文章编号: 0253-374X(2023)07-1054-11

2.5 维有限元分析高铁荷载下弹塑性地基动偏应力与沉降

高广运^{1,2}, 耿建龙^{1,2}, 毕俊伟^{1,2,3}, 张继严^{1,2}, 徐晨晓⁴ (1. 同济大学土木工程学院,上海 200092;2. 同济大学岩土及地下工程教育部重点实验室,上海 200092;

3. 广州市设计院集团有限公司,广东广州 510620;4. 重庆高速公路集团有限公司,重庆 401120)

摘要:为分析高铁荷载引起的弹塑性地基动偏应力分布规 律并据此开展沉降计算,建立了高铁荷载下弹塑性地基2.5 维有限元计算模型,将高铁荷载分别简化为准静态列车荷载 和考虑随机激振力的修正列车荷载,对比了2种荷载下弹塑 性地基中动偏应力的分布规律,并利用循环荷载下软黏土累 积塑性应变模型计算了均质弹塑性地基沉降。研究表明,弹 塑性地基中动偏应力呈马鞍形分布,最大值出现在道床边缘 附近土体中;车速小于土体瑞利波速时沿地基表面和轨道中 心沿深度方向土体动偏应力的衰减曲线光滑,车速接近或大 于土体瑞利波速时,在马赫效应的影响下动偏应力呈波动衰 减;修正列车荷载下弹塑性地基中动偏应力分布更符合实际 情况;高铁运营初期地基沉降较快,随时间增加沉降速率逐 渐趋于稳定;计算高铁运行产生的地面沉降时,需同时考虑 列车运行速度和随机激振力的影响。

关键词:高铁;2.5维有限元;弹塑性地基;动偏应力;沉降 中图分类号:TU435 文献标志码:A

DynamicDeviatoricStressandSettlementofElastic-PlasticFoundationatHigh-SpeedTrainMoving Load by 2.5D FEM

GAO Guangyun^{1,2}, GENG Jianlong^{1,2}, BI Junwei^{1,2,3}, ZHANG Jiyan^{1,2}, XU Chenxiao⁴

College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3. Guangzhou Design Institute Group Co. Ltd., Guangzhou 510620, China;
 Chongqing Expressway Group Co., Ltd., Chongqing 401120, China)

Abstract: In order to analyze the dynamic deviatoric stress distribution law and calculate the settlement of

elastic-plastic foundation by high-speed train load, a 2.5D FEM (finite element model) for elastic-plastic foundation under high-speed train load was derived. The high-speed train load was simplified to quasi-static train load and the modified train load including random excitation force. The distribution of dynamic deviatoric stress in the elastoplastic foundation at two kinds of loads was comparativly calculated. The settlement of homogeneous elastoplastic foundation was calculated by the cumulative plastic strain model of soft clay at cyclic loading. The results show that the dynamic deviatoric stress in the elastoplastic foundation is distributed in a saddle shape, and the maximum value appears in the soil near the edge of the foundation bed. When the train speed is less than the Rayleigh wave speed of the soil, the attenuation curve of the dynamic deviatoric stress in the foundation is smooth. When the train speed is close to or greater than the Rayleigh wave speed of the soil, the dynamic deviatoric stress exhibits a fluctuating attenuation under the influence of the Mach effect. The dynamic deviatoric stress distribution is more consistent with the actual situation at modified train load. The foundation settlement is relatively fast at the initial stage of high-speed rail operation, and the settlement rate gradually stabilizes. When calculating the ground settlement caused by the high-speed rail operation, the influence of train speed and random excitation force should be considered at the same time.

Key words: high-speed railway; 2.5D FEM; elastoplastic foundation; dynamic deviatoric stress; settlement

高速铁路作为一种方便快捷的交通工具,以其



收稿日期: 2021-12-15

基金项目:国家自然科学基金(42277130,51978510)

第一作者:高广运(1961—),男,教授,工学博士,主要研究方向为环境振动及隔振。E-mail: gaogy@tongji.edu.cn

高速、低排放成为各国竞相发展的交通方式。无砟 轨道平顺性好、稳定性强,广泛应用于高速铁路建设 中,但其对轨下路基不均匀沉降的适应性较差。我 国东部沿海地区广泛分布着承载力低的软土地基, 在长期荷载作用下易发生较大累积变形^[1]。同时, 沿海地区剪切波速较低,车速易达到轨道-路基临界 速度而产生类共振现象,激发很大的振幅^[2]。因此, 准确计算软土地区高铁荷载下路基长期沉降已成为 研究热点问题之一。

在循环荷载作用下地面沉降研究中,学者们多 通过动三轴试验获得土体的偏应力来计算分析变形 发展规律。温日琨等^[3]基于室内不排水动三轴试验 分析了交通荷载下静偏应力对饱和软黏土变形的影 响。黄茂松等^[4]基于上海地区第④层饱和软黏土三 轴循环试验,提出考虑动偏应力水平的软黏土轴向 循环塑性累积应变显式模型。姜洲等题在此基础上 建立了K。固结条件下软黏土累计塑性应变计算公 式。随着计算机的发展,一些学者建立了数值计算 模型,并结合经验拟合公式计算地基沉降[6-7]。边学 成等[8]通过2.5维有限元结合薄层单元方法,求解了 路堤下卧层中动偏应力分布,结合累积塑性应变理 论建立了列车长期运行条件下路基下卧层的动力附 加沉降计算方法。董亮等^[9]基于三维有限元模型计 算了列车动荷载下路基内部的动偏应力,并结合路 基十体累积塑性应变模型预测了列车长期循环荷载 下土质路基的累积变形。

上述对地基沉降的研究均将地基模型简化为 弹性介质,不能反映土体的弹塑性特征。笔者在 之前研究中提出高铁荷载下弹塑性地基振动与变 形的2.5维有限元算法^[10],但路基动偏应力分布 和地面沉降计算仍有待进一步研究。此外,列车 荷载中轨道不平顺对路基道床影响较大^[11]。叶阳 升等^[12]研究发现有限元模型中列车静轴重乘以动 力系数1.35后作为设计动荷载,计算得到的动应 力与实测值偏差较小。同时,随着路基累积塑性 变形的增加,轨道几何形状的不规则性加剧,也会 影响轮轨接触力和地基应力分布^[13],因此有必要 分析轨道不平顺等随机激振力对高铁荷载下路基 沉降的影响。

基于此,本文根据弹塑性地基2.5维有限元理 论,对比了考虑随机激振力前后高铁荷载下弹塑性 地基中动偏应力分布规律,在此基础上根据累积塑 性变形公式^[5]计算了不同车速下的地基沉降。

1 列车荷载模型

如图1所示,每节车厢由1个车体、2个转向架和 4个轮对等组成,则列车荷载可视为由一系列的轴重 荷载组成。假定列车沿*x*轴正方向以速度*c*移动,则 一节车厢运行产生的连续轴重荷载表达式为^[14]



图1 列车轴重荷载分布示意



$$f(x_{l},t) = \sum_{n=1}^{N} (P_{n1}\delta(x_{l} - ct + \sum_{k=0}^{n-1}L_{k}) + P_{n1}\delta(x_{l} - ct + \sum_{k=0}^{n-1}L_{k} + a_{n}) + P_{n2}\delta(x_{l} - ct + \sum_{k=0}^{n-1}L_{k} + a_{n} + b_{n}) + P_{n2}\delta(x_{l} - ct + \sum_{k=0}^{n-1}L_{k} + 2a_{n} + b_{n}))$$

$$(1)$$

式中:N为车厢数量; x_l 为列车荷载所在位置;t为列 车运行时间; P_{n1} 和 P_{n2} 分别为第n节车厢前后轮轮对 轴重; L_k 为第k节车厢长度; a_n 和 b_n 分别为第n节车 体同转向架相邻轮对间距和同车不同转向架相邻轮 对间距; δ 为Dirac函数。

对式(1)对时间*t*和坐标*x*进行双重傅里叶变换,可得列车荷载在频域-波数域内的表达式

$$\overline{f}(x_{l},t) = \frac{2\pi}{c} \delta\left(\xi_{x} - \frac{\omega}{c}\right) \cdot$$

$$\sum_{n=1}^{N} \left(P_{n1}\left(1 + e^{-ia_{n}\xi_{x}}\right) + P_{n2}\left(e^{-i(a_{n}+b_{n})\xi_{x}} + e^{-i(2a_{n}+b_{n})\xi_{x}}\right)\right) e^{-i\sum_{k=0}^{n-1}L_{k}\xi_{x}}$$

(2)

式中: ω 为振动圆频率; ξ_x 表示在x方向上的波数,上标"-"表示频域内的变量。当 $\xi_x = \omega/c$ 时才能使荷载不为零。

目前,轮对轴重P_n多采用未考虑随机激振力和 考虑随机激振力2种方式模拟。在不考虑随机激振 力时,我国《高速铁路设计规范》^[15]规定路基上的轨 道及列车荷载可换算为一定高度和宽度的土柱(简称为准静态荷载),相应的列车荷载称为准静态列车 荷载。

随机激振力非常复杂,涉及列车悬挂体系、轨道 不平顺和地基的均匀性等方面。梁波等^[16]提出了一 个考虑钢轨、轨枕的分散传递因素,在车轮静载中增 加了与高频(100~400Hz)、中频(30~60Hz)和低频 (0.5~10Hz)对应并反映轨道不平顺、附加动荷和轨 面波形磨耗效应的激励力,如式(3)所示。为描述方 便,本文将考虑了随机激振力的轮对轴重简称为修 正轮对荷载,相应的列车荷载称为修正列车荷载。

$$P_{n}(t) = k_{1}k_{2}\left(Q_{0} + \sum_{j=1}^{3}Q_{j}\sin\omega_{j}t\right)$$
(3)

对式(3)修正轮对荷载作双重傅里叶变换^[10],可 得到频域-波数域内的表达式为

$$\tilde{\bar{P}}(t) = k_1 k_2 \frac{2\pi}{c} \left[\delta \left(\xi_x - \frac{\omega}{c} \right) \bar{Q}_0 \pm i\pi \sum_{j=1}^3 \delta \left(\xi_x - \frac{\omega \pm \omega_j}{c} \right) \bar{Q}_j \right]$$
(4)

式中: k_1 为临近车轮力在线路上的叠加系数,一般为 1. 2~1.7; k_2 为钢轨及轨枕的分散系数,一般为 0. 6~0.9; Q_0 为车轮静载; $Q_j = M_0 a_j \omega_j^2 (j=1,2,3)$ 分 別对应3种控制条件中振动荷载的典型值,其中 M_0 为簧下质量; a_j 为相应于不平稳控制条件下的几何 不平顺矢高; $\omega_j = 2\pi c/L_j$ 为不同控制条件下的振动 圆频率,其中 L_j 为对应的几何不平顺曲线波长;上标 "~"表示波数域内的变量。当 ω >0时为"+",当 ω <0时为"-"。

CRH380AL型列车簧下质量为 M_0 =1 627kg, 轮轴荷载为15t。Yang等^[17]研究发现当车厢数量不 小于4时不同列车编组数对地面振动差异较小。为 节约计算时间,取列车1/2编组,即1拖7动进行 计算。

2 弹塑性地基2.5维有限元模型

2.1 无砟轨道模型

无砟轨道由钢轨、轨枕、扣件、道床等组成,共同 承担列车轮对轴重。在列车荷载作用下,整个轨道 系统可近似为整体变形,因此将轨道系统简化为铺 设在地基上的欧拉梁。

轨道的动力方程可表示为

 $EI\frac{\partial^4 u_{\rm r}}{\partial x^4} + m_T \frac{\partial^2 u_{\rm r}}{\partial t^2} = f_{\rm T}(x_l, t) + p_0 \delta(x_l - ct)$ (5)

式中:EI为轨道的抗弯刚度,E为轨道弹性模量,I为 轨道截面的惯性矩; u_r 为轨道振动位移; m_T 为轨道系 统综合质量; f_T 为地基反力; p_0 为外荷载。

对式(5)作双重傅里叶变换得轨道梁在频域-波 数域内的表达式为

$(EI\xi_{x}^{4} - m_{\mathrm{T}}\omega^{2})\tilde{\bar{u}}_{r} = \tilde{\bar{f}}_{\mathrm{T}}(\xi_{x},\omega) + \tilde{\bar{p}}_{0}(\xi_{x},\omega) \quad (6)$

2.2 弹塑性地基2.5维有限元方程

为获得弹塑性地基的塑性位移,首先通过2.5 维有限元法以弹性理论计算了土体初始位移,称为 试探位移,然后根据土体的屈服情况进行塑性修正, 最后通过切线刚度法获得土体表面的塑性位移。

2.2.1 求解土体试探位移

根据土体平衡方程、几何方程和物理方程,并对时间*t*进行傅里叶变换,可以得到三维均质弹性土体的波动方程,即频域内的控制方程为

$$\mu_{\mathrm{c}}\bar{u}_{j,ii} + (\lambda_{\mathrm{c}} + \mu_{\mathrm{c}})\bar{u}_{i,ij} + \bar{f}_{j} + \omega^{2}\rho\bar{u}_{j} = 0 \qquad (7)$$

式中: λ_c 和 μ_c 为复数形式的拉梅常数, $\lambda_c = \lambda(1 + 2\beta i), \mu_c = \mu(1 + 2\beta i), 其中\beta为土体阻尼系数;<math>f_j$ 为体力; ρ 为土体密度;u为土体位移。

频域内的应力边界条件为

$$\bar{\sigma}_{ij}n_i - \bar{F}_j = 0 \tag{8}$$

不计体力时,对三维均质土体波动方程(7)和应 力边界条件(8)应用伽辽金法,得

$$\int_{v} \delta u_{j}^{*} (\bar{\sigma}_{ij,i} + \omega^{2} \rho \bar{u}_{j}) \mathrm{d}v - \int_{s} \delta u_{j}^{*} (\bar{\sigma}_{ij} n_{i} - \bar{F}_{j}) \mathrm{d}s = 0$$
(9)

沿x方向进行波数展开,整理可得

 $\int_{s} \delta \tilde{\epsilon}^{*} \tilde{\sigma} ds = \int_{s} \omega^{2} \rho \delta \tilde{u}^{*} \tilde{u} ds + \int_{s} \delta \tilde{u}^{*} \tilde{f} ds \qquad (10)$ $\vec{x} \mathbf{p}_{*} \delta u^{*} \mathbf{b}_{\mathbf{k}} \dot{\mathbf{c}} \delta \epsilon^{*} \mathbf{b}_{\mathbf{k}} \dot{\mathbf{c}} \delta \mathbf{b} d\mathbf{k} d\mathbf{b}_{\mathbf{k}} \dot{\mathbf{c}} \mathbf{c} \mathbf{c}; \mathbf{L} \mathbf{k}$

式甲:du^{*}为虚位移;de^{*}为虚位移对应的虚应变;上标 "*"表示共轭复数。

引入形函数可得到频域内离散方程的矩阵形 式为

$$\left(\tilde{\bar{K}}-\omega^2 M\right)\tilde{\bar{U}}=\tilde{\bar{F}}$$
 (11)

式中:*M*、*K*和*F*分别为质量矩阵、刚度矩阵和节点载荷列阵,分别为

$$M = \sum_{e} \rho \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} N^{\mathsf{T}} N |J| \mathrm{d}\eta \mathrm{d}\varsigma$$
$$\tilde{K} = \sum_{e} \rho \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} (B^* N)^{\mathsf{T}} D(BN) |J| \mathrm{d}\eta \mathrm{d}\varsigma$$
$$\tilde{F} = \sum_{e} \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} N^{\mathsf{T}} \tilde{f} |J| \mathrm{d}\eta \mathrm{d}\varsigma$$

式中:e表示对所有单元进行集成;J为Jacobi矩阵;N为形函数矩阵; \overline{U} 为单元位移节点列阵; \overline{f} 为单元等效节点载荷列阵;B和D为分别为应变位移关系矩阵和应力应变关系矩阵。

采用位移协调条件耦合式(6)和式(10)可得轨 道-地基的控制方程,基于VS2013平台编制Fortran 程序,求解获得土体的试探位移。

2.2.2 求解土体塑性位移

获得土体试探位移后,采用改进的摩尔-库仑屈 服准则式(12)^[18]判断土体是否发生塑性变形。

$$F = \sigma_{\rm m} \sin \varphi + \sqrt{J_2 K^2(\theta) + q^2 c^2 \cos^2 \varphi} - c \cos \varphi$$
(12)

式中:c、 φ 分别为土体黏聚力和内摩擦角; σ_m 为平均 应力; $\sqrt{J_2}$ 为等效应力; θ 为洛德角; $K(\theta)$ 为分段函 数^[18];q为反映双曲线对屈服函数的拟合程度和岩土 介质抗拉强度的大小的计算参数,取值范围为 [0,1]。

若土体达到屈服条件,则通过施加体荷载*p*_b并 更新土体弹性模量来计算土体的弹塑性变形。引起 应力重分布的体荷载*p*_b在每一次迭代中均通过对包 含高斯屈服点的所有单元积分求和而成。

$$\boldsymbol{p}_{\mathrm{b}} = \sum_{t=1}^{K} \int \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{\eta} \boldsymbol{D}_{\mathrm{P}} \Delta \boldsymbol{\varepsilon})^{t} \mathrm{d}\boldsymbol{\Omega}$$
(13)

$$D_{P} = \frac{D_{e} \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right) D_{e}}{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right)^{\mathrm{T}} D_{e} \frac{\partial Q}{\partial \sigma}}$$
(14)

式中: η 为修正塑性矩阵 D_{P} 的修正因子,由线性插值 方法求得;F为屈服函数;Q为塑性势函数; D_{e} 为弹 性矩阵;K为划分的单元数量。

获得体荷载后,通过一致切线模量算法更新一致性刚度矩阵D_a求解土体塑性变形¹⁹,可表示为

$$D_{a} = R - \frac{Rba^{\mathrm{T}}R^{\mathrm{T}}}{a^{\mathrm{T}}Rb + A'}$$
(15)

式中: $a \pi b$ 分别表示屈服函数 $F \pi 塑性势函数Q$ 关于应力的一阶偏导数; $R = Q^{-1}D_e$, $Q = U + \Delta \lambda D_e \frac{\partial b}{\partial \sigma}$,U为单位矩阵; $A' = -\frac{\partial F}{\partial c}HB$,H为黏聚力关于等效塑性应变率的一阶偏导数,B为与屈服准则有关的量。

2.3 模型边界

在模型边界处设置黏弹性边界模拟波在半无限 空间中的传播^[20],以黏性阻尼的吸波作用和弹簧的 刚性复原作用来模拟无限空间对计算域的影响。边 界单元节点上的荷载为

$$f_{bj} = A_1(K_m u_m + C_m u_m), \quad m = x, y, z$$
 (16)
其在频域-波数域内的表达式为

 $\tilde{f}_{bj} = A_{l}(K_{m} - i\omega C_{m})\tilde{u}_{m}, \quad m = x, y, z \quad (17)$ 式中: A_{l} 为节点黏弹性边界应力作用范围; $K_{x} = K_{y} = \frac{G}{r} \frac{1}{A+1}, \quad K_{z} = \frac{\lambda+2G}{r} \frac{1}{A+1}, \quad C_{z} = k\rho v_{p},$ $C_{x} = C_{y} = k\rho v_{s}, G$ 为剪切模量, λ 为拉梅常数,A为刚 度调节系数,k为阻尼调节系数,r为结构几何中心到 人工边界的垂直距离, v_{p} 和 v_{s} 分别为P波和S波 波速。

2.4 计算模型

为提高计算效率,考虑地基对称性取一半结构 建模计算,建立的模型宽40.0m、深30.0m,网格尺 寸控制在0.5~2.0m之间(近轨道处小、远处大)。 模型左侧设置为轴对称边界,右侧设置为黏弹性边 界,底部基岩层设置为固定边界,道床直接铺设于地 表。根据地基设计尺寸^[15],在模型中设置荷载宽度 为1.5m,道床宽度为2.0m,厚度为0.5m,轨道弯曲 刚度*EI*为13.254MN·m²,单位质量*m*_T为540kg· m⁻¹,建立的计算模型如图2所示。



图2 计算模型与网格划分示意



2.5 模型验证

为验证弹塑性地基2.5维有限元计算模型的准确性与可靠性,分别与移动点荷载作用下弹性地基 解析解和压板载荷试验结果进行对比验证。

Eason^[21]推导了移动点荷载作用下弹性半无限 空间振动位移的解析解。设置黏聚力为大值,使土 体不会屈服进入塑性状态,将弹塑性土体退化为弹 性均质土体。建立与文献[21]完全相同的计算模 型,得到移动点荷载下地表下方1m深处z方向的位 移响应。对计算结果进行归一化处理,数值计算结 果与理论解的对比情况如图3所示。由图可知,数 值计算结果与理论计算吻合较好,验证了本文理论 的正确性。



图3 移动点荷载下方1m深处竖向归一化振动位移

Fig. 3 Vertical normalized vibration displacement value at a depth of 1m below moving point load

杨光华^[22]采用压板载荷试验获得了不同荷载下 的压板沉降。本文建立与该试验相同的计算模型, 绘制计算结果与现场试验位移如图4所示。由图可 知,当荷载小于400kPa时,计算值略小于试验值。 这是由于土体为弹塑性材料,加载后产生的变形包 含弹性变形和塑性变形,而当荷载较小时,采用摩 尔-库仑方法判定土体单元节点未达屈服,计算得到 的变形只包含弹性变形,较现场试验结果偏小。当 荷载大于400kPa后,计算土体达到屈服状态,与实 测位移拟合较好。总体而言,计算值与实测值拟合 较好,验证了本文模型的可靠性和准确性。



图4 压板载荷试验沉降计算值与试验值对比

Fig. 4 Comparison of calculated and tested settlement values of pressure plate load test

3 弹塑性地基动偏应力分布及沉降计算

基于弹塑性地基2.5维有限元计算模型,高铁 荷载分别考虑为准静态列车荷载和修正列车荷载 后,计算加载一次后弹塑性地基中动偏应力的分布 情况,并利用软黏土塑性累积应变经验模型计算2 种荷载条件下弹塑性地基沉降。

考虑土体瑞利波速(93.4m·s⁻¹)和列车设计运营 时速,分别计算车速为200.0km·h⁻¹、250.0km·h⁻¹、 300.0km·h⁻¹、334.8km·h⁻¹(93.0m·s⁻¹,跨前速度)、 338.4km·h⁻¹(94.0m·s⁻¹,跨后速度)、350.0km·h⁻¹、 400.0km·h⁻¹时弹塑性地基的动偏应力分布情况。 模型土体采用上海第②层土(粉质黏土),计算参数 如表1所示。

表1 道床及土体力学材料参数 Tab.1 Mechanical material parameters of ballast bed and soil

模型结构	弹性模量/MPa	泊松比	材料阻尼	密度/(kg•m ⁻³)	瑞利波速/(m•s ⁻¹)	黏聚力/kPa	内摩擦角/(°)
道床	150.0	0.3	0.038	1 900	174.3		
粉质黏土	44.7	0.4	0.030	1 830	93.4	10.5	14.7

3.1 软黏土塑性累积应变经验模型

采用姜洲等⁽⁵⁾建立的K₀固结条件下软黏土累计 塑性应变公式计算地基长期沉降,如式(18)—(22):

$$\epsilon_{\rm p} = a_1 (D_{\rm d})^{a_4} (p_0/p_{\rm a})^{a_3} N^{a_2}$$
 (18)

$$a_2 = b_1 + b_2 K_0 \tag{19}$$

$$p_0 = \frac{(1+2K_0)}{3} \sigma'_{cz} = \frac{(1+2K_0)}{3} \sum_{s=1}^{g} \gamma_s h_s \quad (20)$$

$$D_{\rm d} = q_{\rm d}/q_{\rm uit} \tag{21}$$

$$q_{\rm ult} = M_{\rm c} p_{\rm c} \Big[(M_{\rm c} + \varsigma) / 2M_{\rm c} \Big]^{\frac{\chi - \kappa}{\chi}}$$
(22)

式中: a_1 、 a_2 、 a_3 、 a_4 、 b_1 、 b_2 为拟合参数; p_0 为初始平均固 结应力; p_a =101kPa; D_d 为动偏应力水平; K_0 为土体 的侧限系数; σ'_c 为求解点深度处土体的自重应力;n为求解的土体层数; γ_s 为第s层土的有效重度; h_s 为 第s层土体的厚度;g为计算范围内划分的土层数 量; q_d 为动应力水平,用于判定弹塑性土体是否达到 屈服条件; q_{ut} 为土体破坏强度或极限强度; M_c 为临 界状态应力比,由固结不排水剪切试验确定;χ和κ 分别为*e*-lg*p*空间正常固结和回弹线斜率;*p*_e为初 始固结平均应力;ς为初始屈服面轴线方向。

地基土模型计算参数如表2所示。

表 2 模型计算参数^[5] Tab. 2 Parameters of model^[5]

物理量	数值	物理量	数值
$M_{ m c}$	1.220	a_4	1.408
χ	0.173	a_3	0.500
κ	0.034	b_1	0.332
a_1	0.076	b_2	0.085

3.2 弹塑性地基动偏应力分析

3.2.1 准静态列车荷载下地基动偏应力 采用准静态列车荷载作为高铁输入荷载,计算 得到单次列车荷载下土体动偏应力峰值。绘制不同 车速时距轨道中心水平距离10m、深度10m范围内 地基最大动偏应力分布情况如图5所示。由图可 知,近轨道处等值线较密,随与轨道水平间距和深度 增加逐渐稀疏,说明轨道近处动偏应力变化较大,远 处变化较小。本文结果是取一半地基模型计算得到 的,若考虑整个地基范围,则等值线呈马鞍形分布, 与文献[23]实测路基动应力分布规律一致。在地基 表面,动偏应力峰值位于距轨道中心1.5~2.0m处, 这是由于本文计算模型中道床宽度为2.0m,动偏应 力最大值出现在道床边缘附近土体中,与静荷载下 的试验结果相同。对比不同车速时动偏应力云图的 变化可以发现,车速较低时(200km·h⁻¹、250km·h⁻¹和 300km·h⁻¹)等值线均匀向外扩散,车速接近或大于 土体瑞利波速后等值线变得复杂,这是由于车速接



Fig. 5 Cloud diagram of dynamic deviatoric stress of foundation at quasi-static load(unit:kPa)

近和超过瑞利波速时地基中产生马赫效应^[1],在车速400km·h⁻¹时这种现象最明显。

图6为不同车速时准静态列车荷载下地基表面 动偏应力随与轨道中心间距的衰减曲线。不同车速 时衰减曲线整体上均呈现先增大(距轨道中心2m范 围内)后减小(距轨道中心2m外)的趋势。距轨道中 心2m范围内,动偏应力随车速的增加而增大。距轨 道中心2m外,车速小于土体瑞利波速时衰减曲线光 滑,动偏应力随车速的增加而增大,车速接近或大于 土体瑞利波速时曲线呈波动状衰减。这是由于车速 接近或超过土体瑞利波速后会产生马赫效应,瑞利 波传播方向与轨道呈一定夹角,而观察方向垂直于 轨道方向,列车运行时前后轮对不同能量的瑞利波 均通过该观察截面,前后轮轴产生的瑞利波在该截 面叠加产生振动放大。





图7为不同车速时准静态列车荷载下轨道中心 处土体动偏应力沿深度衰减曲线。当车速小于土体 瑞利波速时,动偏应力最大值出现在地表处,并沿深 度光滑单调衰减。当车速接近瑞利波速时 (334.8km·h⁻¹、338.4km·h⁻¹和350.0km·h⁻¹),动偏应 力最大值出现在距地表一定深度处(本文为0.5m), 并沿深度光滑单调衰减。车速超过土体瑞利波速 (400km·h⁻¹)后,动偏应力最大值同样出现在距地表 0.5m深处,在马赫效应影响下沿深度呈波动衰减。 3.2.2 修正列车荷载下土体动偏应力

将修正列车荷载作为高铁输入荷载,计算得到 单次列车荷载下土体动偏应力峰值,图8为不同车 速时距轨道中心水平距离10m、深度10m范围内土 体动偏应力峰值云图。地基中动偏应力的分布规律 与图5类似,但由于修正列车荷载中包含轨道不平



图7 准静态列车荷载下轨道中心处土体动偏应力沿深度衰 减曲线

Fig. 7 Attenuation curve of dynamic deflection stress of soil at track center along the depth at quasi-static load

顺和波形磨耗等随机激振力,弹塑性地基动偏应力 值整体偏大。车速接近或超过土体瑞利波速后,在 马赫效应和随机激振力的共同影响下,地基中动偏 应力的分布较准静态列车荷载更加复杂。

考虑不同车速,图9为修正列车荷载下地基表 面土体动偏应力随与轨道中心间距的衰减曲线,图 10为轨道中心处不同深度处土体动偏应力沿深度方 向的衰减曲线。

由图9可知,距轨道中心2m范围内,修正列车 荷载下车速350km·h⁻¹(97.22m·s⁻¹)时动偏应力最 大,出现振动放大现象,而在准静态列车荷载作用下 车速400km·h⁻¹(111.11m·s⁻¹)时动偏应力最大(图 6)。实测研究表明车速接近地基表层土体瑞利波速 时会出现振动放大现象^[24],本文地基表层瑞利波速 为87.93m·s⁻¹,与修正列车荷载下的车速更为接近, 说明考虑激振力后弹塑性地基中动偏应力峰值的分 布更符合实际情况。

对比图9与图6、图10与图7,在2种荷载条件 下,地基表面土体动偏应力衰减规律和轨道中心处 土体动偏应力沿深度方向衰减规律大体一致,说明 列车轮轴移动速度是影响地基中动偏应力分布规律 的主要因素。同时,修正列车荷载下地基中的动偏 应力较准静态列车荷载整体偏大,这是由于修正列 车荷载中考虑了轨道不平顺等随机激振力,在地基 中激发了更大的动偏应力^[25]。

表3为不同车速时准静态列车荷载和修正列车 荷载下土体动偏应力峰值。不同车速下修正列车荷 载计算的动偏应力峰值均大于准静态列车荷载,当 车速接近土体瑞利波速时不同荷载模型下的计算结 果差异显著增大,最大达37.49%。说明不同车速条





Fig. 8 Dynamic deviatoric stress cloud diagram of foundation at modified train load (unit: kPa)



图 9 修正列车荷载作用下地基表面土体动偏应力衰减曲线 Fig. 9 Attenuation curve of dynamic deviatoric stress on ground surface at modified train load

件下随机激振力对动偏应力的影响不同,在车速接 近瑞利波速时对弹塑性地基的动偏应力影响最大。



- 图10 修正列车荷载作用下轨道中心土体动偏应力沿深度 衰减曲线
- Fig. 10 Attenuation curve of dynamic deviatoric stress of soil at track center along the depth at modified train load

表3 准静态列车荷载与修正列车荷载作用下地基动偏应力 峰值对比

Tab. 3 Comparison of peak dynamic deviatoric stress of foundation at quasi-static load and modified train load

车速/(km•h ⁻¹)	准静态列车荷 载/kPa	修正列车荷载/ kPa	增加比例/%
200.0	20.46	21.49	5.03
250.0	22.10	24.29	9.91
300.0	25.69	30.92	20.36
334.8	28.08	34.19	21.76
338.4	28.45	35.28	24.01
350.0	28.38	39.02	37.49
400.0	31.63	33.57	6.10

3.3 弹塑性地基沉降计算

交通荷载下地基不同深度处的土体动偏应力 水平差异较大,因此基于分层总和沉降计算方法,首 先将地基土体划分为0.5~2.0m的若干薄层;然后 基于弹塑性地基2.5维有限元模型计算得到2种荷 载条件下单次列车通过时弹塑性地基土的最大动偏 应力,采用式(18)—(22)计算各层累积应变;最后将 所有土层变形叠加得到地基表面位移计算点(图2) 的总沉降。京沪高铁日开行列车172次^[26],每列火 车经过记在土体中产生一次振动,1年累积产生约 6.3万次振动。基于此,考虑不同车速条件下的准静 态列车荷载和修正列车荷载,计算得到路基连续加 载63万次(运营10年)后弹塑性地基的沉降规律分 别如图11和图12所示。





在2种荷载条件下,路基均在投入使用初期沉 降较快,随时间增加沉降速率逐渐变慢并趋于稳定。 当荷载为准静态列车荷载时(图11),路基沉降随车 速的增加而增大,而在修正列车荷载下(图12),车速 350km·h⁻¹时沉降最大,与偏应力峰值的变化规律基





本一致。

对比2种荷载作用下地基服役10年时的沉降量 可知,准静态列车荷载下沉降量均小于《高速铁路设 计规范》中规定的容许值15mm,而修正列车荷载作 用下车速大于300km·h⁻¹后,10年路基沉降量均超过 了15mm。因此,为了更准确计算高铁运行产生的 地基长期沉降,应该同时考虑列车运行速度和随机 激振力的影响。

4 结论

建立了弹塑性地基2.5维有限元计算模型,通 过与Eason解析解和压板载荷试验对比验证了模型 的准确性。分别考虑准静态列车荷载和修正列车荷 载,对比分析了不同车速条件下弹塑性地基土体动 偏应力分布规律,基于循环荷载下软黏土累积塑性 应变模型计算得到高铁荷载下弹塑性地基沉降,主 要结论如下:

(1)弹塑性地基中动偏应力最大值出现在道床 边缘土体中。地基动偏应力呈马鞍形分布,近轨道 处动偏应力的变化较大,远处变化较小。车速接近 或超过土体瑞利波速后土体动偏应力变化复杂。

(2)车速是影响土体动偏应力衰减规律的主要 因素。车速小于土体瑞利波速时,沿地基表面和轨 道中心沿深度方向土体动偏应力的衰减曲线光滑, 车速接近或大于土体瑞利波速时由于马赫效应影响 动偏应力呈波动衰减。

(3)修正列车荷载下弹塑性地基中动偏应力分 布较准静态列车荷载更加复杂,动偏应力峰值的分 布更符合实际情况。车速接近瑞利波速时随机激振 力对弹塑性地基动偏应力峰值影响最大。 (4)地基在投入使用初期沉降较快,随时间增加 沉降速率逐渐趋于稳定。为准确预测高铁运行产生 的地基长期沉降,应同时考虑列车运行速率和随机 激振力的影响。

作者贡献声明:

高广运:指导研究开展、论文撰写及修改。 耿建龙:参与模型计算、理论分析及论文撰写。 毕俊伟:参与理论分析、论文撰写及修改。 张继严:参与模型计算、理论分析。 徐晨晓:参与理论分析、模型计算及论文撰写。

参考文献:

- [1] 陈云敏,边学成.高速铁路路基动力学研究进展[J]. 土木工程 学报, 2018, 51(6): 1.
 CHEN Yunmin, BIAN Xuecheng. The review of high-speed railway track foundation dynamics[J]. China Civil Engineering Journal, 2018, 51(6): 1.
- [2] GAO G Y, CHEN Q S, HE J F, et al. Investigation of ground vibration due to trains moving on saturated multi-layered ground by 2.5D finite element method [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2012, 40 (3): 87.
- [3] 温日琨,王常晶,陈云敏.交通荷载引起的静偏应力对饱和软粘土变形影响[J]. 岩土力学, 2009, 30(S2): 119.
 WEN Rikun, WANG Changjing, CHEN Yunmin. Effect of traffic loading induced static deviator stress on deformation of saturated soft clay [J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30 (S2): 119.
- [4] 黄茂松,姚兆明.循环荷载下饱和软黏土的累积变形显式模型
 [J].岩土工程学报, 2011, 33(3): 325.
 HUANG Maosong, YAO Zhaoming. Explicit model for cumulative strain of saturated clay subjected to cyclic loading
 [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 33 (3): 325.
- [5] 姜洲,高广运,赵宏,等.软土地区地铁行车荷载引起的隧道长期沉降分析[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(S2): 301.
 JIANG Zhou, GAO Guangyun, ZHAO Hong, *et al.* Longterm settlement of tunnels induced by subway moving load in soft soil districts [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(S2): 301.
- [6] 姚兆明,张明慧,陈军浩. 饱和软黏土循环累积孔压模型及地 铁隧道路基长期沉降计算[J]. 铁道学报, 2012, 34(9): 87. YAO Zhaoming, ZHANG Minghui, CHEN Junhao. Cyclic accumulative pore pressure explicit model of saturated soft clay and long-term settlement calculation of subway tunnel roadbed [J]. Journal of the China Railway Society, 2012, 34(9): 87.
- [7] 孔祥勋,田爽,唐亮,等.重载铁路高路堤沉降预测及影响因素 分析[J].北京交通大学学报,2019,43(3):26.
 KONG Xiangxun, TIAN Shuang, TANG Liang, *et al.* Prediction of deformation and analysis of influence factors in

heavy-haul railway high embankment [J]. Journal of Beijing Jiaotong University, 2019, 43(3): 26.

- [8] 边学成,曾二贤,陈云敏.列车交通荷载作用下软土路基的长期沉降[J]. 岩土力学,2008,29(11):2990.
 BIAN Xuecheng, ZENG Erxian, CHEN Yunmin. Long-term settlements of soft soil ground induced by train traffic loadings
 [J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, 29(11):2990.
- [9] 董亮,蔡德钩,叶阳升,等.列车循环荷载作用下高速铁路路基 累积变形预测方法[J]. 土木工程学报, 2010, 43(6): 100. DONG Liang, CAI Degou, YE Yangsheng, *et al.* A method for predicting the cumulative deformation of high-speed railway subgrade under cyclic train loads [J]. China Civil Engineering Journal, 2010, 43(6): 100.
- [10] 高广运,张继严,谢伟,等.高铁弹塑性地基振动与变形的2.5 维有限元算法[J].哈尔滨工业大学学报,2021,53(11):37.
 GAO Guangyun, ZHANG Jiyan, XIE Wei, et al. Improved 2.
 5D finite element method for vibration and deformation of elastoplastic subgrade under high-speed train load[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2021, 53(11):37.
- [11] 马学宁,王旭,梁波.轨道不平顺对板式无砟轨道路基振动特性的影响研究[J].兰州交通大学学报,2012,31(4):1.
 MA Xuening, WANG Xu, LIANG Bo. Influence of track irregularity on vibration characteristics of slab ballastless track subgrade[J]. Journal of Lanzhou Jiaotong University, 2012,31 (4):1.
- [12] 叶阳升,蔡德钩,魏少伟,等.高速铁路无砟轨道路基动应力分布特征及解析算法[J].中国铁道科学,2020,41(6):1.
 YE Yangsheng, CAI Degou, WEI Shaowei, *et al.* Distribution characteristics and analytical method of dynamic stress on subgrade of ballastless track for high-speed railway [J]. China Railway Science, 2020, 41(6):1.
- [13] ZHOU S H, WANG B L, SHAN Y. Review of research on high-speed railway subgrade settlement in soft soil area [J]. Railway Engineering Science, 2020, 28(1): 129.
- [14] 边学成,陈云敏.列车荷载作用下轨道和地基的动响应分析
 [J]. 力学学报, 2005, 37(4): 477.
 BIAN Xuecheng, CHEN Yunmin. Dynamic analysis of track and ground coupled system with high-speed train loads [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2005, 37(4): 477.
- [15] 国家铁路局.高速铁路设计规范:TB 10621—2014[S].北 京:中国铁道出版社, 2016.
 National Railway Administration of the People's Republic of China. Cole for design of high speed railway: TB 10621—2014
 [S]. Beijing: China Railway Publishing House, 2016.
- [16] 梁波,罗红,孙常新.高速铁路振动荷载的模拟研究[J].铁道 学报,2006,28(4):89.
 LIANG Bo, LUO Hong, SUN Changxin. Simulated study on vibration load of high speed railway [J]. Journal of the China Railway Society, 2006,28(4):89.
- [17] YANG Y B, HUNG H H. Wave propagation for train-induced vibrations: A finite/infinite element approach [M]. Singapore:

World Scientific, 2009.

- [18] SLOAN S W, BOOKER J R. Removal of singularities in Tresca and Mohr-Coulomb yield criteria [J]. International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering, 2010, 2(2): 173.
- [19] 贾善坡,陈卫忠,杨建平,等.基于修正Mohr-Coulomb准则的
 弹塑性本构模型及其数值实施[J].岩土力学,2010,31(7):
 2051.

JIA Shanpo, CHEN Weizhong, YANG Jianping, *et al.* An elastoplastic constitutive model based on modified Mohr-Coulomb criterion and its numerical implementation [J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(7): 2051.

- [20] 刘晶波,谷音,杜义欣. 一致粘弹性人工边界及粘弹性边界单元[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(9): 1070.
 LIU Jinbo, GU Yin, DU Yixin. Consistent viscous-spring artificial boundaries and viscous-spring boundary elements [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28(9): 1070.
- [21] EASON G. The stresses produced in a semi-infinite solid by a moving surface force [J]. International Journal of Engineering Science, 1965, 2 (6): 581.
- [22] 杨光华. 地基沉降计算的新方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(4): 679.

YANG Guanghua. New computation method for soil foundation settlements [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics

and Engineering, 2008, 27(4): 679.

- [23] 蒋关鲁,孔祥辉,孟利吉,等.无砟轨道路基基床的动态特性
 [J].西南交通大学学报,2010,45(6):855.
 JIANG Guanlu, KONG Xianghui, MENG Liji, *et al.* Dynamic characteristic of soil subgrade bed for ballastless track
 [J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2010, 45 (6):855.
- [24] 李志毅,高广运,冯世进,等.高速列车运行引起的地表振动分析[J].同济大学学报:自然科学版,2007,35(7):909.
 LI Zhiyi, GAO Guangyun, FENG Shijin, *et al.* Analysis of ground vibration induced by high-speed train [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2007, 35(7):909.
- [25] 陈功奇,高广运,赵宏.不平顺条件下高速列车运行引起的地 基振动[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32(S2): 4123. CHEN Gongqi, GAO Guangyun, ZHAO Hong. Ground vibration induced by high-speed railway operation with geometric irregularities[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, 32(S2): 4123.
- [26] 陶明安,沈扬,王鑫,等.列车移动荷载下饱和软黏土地基的长期沉降计算[J].中南大学学报:自然科学版,2016,47(12): 4206.

TAO Ming'an, SHEN Yang, WANG Xin, *et al.* Long-term settlement calculation of saturated soft clay foundation under train moving loads [J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2016, 47(12): 4206.