

# 感应电动机中三相不对称绕组

陈世元<sup>1</sup>, 陈 栋<sup>2</sup>

(1. 华南理工大学 电力学院, 广东 广州 510640; 2. 好未来教育集团广州分校, 广东 广州 510623)

**摘要:** 对具有三相不对称交流绕组的感应电动机进行研究, 对已有的研究成果进行分析与对比。在对称分量变换下建立了采用序阻抗表达的对称绕组相电压方程, 得到了相绕组的自漏阻抗和互漏阻抗与等效阻抗和零序阻抗之间的关系。根据不对称绕组的实际情况, 将等效阻抗和零序阻抗分别乘上不同的系数, 建立了新的电压方程。采用磁动势分量进行了坐标变换, 实现了电压方程的解耦, 使计算得到简化。最后, 通过实验对计算数据进行了验证。

**关键词:** 感应电动机; 不对称交流绕组; 电压方程; 磁动势分量变换; 方程解耦; 实验验证

中图分类号: TM346

文献标志码: A

## Asymmetric Three-phase Winding in Induction Motor

CHEN Shiyuan<sup>1</sup>, CHEN Dong<sup>2</sup>

(1. School of Electric Power Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China; 2. Guangzhou Branch Campus, Tomorrow Advancing Life Education Group, Guangzhou 510623, China)

**Abstract:** In this paper, an induction motor with asymmetric alternating current windings is studied, and the existing research results are analyzed and compared. For the symmetric winding, under the symmetric component conversion, the voltage equation is expressed by the sequence impedance. For the phase winding, the relationships between the self inductance leakage impedance, the mutual inductance leakage impedance, the equivalent impedance and the zero sequence impedance are obtained. The equivalent impedance and the zero sequence impedance are respectively multiplied by different coefficients according to the actual case of asymmetric winding, so as to establish a new voltage equation. The coordinate conversion of magnetic motive force components is applied to decouple the voltage equation for simple calculation. Finally, the calculation

results are verified by experiments.

**Keywords:** induction motor; asymmetric alternating current winding; voltage equation; magnetic motive force component conversion; equation decoupling; experiment verification

感应电动机时常出现三相绕组不对称的情况, 如: 大型电动机在运行中个别线圈出现短路故障, 摘除故障线圈继续运行, 造成三相绕组不对称<sup>[1-2]</sup>; 中小型双速电动机在变极后, 绕组有时也会出现三相绕组不对称情况<sup>[3]</sup>; 为了通用定子冲片, 减小齿槽转矩, 采用分母为 3 的分数槽绕组而出现三相绕组不对称情况<sup>[4-7]</sup>; 永磁直线感应电动机的边端效应引起定子三相绕组自感和互感系数的不对称<sup>[8-9]</sup>。

针对三相不对称绕组, 许多学者进行了研究。李明阳等<sup>[6]</sup>、汤蕴璆等<sup>[10]</sup>、尹家骥等<sup>[11]</sup>、乔桂红等<sup>[12]</sup>进行了三相不对称绕组的谐波分析, 发现其谐波含量要比对称绕组的要多。李建久等<sup>[13]</sup>、唐守杰等<sup>[14]</sup>建立了三相不对称绕组的等效电路, 由于计算复杂, 因此采用计算机完成计算。吴新振等<sup>[15]</sup>采用矩阵方法分析三相不对称绕组, 虽然将电压方程由三阶降为二阶, 但是由于不能解耦, 导致计算繁琐。戈宝军等<sup>[16-17]</sup>、陆海玲等<sup>[18]</sup>分析了电动机不对称运行时的特性和瞬态。

对于电动机绕组对称、电压不对称的运行情况, 采用对称分量法可以使电压方程解耦, 计算得到简化<sup>[19-20]</sup>。然而, 采用对称分量法分析三相不对称绕组时<sup>[21-23]</sup>, 电压方程不能解耦。陈世元<sup>[24]</sup>对文献[21]中的电压方程采用磁动势分量变换分析, 虽然变换后的电压方程对角线元素明显占优, 但是仍然不能解耦。本研究对文献[21]中的电压方程进行分析, 建立新的电压方程, 并采用文献[24]中的磁动势分量

收稿日期: 2022-04-30

第一作者: 陈世元, 教授, 工学硕士, 主要研究方向为特种电动机及其智能控制、电动机的电磁场数值计算、交流绕组理论、热交换和 CAD 等。E-mail: shychen@scut.edu.cn

通信作者: 陈 栋, 工学学士, 主要研究方向为奥林匹克数学。E-mail: hikariebun@126.com



论文  
拓展  
介绍

变换使电压方程解耦。

## 1 对称绕组的电压方程

众所周知,对称绕组外加不对称电压运行时,可采用对称分量法分析,电压方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_+ \\ \dot{U}_- \\ \dot{U}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_+ & 0 & 0 \\ 0 & Z_- & 0 \\ 0 & 0 & Z_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_+ \\ \dot{I}_- \\ \dot{I}_0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: $\dot{U}_+$ 、 $\dot{U}_-$ 和 $\dot{U}_0$ 分别为正序、负序和零序分量电压; $\dot{I}_+$ 、 $\dot{I}_-$ 和 $\dot{I}_0$ 分别为正序、负序和零序分量电流;

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_A \\ \dot{U}_B \\ \dot{U}_C \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} Z_+ + Z_- + Z_0 & aZ_+ + a^2Z_- + Z_0 & a^2Z_+ + aZ_- + Z_0 \\ a^2Z_+ + aZ_- + Z_0 & Z_+ + Z_- + Z_0 & aZ_+ + a^2Z_- + Z_0 \\ aZ_+ + a^2Z_- + Z_0 & a^2Z_+ + aZ_- + Z_0 & Z_+ + Z_- + Z_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \end{bmatrix} \quad (4)$$

还可以写成<sup>[3]</sup>

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_A \\ \dot{U}_B \\ \dot{U}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_+ - Z_s & Z_- - Z_s \\ a^2(Z_+ - Z_s) & a(Z_- - Z_s) \\ a(Z_+ - Z_s) & a^2(Z_- - Z_s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_+ \\ \dot{I}_- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_{AA} & Z_{AB} & Z_{AC} \\ Z_{BA} & Z_{BB} & Z_{BC} \\ Z_{CA} & Z_{CB} & Z_{CC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中: $Z_s$ 为相绕组本身电阻和等效漏电抗构成的阻抗; $Z_{AA}$ 、 $Z_{BB}$ 、 $Z_{CC}$ 为相绕组本身电阻和自漏电抗构成

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_A \\ \dot{U}_B \\ \dot{U}_C \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} Z_+ + Z_- - 2Z_s + 3Z_{AA} & aZ_+ + a^2Z_- + Z_s + 3Z_{AB} & a^2Z_+ + aZ_- + Z_s + 3Z_{AC} \\ a^2Z_+ + aZ_- + Z_s + 3Z_{BA} & Z_+ + Z_- - 2Z_s + 3Z_{BB} & aZ_+ + a^2Z_- + Z_s + 3Z_{BC} \\ aZ_+ + a^2Z_- + Z_s + 3Z_{CA} & a^2Z_+ + aZ_- + Z_s + 3Z_{CB} & Z_+ + Z_- - 2Z_s + 3Z_{CC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \end{bmatrix} \quad (6)$$

对比式(4)和式(6)可得出

$$\begin{cases} Z_{AA} = Z_{BB} = Z_{CC} = \frac{1}{3}(Z_0 + 2Z_s) \\ Z_{AB} = Z_{BA} = Z_{AC} = Z_{CA} = Z_{BC} = Z_{CB} = \frac{1}{3}(Z_0 - Z_s) \end{cases} \quad (7)$$

虽然 $Z_s$ 和 $Z_0$ 都具有漏阻抗性质,但是又有所不同。 $Z_s$ 为每相的等效参数,与绕组坐标无关,只与绕组匝数和相对夹角有关; $Z_0$ 为实际参数,除了与绕组匝数和相对夹角有关外,还与绕组的坐标有关。

## 2 不对称绕组的电压方程

定子绕组的不对称形式是多种多样的,但无论哪一种形式,都可以由三相槽矢量表示成一个统一的一般不对称绕组表达式<sup>[24]</sup>,如下所示:

$Z_+$ 、 $Z_-$ 和 $Z_0$ 分别为正序、负序和零序阻抗。对称分量变换式为

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_+ \\ \dot{U}_- \\ \dot{U}_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_A \\ \dot{U}_B \\ \dot{U}_C \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_+ \\ \dot{I}_- \\ \dot{I}_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中: $\dot{U}_A$ 、 $\dot{U}_B$ 、 $\dot{U}_C$ 和 $\dot{I}_A$ 、 $\dot{I}_B$ 、 $\dot{I}_C$ 分别为相电压和相电流; $a = e^{j120^\circ}$ 。将式(2)和式(3)代入式(1)有

的阻抗, $Z_{AB}$ 、 $Z_{BA}$ 、 $Z_{AC}$ 、 $Z_{CA}$ 、 $Z_{BC}$ 、 $Z_{CB}$ 为相绕组间互漏电抗构成的阻抗。式(5)中,等号右边第一项为正、负序旋转磁场引起的感应电动势,零序电流不产生旋转磁场,因此不在定子绕组中产生感应电动势;等号右边第二项为定子边漏阻抗压降。电动机的正、负序旋转磁动势分别与正、负序电流 $\dot{I}_+$ 、 $\dot{I}_-$ 成正比,而电动机的正、负序旋转磁通分别与 $(Z_+ - Z_s)\dot{I}_+$ 、 $(Z_- - Z_s)\dot{I}_-$ 成正比。将 $\dot{I}_+$ 、 $\dot{I}_-$ 、 $\dot{I}_0$ 按式(3)转换成 $\dot{I}_A$ 、 $\dot{I}_B$ 、 $\dot{I}_C$ ,相加后得到

$$\begin{cases} T_A = 1 \\ T_B = a^2 K \\ T_C = aH \end{cases} \quad (8)$$

$$K = ke^{j\gamma}, H = he^{j\beta}$$

式中: $T_A$ 、 $T_B$ 、 $T_C$ 为向量,其中 $T_A$ 为参考向量,幅值为1; $k$ 、 $h$ 分别为 $T_B$ 、 $T_C$ 的幅值与参考向量 $T_A$ 幅值的比值,也是有效串联匝数的比值; $\gamma$ 、 $\beta$ 分别为 $T_B$ 、 $T_C$ 在其对称位置上的偏移角。 $k$ 、 $h$ 、 $\gamma$ 、 $\beta$ 取不同值时,就表示各种特殊形式的一般不对称绕组。一般不对称绕组的三相槽矢量如图1所示,坐标原点选择在A相绕组轴线上。

转子是对称的,正、反转磁动势各自在转子绕组中感应出一组对称的电势,因此三相定子感应电势加上定子漏阻抗压降与电源电压相平衡。参照式(5),一般不对称绕组的电压方程可写成

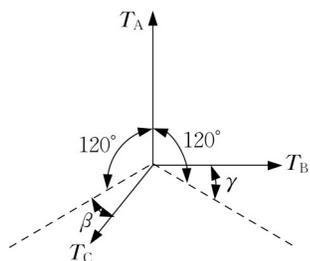


图1 三相槽矢量图

Fig.1 Slot vector diagram of three phases

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_A \\ \dot{U}_B \\ \dot{U}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_+ - Z_s & Z_- - Z_s \\ a^2 K(Z_+ - Z_s) & aK^*(Z_- - Z_s) \\ aH(Z_+ - Z_s) & a^2 H^*(Z_- - Z_s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{f+} \\ \dot{I}_{f-} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_{AA} & Z_{AB} & Z_{AC} \\ Z_{BA} & Z_{BB} & Z_{BC} \\ Z_{CA} & Z_{CB} & Z_{CC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中: \*表示共轭;  $\dot{I}_{f+}$  和  $\dot{I}_{f-}$  为磁动势分量电流<sup>[24]</sup>。磁动势分量电流计算式为

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{f+} \\ \dot{I}_{f-} \\ \dot{I}_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & aK^* & a^2 H^* \\ 1 & a^2 K & aH \\ 1 & -(aK^* + a^2 K) & -(a^2 H^* + aH) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \end{bmatrix} \quad (10)$$

对于一般不对称绕组,式(7)中的  $Z_s$  项应为

$$\begin{cases} Z'_{AA} = \frac{2}{3} Z_s \\ Z'_{BB} = \frac{2}{3} k^2 Z_s \\ Z'_{CC} = \frac{2}{3} h^2 Z_s \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} Z'_{AB} = Z'_{BA} = -\frac{2}{3} k \cos(120^\circ - \gamma) Z_s \\ Z'_{BC} = Z'_{CB} = -\frac{2}{3} kh \cos(120^\circ + \gamma - \beta) Z_s \\ Z'_{CA} = Z'_{AC} = -\frac{2}{3} h \cos(120^\circ + \beta) Z_s \end{cases} \quad (12)$$

式(7)的  $Z_0$  项可根据文献[25]中的定义来确定。对一般不对称绕组,三相绕组的绕组函数<sup>[25]</sup>可以表示为

$$\begin{cases} Z_{AB} = Z_{BA} = -\frac{1}{3} (a\dot{K}^* + a^2 \dot{K})(Z_0 - Z_s) \\ Z_{BC} = Z_{CB} = \frac{1}{3} (a\dot{K}H^* + a^2 \dot{K}^*H) Z_s + \frac{1}{3} (a\dot{K}^* + a^2 \dot{K})(a\dot{H} + a^2 \dot{H}^*) Z_0 \\ Z_{CA} = Z_{AC} = -\frac{1}{3} (a\dot{H} + a^2 \dot{H}^*)(Z_0 - Z_s) \end{cases} \quad (18)$$

由于绕组电阻相对于漏抗甚小,因此可以认为漏抗近似等于阻抗。将式(10)、式(17)和式(18)代

$$\begin{cases} N_A(\phi) = \frac{N_s}{2} \cos \phi \\ N_B(\phi) = \frac{N_s}{2} k \cos(\phi - 120^\circ + \gamma) \\ N_C(\phi) = \frac{N_s}{2} h \cos(\phi + 120^\circ + \beta) \end{cases} \quad (13)$$

式中:  $N_s$  为每相绕组有效匝数;  $\phi$  为从相绕组轴线算起的空间角度。令  $\phi=0$ , 则有

$$\begin{cases} N_A = \frac{N_s}{2} \\ N_B = \frac{N_s}{2} k \cos(120^\circ - \gamma) \\ N_C = \frac{N_s}{2} h \cos(120^\circ + \beta) \end{cases} \quad (14)$$

$N_A, N_B, N_C$  可看作为各项绕组相对于坐标原点的有效匝数。根据文献[25]中的定义,自感漏抗的  $Z_0$  项应与本相的有效匝数的平方成正比,互感漏抗的  $Z_0$  项应与相关两相的有效匝数乘积成正比,即:

$$\begin{cases} Z''_{AA} = \frac{1}{3} Z_0 \\ Z''_{BB} = \frac{4}{3} k^2 \cos^2(120^\circ - \gamma) Z_0 \\ Z''_{CC} = \frac{4}{3} h^2 \cos^2(120^\circ + \beta) Z_0 \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} Z''_{AB} = Z''_{BA} = -\frac{2}{3} k \cos(120^\circ - \gamma) Z_0 \\ Z''_{BC} = Z''_{CB} = \frac{4}{3} kh \cos(120^\circ - \gamma) \cos(120^\circ + \beta) Z_0 \\ Z''_{CA} = Z''_{AC} = -\frac{2}{3} h \cos(120^\circ + \beta) Z_0 \end{cases} \quad (16)$$

将式(11)和式(15)相加,式(12)和式(16)相加,再利用三角函数的和差化积公式、欧拉公式,可得

$$\begin{cases} Z_{AA} = \frac{1}{3} (2Z_s + Z_0) \\ Z_{BB} = \frac{2}{3} k^2 Z_s + \frac{1}{3} (a\dot{K}^* + a^2 \dot{K})^2 Z_0 \\ Z_{CC} = \frac{2}{3} h^2 Z_s + \frac{1}{3} (a\dot{H} + a^2 \dot{H}^*)^2 Z_0 \end{cases} \quad (17)$$

入式(9),得到一般不对称绕组的电压方程,如下所示:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_A \\ \dot{U}_B \\ \dot{U}_C \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} Z_+ + Z_- + Z_0 & a\dot{K}^*Z_+ + a^2\dot{K}Z_- - (a\dot{K}^* + a^2\dot{K})Z_0 \\ a^2\dot{K}Z_+ + a\dot{K}^*Z_- - (a\dot{K}^* + a^2\dot{K})Z_0 & k^2(Z_+ + Z_-) + (a\dot{K}^* + a^2\dot{K})^2Z_0 \\ a\dot{H}Z_+ + a^2\dot{H}^*Z_- - (a\dot{H} + a^2\dot{H}^*)Z_0 & a^2\dot{K}^*\dot{H}Z_+ + a\dot{K}\dot{H}^*Z_- + (a\dot{K}^* + a^2\dot{K})(a\dot{H} + a^2\dot{H}^*)Z_0 \\ a^2\dot{H}^*Z_+ + a\dot{H}Z_- - (a\dot{H} + a^2\dot{H}^*)Z_0 & \\ a\dot{K}\dot{H}^*Z_+ + a^2\dot{K}^*\dot{H}Z_- + (a\dot{K}^* + a^2\dot{K})(a\dot{H} + a^2\dot{H}^*)Z_0 & \\ h^2(Z_+ + Z_-) + (a\dot{H} + a^2\dot{H}^*)^2Z_0 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \end{bmatrix} \quad (19)$$

当三相绕组对称时,即 $k=1, h=1, \gamma=0, \beta=0$  称时,即 $h=k, \beta=-\gamma$ 时,  $\dot{H}=\dot{K}^*, \dot{H}^*=\dot{K}$ , 式(19)可  
时,式(19)可转变成式(4)。当三相绕组为镜像不对 转变成下式:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_A \\ \dot{U}_B \\ \dot{U}_C \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} Z_+ + Z_- + Z_0 & a\dot{K}^*Z_+ + a^2\dot{K}Z_- - (a\dot{K}^* + a^2\dot{K})Z_0 \\ a^2\dot{K}Z_+ + a\dot{K}^*Z_- - (a\dot{K}^* + a^2\dot{K})Z_0 & k^2(Z_+ + Z_-) + (a\dot{K}^* + a^2\dot{K})^2Z_0 \\ a\dot{K}^*Z_+ + a^2\dot{K}Z_- - (a\dot{K}^* + a^2\dot{K})Z_0 & a^2\dot{K}^*Z_+ + a\dot{K}Z_- + (a\dot{K}^* + a^2\dot{K})^2Z_0 \\ a^2\dot{K}Z_+ + a\dot{K}^*Z_- - (a\dot{K}^* + a^2\dot{K})Z_0 & \\ a\dot{K}^*Z_+ + a^2\dot{K}Z_- + (a\dot{K}^* + a^2\dot{K})^2Z_0 & \\ k^2(Z_+ + Z_-) + (a\dot{K}^* + a^2\dot{K})^2Z_0 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \end{bmatrix} \quad (20)$$

### 3 磁动势分量变换后的电压方程

根据文献[24],磁动势分量变换式为

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_A \\ \dot{U}_B \\ \dot{U}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2K & aK^* & -(a^2K + aK^*) \\ aH & a^2H^* & -(aH + a^2H^*) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_{f+} \\ \dot{U}_{f-} \\ \dot{U}_{f0} \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2\xi_+ & a\xi_- & \xi_0 \\ a\eta_+ & a^2\eta_- & \eta_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{f+} \\ \dot{I}_{f-} \\ \dot{I}_{f0} \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\xi_+ = \frac{H^* + 2a^2H}{a^2K^*H - aKH^*}, \xi_- = -\frac{H + 2aH^*}{a^2K^*H - aKH^*}, \xi_0 = \frac{a^2H^* - aH}{a^2K^*H - aKH^*}$$

$$\eta_+ = -\frac{K^* + 2aK}{a^2K^*H - aKH^*}, \eta_- = \frac{K + 2a^2K^*}{a^2K^*H - aKH^*}, \eta_0 = -\frac{aK^* - a^2K}{a^2K^*H - aKH^*}$$

式中: $\dot{U}_{f+}$ 、 $\dot{U}_{f-}$ 、 $\dot{U}_{f0}$ 分别为正序、负序和零序磁动势分量电压。逆变换为式(10)和下式:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_{f+} \\ \dot{U}_{f-} \\ \dot{U}_{f0} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & a\xi_- & a^2\eta_- \\ 1 & a^2\xi_+ & a\eta_+ \\ 1 & \xi_0 & \eta_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_A \\ \dot{U}_B \\ \dot{U}_C \end{bmatrix} \quad (23)$$

当绕组对称时,即 $k=1, h=1, \gamma=0, \beta=0$ 时,式(21)、式(22)、式(23)和式(10)变成对称分量。

对于镜像不对称绕组,将 $H=K^*, H^*=K$ 代入式(21)、式(22)、式(23)和式(10),可得

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_A \\ \dot{U}_B \\ \dot{U}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2K & aK^* & -(aK^* + a^2K) \\ aK^* & a^2K & -(aK^* + a^2K) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_{f+} \\ \dot{U}_{f-} \\ \dot{U}_{f0} \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2\xi_+ & a\xi_- & \xi_0 \\ a\xi_- & a^2\xi_+ & \xi_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{f+} \\ \dot{I}_{f-} \\ \dot{I}_{f0} \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\xi_+ = \frac{K + 2a^2K^*}{a^2K^*H - aK^2}, \xi_- = -\frac{K^* + 2aK}{a^2K^*H - aK^2}, \xi_0 = \frac{a^2K - aK^*}{a^2K^*H - aK^2}$$

逆变换为

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_{f+} \\ \dot{U}_{f-} \\ \dot{U}_{f0} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & a\xi_- & a^2\xi_+ \\ 1 & a^2\xi_+ & a\xi_- \\ 1 & \xi_0 & \xi_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_A \\ \dot{U}_B \\ \dot{U}_C \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{f+} \\ \dot{I}_{f-} \\ \dot{I}_{f0} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & aK^* & a^2K \\ 1 & a^2K & aK^* \\ 1 & -(aK^* + a^2K) & -(aK^* + a^2K) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \end{bmatrix} \quad (27)$$

将式(21)和式(22)代入式(19),进行磁动势分量变换,可得

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_{f+} \\ \dot{U}_{f-} \\ \dot{U}_{f0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_+ & 0 & 0 \\ 0 & Z_- & 0 \\ 0 & 0 & Z_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{f+} \\ \dot{I}_{f-} \\ \dot{I}_{f0} \end{bmatrix} \quad (28)$$

由此可见,对于具有一般不对称绕组的三相电动机,经过磁动势分量变换后,阻抗矩阵将转化为对角线矩阵,而其中元素是对称时的序阻抗,不必重新计算。正序、负序和零序3个电压方程互相独立(解

耦),各序电压仅产生该序电流,因此各序可以单独求解,使求解过程简化。于是

$$\dot{U}_{f+} = \dot{I}_{f+} Z_+, \dot{U}_{f-} = \dot{I}_{f-} Z_-, \dot{U}_{f0} = \dot{I}_{f0} Z_0 \quad (29)$$

或

$$\dot{I}_{f+} = \frac{\dot{U}_{f+}}{Z_+}, \dot{I}_{f-} = \frac{\dot{U}_{f-}}{Z_-}, \dot{I}_{f0} = \frac{\dot{U}_{f0}}{Z_0} \quad (30)$$

计算出  $\dot{I}_{f+}$ 、 $\dot{I}_{f-}$ 、 $\dot{I}_{f0}$  后,从式(22)即可求出各相的实际电流。

对于镜像不对称绕组,将式(24)和式(25)代入式(20),同样可得式(28),再由式(25)求出各相的实际电流。

### 4 实验验证

为了进行不对称绕组的电动机实验,需要对电动机进行重绕。为了节省经费,特选一台报废的 JO2-41-4 型感应电动机作为被测电动机。重绕后的电动机数据如下:额定电压为 380 V,额定功率为 3.3 kW,额定电流为 6.9 A,额定频率为 50 Hz,额定转速为  $1\,430\text{ r}\cdot\text{min}^{-1}$ ,额定转差率为 0.046 5,绕组节距取 1~9。

实验电路如图 2 所示,主要实验设备如表 1 所示,主要实验仪表如表 2 所示。

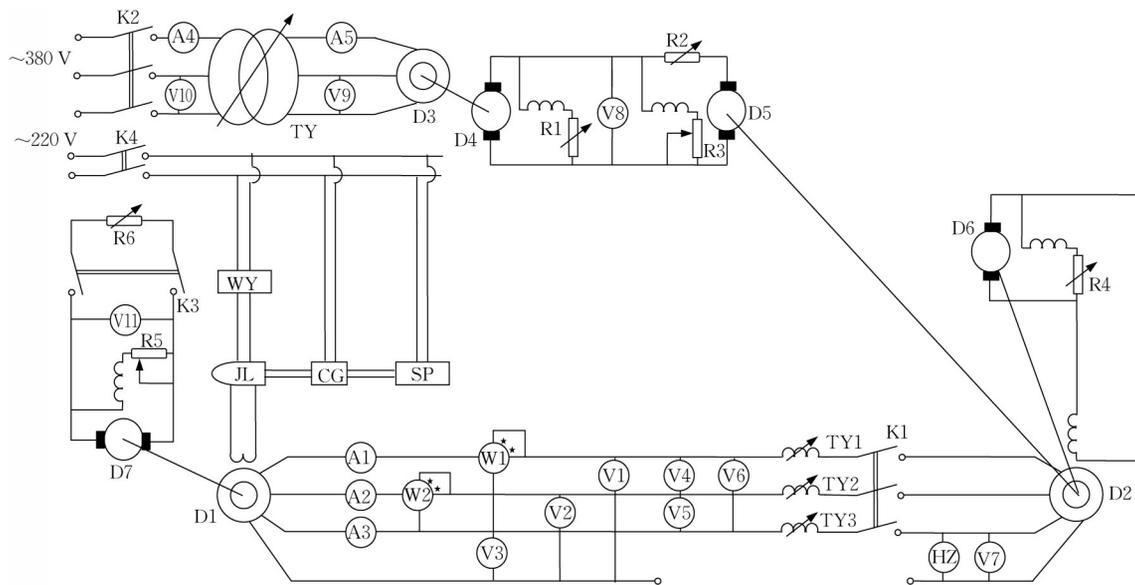


图 2 实验电路

Fig.2 Experiment circuit

表 1 主要实验设备

Tab.1 Main experiment instruments

序号	符号	名称	型号	转速/(r·min <sup>-1</sup> )	规格及量程	电压/V	电流/A	制造厂家
1	D1	被测感应电动机	JO2-41-4	1 430				
2	D2	同步发电机	T2-74-24	1 500	24.00 kW	400	44.0	上海革新电动机厂
3	D3	感应电动机	BM82-4	1 460	40.00 kW	380	75.0	西安电动机厂
4	D4	直流发电机	Z2-82	1 450	35.00 kW	230	152.0	西安电动机厂
5	D5	直流电动机	Z2-81	1 500	30.00 kW	220	156.9	西安电动机厂
6	D6	励磁机	811	2 200	0.85 kW	31	27.0	上海革新电动机厂
7	D7	直流发电机	Z-68	1 459	4.80 kW	230	20.7	天津直流电动机厂
8	TY	三相调压器	TJA-1		100 kVA	380	80.0	绥化电动机厂
9	TY1	单相调压器	TZ12/250		0~250 V	220/110	8.0/3.6	
10	TY2	单相调压器	TZ12/250		0~250 V	220/110	8.0/3.6	
11	TY3	单相调压器	TZ12/250		0~250 V	220/110	8.0/3.6	
12	WY	稳压电源	JWY			6	1.0	石家庄无线电器厂
13	R1	调节变阻器						
14	R2	调节变阻器						
15	R3	滑线变阻器			28.5 Ω		6.0	美安电业制造厂
16	R4	调节变阻器			160.0 Ω		15.0	上海电阻厂
17	R5	滑线变阻器			500.0 Ω		1.5	上海艾镇五金厂
18	R6	调节变阻器			80.0 Ω		30.0	上海电阻厂

表2 主要实验仪表

Tab.2 Main experiment meter

序号	符号	名称	型号	精度等级	规格及量程	内阻/ $\Omega$	内感/mH	制造厂家
1	HZ	速率表	113		40~60 Hz			大华科学器材厂
2	A1	电流表	D26-A	0.5	10 A	0.14	0.06	上海第二电表厂
3	A2	电流表	D26-A	0.5	10 A	0.14	0.06	上海第二电表厂
4	A3	电流表	D26-A	0.5	10 A	0.14	0.06	上海第二电表厂
5	A4	电流表	1T1-A		100 A			上海电表厂
6	A5	电流表	1T1-A		100 A			上海电表厂
7	W1	瓦特表	D26-W	0.5	10 A/600 V	0.02	0.02	上海第二电表厂
8	W2	瓦特表	D26-W	0.5	10 A/600 V	0.02	0.02	上海第二电表厂
9	JL	稳流计	AC15-4	0.5	$<5 \times 10^{-9} \text{ A} \cdot \text{分度}^{-1}$	$<50.00$	$<500.00$	上海电表厂
10	CG	转速传感器	SZGB-11		220 V			上海转速表厂
11	SP	数字转速测试仪	XJP-10		10 s			
12	V1	电压表	D26-V	0.5	250 V	$6.25 \times 10^3$		上海第二电表厂
13	V2	电压表	D26-V	0.5	250 V	$6.25 \times 10^3$		上海第二电表厂
14	V3	电压表	D26-V	0.5	250 V	$6.25 \times 10^3$		上海第二电表厂
15	V4	电压表	D26-V	0.5	500 V	$12.50 \times 10^3$		上海第二电表厂
16	V5	电压表	D26-V	0.5	500 V	$12.50 \times 10^3$		上海第二电表厂
17	V6	电压表	D26-V	0.5	500 V	$12.50 \times 10^3$		上海第二电表厂
18	V7	电压表	T2-B	0.5	300 V	$10.00 \times 10^3$		上海第二电表厂
19	V8	电压表	T2-B	0.5	300 V	$10.00 \times 10^3$		上海第二电表厂
20	V9	电压表	2112	0.5	600 V			大华仪表厂
21	V10	电压表	201		600 V			
22	V11	电压表	T2-B	0.5	300 V	$10.00 \times 10^3$		

图2中,电动机D2—D6构成稳频发电机组,作为实验电源。通过变阻器R1、R2和R3调节直流电动机D5的转速来控制同步发电机D2的频率,其频率为 $(50.0 \pm 0.1) \text{ Hz}$ 。变阻器R4用来调节同步发电机D2的励磁,控制同步发电机D2的端电压,三相电压不平衡度不超过 $\pm 0.4\%$ 。JL、CG、SP和WY构成转差检测系统,用来检测被测感应电动机D1的转差率。直流发电机D7作为被测感应电动机的负载,通过变阻器R5调节D7的端电压,通过变阻器R6调节D7的功率,即调节D1的负载。电流表A1、A2和A3用来检测D1的三相电流,电压表V1、V2和V3用来检测D1的三相电压,电压表V4、V5和V6用来检测D1的三相线电压。

将被测感应电动机D1的绕组绕成三相对称绕组,在室温 $23^\circ\text{C}$ 时测得的定子三相电阻分别为 $1.794$ 、 $1.780$ 、 $1.789 \Omega$ 。首先进行空载实验,空载电流的不平衡度不超过 $\pm 1.5\%$ ,三相电压不平衡度不超过 $\pm 0.4\%$ ,然后进行负载实验。额定转差率时测得的各序阻抗为

$$\begin{cases} Z_+ = 28.5 + j15.7 = 32.538e^{j28.85} \\ Z_- = 3.8524 + j7.4879 = 8.4208e^{j62.7749} \\ Z_0 = 2.3673 + j4.2002 = 4.8214e^{j60.3933} \end{cases}$$

将B、C两相拆去一部分线圈,构成不对称绕组,不对称参数为 $k=0.9189$ , $h=0.8389$ , $\gamma=-1.8519^\circ$ , $\beta=-4.0596^\circ$ 。

实验时,首先合上开关K2并观察电流表A4和电压表V10,再调节调压器TY并观察电压表V9,将电压调节到电动机D3的额定电压。用滑线变阻器R1将直流发电机D4的端电压调节到额定电压,再通过变阻器R2和R3将直流电动机D5的转速调节到同步转速 $1500 \text{ r} \cdot \text{min}^{-1}$ ,使速率表HZ的读数为 $50 \text{ Hz}$ 。由变阻器R4调节励磁机D6提供的励磁电流,从而将同步发电机D2的端电压调节到额定电压。合上开关K1,由单相调压器TY1、TY2和TY3将电压调节为不对称电压。由滑线变阻器R1将直流发电机D7的端电压调节到额定电压。合上开关K3,通过变阻器R6,将被测感应电动机的负载调节到某个实验点。合上开关K4,接通检测电源。每个实验点都要通过调节变阻器R1、R2和R3使得同步发电机D2的频率为 $50 \text{ Hz}$ ,端电压为额定电压时,读取各仪表的读数并记录。

不同负载时三相电流计算数据与实测数据的对比如表3所示。由表3可见,计算数据与实测数据的相对误差不超过 $6\%$ ,从而验证了该计算方法的可行性。

表3 各相电流的计算数据与实测数据

Tab.3 Calculation data and experiment data of each phase current

功率/W	电流计算值/A			电流实验值/A			相对误差/%		
	A相	B相	C相	A相	B相	C相	A相	B相	C相
4 600	6.324 6	7.663 9	10.200 2	6.710	8.09	9.73	5.744	5.270	-4.832
4 000	5.374 6	6.693 6	9.247 0	5.690	7.08	8.91	5.543	5.458	-3.782
3 300	4.357 3	5.721 4	7.845 7	4.450	5.87	7.69	2.083	2.532	-2.025
2 400	3.140 1	4.443 9	6.445 6	3.330	4.71	6.19	5.702	5.650	-4.129
1 500	2.339 3	3.143 6	5.637 8	2.485	3.34	5.36	5.863	5.880	-5.183

## 5 结论

(1) 建立了采用对称绕组序阻抗表达的三相不对称绕组电压方程。

(2) 对于三相不对称绕组电压方程,采用磁动势分量进行坐标变换后方程解耦,阻抗矩阵简化为对角线阵,方便计算。计算时采用对称时的序阻抗。

(3) 计算数据与实测数据的相对误差不超过6%,可见提出的计算方法是可行的。

### 作者贡献声明:

陈世元:理论分析和研究。

陈 栋:数学公式推导。

### 参考文献:

- [1] 张龙照,王祥寿,高景德. 同步电机定子绕组不对称状态的分析方法: I. 基本方程和分析方法[J]. 中国科学:A辑,1990,33(12):1329.  
ZHANG Longzhao, WANG Xiangshou, GAO Jingde. Analysis method of asymmetrical stator winding in synchronous: I. fundamental equation and analysis method[J]. Science in China: Series A, 1990,33(12):1329.
- [2] 张龙照,王祥寿,高景德. 同步电机定子绕组不对称状态的分析方法: II. 参数的计算方法[J]. 中国科学:A辑,1991,34(1):84.  
ZHANG Longzhao, WANG Xiangshou, GAO Jingde. Analysis method of asymmetrical stator winding in synchronous: II. method of calculated parameter[J]. Science in China: Series A, 1991,34(1):84.
- [3] 陈世元,黄士鹏. 交流电机的绕组理论[M]. 北京:中国电力出版社,2007.  
CHEN Shiyuan, HUANG Shipeng. Winding theory of alternating current machines [M]. Beijing: China Electric Power Press, 2007.
- [4] 陈文杰. 三相不对称分数槽绕组应用实例[J]. 中小型电机,1984(5):16.  
CHEN Wenjie. Applied example of asymmetrical fractional-slot winding with three-phase [J]. Middle-Small Sized Electric Machine,1984(5):16.
- [5] 杨孝谦. 三相不对称绕组的应用[J]. 防爆电机,2006,

41(4):15.

YANG Xiaoqian. Application of asymmetrical three-phase windings [J]. Explosion-Proof Electric Machine, 2006, 41(4):15.

- [6] 李明阳,姚庆双. 定子为不对称绕组的排列及谐波分析[J]. 防爆电机,2011,46(2):14.  
LI Mingyang, YAO Qingshuang. Research and harmonic analysis on asymmetrical stator windings [J]. Explosion-Proof Electric Machine, 2011,46(2):14.
- [7] 葛红岩,卓亮,刘勇,等. 永磁力矩电机三相绕组不对称性改进方法研究[J]. 电机与控制应用,2017,44(10):83.  
GE Hongyan, ZHUO Liang, LIU Yong, *et al.* Asymmetry improved method for permanent magnet torque motor three-phase windings[J]. Electric Machines & Control Application, 2017,44(10):83.
- [8] 牟树君,柴建云,孙旭东,等. 分段供电交流直线电机三相互感不对称分析及抑制[J]. 电工技术学报,2015,30(1):81.  
MOU Shujun, CHAI Jianyun, SUN Xudong, *et al.* Analysis and restrain of mutual inductance asymmetry in the sectionally powered AC linear motor [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2015,30(1):81.
- [9] 许金,马伟明,鲁军勇,等. 分段供电直线感应电机气隙磁场分布和互感不对称分析[J]. 中国电机工程学报,2011,31:61.  
XU Jin, MA Weiming, LU Junyong, *et al.* Analysis of air-gap magnetic field distribution and mutual inductance asymmetry of sectionally powered linear induction motor [J]. Proceedings of the CSEE,2011,31:61.
- [10] 汤蕴瑾,刘汉炎. 不对称绕组的磁势谐波分析[J]. 中小型电机技术情报,1979(5):7.  
TANG Yunqiu, LIU Hanyan. Harmonic analysis of asymmetrical winding MMF [J]. Technical Information Medium-Small Sized Electric Machine, 1979(5):7.
- [11] 尹家骥,李建久. 不对称绕组电机的磁势分析[J]. 华中工学院学报,1987,15(3):55.  
YIN Jiayi, LI Jianjiu. An analysis of the MMF of electrical machines with unsymmetrical windings [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology, 1987, 15(3):55.
- [12] 乔桂红,张永. 非对称三相绕组磁势的分析[J]. 中小型电机,1995,22(2):8.  
QIAO Guihong, ZHANG Yong. Analysis of asymmetrical winding MMF [J]. Medium-Small Sized Electric Machine, 1995, 22(2):8.

- [13] 李建久,尹家骥,林金铭,等. 不对称绕组电机的等效电路[J]. 水电能源科学, 1987,5(2):162.  
LI Jianjiu, YIN Jiaji, LIN Jinming, *et al.* Equivalent circuit of asynchronous machine with unsymmetrical windings[J]. Water Resources and Power, 1987,5(2):162.
- [14] 唐守杰,邹海荣,王朋,等. 基于二阶不对称矩阵的异步电动机定子匝间短路故障建模与分析[J]. 上海电机学院学报, 2014, 17(4):212.  
TANG Shoujie, ZOU Hairong, WANG Peng, *et al.* Model and analysis of stator inter-turn short-circuit fault in induction motor based on second order asymmetric matrix [J]. Journal of Shanghai Dianji University, 2014, 17(4):212.
- [15] 吴新振, 邓忠. 三相异步机不对称稳态运行的矩阵方程[J]. 电工电能新技术, 1996(4): 45.  
WU Xinzhen, DENG Zhong. Matrix equations of three-phase induction motors under asymmetrical steady-state operation[J]. Advanced Technology of Electrical Engineering and Energy, 1996(4): 45.
- [16] 戈宝军,李明哲,孙玉田,等. 同步发电机不对称运行工况阻尼绕组电流的计算[J]. 中国电机工程学报, 2013, 33: 154.  
GE Baojun, LI Mingzhe, SUN Yutian, *et al.* Calculation of damper winding current for synchronous generators under asymmetric conditions[J]. Proceedings of the CSEE, 2013, 33: 154.
- [17] 戈宝军,李鑫. 汽轮发电机不对称运行特性分析[J]. 哈尔滨理工大学学报, 2018, 23(4):1.  
GE Baojun, LI Xin. The characteristics analysis of turbo generator in asymmetric operation [J]. Journal of Harbin University of Science and Technology, 2018, 23(4):1.
- [18] 陆海玲,赵朝会,申合彪,等. 双Y型三相异步电动机不对称运行故障过程的瞬态分析[J]. 电机与控制应用, 2021, 48(12):78.  
LU Hailing, ZHAO Chaohui, SHEN Hebiao, *et al.* Transient analysis of asymmetrical operation fault process of double-Y-type three-phase asynchronous motor [J]. Electric Machines & Control Application, 2021, 48(12):78.
- [19] 陈世元. 电机学[M]. 2版. 北京:中国电力出版社, 2015.  
CHEN Shiyuan. Electric machine [M]. 2nd ed. Beijing: China Electric Power Press, 2015.
- [20] 张传文. 同步发电机不对称运行的分析[J]. 科技信息, 2010(17):957.  
ZHANG Chuanwen. Analysis of asymmetrical operation of synchronous generator[J]. Science & Technology Information, 2010(17):957.
- [21] 黄士鹏. 定子绕组不对称同步电机的稳态运行[D]. 北京:清华大学, 1963.  
HUANG Shipeng. Steady state operation of synchronous machine provided with asymmetric stator winding [D]. Beijing: Tsinghua University, 1963.
- [22] 黄士鹏. 定子绕组不对称交流电机的分析方法[J]. 哈尔滨电工学院学报, 1964(1):1.  
HUANG Shipeng. Analysis method of alternating-current machine provided with asymmetric stator winding [J]. Journal of Harbin Institute of Electrical Technology, 1964(1):1.
- [23] 黄士鹏. 不对称绕组的分析[J]. 哈尔滨电工学院学报, 1985, 8(3):225.  
HUANG Shipeng. Analysis of unsymmetrical winding [J]. Journal of Harbin Institute of Electrical Technology, 1985, 8(3):225.
- [24] 陈世元. 具有不对称定子绕组的异步电机[J]. 哈尔滨电工学院学报, 1981, 4(2):46.  
CHEN Shiyuan. Asynchronous provided with asymmetric stator winding [J]. Journal of Harbin Institute of Electrical Technology, 1981, 4(2):46.
- [25] 贺益康. 交流电机的计算机仿真[M]. 北京:科学出版社, 1990.  
HE Yikang. Computer simulation for AC motors [M]. Beijing: Science Press, 1990.