段春艳(1987—), 管理学博士, 副教授, 主要研究方向为质量与可靠性管理、数学建模与决策优化。  
E-mail: duanchunyan@tongji.edu.cn



论文  
拓展  
介绍

专家很难根据经验和专业知识对风险因子做出准确的评估。针对FMEA方法的缺点,国内外学者开展了大量的研究工作。根据不同规则, Pillay 和 Wang<sup>[10]</sup>提出了基于规则的改进FMEA方法。由于急诊部门极大地影响了病人的安危与医院的信誉, Chanamool 和 Naenna<sup>[3]</sup>提出对急诊工作中的模糊FMEA,对可能存在的故障模式进行优先级排序和评估,减少FMEA方法在急救就医过程中的局限性。为克服基于去模糊化的模糊FMEA数值方法的缺陷, Mandal 和 Maiti<sup>[11]</sup>从模糊相似值和概率论角度讨论了FMEA方法。通过集成区间直觉模糊集和多属性近似边界区域比较方法,刘虎沉等<sup>[6,9]</sup>提出了一种区间值直觉模糊距离的改进FMEA模型。此外,在FMEA方法中考虑风险因子的不同权重,以及避免较大或者较小属性评估值偏差带来的影响,刘虎沉等结合直觉模糊加权欧氏距离(intuitionistic fuzzy weighted Euclidean distance, IFWED)算子和直觉模糊有序加权距离(intuitionistic fuzzy ordered weighted Euclidean distance, IFOWED)算子,提出了一种直觉模糊混合加权欧氏距离(intuitionistic fuzzy hybrid weighted Euclidean distance, IFHWED)算子,并将其与逼近理想解排序法(technique for order preference by similarity to ideal solution, TOPSIS)相结合<sup>[7]</sup>。然而,人们主观评估的模糊性和现实事物的复杂性,导致了专家对决策属性信息的评价具有不确定性。因此,对属性值进行评判时,专家们往往采用带有模糊信息的区间数对其进行描述<sup>[12]</sup>。

区间数(实数集 $\mathbb{R}$ 上的有界闭区间)在模糊数学、工程技术应用和不确定性管理科学决策等方面,有着非常广泛的应用<sup>[12-14]</sup>。黄智力和罗健<sup>[15]</sup>研究了一种属性值为区间数的决策问题。区间数既有确定性,也有不确定性,即区间数的两个端点值是确定的,但区间内的数值却又是不能确定的。在某些情形下,采用区间数进行评价决策信息更接近现实<sup>[12,16]</sup>。因此,通过考虑现实FMEA问题中不同风险因子的评价值与理想值之间的距离应该是不确定的,针对文献[7]采用确定欧氏距离算子描述不同故障模式的风险程度,采用区间数对文献[7]的相关模型进行改进,更加符合评估分析的实际情况以及人类模糊性评价的特点。区间数有多种排序方法,主要包括确定性排序法和可能度排序法等。关于区间数的更多知识,读者们可参考文献[16-18]。有限方案的多准则决策(多属性决策)问题的一类解决方法是在实

际问题中通过定义距离算子,计算参考序列到比较序列的距离,从而对备选方案进行决策分析<sup>[19-20]</sup>。在实际决策问题中,区间数排序是区间数多属性决策的一个重要问题。确定性排序法易受人们的主观偏好影响,且对多个区间数排序可信度不高。对一组区间数排序,基于可能度的排序方法更准确<sup>[15,21]</sup>。然而,在不同背景情形下,区间数的各种排序方法存在某种或多或少不足,因此,对区间数排序的问题值得进一步研究。

为解决上述故障模式的风险分析与评价中的模糊性与不确定性问题,在现有FMEA方法基础上,结合区间数的理论与排序方法,提出了一种直觉模糊欧氏距离区间数算子并论证了其优良性质,构建了基于直觉模糊欧氏距离区间数算子的改进FMEA。同时利用基于区间数可能度排序法对所得欧氏距离区间数进行比较,与单纯依靠确定性的欧氏距离算子进行排序的方法相比,该方法更精准和可靠。最后,以实际医院放射治疗肿瘤过程中产生的故障模式为例,对其进行风险分析与评价,验证了该方法的有效性、可靠性以及精准性,为管理者进行风险应对和控制提供科学决策支持。

## 1 预备知识

**定义1** 设集合 $X$ 上的直觉模糊数(IFNs) $A = \{x, \mu_A(x), \nu_A(x) | x \in X\}$ , 其中 $\mu_A(x): X \rightarrow [0, 1]$ 是隶属度函数, $\nu_A(x): X \rightarrow [0, 1]$ 是非隶属度函数,且 $0 \leq \mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1, x \in X$ 。称 $\pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - \nu_A(x)$ 为单个对象 $x$ 属于 $A$ 的犹豫度<sup>[22]</sup>。

**定义2** 设 $\alpha, \alpha_i = (\mu_{\alpha_i}, \nu_{\alpha_i}), i = 1, 2$ ,是直觉模糊数,其基本的运算和比较规则定义如下<sup>[23]</sup> :

$$(1) \alpha_1 + \alpha_2 = (\mu_{\alpha_1} + \mu_{\alpha_2} - \mu_{\alpha_1}\mu_{\alpha_2}, \nu_{\alpha_1}\nu_{\alpha_2});$$

$$(2) \alpha_1 \times \alpha_2 = (\mu_{\alpha_1}\mu_{\alpha_2}, \nu_{\alpha_1} + \nu_{\alpha_2} - \nu_{\alpha_1}\nu_{\alpha_2});$$

$$(3) \lambda\alpha = (1 - (1 - \mu_{\alpha})^{\lambda}, \nu_{\alpha}^{\lambda}), \lambda > 0;$$

$$(4) \alpha^{\lambda} = (\mu_{\alpha}^{\lambda}, (1 - \nu_{\alpha})^{\lambda}), \lambda > 0.$$

(5)  $\alpha$ 的得分函数定义为 $S(\alpha) = \mu_{\alpha} - \nu_{\alpha}$ ,精确函数定义为 $H(\alpha) = \mu_{\alpha} + \nu_{\alpha}$ 。根据以下比较规则比较 $\alpha_1$ 和 $\alpha_2$ 的大小关系

$$(I) \text{ 若 } S(\alpha_1) < S(\alpha_2), \text{ 则 } \alpha_1 < \alpha_2;$$

$$(II) \text{ 若 } S(\alpha_1) = S(\alpha_2), \text{ 则:}$$

(i) 若  $H(\alpha_1) < H(\alpha_2)$ , 则  $\alpha_1 < \alpha_2$ ;

(ii) 若  $H(\alpha_1) = H(\alpha_2)$ , 则  $\alpha_1 = \alpha_2$ 。

**定义3** 直觉模糊数  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$  之间的直觉模糊距离<sup>[7]</sup>

$$d_{\text{IFD}}(\alpha_1, \alpha_2) = |\alpha_1 - \alpha_2| = \frac{1}{2} (|\mu_{\alpha_1} - \mu_{\alpha_2}| + |\nu_{\alpha_1} - \nu_{\alpha_2}|) \quad (1)$$

**定义4** 设  $\alpha_i = (\mu_{\alpha_i}, \nu_{\alpha_i})$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , 是直觉模糊数序列, 那么直觉模糊加权平均(IFWA)算子为<sup>[7]</sup>

$$\text{IFWA}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) = \sum_i \omega_i \alpha_i = \left( 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \mu_{\alpha_i})^{\omega_i}, \prod_{i=1}^n (\nu_{\alpha_i})^{\omega_i} \right), \omega_i \in [0, 1]$$

其中:  $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)^T$  是  $\alpha_i (i = 1, 2, \dots, n)$  的相应的权重向量且  $\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$ 。

**定义5** 有序加权平均算子(OWA)是一个  $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  的映射, 假设  $a_i$  是参数集中的元素, 则设

$$\text{OWA}(a_1, a_2, \dots, a_n) = \sum_{j=1}^n \omega_j b_j, \left( \sum_{j=1}^n \omega_j = 1 \right), \omega_j \in [0, 1] \quad (2)$$

其中:  $b_j$  是  $a_i$  的第  $j$  大元素;  $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)^T$  是其关联权重向量, 称 OWA 是有序加权平均算子<sup>[24]</sup>。

**定义6** 设  $\Omega$  是直觉模糊数的集合,  $\tilde{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$  和  $\tilde{B} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$  是两个直觉模糊数所构成的序列。  $n$  维直觉模糊加权欧氏距离算子(IFWED)是一种 IFWED 映射:  $\Omega^n \times \Omega^n \rightarrow \mathbb{R}$ , 且

$$\text{IFWED}(\tilde{A}, \tilde{B}) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \omega_i (d_{\text{IFD}}(\alpha_i, \beta_i))^2}, \omega_i \in [0, 1], \sum_{i=1}^n \omega_i = 1 \quad (3)$$

其中  $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)^T$  是与之相关联的权重向量<sup>[7]</sup>。

**定义7** 设  $\Omega$  是直觉模糊数的集合,  $\tilde{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$  和  $\tilde{B} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$  是直觉模糊数所构成的序列。  $n$  维直觉模糊有序加权欧氏距离算子是一种 IFOWED 映射:  $\Omega^n \times \Omega^n \rightarrow \mathbb{R}$ , 其关联权重向量  $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)^T$ ,

$$\text{IFOWED}(\tilde{A}, \tilde{B}) =$$

$$\sqrt{\sum_{i=1}^n \omega_i (d_{\text{IFD}}(\alpha_{\sigma(i)}, \beta_{\sigma(i)}))^2}, \omega_i \in [0, 1], \sum_{i=1}^n \omega_i = 1 \quad (4)$$

其中:  $(\sigma(1), \sigma(2), \dots, \sigma(n))$  是  $(1, 2, \dots, n)$  的任意置换, 使得<sup>[7]</sup>:

$$d(\alpha_{\sigma(j-1)}, \beta_{\sigma(j-1)}) \geq d(\alpha_{\sigma(j)}, \beta_{\sigma(j)}), j = 2, 3, \dots, n.$$

**定义8** 设实数集  $\mathbb{R}$  上的闭区间  $a = [a^-, a^+]$  称为区间数。若  $0 \leq a^- \leq x \leq a^+$ , 则称  $a$  是正区间数。如果  $a^- = a^+$ , 则区间数  $a$  退化为实数。设区间数  $b = [b^-, b^+]$ , 区间数的运算法则为<sup>[13, 15]</sup>

$$(1) \tilde{a} + \tilde{b} = [a^l + b^l, a^u + b^u];$$

$$(2) \lambda \tilde{a} = [\min(\lambda a^l, \lambda a^u), \max(\lambda a^l, \lambda a^u)],$$

$\lambda \in \mathbb{R}$ 。

**定义9** 设  $a = [a^-, a^+]$  是区间数, 定义函数  $m_\theta(a) = (1 - \theta)a^- + \theta a^+$ , 其中参数  $\theta$  满足  $0 \leq \theta \leq 1$ 。区间数排序的  $\theta$  序法通过比较  $m_\theta$  的值确定区间数之间的大小关系<sup>[25]</sup>。

**定义10** 设区间数  $a = [a^-, a^+]$ , 函数  $m_\theta(a) = (1 - \theta)a^- + \theta a^+$ , 其中  $0 \leq \theta \leq 1$ 。若  $m_\theta(a) < m_\theta(b)$  或者  $m_\theta(a) = m_\theta(b)$  且区间数长度  $L(a) \geq L(b) (\theta \in [0, 1])$ , 则根据  $L - \theta$  序方法, 成立  $\tilde{a} \leq_{L-\theta} \tilde{b}$ <sup>[25]</sup>。

**定义11** 设  $a = [a^-, a^+]$  和  $b = [b^-, b^+]$  是区间数,  $a$  和  $b$  的长度分别为  $L(a) = a^+ - a^-$  和  $L(b) = b^+ - b^-$ 。  $a \geq b$  的可能度为  $p(a \geq b) = \max(1 - \max((b^+ - a^-)/(L(a) + L(b)), 0), 0)$ 。对于区间数  $a$  和  $b$ , 若  $0 \leq p(a \geq b) < 1/2$ , 则  $a \geq b$  的可能度大于等于 0, 小于 1/2; 若  $1/2 \leq p(a \geq b) \leq 1$ , 则  $a \geq b$  的可能度大于等于 1/2, 小于等于 1<sup>[21, 25]</sup>。

**定义12** 给定一组区间数  $a_i = [a_i^-, a_i^+]$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , 与之相对应的可能度排序矩阵  $P = (P_{ij})_{n \times n}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, n$ , 该矩阵的元素  $P_{ij} = p(a_i \geq a_j)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, n$ 。区间数的排序向量为  $\omega_i = \left( \sum_{j=1}^n P_{ij} + \frac{n}{2} - 1 \right) / (n(n-1))$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ 。根据  $\omega_i$  的值对不同区间数之间进行排序<sup>[16, 25]</sup>。

**注1** Yager<sup>[24]</sup> 提出了有序加权平均(OWA)算



子,它介于最大值(max)算子与最小值(min)算子之间,该算子最大优势是按照从大到小的顺序输入数据。关联权重 $\omega_i$ 只与第 $i$ 个位置有关,与该位置上的具体元素无关,因而可以提前给定数值。OWA算子通过赋予聚合结果低(或高)的权重,可以减轻(或增强)过大(或者过小)偏差对聚合结果的影响,由于这一优良特性,该算子被广泛应用于管理科学、医疗诊断、人工智能、专家系统及模糊系统等领域<sup>[24]</sup>。Merigó和Gil-lafuente<sup>[26]</sup>提出了有序加权平均距离算子,在决策中使用OWA算子去选择金融产品。

## 2 一种距离区间数算子的定义和性质

为了说明在区间数排序问题中引入一种距离区间数算子的必要性和背景,本节首先通过以下一个简单的例子来说明 $\theta$ 序法的主观性和不确定性。

**例 1** 比较区间数 $X=[0.3, 0.6]$ 和 $Y=[0.4, 0.5]$ 。

$$I_1(\tilde{A}, \tilde{B}) = \left[ \min(I_2(\tilde{A}, \tilde{B}), I_3(\tilde{A}, \tilde{B})), \max(I_2(\tilde{A}, \tilde{B}), I_3(\tilde{A}, \tilde{B})) \right]$$

IFHEDIN算子的波动性定义如下:

$$\sigma = \frac{\max(I_2(\tilde{A}, \tilde{B}), I_3(\tilde{A}, \tilde{B})) - \min(I_2(\tilde{A}, \tilde{B}), I_3(\tilde{A}, \tilde{B}))}{\min(I_2(\tilde{A}, \tilde{B}), I_3(\tilde{A}, \tilde{B}))} \quad (5)$$

其中:IFHEDIN算子、IFWED算子和IFOWED算子分别定义为 $I_1$ 、 $I_2$ 和 $I_3$ 。

根据例1及上述讨论,直觉模糊数混合欧氏距离区间数算子的物理意义一般如下:两组直觉模糊数之间的直觉模糊距离区间数算子运算所得距离区间数越小,首先可以表明距离区间数越小,这两组直觉模糊数越相似;其次可以说明,距离区间数半宽越小,这组直觉模糊数受有序加权距离算子的影响越小,即该组直觉模糊数对于其所处各个位置的权重不敏感。区间数算子既具有混合欧氏加权算子根据具体实际问题,为排序提供新思路的优点<sup>[7]</sup>;同时,若区间数算子采取区间数的可能度排序法,区间数排序还可以不依赖于参数选取,具有客观性。该算子具有如下性质。

**性质 1**  $I_1(\tilde{A}, \tilde{B}) \subseteq [0, 1]$ 。

$$I_1(\tilde{A}, \tilde{C}) + I_1(\tilde{B}, \tilde{C}) = [\min(d_1, d_3), \max(d_1, d_3)] + [\min(d_2, d_3), \max(d_2, d_3)] =$$

$$[\min(d_1, d_3) + \min(d_2, d_3), \max(d_1, d_3) + \max(d_2, d_3)] \quad (7)$$

不妨设 $d_1 < d_2$ ,以下讨论三种情形。

当 $\theta=0.3$ 时, $m_{0.3}(X) < m_{0.3}(Y)$ 。当 $\theta=0.5$ 时, $m_{0.5}(X) = m_{0.5}(Y)$ 。当 $\theta=0.6$ 时, $m_{0.6}(X) > m_{0.6}(Y)$ 。

文献[7]定义了一种直觉模糊混合加权欧氏距离(IFHWED)算子,体现了聚合前各个距离算子对最终聚合结果的影响。然而,该算子具有以下不足。首先,该算子对故障模式风险程度排序结果受参数影响较大。其次,为了恰当选取参数,需要提供更多关于专家的信息。例如专家态度,偏向肯定还是不确定?这无疑需要花费更多成本和精力。因此,为了更好体现不确定环境下的距离模糊性以及避开主观性的参数选择,提高算法准确性,提出了一种直觉模糊混合距离区间数算子。

**定义 13** 设 $\tilde{A}=(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ 和 $\tilde{B}=(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ 是由直觉模糊数所构成的序列。IFWED算子和IFOWED算子见定义6与定义7。 $n$ 维直觉模糊混合欧氏距离区间数(IFHEDIN)算子是一个IFHEDIN映射: $\Omega^n \times \Omega^n \rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ,

**性质 2**  $I_1(\tilde{A}, \tilde{B}) = I_1(\tilde{B}, \tilde{A})$ 。

**性质 3** 设 $\tilde{A}=(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ , $\tilde{B}=(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ , $\tilde{C}=(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n)$ 为模糊数构成的向量序列,在运用区间数中点值法比较区间数大小的意义下,IFHEDIN算子满足三角不等式性质

$$I_1(\tilde{A}, \tilde{B}) \leq I_1(\tilde{A}, \tilde{C}) + I_1(\tilde{B}, \tilde{C}) \quad (6)$$

对于性质1,根据 $0 \leq I_2(\tilde{A}, \tilde{B}) \leq 1$ 与 $0 \leq I_3(\tilde{A}, \tilde{B}) \leq 1$ ,可以推出 $I_1(\tilde{A}, \tilde{B}) \subseteq [0, 1]$ 。对于性质2,IFHEDIN算子满足对称性是显然的。以下证明性质3。

证明:设三个直觉模糊数序列 $\tilde{A}$ , $\tilde{B}$ , $\tilde{C}$ 两两之间的相互距离分别是 $d_1 = d_{\text{IFD}}(\tilde{A}, \tilde{B})$ , $d_2 = d_{\text{IFD}}(\tilde{A}, \tilde{C})$ 和 $d_3 = d_{\text{IFD}}(\tilde{B}, \tilde{C})$ ,那么

$$(1) \quad \text{若} \quad d_3 > d_2, \quad [\min(d_1, d_3) + \min(d_2, d_3), \max(d_1, d_3) + \max(d_2, d_3)] = [d_1 + d_2, 2d_3]。$$

$$(2) \quad d_3 < d_1, \quad [\min(d_1, d_3) + \min(d_2, d_3), \max(d_1, d_3) + \max(d_2, d_3)] = [2d_3, d_1 + d_2].$$

$$(3) \quad d_1 < d_3 < d_2, \quad [\min(d_1, d_3) + \min(d_2, d_3), \max(d_1, d_3) + \max(d_2, d_3)] = [d_1 + d_3, d_2 + d_3].$$

根据区间数排序的中点值法,对上述三种情形进行运算,比较可得:

$$[\min(d_1, d_2), \max(d_1, d_2)] \leq [\min(d_1, d_3) + \min(d_2, d_3), \max(d_1, d_3) + \max(d_2, d_3)] \quad (8)$$

即成立  $I_1(\tilde{A}, \tilde{B}) \leq I_1(\tilde{A}, \tilde{C}) + I_1(\tilde{B}, \tilde{C})$ .

然而,若  $\theta$  序法的参数不选取 0.5, 而是取其他值, 那么  $[\min(d_1, d_2), \max(d_1, d_2)]$  与  $[\min(d_1, d_3) + \min(d_2, d_3), \max(d_1, d_3) + \max(d_2, d_3)]$  的大小关系不确定。

文献[18]指出,根据定义12对区间数的排序结果与根据计算公式  $\tilde{\omega}_i = \sum_{j=1}^n P_{ij} / n(n-1)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  对区间数的排序结果相同。 $n$  个区间数进行  $n(n-1)/2$  次可能度的关系比较,减小了区间数排序的系统性误差,降低个别判断失误的影响。然而,在比较一组区间数时,上述可能度定义不具有保序性质(增加或减小所比较区间数的个数,先前区间数的排序顺序不变)。因此,考虑使用一种基于布尔矩阵的区间数排序方法<sup>[18,25]</sup>。构造布尔矩阵  $(Q_{ij})_{n \times n}$ , 其中矩阵  $Q$  的元素

$$q_{ij} = \begin{cases} 1, & p_{ij} \geq 0.5 \\ 0, & p_{ij} < 0.5 \end{cases} \quad (9)$$

令  $\lambda_i = \sum_{j=1}^n q_{ij}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , 得到排序向量  $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)^T$ , 根据  $\lambda_i$  值对区间数进行排序。

### 3 基于距离区间数算子的FMEA方法

本节构造基于IFHEDIN算子的FMEA改进,通过可能度方法对距离区间数进行排序,从而得出故障模式的风险优先级。具体步骤如下。

**步骤1** FMEA小组评估主要故障模式,对主要故障模式关于风险因子  $O$ 、 $S$ 、 $D$  及其主观权重进行独立语义评估。

利用IFWA算子聚合FMEA专家小组的主观意见<sup>[7]</sup>。

$$\alpha_{ij} = \text{IFWA}(\alpha_{ij}^{(1)}, \alpha_{ij}^{(2)}, \dots, \alpha_{ij}^{(l)}) = \left[ 1 - \prod_{k=1}^l (1 - \mu_{ij}^{(k)})^{\lambda_k}, \prod_{k=1}^l (\nu_{ij}^{(k)})^{\lambda_k} \right], \quad i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n,$$

$$\omega_j = \text{IFWA}(\omega_j^{(1)}, \omega_j^{(2)}, \dots, \omega_j^{(l)}) = \left[ 1 - \prod_{k=1}^l (1 - \mu_j^{(k)})^{\lambda_k}, \prod_{k=1}^l (\nu_j^{(k)})^{\lambda_k} \right], \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

其中  $\alpha_{ij} = (\mu_{ij}, \nu_{ij})$  是  $l$  位专家对故障模式  $FM_i$  关于风险因子  $R_{F_j}$  的群体评估结果;  $\omega_j = (\mu_j, \nu_j)$  是专家对风险因子  $RF_j$  的主观权重的评估值。

**步骤2** 计算故障模式关于风险因子的主观权重以及客观权重的数值。

对步骤1得出的风险因子主观权重  $\omega$  进行规范化,则故障模式关于风险因子  $RF_j$  的主观权重为

$$\tilde{\omega}_j = \left( \mu_j + \frac{\mu_j \pi_j}{\mu_j + \nu_j} \right) / \sum_{j=1}^n \left( \mu_j + \frac{\mu_j \pi_j}{\mu_j + \nu_j} \right), \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

利用正态分布,对风险因子的客观权重进行取值<sup>[7,26]</sup>

$$\omega_j = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_n} e^{-(j - \mu_n)^2 / (2\sigma_n^2)} \quad (11)$$

其中:  $\mu_n = (n+1)/2$  是  $1, 2, \dots, n$  的均值;  $\sigma_n = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (j - \mu_n)^2}$  是有限数列  $1, 2, \dots, n$  的标准差。

由于  $\omega_j \in [0, 1]$  且  $\sum_{j=1}^n \omega_j = 1$ , 因此对式(11)归一化处理,得到归一化后的风险因子客观权重:

$$\omega_j = e^{-(j - \mu_n)^2 / (2\sigma_n^2)} / \sum_{j=1}^n e^{-(j - \mu_n)^2 / (2\sigma_n^2)}, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (12)$$

需要指出的是:根据计算故障模式风险因子的客观权重的公式,如果风险因子  $O$ 、 $S$  和  $D$  的位置互换,根据Yager教授定义的有序加权算子<sup>[24]</sup>以及其后发展的有序加权距离算子<sup>[26,27]</sup>,有序加权距离仅与这组数据的大小关系确定的位置有关,所对应的客观权重便已经确定,第一位置( $O$ )、第二位置( $S$ )和第三位置( $D$ )的客观权重仍然不变。

**步骤3** 建立风险因子的参考序列。

FMEA方法中风险因子的参考序列应是风险因子的最优水平。由于直觉模糊数的得分函数值越小,风险越小,因而选取最小直觉模糊数  $\alpha^- = (0, 1)$  作为参考序列。

**步骤 4** 基于 IFHEDIN 算子,计算专家小组对故障模式关于各个风险因子进行评估,根据语义与模糊数的转换,基于 IFHEDIN 算子,计算各个风险因子评估值的聚合序列与参考序列的欧氏距离区间数。

**步骤 5** 根据区间数可能度排序法对步骤 4 的欧氏距离区间数进行降序排列,得出故障模式风险程度高低排序。

故障模式所对应的距离区间数排序越靠前,相应的风险优先级别越高。相比于文献[7]的混合欧氏距离算子,IFHEDIN 算子具有更多额外的优势与选择。首先,该算子可以不涉及参数选取问题。其次,当 IFHEDIN 算子得到距离区间后,可以通过  $\theta$  序,  $L-\theta$  序法或基于可能度的方法,多角度分辨故障模式风险等级大小关系。此外,区间数的长度也体现了 FMEA 专家小组对相应故障模式评估的意见分歧程度。区间长度越长,说明专家评估值越可能出现偏差。在这种情况下,可以进一步重新评估风险因子。通过公式(9),计算区间数比较的可能度矩阵  $P$ ,并构造矩阵  $Q$ ,利用  $Q$  的行和对区间数进行

排序。

## 4 应用案例分析

本节通过一个医疗风险管理的案例来验证所提出的基于直觉模糊距离区间数算子的 FMEA 方法。在肿瘤医院癌症治疗中心,FMEA 是一种前瞻性风险管理技术。医院放射治疗肿瘤的过程是一个高风险的关键流程,由于设备和相关工艺的复杂性,故障更容易发生。放射治疗肿瘤的故障模式对病人的影响包括没有伤害,毁灭性的伤害,甚至丧命。整个放射肿瘤治疗过程被分为咨询、治疗、质量保证以及杂项 4 个子流程。经过管理会议商议后,共识别出 108 种潜在故障模式。本节选取其中 RPN 评分大于或等于 24 的 11 种故障模式来验证新 FMEA 方法。放射肿瘤治疗过程中的 11 种故障模式及其影响分析,详见表 1 [6]。表中, Tx 表示原发肿瘤位置, Dx 表示放疗剂量。关于更多放射治疗肿瘤过程的详细实施步骤以及潜在的故障模式和影响,见文献[6,28]。

表 1 放射肿瘤治疗过程中的故障模式与影响分析  
Tab. 1 FMEA of radiation therapy process

序号	故障模式	影响分析
1	根据病人记录的评估,会诊不完整	延迟对病人的治疗,虐待病人
2	不正确的批准;缺乏批准	虐待/伤害患者,患者不满/不适
3	没有彻底检查的标识计划	过量或错误的 Tx 区域,对周围组织或器官造成伤害
4	没有彻底检查或回顾	过量或错误的 Tx 区域,对周围组织或器官造成伤害
5	肿瘤体积不准确	不准确的治疗,用药过量或不足
6	患者没有对两个标识符进行识别	错误的病人标识
7	治疗的数量和没有进入供应链管理	延迟病人出院或治疗类型/周期
8	人工输入错误;缺少/不正确的输入信息	修正或补遗;错误信息
9	在放疗小组会议之间,医生改变治疗计划,但不删除旧的治疗计划	如果在治疗计划或剂量上犯了错误,就不会被及时发现
10	没有完成,不足	对病人的伤害,错误的 Dx 或 Tx
11	未完成,不足,员工不熟悉政策/程序或如何运行设备	对病人的伤害,错误的 Dx 或 Tx

由 4 名不同背景和专业的专家组成 FMEA 小组,该小组识别和评估危害性高的放射肿瘤治疗过程中的故障模式,进而提前采取措施规避风险,保证放射肿瘤治疗医疗过程的可靠性。4 名不同领域的专家对该放射肿瘤过程中的风险分析问题的相对重要性权重分别给定为 0.15, 0.2, 0.3 和 0.35。对于该医疗风险,FMEA 小组语义评估故障模式,并进行信息聚集。接着,计算专家评估直觉模糊数聚合序列到参考序列的距离区间数。最后根据区间数的可能度排序方法,确定故障模式的风险优先级。为了测试改进 FMEA 方法的实用性以及便于实施 FMEA 方法,表 2 列出了专家对各个故障模式的关

于模糊语义的评估,及其对应的直觉模糊数,该评估不同于文献[28]。表 3 给出了故障模式关于其风险因子的主观权重的模糊语义评估。表 4 是专家们采用模糊语义方法,评估了不同故障模式的风险因子水平。根据群决策的风险因子相对重要性权重的聚合结果,由式(10)和(11),得到风险因子  $O$ 、 $S$  和  $D$  的主观相对权重是  $\tilde{\omega} = (0.3684, 0.4563, 0.1753)$ 。根据步骤 2,可得  $\mu_3 = 2$  以及  $\sigma_3 = \sqrt{6}/3$ 。再根据公式(11),计算风险因子相对重要性的客观权重  $\omega = (0.243, 0.514, 0.243)$ 。

该应用案例中,直觉模糊距离(相应排序)和直觉模糊有序加权距离(相应排序)、直觉模糊距离区

表 2 风险因子的模糊语言评估及其对应的直觉模糊数

Tab. 2 Fuzzy linguistic assessments of risk factors and their corresponding intuitionistic fuzzy number

语义项	直觉模糊数
极低(EL)	(0.10, 0.90)
很低(VL)	(0.25, 0.70)
低(L)	(0.30, 0.60)
中低(ML)	(0.40, 0.50)
中等(M)	(0.50, 0.50)
中高(MH)	(0.60, 0.30)
高(H)	(0.70, 0.20)
很高(VH)	(0.75, 0.20)
极高(EH)	(0.90, 0.10)

区间数算子基于可能度排序和  $\theta$  序法排序的结果以及距离区间长度, 见表 5。为了进一步验证距离区间数的有效性和优点, 将其与 RPN 方法、模糊 FMEA 方法<sup>[10]</sup>作比较, 相应的故障模式风险分析计算结果在表 6 和表 7 中列出。IFWED 算子结合主观权重和风险因子评估值计算了直觉模糊加权距离; 而 IFOWED 算子结合仅与位置有关的客观权重和风险因子评估值计算了直觉模糊有序加权距离。由表

表 3 风险因子主客观权重的语义评估及其对应的直觉模糊数

Tab. 3 Linguistic evaluations of subjective weight for risk factors and their corresponding intuitionistic fuzzy number

语义项	直觉模糊数
很低(VL)	(0.10, 0.85)
低(L)	(0.25, 0.70)
中等(M)	(0.50, 0.50)
高(H)	(0.75, 0.20)
很高(VH)	(0.90, 0.05)

5 可以看出, 仅考虑主观权重, 直觉模糊加权欧氏距离算子的排序结果是 FM10, FM8, FM4, FM3, FM1, FM2, FM9, FM11, FM5, FM6, FM7; 若仅考虑客观权重, 直觉模糊有序加权欧氏距离算子的排序结果是 FM8, FM10, FM3, FM1, FM4, FM11, FM7, FM9, FM5, FM2, FM6。由此可见, 客观权重和主观权重对排序结果都有影响, 将主观权重或客观权重代入模型计算, 计算结果不同于传统 RPN 计算结果 (FM10, FM4, FM1, FM8, FM2, FM5/FM11, FM9, FM3, FM6, FM7)。

表 4 风险因子的主观权重以及各个故障模式关于风险因子  $O, S, D$  的语义评估

Tab. 4 Subjective weights and linguistic evaluations of risk factors  $O, S,$  and  $D$  for each failure mode

风险因子 评估人员	$O$				$S$				$D$			
	TM1	TM2	TM3	TM4	TM1	TM2	TM3	TM4	TM1	TM2	TM3	TM4
主观权重	H	M	H	M	H	VH	H	VH	VL	L	L	VL
FM1	L	ML	L	ML	M	H	MH	ML	L	L	M	ML
FM2	L	ML	ML	ML	M	M	M	ML	L	ML	ML	M
FM3	ML	M	ML	ML	MH	M	MH	H	L	L	VL	EL
FM4	ML	M	MH	M	M	M	ML	M	ML	L	ML	ML
FM5	L	ML	ML	L	M	H	ML	M	ML	ML	EL	L
FM6	L	ML	L	VL	M	H	ML	M	ML	L	ML	VL
FM7	VL	VL	EL	L	MH	ML	H	MH	VL	L	L	EL
FM8	L	VL	L	VL	H	VH	VH	EH	L	VL	VL	ML
FM9	M	M	ML	M	M	MH	ML	M	L	EL	VL	L
FM10	H	MH	ML	MH	ML	M	MH	MH	ML	M	MH	M
FM11	VL	L	ML	L	M	MH	MH	M	L	ML	L	ML

表 5 基于区间数的故障模式风险高低排序结果

Tab. 5 Risk ranking results for failure modes based on interval number

故障模式	IFWED 距离(排序)	IFOWED 距离(排序)	距离 区间数	可能度 排序	$\theta$ 序法排序 ( $\theta=0.5$ )	区间 长度
FM1	0.506(4)	0.473(5)	[0.473, 0.506]	5	3	0.034
FM2	0.462(10)	0.458(6)	[0.458, 0.462]	8	6	0.004
FM3	0.540(3)	0.482(4)	[0.482, 0.540]	3	5	0.058
FM4	0.500(5)	0.489(3)	[0.489, 0.500]	4	4	0.011
FM5	0.467(9)	0.428(9)	[0.428, 0.467]	9	9	0.039
FM6	0.457(11)	0.419(10)	[0.419, 0.457]	11	10	0.038
FM7	0.481(7)	0.393(11)	[0.393, 0.481]	10	11	0.088
FM8	0.609(1)	0.504(2)	[0.504, 0.609]	2	2	0.105
FM9	0.475(8)	0.455(7)	[0.455, 0.475]	7	7	0.020
FM10	0.597(2)	0.591(1)	[0.591, 0.597]	1	1	0.006
FM11	0.485(6)	0.449(8)	[0.449, 0.485]	6	8	0.036



表6 RPN 排序  
Tab. 6 RPN rankings

故障模式	O	S	D	RPN 值	排序
FM1	4	5	4	80	3
FM2	4	4	4	64	5
FM3	4	6	2	48	9
FM4	5	5	4	100	2
FM5	4	5	3	60	6
FM6	3	5	3	45	10
FM7	2	6	2	24	11
FM8	3	8	3	72	4
FM9	5	5	2	50	8
FM10	6	5	5	150	1
FM11	3	5	4	60	6

表7 模糊FMEA方法排序

Tab. 7 Ranking results of fuzzy FMEA methods

故障模式	O	S	D	关注优先级	解模糊排序	排序
FM1	L	M	M	0.76L, 0.89M	5.638	2
FM2	L	L	L	0.47VL, 0.93L	2.701	11
FM3	L	M	L	0.12VL, 0.88L, 0.35M	3.766	6
FM4	M	M	L	0.76L, 0.89M	5.638	2
FM5	M	L	L	0.12VL, 0.88L, 0.35M	3.766	6
FM6	L	M	L	0.12VL, 0.88L, 0.35M	3.766	6
FM7	L	M	L	0.12VL, 0.88L, 0.35M	3.766	6
FM8	M	H	M	0.6M, 0.95H	9.170	1
FM9	M	M	L	0.76L, 0.89M	5.638	2
FM10	M	M	L	0.76L, 0.89M	5.638	2
FM11	L	M	L	0.12VL, 0.88L, 0.35M	3.766	6

观察表5可知,根据直觉模糊混合欧氏距离区间数算子的FMEA改进,若采用区间数可能度排序法,风险程度最高的故障模式为FM10,其余依次是FM8,FM3,FM4,FM1,FM11,FM9,FM2,FM5,FM7,FM6。运用RPN方法得到故障模式FM5和FM11的RPN数值相同,因而根据RPN理论,FM5与FM11的风险等级相同,均排在第6。但是根据直觉模糊距离区间数算子改进的FMEA,若采用区间数可能度排序法,FM5和FM11的风险等级的排序分别为第9位和第6位,从而有效地分辨出了这两种故障模式的风险水平。FM11排在第6位,这些排序与RPN排序结果一致,说明了该方法的正确性。根据距离区间数排序,FM4,FM5,FM8,FM9和FM10的排序与 $\theta$ 序法排序结果一致,因此,两种方法评估其对应的故障模式的风险等级相同。然而对其余故障模式的排序结果,基于可能度的区间数排序法不同于 $\theta$ 序法。FM6排在FM7之后,列第11位,对比RPN排序结果,这是由于FM7拥有较高的严重度(S),因此FM7的风险等级要比FM6高。在实际放射治疗过程中,FM7的严重度要比FM6的严重度高,因此直觉模糊距离区间数算子方法得到的结果与实际情况更相符。根据 $\theta$ 序排序法,FM1的风险

优先级高于FM3,然而根据直觉模糊距离区间数的可能度排序法,相比于FM1,FM3具有更高的风险等级。造成的原因可能是FM3的严重度更大。同样地,FM11中较大的严重度指标导致了FM11的风险优先级高于FM2。

图1是实施模糊FMEA方法涉及的发生度的语义评估及它的隶属度函数图。

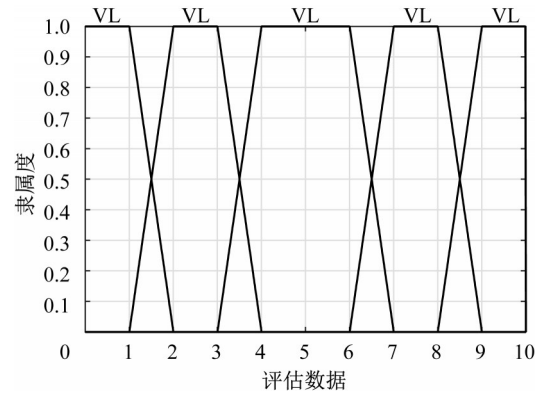


图1 发生度的语义评估及它的隶属度函数图

Fig. 1 Linguistic evaluation of occurrence degree and its membership function

图2是实施模糊FMEA方法涉及的严重度、检测度、故障模式风险的语义评估及它们的隶属度函数图。其中严重度、检测度、故障模式风险的语义评估的隶属度函数图像是一致的。

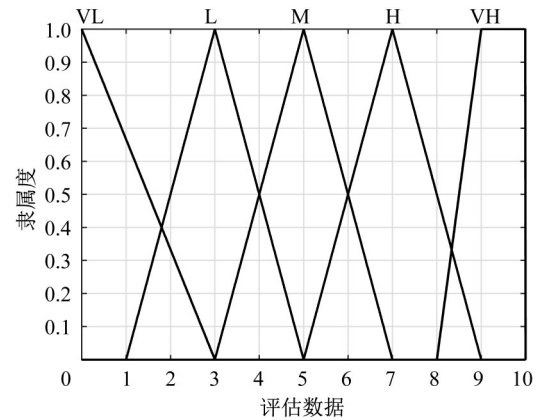


图2 严重度、检测度、故障模式风险的语义评估及它们的隶属度函数图

Fig. 2 Linguistic evaluations of severity, detectability, risk of failure modes and their membership function

模糊FMEA方法主要根据一些经验或者实践数据总结出来的规则,一般采用If-Then规则模式,在制定规则时需要耗费专家很多精力和时间。模糊FMEA



排序结果出现了故障模式的相同排序结果,说明了不同If-Then规则导致了相同结果,但其原因各异。因此,该方法对故障模式的风险分辨能力不足。如果规则不能充分体现已有知识,那么模糊FMEA方法的排序结果可能会存在偏差。此外,模糊FMEA方法未能考虑故障模式风险因子的相对重要性权重。从效果上看,基于距离区间数算子的改进FMEA克服了现有方法在风险分析中依赖主观权重和利用信息不全面的缺点。与传统直觉模糊数模型相比,本文提出的直觉模糊混合欧氏距离区间数(IFHEDIN)算子包含了IFWED算子和IFOWED算子的所有信息,既可以通过 $\theta$ 序法,根据决策者信心程度,主观选择不同的参数 $\theta$ ,对直觉模糊数序列之间的距离进行计算;还可以根据概率性的可能度对距离区间数进行排序,从而确定不同直觉模糊数序列到指定直觉模糊数的距离,避免主观参数选取问题。此外,IFHEDIN算子的波动性可以刻画有序加权欧氏距离算子计算直觉模糊数之间的距离偏差情况。

## 5 结论

针对故障模式风险分析与评价中的模糊性与不确定性问题,以及现有FMEA方法使用确定距离算子进行风险程度度量时,难以描述专家评判的模糊性与不确定性问题。为了提高风险评估排序的准确性,本文提出了一种FMEA改进。首先在区间数的理论以及区间数排序方法基础上,定义了一种直觉模糊混合欧氏距离区间数算子,分析其性质,并将其应用于FMEA方法。该混合欧氏距离区间数算子充分考虑了不确定风险分析过程中风险程度的距离度量信息。在FMEA方法中,该算子计算故障模式关于其风险因子评估的聚合值到参考值的距离区间,之后根据不同情况,确定用于风险程度高低的混合欧氏距离区间数排序。这样带来的优势之一是避免了确定距离算子信息使用不全的问题。

其次,构建了基于不确定直觉模糊混合欧氏距离区间数算子的FMEA改进。该方法采用直觉模糊混合欧氏距离区间数算子,通过该算子的评价方式,充分利用已知信息,从而更准确地评估故障模式的风险程度的高低。同时,考虑了两种直觉模糊距离算子计算结果取值的概率性问题,对系统中存在的故障模式风险评估值与理想值之间的距离计算进行了更合理地分析。一方面,区间数排序的可能度方法不需要提供额外信息,避免了因个别专家对参数值的主观选择而导致风险排序结果不一致情

形<sup>[7]</sup>。另一方面,利用模糊区间数描述距离的不确定性,符合专家语义评估自身的模糊性以及风险因子计算值到风险因子理想值之间的距离是一个范围的客观事实;区间数的中点值提供了关于距离信息的大致取值,其长度描述了专家决策信息的不确定性程度,为评估人员提供了一个更符合实际情况、信息更丰富的方法。

最后,通过对实际放射肿瘤治疗过程中的故障模式进行风险分析与评价验证,论证了本文所改进的FMEA风险评估方法能更为全面、合理地对放射肿瘤医疗体系中潜在的风险进行综合评价,进而防止放射肿瘤治疗过程中具有不良后果的故障模式的发生。同时,进一步为管理者进行风险应对和控制提供决策支持。关于直觉模糊混合欧氏距离区间数算子的FMEA改进,主要存在以下三点不足:①关于直觉模糊混合欧氏距离区间数算子的性质以及该性质如何有效地服务于风险分析模型有待深入探究;②该距离区间数算子在FMEA的框架以及多属性决策方面的应用值得进一步深入研究;③距离区间数算子FMEA方法也可以尝试应用在其他可靠性管理案例中,比如在使用混合燃料发动机时,对其潜在的故障模式和故障风险进行管理。未来将在方法应用方面进一步探索和研究。

### 作者贡献声明:

董永新:开展具体研究,建立数学模型,数据分析,论文的撰写和修改。

尤建新:提出选题,设计论文框架。

段春艳:文献梳理,模型完善,数学模型的分析,论文的撰写和修改。

林辉:文献梳理,论文的撰写与修改。

### 参考文献:

- [1] LIU Huchen, YOU Jianxin, YOU Xiaoyue. Evaluating the risk of healthcare failure modes using interval 2-tuple hybrid weighted distance measure [J]. Computers & Industrial Engineering, 2014, 78: 249.
- [2] KIRKIRE M S, RANE S B, JADHAV J R. Risk management in medical product development process using traditional FMEA and fuzzy linguistic approach: A case study [J]. Journal of Industrial Engineering International, 2015, 11(4): 595.
- [3] CHANAMOOL N, NAENNA T. Fuzzy FMEA application to improve decision-making process in an emergency department [J]. Applied Soft Computing, 2016, 43: 441.
- [4] TZENG G H, HUANG J J. Multiple attribute decision making: Methods and applications [M]. Boca Raton: Chapman

- and Hall/CRC, 2011.
- [5] SANKAR N R, PRABHU B S. Modified approach for prioritization of failures in a system failure mode and effects analysis [J]. *International Journal of Quality and Reliability Management*, 2001, 18(3): 324.
- [6] LIU Huchen, YOU Jianxin, DUAN Chunyan. An integrated approach for failure mode and effect analysis under interval-valued intuitionistic fuzzy environment [J]. *International Journal of Product Economics*, 2019, 207: 163.
- [7] LIU Huchen, LIU Long, LI Ping. Failure mode and effects analysis using intuitionistic fuzzy hybrid weighted Euclidean distance operator [J]. *International Journal of Systems Science*, 2014, 45(10): 2012.
- [8] XUE Yixi, YOU Jianxin, LAI Xiaodong, *et al.* An interval-valued intuitionistic fuzzy MABAC approach for material selection with incomplete weight information [J]. *Applied Soft Computing*, 2016, 38: 703.
- [9] 刘虎沉, 刘然. 基于改进 FMEA 的冷链物流配送过程风险分析 [J]. *保鲜与加工*, 2018, 18(4): 119.
- LIU Huchen, LIU Ran. Risk analysis of cold-chain logistics distribution based on an improved FMEA method [J]. *Storage and Process*, 2018, 18(4): 119.
- [10] PILLAY A, WANG J. Modified failure mode and effects analysis using approximate reasoning [J]. *Reliability Engineering and System Safety*, 2003, 79(1): 69.
- [11] MANDAL S, MAITI J. Risk analysis using FMEA: Fuzzy similarity value and possibility theory based approach [J]. *Expert System with Applications*, 2014, 41(7): 3527.
- [12] 叶跃祥. 区间数多属性决策的一些问题研究 [D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2007.
- YE Yuexiang. Research on some problems of interval number multiple attribute decision making [D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2007.
- [13] MOORSE R E. *Interval analysis* [M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1966.
- [14] MOORSE R E. *Methods and applications of interval analysis* [M]. Philadelphia, PA: SIAM, 1979.
- [15] 黄智力, 罗键. 属性值为区间数的决策对象相对相似规划模型 [J]. *系统工程理论与实践*, 2019, 39(3): 766.
- HUANG Zhili, LUO Jian. Relative similarity programming model for decision making objects with multiple criteria values as interval numbers [J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2019, 39(3): 766.
- [16] 李德清, 韩国柱, 曾文艺, 等. 基于布尔矩阵的区间数排序方法 [J]. *控制与决策*, 2016, 31(4): 629.
- LI Deqing, HAN Guozhu, ZENG Wenyi, *et al.* Ranking method of interval numbers based on Boolean matrix [J]. *Control and Decision*, 2016, 31(4): 629.
- [17] 吴江, 黄登仕. 区间数排序方法研究综述 [J]. *系统工程*, 2004, 22(8): 1.
- WU Jiang, HUANG Dengshi. An review on ranking methods of interval numbers [J]. *System Engineering*, 2004, 22(8): 1.
- [18] 高峰记. 可能度及区间数综合排序 [J]. *系统工程理论与实践*, 2013, 33(8): 2033.
- GAO Fengji. Possibility degree and comprehensive priority of interval numbers [J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*. 2013, 33(8): 2033.
- [19] 陈秀明, 刘业政. 多粒度犹豫模糊语言信息下的群推荐方法 [J]. *系统工程理论与实践*, 2016, 36(8): 2078.
- CHEN Xiuming, LIU Yezheng. Multi-granular hesitant fuzzy linguistic term sets and their application in group recommendation [J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2016, 36(8): 2078.
- [20] 刘小弟, 朱建军, 张世涛, 等. 一种新犹豫模糊符号距离及其应用 [J]. *系统工程理论与实践*, 2019, 39(2): 442.
- LIU Xiaodi, ZHU Jianjun, ZHANG Shitao, *et al.* A novel hesitant fuzzy signed distance and its application [J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2019, 39(2): 442.
- [21] 孙海龙, 姚卫星. 区间数排序方法评述 [J]. *系统工程学报*, 2010, 25(3): 18.
- SUN Hailong, YAO Weixing. Comments on methods for ranking interval numbers [J]. *Journal of Systems Engineering*, 2010, 25(3): 18.
- [22] ATANASSOV K, GARGOV G. Interval-valued intuitionistic fuzzy sets [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1989, 31: 343.
- [23] ZHANG Xiaolu, XU Zeshui. Soft computing based on maximizing consensus and fuzzy TOPSIS approach to interval-valued intuitionistic fuzzy group decision making [J]. *Applied Soft Computing*, 2015, 26: 42.
- [24] YAGER R R. On ordered weighted averaging aggregation operators in multicriteria decision making [J]. *IEEE Transaction System, Man and Cybernetics*, 1988, 18(1): 183.
- [25] 李德清, 曾文艺, 尹乾. 区间数排序方法综述 [J]. *北京师范大学学报(自然科学版)*, 2020, 56(4): 483.
- LI Deqing, ZENG Wenyi, YIN Qian. Ranking interval numbers: A review [J]. *Journal of Beijing Normal University (Natural Science)*, 2020, 56(4): 483.
- [26] MERIGÓ J M, GIL-LAFUENTE A M. New decision making techniques and their application in the selection of financial products [J]. *Information Sciences*, 2010, 180(11): 2085.
- [27] XU Zeshui. An overview of methods for determining OWA weights [J]. *International Journal of Intelligent Systems*, 2005, 20(8): 843.
- [28] DENNY D S, ALLEN D K, WORTHINGTON N, *et al.* The use of failure mode and effect analysis in a radiation oncology setting: The cancer treatment centers of America experience [J]. *Journal for Healthcare Quality*, 2014, 36(1): 18.