

深埋防护工程静动耦合作用下安全层厚度 计算理论与方法

王明洋^{1,2}, 徐天涵¹, 蒋海明¹, 高磊², 熊自明¹, 卢浩¹

(1. 陆军工程大学 爆炸冲击防灾减灾国家重点实验室, 江苏 南京 210007; 2. 南京理工大学 机械工程学院, 江苏 南京 210094)

摘要: 针对外军钻地武器列装现状, 通过地冲击能量耦合系数给出了等效封闭爆炸当量的计算方法。通过引入地冲击能量因子, 提出了以能量因子为统一判据的破坏分区评判标准。利用经典弹塑性力学理论得到了围岩自承能力及围岩压力计算公式, 揭示了围岩自承能力的本质是围岩剪切强度, 且塑性区的扩展有利于自承能力提高。结合地冲击能量因子和动载作用下围岩压力, 给出了地应力与地冲击耦合作用下深埋防护工程最小安全层厚度计算方法。计算结果表明, 高地应力增大了地冲击的破坏效应, 破坏区范围要大于不考虑地应力的情况。

关键词: 地下爆炸; 地冲击效应; 安全层厚度

中图分类号: O38

文献标志码: A

Calculation Theory and Method of Safety Layer Thickness of Deep Underground Protection Engineering Under Coupling Effect of Static and Dynamic Loading

WANG Mingyang^{1,2}, XU Tianhan¹, JIANG Haiming¹, GAO Lei², XIONG Ziming¹, LU Hao¹

(1. State Key Laboratory of Disaster Prevention & Mitigation of Explosion & Impact, Army Engineering University of PLA, Nanjing 210007, China; 2. School of Mechanical Engineering, Nanjing 210094, China)

Abstract: In view of the current situation of the foreign military ground-penetrating weapons, the calculation method of equivalent contained explosion equivalent is given through the coupling factor of ground shock energy. By introducing the dimensionless energy factor, a criterion of damage zones based on the energy factor is proposed. Based on the classical elastic-plastic

mechanics, the formulas for calculating the self-supporting capacity of surrounding rock and the pressure of surrounding rock are obtained. It is revealed that the essence of the self-supporting capacity of surrounding rock is the shear strength of surrounding rock, and the expansion of the plastic zone is conducive to the improvement of self-supporting capacity. Combined with the energy factor and the surrounding rock pressure under dynamic load, the calculation method for the minimum thickness of the safety protective layer of deep buried protection engineering under the coupling effect of ground shock and in-situ stress is given. The results show that the high in-situ stress increases the damage effect of the ground shock, and the range of the damage area is larger than that without considering the in-situ stress.

Key words: underground explosion; ground shock effect; safety protective layer thickness

地下战略防护工程是战时首脑指挥的重要依托场所, 也是保存战争实力, 确保反击能力的关键。现有地下防护工程大都建设于较厚的岩层下面, 具有较高的抗毁生存能力, 一般常规武器的精确打击难以对其造成毁伤。为此, 各国竞相发展大规模钻地武器。与空爆和触地爆相比, 地下爆炸可以大大增加耦合入岩体介质中的能量, 产生更强的地冲击, 对地下防护工程造成威胁^[1-3]。地下爆炸的耦合程度可以用耦合系数来表示, 其定义为地下爆炸的地冲击参数与封闭爆炸地冲击参数之比。由于爆炸问题的复杂性, 耦合系数一般通过试验或数值模拟给出^[4-9]。目前使用较多的是美国学者给出的地冲击能量耦合

收稿日期: 2023-03-06

基金项目: 国家自然科学基金(52278419)

第一作者: 王明洋(1966—), 男, 中国工程院院士, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为防灾减灾工程及防护工程。E-mail: wmyrf@163.com

通信作者: 徐天涵(1995—), 男, 讲师, 工学博士, 主要研究方向为防灾减灾工程及防护工程。

E-mail: martinxu41@126.com



论文
拓展
介绍

系数曲线,其中封闭爆炸的地冲击能量是触地爆的17倍^[3]。根据耦合系数还可以将地下爆炸转化为等效的封闭爆炸以计算地下爆炸地冲击。

地下爆炸会在爆心周围形成爆炸空腔,使岩体介质从空腔往外发生破坏,依次形成破碎区与径向裂纹区。为避免地下防护工程因地冲击受损破坏,需要将其埋设在地表一定深度以下。若只考虑爆炸近区的破坏效应,防护工程应当布置在径向裂纹区外,即弹性区。目前国内外已提出了多种确定地下防护工程最小安全埋深的方式,主要包括直接观测归纳数据、计算地冲击应力与质点速度、数值计算、统计概率等^[10-11]。较为常用的方法有破坏半径法、震塌爆距法、动应力集中系数法、比例距离法以及震动破坏判据法等。这些方法通过经验直接给出安全埋深,或是根据粒子速度、应力等地冲击参数给出岩体的破坏范围,对爆炸初始参数及岩体介质的依赖性较大,适用性有限。

深部防护工程开挖后,围岩在高地应力作用下会产生塑性区。需要指出的是,对于岩石等内摩擦介质,进入塑性状态后仍具有一定的承载能力,即表现为峰后强度特征^[12]。因此初始地应力并不是完全作用于工程支护上,而是有一部分由围岩自身承载。围岩的自承能力与其峰值强度和峰后强度有关,也与围岩塑性区半径有关。本文结合地下爆炸地冲击耦合规律,通过引入地冲击能量因子给出统一的地下爆炸破坏分区判据。利用经典弹塑性力学理论给出围岩自承能力计算方法,推导得到考虑地应力的深部防护工程安全埋深。

1 地下爆炸耦合地冲击与破坏分区

1.1 地下爆炸等效封闭爆炸当量

目前应用较广的地冲击耦合系数曲线由美国学者通过数值模拟给出,如图1所示。图中纵坐标为地冲击能量耦合系数 η ,定义为不同埋深处的地冲击能量与触地爆炸地冲击能量之比;横坐标为比例埋深 \bar{h} ($\bar{h}=h/Q^{1/3}$, h 为埋深, Q 为爆炸当量)。从图1可以看出,当 \bar{h} 达到 $6.7\text{ m}\cdot\text{kt}^{-1/3}$ 时,耦合地冲击能量已达到饱和。

对于地下爆炸($\bar{h}\geq 0$),图1中曲线的计算公式如下^[4]:

$$\eta = \begin{cases} 0.059 e^{21.455 \bar{h}} & 0 \leq \bar{h} < 0.05 \\ 0.504 \bar{h}^{0.36} & 0.05 \leq \bar{h} \leq 6.70 \\ 1 & \bar{h} > 6.70 \end{cases} \quad (1)$$

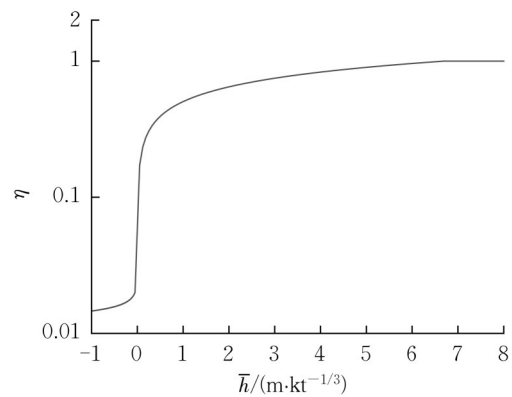


图1 美国地冲击能量耦合系数曲线^[3]

Fig. 1 Curve of the energy coupling factor of the USA^[3]

由式(1)可将地下爆炸实际当量 Q 转换成封闭爆等效当量 Q_{eff} ,即

$$Q_{\text{eff}} = \eta Q \quad (2)$$

在工程中常用堵塞系数 m 表示地下爆炸的封闭程度,其定义为地下爆炸压缩半径与触地爆炸压缩半径之比。堵塞系数与耦合系数之间的转化关系为

$$m = \left(\frac{\eta}{\eta(0)} \right)^{1/3} \quad (3)$$

式中: $\eta(0)$ 为地表处的耦合系数。

将式(3)代入式(2)可得

$$Q_{\text{eff}} = 0.059 m^3 Q \quad (4)$$

一般钻地武器无法达到封闭爆炸深度,但可根据式(4)将其转化为等效的封闭爆炸当量,并利用丰富的封闭爆炸试验数据计算其地冲击大小。以美国B61-12钻地武器为例^[13-16],根据公开资料可知,其在硬岩中的侵入深度约1.8 m,据此可计算得到不同装药量的B61-12在硬岩中爆炸对应的等效封闭爆炸当量,如表1所示。

表1 B61-12在硬岩中地下爆炸等效封闭爆炸当量

Tab. 1 Equivalent contained explosion charge of B61-12 in hard rock

实际装药当量/kt	等效封闭爆炸当量/kt
50	19.5
10	4.7
5	2.6
1	0.6

1.2 地下爆炸地冲击计算

地下爆炸产生的强冲击波,在通过岩石介质向外传播过程中,由于能量不断消耗,波的强度逐渐减弱,由冲击波衰减为弹性波,最后以地震波的形式向外传播。描述岩石质点运动的参量有加速度、速度

和位移,称为地运动参数。通过对地下爆炸中地运动参数的大量测量,地冲击的衰减规律可描述如下:

$$v_r = A \left(\frac{r}{Q^{1/3}} \right)^{-n} \quad (5)$$

式中: v_r 为介质径向粒子速度, $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; Q 为地下爆炸当量, kt ; r 为爆心距, m ; 参数 A 和 n 取决于装药和岩石的性质。

表2给出了封闭爆情况下典型花岗岩中地冲击传播衰减参数,这些参数来源于俄罗斯和我国地下爆炸大量试验数据的统计总结^[1,17]。

表2 花岗岩及地冲击参数

Tab.2 Parameters of granite and ground shock

岩石类型	密度/ ($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	纵波波速/ ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	$A / 10^4$	n
俄罗斯花岗岩	2 670	5 000	1.00	1.75
中国花岗岩	2 640	4 250	8.94	2.21

结合式(4)与式(5),可以得到任意埋深处的地下爆炸地冲击大小为

$$v_r = A \left(\frac{r}{Q_{\text{eff}}^{1/3}} \right)^{-n} = \eta^{n/3} A \left(\frac{r}{Q^{1/3}} \right)^{-n} \quad (6)$$

1.3 地冲击能量因子与最小安全埋深

地下爆炸在介质内部形成一个球腔,地冲击呈球对称向外传播,从爆炸弹性边界辐射出的地冲击源于半径为 R_p 的弹性球面的振动,介质径向粒子速度 v_r 与径向位移 u_r 的关系满足

$$v_r = u_r \omega \quad (7)$$

式中: ω 为球面振动频率。

球对称情况下介质振动方程可写为

$$\nabla^2 \varphi \equiv \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) = - \left(\frac{\omega}{c_p} \right)^2 \varphi \quad (8)$$

式中: φ 为位移势函数,满足 $u_r = \partial \varphi / \partial r$; c_p 为介质纵波波速。

对于无限介质内的球面振动问题,式(8)的解即为发散的球面波。

$$\varphi = B \frac{e^{iR_p \omega / c_p}}{R_p} \quad (9)$$

式中: B 为待定系数。

弹性区边界的振动频率 ω 可写为^[18]

$$\omega = \frac{2c_p}{R_p} \quad (10)$$

将式(10)代入式(7)可得

$$\frac{v_r}{c_p} = 2 \frac{u_r}{R_p} \quad (11)$$

两边平方后有

$$\epsilon_r^2 = 4\epsilon_\theta^2 \quad (12)$$

式中: $\epsilon_r = v_r / c_p$ 为介质径向应变; $\epsilon_\theta = u_r / R_p$ 为介质环向应变。

式(12)即介质不可压缩关系,表明在弹性区地冲击作用下介质可看作不可压缩状态。结合式(12),可将式(11)进一步改写为

$$\frac{1}{2} M v_r^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{v_r}{c_p} \right)^2 = \frac{1}{2} \epsilon_r^2 = 2\epsilon_\theta^2 \quad (13)$$

式中: M 为球面所围介质质量。

令 $W = \frac{1}{2} M v_r^2$ 为地冲击引起的介质动能,则可引入量纲一的地冲击能量因子 k ,有

$$k = \frac{W}{M c_p^2} = 2\epsilon_\theta^2 \quad (14)$$

地冲击能量因子 k 表示地冲击动能 W 与岩体固有能量之比,其大小与介质应变有关。式(14)给出的是弹性区地冲击能量因子,对于非弹性区,式(11)中的系数不为2,当岩体发生扩容时,系数小于2;对于爆炸近区的强压缩区,介质可视为一维应变状态,此时系数超过10,环向应变与径向应变相比可以忽略,而能量因子均可写成应变的形式。

式(14)还反映出从球面边界辐射出的能量与球面所围介质体积成正比^[19-21]。研究表明,尽管封闭爆炸与触地爆从弹性边界辐射出的弹性能总量相差很大,但地冲击能量因子均可用式(14)表示^[20]。

在爆炸近区及弹性边界,地冲击应力与岩体强度相当,岩体裂隙所占的体积份额与压缩区域相比可忽略,因此可视压缩区为连续介质。在爆炸远区,地冲击已衰减至岩体强度以下,但仍有可能引起块体之间软弱面的破坏,此时岩体本身变形很小,最大变形主要发生在软弱面附近。当软弱面的变形达到一定值后,岩块之间产生不可逆位移,此时块体被“激活”。块体岩体的运动可简化为弹簧振子模型,块体位移 U_0 与速度 v 的关系可写为^[18]

$$\begin{aligned} v &= U_0 \omega \\ \omega &= \frac{c_p}{L_*} \end{aligned} \quad (15)$$

式中: L_* 为块体线性尺寸。

对于块体运动的能量因子可按式(15)计算:

$$k = \frac{W}{M_* c_p^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{U_0}{L_*} \right)^2 = \frac{1}{2} \epsilon_*^2 \quad (16)$$

式中: $W = \frac{1}{2} M_* v^2$ 为块体受到的扰动能量; M_* 为块体质量; $\epsilon_* = U_0 / L_*$ 为“激活”岩块的变形度量。

从式(14)与式(16)可以看出,地冲击能量因子与介质应变有关。由于破坏区的边界范围由岩体极限应变控制,因此对于同种岩体介质而言,地下爆炸破坏边界上的能量因子为定值,与埋深和爆炸当量无关。根据计算,硬岩中不同破坏区边界的能量因子见表3^[20],可以看出,随爆心距增大能量因子具有等级递减规律。

表3 硬岩不同爆炸分区边界能量因子

Tab. 3 Energy factors of different explosion zone boundaries in hard rock

破坏分区	k
空腔区	10^{-3}
剪切破碎区	10^{-5}
径向裂纹区	10^{-7}
远区局部不可逆区	10^{-9}

结合式(5)与式(14),可以得到地下爆炸不同破坏分区的半径 R_d 为

$$R_d = \left(\frac{A}{\sqrt{k} c_p} \right)^{\frac{1}{n}} Q^{1/3} \quad (17)$$

将表3中破坏分区的能量因子带入式(17),即可得到对应的破坏距离。

2 深部巷道支护荷载与围岩自承能力

地下坑道开挖后,围岩产生变形并对支护施加压力。对于深部坑道,并不是所有地应力都作用在支护上,很大一部分由围岩自身承载,被称为围岩自承应力。对于深部圆形坑道,初始地应力可视为静水压力,围岩压力(即支护所受压力)的反作用力为围岩内壁受到的压力,可采用内外受压的厚壁圆筒模型进行计算,见图2,图中 σ_0 为初始地应力, q_0 为静载作用时的支护压力, r_a 为巷道开挖半径, r_c 为围岩塑性区半径。

假设岩体破坏满足 Tresca 准则,采用弹脆性模型,当围岩达到最大剪切强度 τ_{\max} 之后,继续加载时围岩强度跌落至残余强度 τ_s 。根据经典弹塑性理论可得静载作用下支护压力 q_0 为

$$q_0 = \sigma_0 - \left(\tau_{\max} + 2\tau_s \ln \frac{r_c}{r_a} \right) \quad (18)$$

从式(18)可以看出,作用在支护上的压力小于初始地应力,减少的部分由围岩自身所承担,即围岩自承应力 T 为

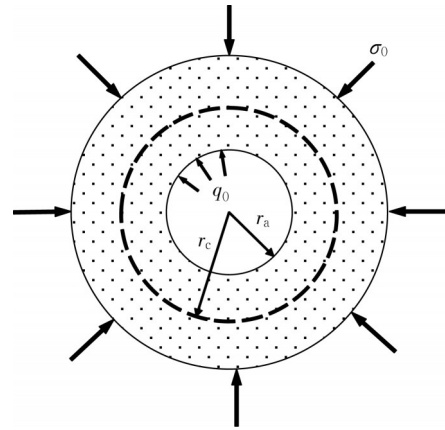


图2 支护压力计算简图

Fig. 2 Calculation diagram of support pressure

$$T = \tau_{\max} + 2\tau_s \ln \frac{r_c}{r_a} \quad (19)$$

可见,围岩自承应力由围岩的剪切强度产生,且塑性区的适当扩展有利于提高围岩自承能力。

将式(18)与式(19)量纲一化可得

$$\frac{q_0}{\sigma_0} = 1 - \frac{1}{\sigma_0/\tau_{\max}} \left(1 + 2 \frac{\tau_s}{\tau_{\max}} \ln \frac{r_c}{r_a} \right) \quad (20)$$

$$\frac{T}{\sigma_0} = \frac{1}{\sigma_0/\tau_{\max}} \left(1 + 2 \frac{\tau_s}{\tau_{\max}} \ln \frac{r_c}{r_a} \right) \quad (21)$$

深部岩体的剪切强度与所受地应力相关,随着地应力增大剪切强度也增大,因此 σ_0/τ_{\max} 为稳定值,可取1.5。假设 $\tau_s/\tau_{\max} = 0.3$,塑性范围 $r_c/r_a = \sqrt{2}$ ^[22],代入式(20)与式(21)可得 $q_0/\sigma_0 = 0.2$, $T/\sigma_0 = 0.8$ 。

同样,地下爆炸产生地冲击应力也不是全部作用于支护上,有一部分被围岩承担。在爆炸远区,地冲击的波长一般远大于坑道直径,可将地冲击对坑道的作用等效为突加的静水压力。围岩受到地冲击作用时塑性区来不及发生扩展,此时计算围岩自承应力时应当使用动态强度,则在地冲击作用下支护受到的荷载为

$$q_s = P_1 - T_d \quad (22)$$

式中: $P_1 = \sigma_0 + K_{dy}\sigma_d$, σ_d 为地冲击峰值应力, K_{dy} 为动力系数,可取2; T_d 为动荷载作用下的围岩自承能力, $T_d = \tau_{md} + 2\tau_{sd} \ln(r_c/r_a)$, τ_{md} 与 τ_{sd} 分别为岩体动剪切强度与动残余强度。

根据式(22)可得支护受到的等效动载为

$$q_d = \frac{q_s}{K_{dy}} = \sigma_d + \frac{\sigma_0 - T_d}{K_{dy}} \quad (23)$$

地冲击峰值应力可按式计算:

$$\sigma_d = \rho_0 c_p v_r \quad (24)$$

式中: ρ_0 为岩体密度; v 按式(5)计算。

式(23)可变化为

$$q_d = \sigma_d + \sigma_0 \frac{1 - T_d/\sigma_0}{K_{dy}} \quad (25)$$

在弹性区,岩体强度的动力增长系数可取1.2,因此 $T_d/\sigma_0 = 0.96$,代入式(25)可得

$$q_d = \sigma_d + 0.02\sigma_0 \quad (26)$$

3 最小安全层厚度

对于深部工程,在围岩压力与地冲击应力作用下,破坏效应比单纯地冲击作用要大,因此所需的安全距离比不考虑地应力时要大。地冲击与高地应力耦合作用下围岩的等效粒子速度可写为

$$v_{\text{eff}} = \frac{q_d}{\rho_0 c_p} = c_p \sqrt{k} \quad (27)$$

将式(23)代入式(27),可得高地应力条件下不同能量因子对应的爆心距为

$$R = \left[\frac{A}{\sqrt{k} c_p - \frac{0.02\sigma_0}{\rho_0 c_p}} \right]^{\frac{1}{n}} Q^{1/3} \quad (28)$$

钻地武器的侵彻深度对于深部防护工程埋深而言是个小量,可忽略,因此工程受到地应力可取 $\sigma_0 = \gamma R$, γ 为介质重度。式(28)可用数值方法求解。可以看出,在高地应力条件下,相同破坏分区对应的爆心距要大于无地应力作用的情况(式(17)),即高地应力会加剧地冲击的破坏作用。

结合式(28)以及表3中能量因子阈值,可以得到深部高地应力条件下巷道不同破坏分区对应的安全层厚度。因实际工程不可能配置在破坏区,即破碎区和径向裂纹区内,所以最小安全层厚度应取径向裂纹区半径。

表4与图3给出了 k 取裂纹区边界值(10^{-7})时的最小安全层厚度,等效封闭爆炸当量与岩石类型分别按表1与表2取值。

表4 抗地下爆炸径向裂纹区最小安全层厚度

Tab. 4 Minimum protective layer thickness in terms of the radial crack zone

钻地武器	爆炸当量/kt	最小安全层厚度/m	
		俄罗斯花岗岩	中国花岗岩
B61-12	50	402	412
	10	250	256
	5	205	210
	1	126	129

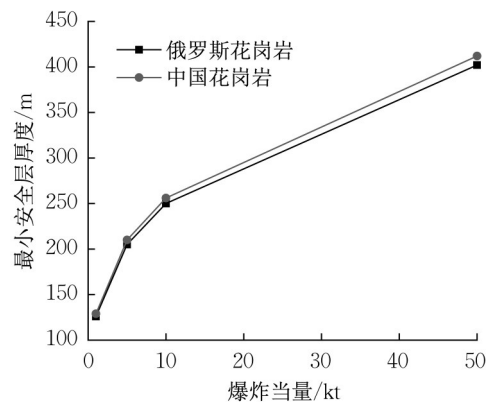


图3 最小安全层厚度与爆炸当量关系

Fig. 3 Minimum safety layer thickness versus explosion equivalent

4 结论

通过研究地下爆炸地冲击传播与耦合规律,以及深部围岩开挖后变形破坏特征,得到以下结论:

(1)量纲一能量因子与岩体的特征破坏应变有关,随爆心距增大具有等级递减特征,不同破坏分区边界上的能量因子均为定值。

(2)地下工程开挖后,随着围岩变形发展其本身的承载能力被调动,给出的围岩自承能力计算方法表明,围岩自承能力的本质是岩体的剪切强度。

(3)给出了考虑地应力的地下防护工程最小安全层厚度计算方法,结果表明,高地应力与地冲击耦合作用下,地冲击的破坏效应被放大,深埋防护工程抗地下爆炸地冲击效应的最小安全距离大于不考虑地应力的情况。

作者贡献声明:

王明洋:理论推导,初稿撰写,内容把关。

徐天涵:初稿撰写,理论推导,稿件修改。

蒋海明:理论推导,文献查阅。

高磊:理论推导,图表绘制。

熊自明:文献查阅,稿件整理。

卢浩:文献查阅,理论推导。

参考文献:

- [1] ADUSHKIN V V, SPIVAK A. Underground explosions[R]. Washington DC: Department of State, 2015.
- [2] US Army Engineer Waterways Experiment Station. Fundamentals of protective design for conventional weapons [R]. Washington DC: Department of the Army, 1986.
- [3] National Research Council. Committee on the effects of nuclear earth-penetrator and other weapons. Effects of nuclear earth-

- penetrator and other weapons [M]. Washington DC: National Academies Press, 2005.
- [4] 邓国强, 杨秀敏. 由封闭核爆试验结果研究钻地核爆效应方法探讨[J]. 防护工程, 2019, 41(6): 21.
DENG Guoqiang, YANG Xiumin. Study on the method of assessing the burst effects of earth penetration nuclear weapon from closed nuclear burst experiment results [J]. Protective Engineering, 2019, 41(6): 21.
- [5] SHELTON T W, EHRGOTT J Q, MORAL R J, *et al.* Experimental and numerical investigation of the ground shock coupling factor for near-surface detonations [J]. Shock and Vibration, 2014, 2014: 1.
- [6] MU C, ZHOU H, MA H. Prediction method for ground shock parameters of explosion in concrete [J]. Construction and Building Materials, 2021, 291: 1
- [7] LARSON D B. Explosive energy coupling in geologic materials [J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts, 1982, 19(4): 157.
- [8] LAMB F K, CALLEN B W, SULLIVAN J D. An approximate analytical model of shock waves from underground nuclear explosions[J]. Journal of Geophysical Research, 1992, 97(B1): 515.
- [9] HOLZER F. Measurements and calculations of peak shock-wave parameters from underground nuclear detonations [J]. Journal of Geophysical Research, 1965, 70(4): 893.
- [10] 何唐甫. 美国核爆炸岩土荷载研究概况及发展趋势[J]. 防护工程, 1987(4): 72.
HE Tangfu. General situation and development trend of research on rock and soil load of nuclear explosion in the United States[J]. Protective Engineering, 1987(4): 72.
- [11] 庞伟宾, 李茂生, 吴祥云. 抗常规武器安全防护层厚度计算方法对比研究[J]. 防护工程, 2007, 29(2): 24.
PANG Weibin, LI Maosheng, WU Xiangyun. Comparative study on calculation methods of safety protection layer thickness against conventional weapons [J]. Protective Engineering, 2007, 29(2): 24.
- [12] SHEMYAKIN E I. Two problems in rock mechanics arising out of the working of deep ore or coal deposits [J]. Soviet Mining Science, 1975, 11(6): 632.
- [13] NELSON R W. Low-yield earth-penetrating nuclear weapons [J]. Science & Global Security, 2002, 10(1): 1.
- [14] 何唐甫. 美国钻地武器研究发展状况及钻地计算分析[C]//第三届全国工程结构防护学术会议. 北京: 中国力学学会, 2000: 350-358.
HE Tangfu. Research and development status of US ground-penetrating weapons and analysis of ground-penetrating calculation[C]// Proceedings of the Third National Conference on Engineering Structure Protection. Beijing: The Chinese Society of Theoretical and Applied Mechanics, 2000: 350-358.
- [15] 杨益, 李晓军, 王坤. B61-12型制导核弹研发动态及特点分析[J]. 防护工程, 2018, 40(2): 67.
YANG Yi, LI Xiaojun, WANG Kun. The research development and characters analyzing of B61-12 guided nuclear bomb[J]. Protective Engineering, 2018, 40(2): 67.
- [16] 曾鹏, 陈军燕, 廖龙文, 等. 美国B61-12核炸弹撞击试验及其新军事能力分析[J]. 飞航导弹, 2020(3): 77.
ZENG Peng, CHEN Junyan, LIAO Longwen, *et al.* Impact test of American B61-12 nuclear bomb and analysis of its new military capability[J]. Winged Missile, 2020(3): 77.
- [17] 乔登江. 地下核爆炸现象学概论[M]. 北京: 国防工业出版社, 2002.
QIAO Dengjiang. Introduction to phenomenology of underground nuclear explosion [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2002.
- [18] 朗道. 弹性理论[M]. 曹富新, 译. 北京: 高等教育出版社, 2009.
LANG Dao. Theory of elasticity [M]. Translated by CAO Fuxin. Beijing: High Education Press, 2009.
- [19] 王明洋, 陈昊祥, 李杰, 等. 深部巷道分区破裂化计算理论与实测对比研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2018, 37(10): 2209.
WANG Mingyang, CHEN Haoxiang, LI Jie, *et al.* Theoretical research on zonal disintegration of rock masses around deep tunnels and comparisons with in-situ observations [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2018, 37(10): 2209.
- [20] 王明洋, 李杰. 爆炸与冲击中的非线性岩石力学问题Ⅲ: 地下核爆炸诱发工程性地震效应的计算原理及应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2019, 38(4): 695.
WANG Mingyang, LI Jie. Nonlinear mechanics problems in rock explosion and shock. Part III: the calculation principle of engineering seismic effects induced by underground nuclear explosion and its application [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2019, 38(4): 695.
- [21] 王明洋, 李杰, 李凯锐. 深部岩体非线性力学能量作用原理与应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2015, 34(4): 659.
WANG Mingyang, LI Jie, LI Kairui. A nonlinear mechanical energy theory in deep rock mass engineering and its application [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2015, 34(4): 659.
- [22] KURLENYA M V, OPARIN V N. Problems of nonlinear geomechanics. Part I [J]. Journal of Mining Science, 1999, 35(3): 216.