

基于 DEM-MBD 联合仿真的车致有砟道床破碎分析

陈 嵘^{1,2}, 李俊锋^{1,2}, 戴佳程³, 杜 帅^{1,2}, 刘淦中^{1,4}, 王 平^{1,2}

(1. 西南交通大学 高速铁路线路工程教育部重点实验室, 四川 成都 610031; 2. 西南交通大学 土木工程学院, 四川 成都 610031;
3. 厦门轨道建设发展集团有限公司, 福建 厦门 361000; 4. 湖北铁路集团有限公司, 湖北 武汉 430077)

摘要: 为分析车致有砟道床破碎, 建立有砟轨道 DEM-MBD 联合仿真模型, 分析列车荷载对道床稳定性的影响及道床内不同位置、不同形状道砟的破碎规律。结果表明: 列车荷载作用后, 道床横向阻力下降 14.82%; 枕下深度 0.21m 内, 承轨槽正下方道砟较枕心正下方更易破碎; 枕下深度 0.12~0.24m 内的道砟破碎率最高, 为 12.5%; 砟肩道砟基本未破碎; 片状道砟较常规状、针状道砟更易破碎; 在运营的有砟轨道线路上, 应减少片状道砟含量且重点关注枕下深度 0.24m 内的道砟破碎情况。

关键词: 有砟轨道; 道砟破碎; DEM-MBD; 联合仿真; 列车荷载

中图分类号: U216.9

文献标志码: A

DEM-MBD Co-simulation-based Breakage Analysis of Ballasted Bed Caused by Train Movement

CHEN Rong^{1,2}, LI Junfeng^{1,2}, DAI Jiacheng³, DU Shuai^{1,2}, LIU Ganzhong^{1,4}, WANG Ping^{1,2}

(1. MOE Key Laboratory of High-speed Rail Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China; 2. School of Civil Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China; 3. Xiamen Rail Construction Development Group Co. Ltd., Xiamen 361000, China; 4. Hubei Railway Group Co. Ltd., Wuhan 430077, China)

Abstract: In order to analyze the breakage of ballasted track caused by train movement, the discrete element method-multibody dynamics (DEM-MBD) co-simulation model of ballasted track was established to analyze the influence of train load on the stability of ballasted track and the breakage law of ballasts on different positions in different shapes on ballasted bed. The results show that after train load, the lateral resistance of track bed decreases by 14.82%; in the

depth of 0.21m below the sleeper, the ballast below the rail ditch tends to be broken rather than that below the sleeper center; the highest broken rate of ballast is 12.5% when ballast is at the depth of 0.12~0.24m below the sleeper; the ballast at the shoulder is basically unbroken; flat ballast is more easily broken than normal and long ballast; in the operation of ballasted track lines, the content of flat ballast should be reduced and the ballast breakage at the depth of 0.24m below the sleeper should be paid much attention to.

Key words: ballasted track; ballast breakage; discrete element method-multibody dynamics (DEM-MBD); co-simulation; train load

碎石道床是有砟轨道的关键组成部分, 在列车荷载反复作用下可能发生道砟颗粒破碎等劣化现象。道砟颗粒破碎能进一步降低道床稳定性^[1-3]并影响行车安全与运输效率, 进而大幅增加线路养护维修成本^[4]。因此, 有必要对车致有砟道床的破碎开展研究。

国内外学者对道砟颗粒的破碎开展了大量的研究。在道砟破碎强度方面, McDowell^[5]基于离散单元法 (discrete element method, DEM) 进行了单颗道砟破碎的仿真试验, 统计分析道砟的破碎强度, 结果表明道砟颗粒破碎强度服从 Weibull 概率分布。严颖等^[6]基于 DEM 模拟了道砟径向加载破碎, 研究道砟在外载作用下的受压破碎特性, 结果表明随着道砟尺寸的增大, 其有效压缩强度逐渐减小。Indraratna 等^[7]基于临界状态下的弹塑性本构模型, 研究了道砟的应力、应变行为和劣化特征, 结果表明在相对高压下, 颗粒更加容易破碎。在道砟破碎形式方面, 张徐等^[8]分析了粒径分别在 30~40mm、40~50mm 和

收稿日期: 2022-04-23

基金项目: 国家自然科学基金 (52008395); 国家重点研发计划 (2021YFB3703601); 国家“万人计划”青年拔尖人才 (WB0100111012201)

第一作者: 陈嵘 (1981—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为城市轨道交通、高速、重载铁路轨道结构及轨道动力学。E-mail: chenrong@home.swjtu.edu.cn

通信作者: 刘淦中 (1991—), 男, 工学博士, 主要研究方向为有砟道床的养护与维修。E-mail: kevinlau1991@foxmail.com



论文
拓展
介绍

50~60mm间的27颗道砟的静态压碎行为,发现荷载达到峰值时,道砟颗粒发生劈裂破碎。Xiao等^[9]基于DEM建立了轨枕-枕下垫板-道床仿真模型,研究使用枕下垫板后道砟颗粒的破碎情况,结果表明:使用枕下垫板后,有砟道床上部道砟主要发生整体破碎,而道床下部道砟主要发生掉角破碎。在不同道砟形状方面,高亮等^[10]基于DEM建立了洛杉矶磨耗试验的数值仿真模型,对不同形状道砟的劣化演化机制及动力特性展开了研究,结果表明:循环荷载作用下,针状道砟颗粒将严重削弱道砟集料的整体耐磨性能,片状道砟颗粒对道砟集料的整体耐磨性能影响则不明显。井国庆等^[11]基于大型直剪试验,定量分析针片状指数对道砟抗剪强度、变形特性及破碎规律的影响,结果表明:随着针片状指数提高,道砟直剪力学性能下降;破碎道砟主要为针片状道砟,破碎形式多为整体断裂。上述研究多集中于道砟颗粒破碎强度、破碎形式及不同形状道砟的破碎规律,对车致有砟道床的破碎鲜有涉及。

DEM可反映道砟颗粒间的相互作用,但无法模拟拟行车条件下列车与有砟轨道上部结构的相互作用。多体动力学(Multibody dynamics, MBD)基于经典力学而产生^[12],主要研究刚性和柔性体系统的动力学特性。通过DEM-MBD联合仿真,可模拟列车荷载作用下轨道上部结构与有砟道床的相互作用。李朋^[13]基于DEM-MBD建立了有砟轨道模型,研究了列车荷载作用下有砟道床的力学特性,取得了较好的结果。Gao等^[14]建立了有砟道床捣固作业的DEM-MBD联合仿真模型,分析了捣固参数对道床力学性能的影响,得到了捣固作业时轨枕合理抬升高度、捣固频率及捣固深度。Liu等^[15]基于DEM-MBD联合仿真模型,研究了有砟轨道在列车荷载作用下的振动规律和结构健康状态,结果表明:低频范围内有砟道床的减振性能优于高频;在高频荷载激励下,枕盒处的道砟易飞溅,从而影响有砟轨道结构的健康状态。Shi等^[16]建立了有砟轨道DEM-MBD联合仿真模型,分析了捣固时道床不同区域的破碎情况,结果表明枕盒处的道砟最易发生破碎。以上研究均表明DEM-MBD联合仿真可用来研究列车荷载作用下有砟道床的力学特性。

在既有研究的基础上,建立有砟轨道DEM-MBD联合仿真模型,首先通过对比实测试验与仿真试验的道床横向阻力差异,验证联合仿真模型的正确性;其次,对比列车荷载作用前后有砟道床横向阻力的差异,分析列车荷载对有砟道床稳定性的影响

程度;最后,对道砟破碎率进行统计分析,探索列车荷载作用下道床内部不同位置、不同形状的道砟破碎规律,为高速铁路有砟轨道运营状态的评估及养护维修提供科学依据。

1 DEM-MBD联合仿真模型的建立与验证

1.1 DEM-MBD联合仿真模型的建立

有砟轨道DEM-MBD联合仿真模型由轨道上部结构和碎石道床组成。在MBD中建立有砟轨道上部结构模型,包括柔性钢轨、扣件系统及刚性轨枕。其中,每根柔性钢轨与刚性轨枕之间通过两个包含垂向刚度及阻尼的单向弹簧而连接,以此模拟扣件系统。在DEM中建立由道砟和轨枕组成的有砟道床模型,其中轨枕由墙单元模拟,通过伺服实现其重力;道砟颗粒间采用Hertz-Mindlin with Bonding接触模型^[17-18]。组成道砟的离散元球体单元由Bond键联结而成,如图1所示。

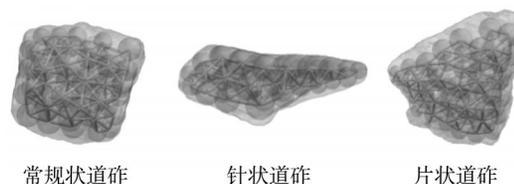


图1 道砟模型

Fig.1 Ballast model

联结球体的Bond键力学迭代方程如下:

$$\Delta F_n = -v_n K_n A_b \Delta t \quad (1)$$

$$\Delta F_t = -v_t K_t A_b \Delta t \quad (2)$$

$$\Delta M_n = -\omega_n K_t J \Delta t \quad (3)$$

$$\Delta M_t = -\omega_t K_n \frac{J}{2} \Delta t \quad (4)$$

式中: ΔF_n 、 ΔF_t 为球体受到的法向力和切向力的增量; v_n 、 v_t 为球体的法向速度和切向速度; K_n 、 K_t 为Bond键的法向刚度和切向刚度; A_b 为Bond键的横截面积; Δt 为时间步长; ΔM_n 、 ΔM_t 为球体受到的法向力矩和切向力矩的增量; ω_n 、 ω_t 为球体的法向角速度和切向角速度; J 为Bond键横截面的惯性矩; R_b 为Bond键的横截面半径。球体间Bond键破坏条件^[19]为

$$\sigma_{\max} < \frac{-\Delta F_n}{A_b} + \frac{2\Delta M_t}{J} R_b \quad (5)$$

$$\tau_{\max} < \frac{-\Delta F_t}{A_b} + \frac{\Delta M_n}{J} R_b \quad (6)$$

由于Bond键在过载时将发生断裂,因此可以用
来表征道砟颗粒破碎的力学行为,如图2所示。

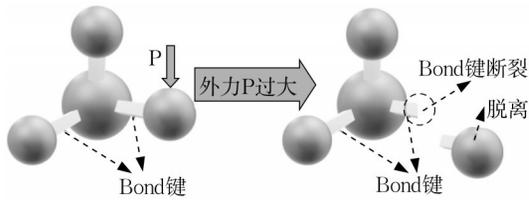


图2 Bond键断裂示意图

Fig.2 Bond fracture diagram

按照我国高速铁路单线有砟轨道道床尺寸^[20],
采用特级道砟级配^[21],建立包含单根轨枕的有砟轨
道DEM-MBD联合仿真模型^[22-23],如图3所示。模
型中针、片状道砟的含量均不超过20%^[21];道床密实
度为 $1.75\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$;模型参数参考文献^[24]选取。

在图3b中,轨枕为DEM与MBD之间数据交换
的纽带,如图4a所示。由于DEM与MBD计算所需
的时间步长往往不一致,因此需在满足DEM与
MBD计算精度的前提下对二者的时间步长进行调
整^[15],从而实现两种算法间数据的实时交互,如图4b
所示。

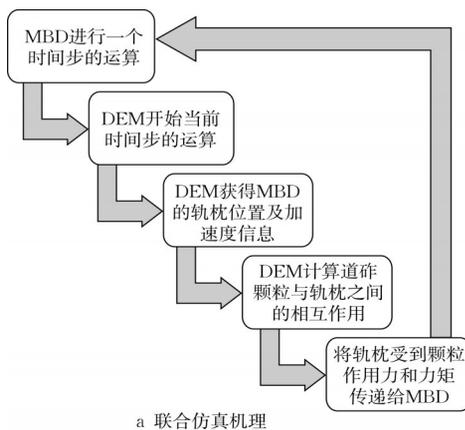
在图4b中,时间步长的调整应满足:

$$T_{\text{MBD}} = t_m - t_0 = m \cdot T_{\text{DEM}} \quad (m \in \mathbb{N}^+) \quad (7)$$

式中: T_{MBD} 为MBD时间步长; t_m 为联合仿真数据交
换时间点; t_0 为仿真开始时间; T_{DEM} 为DEM时间步
长;为保证固定时间节点的实时交互,需使 T_{MBD} 为
 T_{DEM} 的整数 m 倍。

1.2 模型验证

由于道床横向阻力可较好反映道床的稳定



a 联合仿真机理

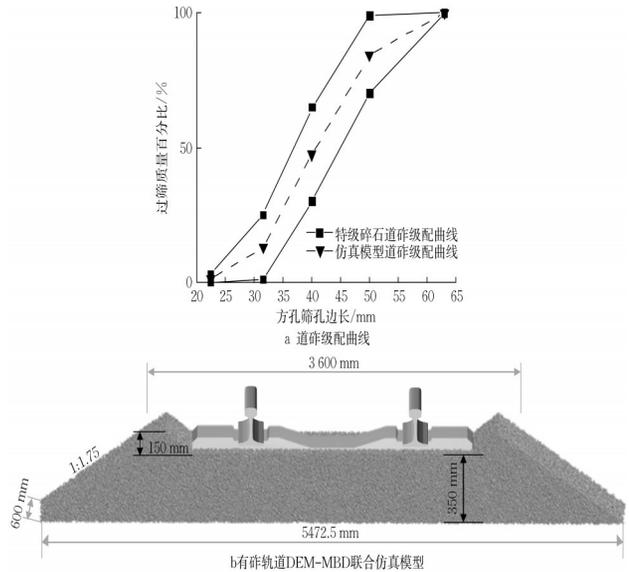
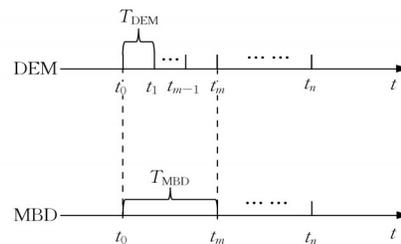


图3 道砟级配曲线和有砟轨道DEM-MBD联合仿真模型

Fig.3 Ballast gradation curve and DEM-MBD co-simulation model of ballasted track

性^[25-26],下面采用道床横向阻力试验验证有砟轨道
DEM-MBD联合仿真模型的正确性。在实验室内搭
建有砟轨道足尺试验模型,采用灌水法测得道床的
密实度为 $1.75\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$ 。松开待测轨枕两端的扣件,
采用千斤顶对待测轨枕进行缓慢的分级加载^[27],通
过压力传感器读取并记录千斤顶施加的作用力,采用
百分表记录轨枕的位移,如图5a所示。采用与实
测试验相同的方式,在DEM-MBD联合仿真模型中
进行道床横向阻力的仿真试验,待计算完成后,提取
实测与仿真试验的道床横向阻力位移曲线,如图5b
所示。



b 时间步长协调关系^[15]

图4 DEM-MBD联合仿真

Fig.4 DEM-MBD co-simulation

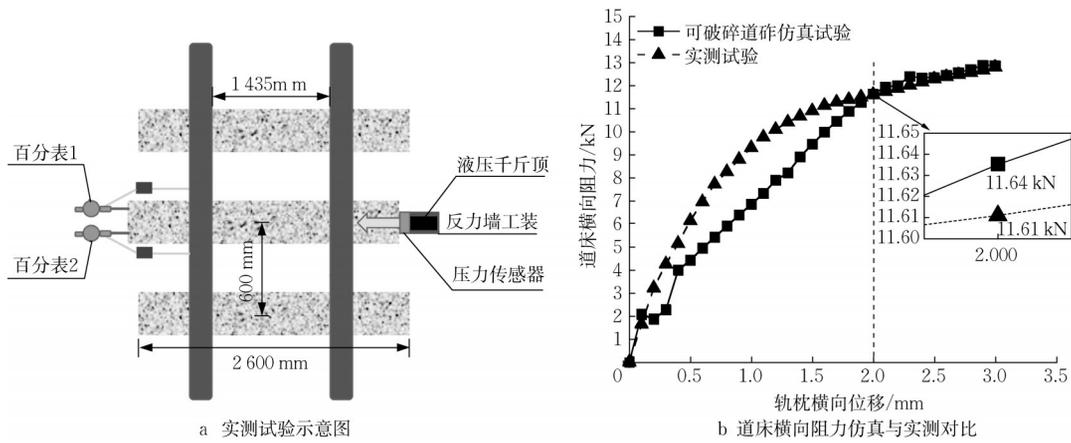


图5 模型验证

Fig.5 Model verification

由图5b可知:实测试验与仿真试验的道床横向阻力曲线趋势一致。试验开始时,道床横向阻力迅速上升;随着轨枕位移的增加,道床横向阻力的增速逐渐减缓。单根轨枕在道床中沿线路横向位移2mm时所需克服的阻力为道床横向阻力^[28],因此可破碎道砟的道床横向阻力值为11.64kN,与实测道床横向阻力值相差0.26%,表明有砟轨道DEM-MBD联合仿真模型具有较高的精度。

2 列车荷载作用下道床稳定性分析

2.1 移动荷载加载原理

在MBD中设置列车轴重为13.2t,运行速度为 $250\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$,采用我国高速铁路谱实现轨道不平顺激励^[29]。按图4b的方式,设置有砟轨道DEM-MBD联合仿真的时间步长为 $\Delta t=0.001\text{s}$ 。列车移动荷载分布于柔性钢轨的3个连续节点上,如图6a所示。仿真试验完成后,提取轨枕的振动响应,如图6b

所示。

由图6b可知:在列车荷载作用0.2~0.3s内,轨枕振动加速度幅值较大,最大幅值约为 $49\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$;0.3s后,轨枕振动加速度迅速减小,且幅值具有较强的随机性,最大幅值为 $18.23\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$,最小幅值为 $0.19\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ 。

2.2 道床稳定性分析

采用1.2节的方式分别研究列车荷载作用前后道床的横向阻力,如图7所示。

图7表明:列车荷载作用前后,道床横向阻力曲线具有相同的趋势。试验开始时,道床横向阻力近似线性增长;随着轨枕横向位移的增大,道床横向阻力的增速减缓,曲线逐渐趋于平稳。列车荷载作用后道床横向阻力值为10.12kN,较列车荷载作用前下降了14.82%。其原因一方面是由于道砟颗粒在列车荷载作用下发生破碎,降低了道床横向阻力;另一方面,列车荷载导致道砟颗粒间的堆积、排列、接触方式发生变化,使原本紧密接触的道砟颗粒间产

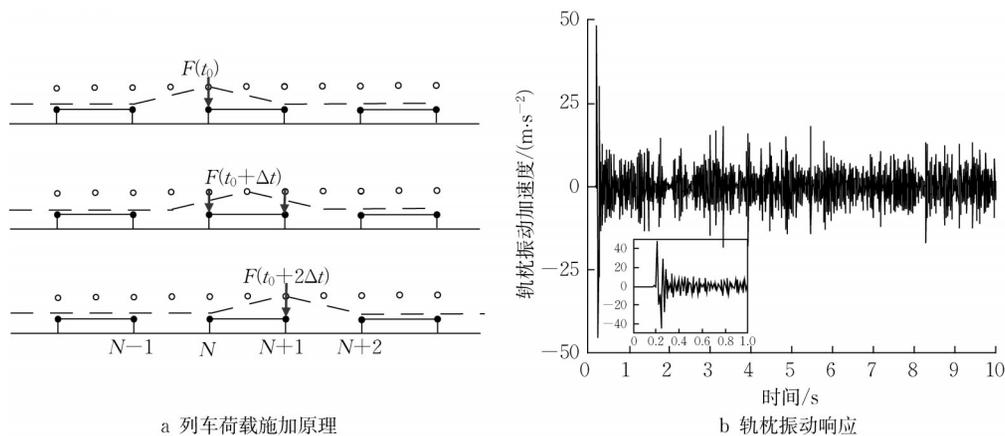


图6 列车施加荷载原理及轨枕振动响应

Fig.6 Train load principle and sleeper vibration response

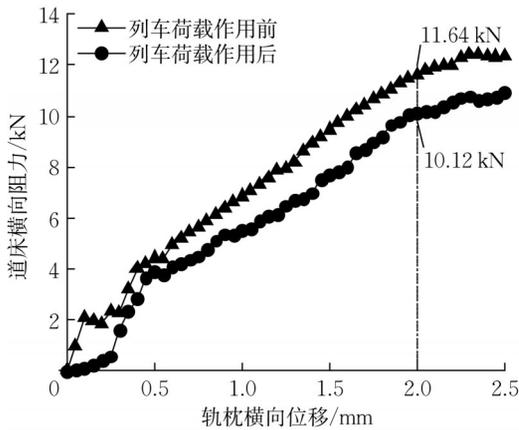


图 7 列车荷载作用前后道床横向阻力对比

Fig.7 Comparison of lateral resistance of track bed before and after train loading

生间隙,导致道床密实度降低,从而降低了道床稳定性^[26,30]。

3 列车荷载作用下道床内部破碎分析

既有研究表明^[31-32]:列车荷载作用下,道床内不同位置处的道砟破碎情况差异较大。为科学分析这一问题,选取道床内不同位置处的道砟进行分析,如图 8 所示。

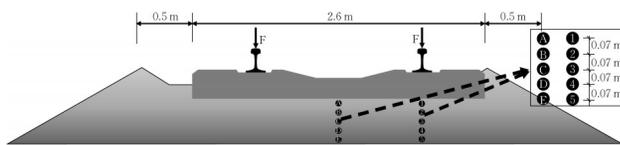


图 8 不同位置道砟的选取

Fig.8 Selection of ballast at different locations

3.1 不同深度道砟的破碎分析

由于组成道砟的离散元球体单元由 Bond 键联结而成,因而 Bond 键的断裂数可从侧面反映出道砟颗粒的破碎情况。提取 1~5 号道砟的 Bond 键累积断裂数,如图 9 所示。

图 9 表明:仿真试验结束后,1~5 号道砟 Bond 键累积断裂数分别为 8、4、4、2、0,表明在列车荷载作用下,枕下不同深度的道砟破碎情况存在明显差异;随所处枕下深度的增大,道砟颗粒的破碎程度逐渐降低。这是由于列车荷载在道床内逐渐被耗散,进而道砟所处位置越深,越不易发生破碎。

3.2 不同位置道砟的破碎分析

为直观反映道砟颗粒的破碎情况,定义道砟颗粒 Bond 键断裂率为

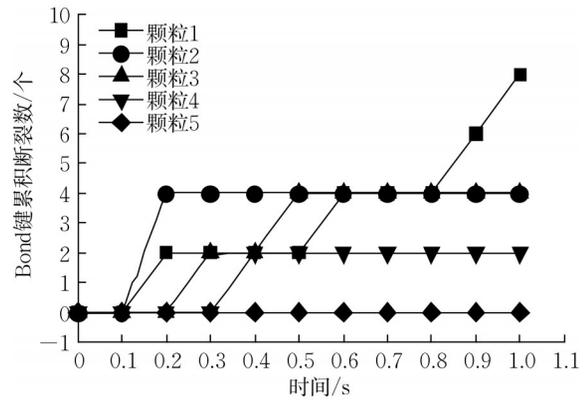


图 9 单颗道砟 Bond 键累积断裂数

Fig.9 Cumulative fracture number of bond of single-particle ballast

$$B = \frac{\Delta N}{N} \quad (8)$$

式中: B 为 Bond 键断裂率, ΔN 为 Bond 键的断裂数量, N 为颗粒中 Bond 键总数量。

在图 8 中选取枕心正下方的 A~E 号道砟进行分析,其所处深度与 1~5 号道砟对应相同。提取 1~5 号及 A~E 号道砟的 Bond 键断裂率,如图 10 所示。

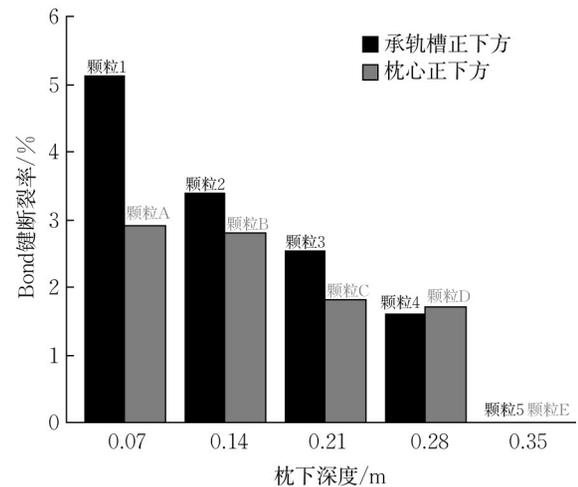


图 10 单颗道砟 Bond 键断裂率

Fig.10 Bond fracture rate of single particle ballast

图 10 表明:1~3 号道砟的 Bond 键断裂率显著高于 A~C 号道砟,而 4、D 号道砟的 Bond 键断裂率差异较小且数值较低,5、E 号道砟 Bond 键断裂率为 0。可见在枕下深度 0.21m 内,承轨槽正下方的道砟相较于枕心正下方受列车荷载影响更大,更容易发生破碎。位于道床底部(枕下深度 0.28~0.35m 内)的两处道砟,其 Bond 键断裂率均较低,几乎没有差异。

综上所述,列车荷载作用下,随着道砟所处枕下深度的增大,其破碎程度逐渐降低。在有砟轨道的

养护维修作业中,应重点关注枕下深度0.21m内的道砟破碎情况。

3.3 道砟破碎统计分析

有砟道床由散体碎石堆积而成,道砟颗粒间具

有明显的组合性与状态依赖性。为避免个体差异带来的误差,将道床划分为3个等厚度的道砟层,同时选取砟肩区域,对道砟的破碎情况进行统计分析,如图11所示。

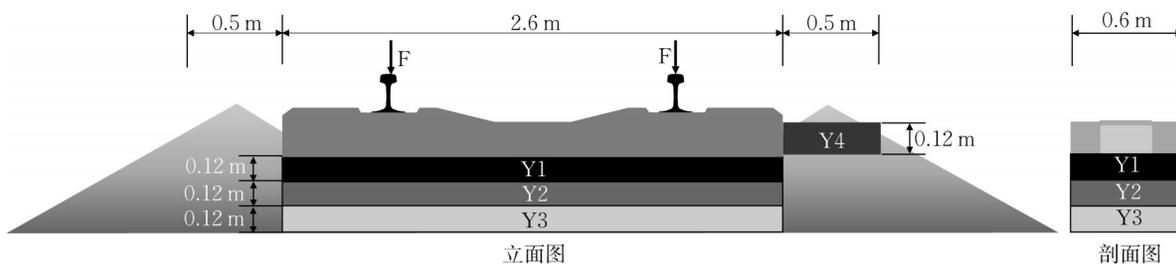


图11 区域分布示意图

Fig.11 Region distribution diagram

为统计各区域道砟颗粒的破碎情况,定义道砟颗粒破碎率为

$$M = \frac{\sum_i^n B_i \times N_i}{\sum_i^n N_i} \times 100\% \quad (9)$$

式中: M 为道砟颗粒破碎率, n 为每个区域中道砟颗粒总数, B_i 为第 i 个道砟的Bond键断裂率, N_i 为第 i 个道砟的Bond键数量。

由式(9)提取各区域道砟瞬时破碎率和累积破碎率,如图12所示。

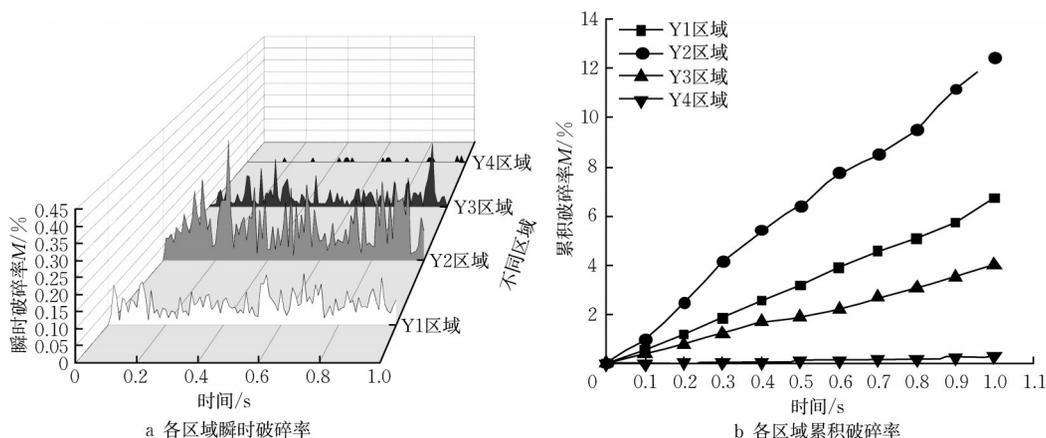


图12 区域内整体破碎情况

Fig.12 Overall breakage in the region

由图12可知:4个区域的瞬时破碎率各有差异。Y1区域的瞬时破碎率在0.68s达到最大值0.16%;Y2区域的瞬时破碎率在0.25s达到最大值0.41%;Y3区域的瞬时破碎率在0.94s达到最大值0.24%;Y4区域的瞬时破碎率在0.96s达到最大值0.03%。各区域的累积破碎率也有所不同。其中,Y2区域的累积破碎率最大,为12.5%;其次是Y1区域和Y3区域,分别为7%和3.8%;Y4区域的累积破碎率最小,为0.3%。表明列车荷载作用后,枕下深度0.12~0.24m内的道砟累积破碎率最高,其次是枕下深度0.12m内,道床最底层的道砟破碎率最低,砟肩区域的道砟基本未破碎。

考虑到不同形状的道砟破碎情况也有所不同^[10-11],

由式(9)提取各区域内不同形状道砟的累积破碎率,并计算各区域的累积破碎率之和,如表1所示。

由表1可知:片状道砟在各区域的累积破碎率之和最高,为10.95%;其次是常规状道砟,为6.81%;针状道砟最低,为5.68%。表明列车荷载作用下,片状道砟易发生破碎。

其中,Y1、Y2、Y3区域内,片状道砟累积破碎率均最高;Y4区域内,三种形状的道砟基本未破碎;表明各区域内的片状道砟均易发生破碎。这是由于片状道砟具有较大的比表面积,因而其接触点更多,受力特性更为显著,符合Mohr-Coulomb准则^[33]。

此外,片状道砟和针状道砟在Y2区域的累积破

表1 各个区域不同形状道砟累积破碎率
Tab.1 Cumulative breakage rate of different shape ballasts of each region

形状描述	片状道砟/%	针状道砟/%	常规状道砟/%
	厚度<平均粒径的0.6倍	长度>平均粒径的1.8倍	介于片状道砟与针状道砟之间
Y1区域	3.38	0.78	2.57
Y2区域	5.74	4.37	2.30
Y3区域	1.83	0.53	1.65
Y4区域	0	0	0.29
总计	10.95	5.68	6.81

碎率最大,分别为5.74%和4.37%;常规状道砟在Y1区域的累积破碎率最大,为2.57%。

综上所述,列车荷载作用下,枕下深度0.24m内的道砟破碎程度较高;底层道砟与砟肩道砟的破碎程度较低;片状道砟较常规状、针状道砟更易破碎。结合3.2节的分析,在实际运营的有砟轨道线路上,应减少道床中片状道砟的含量,且重点关注枕下深度0.24m内的道砟破碎情况。

4 结论

本文建立有砟轨道DEM-MBD联合仿真模型,通过对比实测试验与仿真试验的道床横向阻力差异,验证联合仿真模型的正确性;对比列车荷载作用前后有砟道床横向阻力的差异,分析列车荷载对有砟道床稳定性的影响程度;对道砟破碎率进行统计,分析车致有砟道床破碎。主要结论如下:

(1)轴重为13.2t的列车以 $250\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ 的速度在有砟轨道上作用一次后,道床横向阻力下降14.82%。

(2)在枕下深度0.21m内,相较于枕心正下方,承轨槽正下方的道砟受列车荷载作用更易破碎。位于道床底部的两处道砟破碎率均较低。

(3)列车荷载作用后,枕下深度0.12~0.24m内的道砟累积破碎率最高,为12.5%;其次是枕下深度0.12m内,累积破碎率为7%;道床最底层的道砟破碎率最低;砟肩区域的道砟基本未破碎。

(4)列车荷载作用下,片状道砟较常规状、针状道砟易破碎。

(5)在实际运营的有砟轨道线路上,应减少道床中片状道砟的含量,且重点关注枕下深度0.24m内的道砟破碎情况。

作者贡献声明:

陈 嵘:论文思路的提出;

李俊锋:试验数据的整理与论文撰写;

戴佳程:仿真建模;

杜 帅:论文修改;

刘淦中:研究方法的提出与论文修改;

王 平:论文思路的提出。

参考文献:

- [1] INDRARATNA B, TENNAKOON N, NIMBALKAR S, *et al.* Behaviour of clay-fouled ballast under drained triaxial testing[J]. *Geotechnique*, 2013, 63(5): 410.
- [2] TENNAKOON N, INDRARATNA B. Behaviour of clay-fouled ballast under cyclic loading[J]. *Geotechnique*, 2014, 64(6): 502.
- [3] SWLIG E T, WATERS J M, AYERS M E, *et al.* Track geotechnology and substructure management [J]. *Life* (Chicago, Ill: 1978), 1994(8):16.
- [4] 翟婉明,赵春发. 现代轨道交通工程科技前沿与挑战[J]. *西南交通大学学报*, 2016, 51(2):209.
ZHAI Wanming, ZHAO Chunfa. Advances and challenges of modern rail transit engineering [J]. *Journal of Southwest Jiaotong University*, 2016, 51(2):209.
- [5] LIM W L, MCDOWELL G R. Discrete element modelling of railway ballast[J]. *Granular Matter*, 2005, 7(1): 19.
- [6] 严颖,赵春发,李勇俊,等. 铁路道砟破碎特性的离散元分析[J]. *计算力学学报*, 2017, 34(05):615.
YAN Ying, ZHAO Chunfa, LI Yongjun, *et al.* Discrete element analysis of broken characteristics of railway ballast [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2017, 34(05):615.
- [7] INDRARATNA B, SUN Q D, NIMBALKAR S. Observed and predicted behaviour of rail ballast under monotonic loading capturing particle breakage[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2015, 52(1): 73.
- [8] 张徐,赵春发,翟婉明. 铁路碎石道砟静态压碎行为数值模拟[J]. *西南交通大学学报*, 2015, 50(1):137.
ZHANG Xu, ZHAO Chunfa, ZHAI Wanming. Numerical simulation of static breakage behavior of railway ballast [J]. *Journal of Southwest Jiaotong University*, 2015, 50(1):137.
- [9] CUI X H, XIAO H, LING X. Analysis of ballast breakage in ballast bed when using under sleeper pads [J]. *Geomechanics and Geoengineering*, 2022, 17(3): 677.
- [10] 徐畅,高亮,杨国涛,等. 基于可破碎离散单元的铁路碎石道砟磨耗机制研究[J]. *铁道学报*, 2019, 41(2):124.
XU Yang, GAO Liang, YANG Guotao, *et al.* Research on ballast wear mechanism of railway crushed stone road based on

- breakage discrete element [J]. Journal of the China Railway Society, 2019, 41(2):124.
- [11] 井国庆, 张伟乐, 常锦秀, 等. 针片状指数对道砟直剪力学特性的影响[J]. 西南交通大学学报, 2020, 55(4):688.
JING Guoqing, QIANG Weile, CHANG Xiujin, *et al.* Effect of flakiness-elongation index on shear behavior of railway ballast [J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2020, 55(4):688.
- [12] JENS Wittenburg. Dynamics of systems of rigid bodies [M]. Berlin: Springer-Verlag, 2013.
- [13] 李朋. 铁路碎石道床车致垂向振动特性分析[D]. 西南交通大学, 2020.
LI Peng. Analysis of vertical vibration characteristics of railway ballasted track bed [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2020.
- [14] SHI S, GAO L, CAI X, *et al.* Effect of tamping operation on mechanical qualities of ballast bed based on DEM-MBD coupling method [J]. Computers and Geotechnics, 2020, 124: 103574.
- [15] LIU G, LI P, WANG P, *et al.* Study on structural health monitoring of vertical vibration of ballasted track in high-speed railway [J]. Journal of Civil Structural Health Monitoring, 2021, 11(2): 451.
- [16] SHI Shunwei, GAO Liang, XIAO Hong, *et al.* Research on ballast breakage under tamping operation based on DEM—MBD coupling approach [J]. Construction and Building Materials, 2021, 272:121810.
- [17] MINDLIN R D, DERESIEWICZ H. Elastic spheres in contact under varying oblique forces [J]. Journal of Applied Mechanics—Transactions of the ASME, 1953, 20(3):1
- [18] MINDLIN R D. Compliance of elastic bodies in contact [J]. Journal of Applied Mechanics—Transactions of the ASME, 1949, 16(3):1
- [19] DEM Solutions Ltd. EDEM documentation [J]. [S.l.]: DEM Solutions Ltd., UK, 2021
- [20] 中华人民共和国国家铁路局. 高速铁路设计规范: TB 10621-2014 [S]. 北京: 中国铁道出版社, 2014.
National Railway Administration of the People's Republic of China. Code for design of high speed railway: TB10621—2014 [S]. Beijing: China Railway Publishing House, 2014.
- [21] 中华人民共和国铁道部. 铁路碎石道砟: TB/T 2140-2008 [S]. 北京: 中国铁道出版社, 2008.
Ministry of Railways of the People's Republic of China. Railway ballast: TB/T 21402008 [S]. Beijing: China Railway, 2008
- [22] 曾志平, 叶梦旋, 宋善义, 等. 列车振动荷载作用下有砟道床力学性能研究 [J]. 铁道工程学报, 2019, 36(11):23.
ZENG Zhiping, YE Mengxuan, SONG Shanyi, *et al.* Study on mechanical properties of ballasted track bed under train vibration load [J]. Journal of Railway Engineering, 2019, 36(11):23.
- [23] 韩义涛, 尤睿, 李粮余, 等. 米轨铁路钢枕有砟道床横向阻力试验与仿真 [J]. 铁道工程学报, 2021, 38(2):58.
HAN Yitao, YOU Rui, LI Liangyu, *et al.* Test and simulation of lateral resistance of steel sleeper ballasted track bed in meter-track railway [J]. Journal of Railway Engineering, 2021, 38(2):58.
- [24] LIU G, DAI J, WANG P, *et al.* Analysis of the breakage parameters of railway ballast based on the discrete element method [J]. Journal of Zhejiang University—Science A, 2023, 24(3): 257
- [25] KHATIBI F, ESMAEILI M, MOHAMMADZADEH S. DEM analysis of railway track lateral resistance [J]. Soils and Foundations, 2017, 57(4): 587.
- [26] 刘浩, 杨国涛, 江成, 等. 高速铁路有砟道床状态评定参数关联关系分析 [J]. 铁道学报, 2021, 43(6):128.
LIU Hao, YANG Guotao, JIANG Cheng, *et al.* Correlation analysis of condition evaluation parameters of ballasted track bed in high speed railway [J]. Journal of the China Railway Society, 2021, 43(6):128.
- [27] 井国庆, 贾文利, 付豪, 等. 高速铁路有砟道床横向阻力特性与固化技术 [J]. 西南交通大学学报, 2019, 54(5):1087.
JING Guoqing, JIA Wenli, FU Hao, *et al.* Lateral resistance characteristics and solidification technology of ballasted track bed in high speed railway [J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2019, 54(5):1087.
- [28] 国家铁路局. 铁路碎石道床状态参数测试方法: TB/T 3448-2016 [S]. 北京: 中国铁道出版社, 2017.
National Railway Administration of the People's Republic of China. Testing method of railway ballast bed parameters: TB/T 34482016 [S]. Beijing: China Railway Publishing House, 2017.
- [29] 陈果, 翟婉明, 左洪福. 仿真计算比较我国干线谱与国外典型轨道谱 [J]. 铁道学报, 2001(3):82.
CHEN Guo, ZHAI Wanming, ZUO Hongfu. Comparison of trunk line spectrum between China and typical track spectrum abroad by simulation calculation [J]. Journal of the China Railway Society, 2001(3):82.
- [30] 崔旭浩, 肖宏, 肖慧娟. 脏污对有砟道床动力特性影响的离散元分析 [J]. 中南大学学报(自然科学版), 2020, 51(2):551.
CUI Xuhao, XIAO Hong, XIAO Huijuan. Discrete element analysis of the influence of dirty pollution on dynamic characteristics of ballast bed [J]. Journal of Central South University (Natural Science Edition), 2020, 51(2):551..
- [31] 赵振航, 付娜, 姚力, 等. 基于功率流方法的再生复合轨枕减振机理研究 [J]. 铁道学报, 2021, 43(11):129.
ZHAO Zhenhang, FU Na, YAO Li, *et al.* Study on vibration reduction mechanism of recycled composite sleeper based on power flow method [J]. Journal of the China Railway Society, 2021, 43(11):129.
- [32] 赵春发, 张徐, 翟婉明. 高速铁路碎石道砟振动的离散元模拟 [J]. 计算力学学报, 2015, 32(5):674.
ZHAO Chunfa, ZHANG Xu, ZHAI Wanming. Discrete element simulation of ballast vibration in high speed railway [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2015, 32(5):674.
- [33] ZHOU W, YANG L, MA G, *et al.* Macro-micro responses of crushable granular materials in simulated true triaxial tests [J]. Granular Matter, 2015, 17(4): 497.