

电驱传动高速端齿轮系啸叫机理及优化设计

葛海龙, 赵治国, 陈志鑫

(同济大学 汽车学院, 上海 201804)

摘要: 为解决高速电驱传动系统的齿轮啸叫问题, 在传统齿轮修形方式的基础上, 基于传动系统动态啮合刚度计算, 探讨了电驱传动高速端齿轮系振动响应分析及结构优化设计方法。首先, 将高速端齿轮系离散为齿轮副单元和轴段单元并进一步耦合轴承—壳体单元, 给出了对应单元的动力学方程, 建立了系统动力学模型; 其次, 推导了动态啮合刚度数学模型, 以齿轮副传递误差和动态啮合刚度乘积作为激励力, 求解了系统扭转振动响应; 之后, 结合某电驱传动系统, 开展了振动响应仿真并与实测结果进行对比, 验证了系统动力学模型及基于动态啮合刚度求解振动响应的有效性; 最后, 研究了不同齿轮副布局形式及零件结构对动态啮合刚度和传递误差的影响, 制定了结构优化方案并对优化前后实测结果进行比较。结果表明, 优化后高速端齿轮系振动响应明显下降, 齿轮啸叫问题得到有效改善。研究结果可为电驱传动齿轮系统的优化设计提供思路。

关键词: 电驱传动系统; 高速端齿轮; 动力学模型; 动态啮合刚度; 传递误差; 扭转振动; 结构优化

中图分类号: TH132

文献标志码: A

Mechanism and Optimal Design of High-Speed Stage Gear Whine of Electric Drive Transmission

GE Hailong, ZHAO Zhiguo, CHEN Zhixin

(School of Automotive Studies, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: To solve the gear whine problem of the high-speed electric drive transmission system, the vibration response analysis and structural optimization design method of high-speed stage gear system of electric drive transmission were discussed based on the traditional method of the gear modification and the dynamic meshing stiffness calculation of transmission system. First, the high-speed stage gear system was divided into the gear pair unit and the discrete

shaft unit, and the bearing-housing unit was coupled. The modularized equations of motion for the corresponding units were built and the system dynamic model was established. Then, the mathematical model of dynamic meshing stiffness was deduced and vibration response was calculated under the exciting force which was the product of transmission error and dynamic meshing stiffness. Afterwards, based on an electric drive transmission system, a comparative analysis of vibration response simulation result and test result was conducted, and the validity of system dynamic model and the vibration response analysis through dynamic meshing stiffness were verified. Finally, with the change of different layout forms and component structure, the influence of different gear pair layouts and component structures on the dynamic meshing stiffness and transmission error were studied. The structural optimization scheme was made and test result of before and after optimization were compared. The results show that the optimized scheme vibration response of high-speed stage gear system drops significantly and the problem of gear whine is effectively improved. The research can provide new idea for the design of electric transmission gear systems.

Keywords: electric drive transmission system; high-speed stage gear; dynamic model; dynamic meshing stiffness; transmission error; torsional vibration; structural optimization

高速电驱传动系统噪声主要表现为齿轮啮合所产生的高频啸叫, 由于纯电动汽车没有内燃机工作噪声的掩蔽, 因此啸叫这种高频单调噪声在很多工况下表现较为明显^[1]。鉴于此, 研究高速电驱传动系统扭转振动响应特性以改善齿轮啸叫问题, 对于纯电动汽车 NVH(噪声、振动与声振粗糙度)性能的

收稿日期: 2022-11-30

基金项目: 国家自然科学基金(51675381); 上海市 2021 年度科技创新行动计划(21DZ1209700)

第一作者: 葛海龙, 高级工程师, 工学硕士, 主要研究方向为电动汽车传动系统动力学及振动噪声。

E-mail: gehailong@sina.com

通信作者: 赵治国, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为电动汽车动力系统集成控制与优化、车辆动力学

控制。E-mail: zhiguo.zhao@tongji.edu.cn



论文
拓展
介绍

提升具有重要意义。

对于齿轮副或传动系统振动响应分析,诸多学者进行了大量研究。He 等^[2]建立了考虑齿轮偏心的两级齿轮副动力学模型,并且得到了偏心齿轮在扭转和横摆方向的响应。Hua 等^[3]基于有限元理论建立了齿轮—轴—轴承系统动力学模型,研究了结构设计变化对齿轮动力学动态特性的影响。Han 等^[4]建立了计及摩擦和时变啮合刚度的动力学模型,给出了两者相互作用下的齿轮副动态响应。Xiao 等^[5]采用齿轮副动力学模型,分析了齿根裂纹对系统振动响应的影响。由以上分析可知齿轮副啮合产生的激励力形成系统振动的源头,因此如何减小激励力来改善齿轮啸叫成为众多学者的研究对象。葛敏等^[6]针对复合行星排结构的混合动力变速箱,通过齿轮修形优化齿轮振动及啸叫噪声品质,使齿轮啸叫声压降至目标值。肖将等^[7]为改善驱动桥中的齿轮啸叫现象,提出了一种综合考虑传动总成结构刚性的动态响应分析方法,通过传递误差和结构传递路径优化实现了噪声的显著降低。Kubo 等^[8]将系统激励力归纳为齿轮副传递误差和轮齿时变啮合刚度乘积,使参数时变动力学方程定常化,为振动响应的求解提供了新思路。Yin 等^[9]和 Bai 等^[10]从齿轮副本体着手,分析了齿轮齿形偏差和齿面微观形貌对齿轮副动力学特性的影响。彭卓凯等^[11]等围绕某混合动力系统齿轮啸叫展开研究,对接触斑点仿真模型和测试结果进行对标,并据此制定齿轮修形参数,通过试验说明齿轮啸叫噪声得到降低。可见,虽然齿轮动力学建模及求解方法已有较为充分研究,但具体到高速电驱传动系统,如何根据纯电动汽车新的使用环境建立齿轮系统动力学模型并快速求解振动响应以减轻齿轮啸叫现象的工作尚有所欠缺。

在前人经验基础上,本文结合高速电驱传动系统工作特点进行分析。考虑到电机转矩波动较小,高速端齿轮副已对动平衡进行有效控制,齿轮副啮合侧隙引起的敲击等问题可通过控制策略优化得到较好解决,且齿轮啮合过程中齿面间摩擦力相较于啮合力很小,因此,文中忽略齿轮副啮合侧隙及摩擦力等非线性因素影响,仅针对由内部激励所引起的齿轮啸叫问题展开研究。首先,以电驱两级传动中高速端齿轮系为研究对象,通过集中质量法与有限元法的联合使用,获得齿轮副等单元的动力学方程,根据位移连续条件和力平衡条件,建立系统动力学模型。与多数针对轮齿本体动态啮合刚度的研究不同,基于以上系统动力学模型推导了动态啮合刚度数学模型,实现了不

同频率下动态啮合刚度的分析及振动响应在频域上的快速求解,并把传动系统中齿轮副、轴、轴承及壳体等纳入考虑范畴,以更好表征系统动态特性;然后,将齿轮副传递误差和动态啮合刚度乘积作为激励力,求解系统振动响应。再者,结合某电驱传动系统参数,对比分析振动响应仿真结果与实测结果,验证了所建立动力学模型及基于动态啮合刚度进行求解方法的有效性;最后,研究了动态啮合刚度及齿轮副传递误差随不同齿轮副布局形式及零件结构的变化规律以制定结构优化方案,通过对比优化前后实测结果,可知优化方案振动响应及声压明显减小。此外,使用类似的方法对低速端齿轮副布局形式进行研究,发现主减速齿轮相对差速器壳体居中布置时,系统振动响应和对应阶次声压相对更小,同时因篇幅所限,本文对此不做讨论。

1 电驱传动高速端齿轮系动力学模型

电驱传动系统结构如图 1 所示,包括两级斜齿轮副、轴系、轴承及壳体。

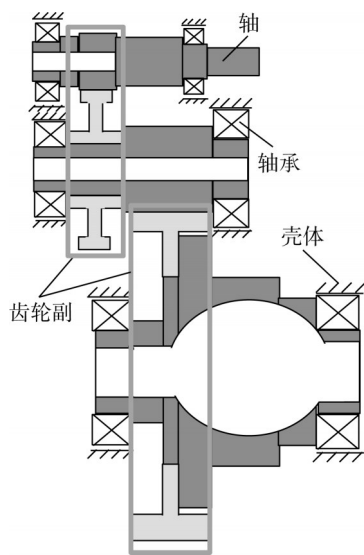


图 1 电驱传动系统结构

Fig. 1 Structure of electric drive transmission system

根据各零件结构特征,齿轮副和传动轴采用集中质量法进行建模,壳体则以有限元法获得其动力学模型,然后通过轴承动力学参数对其进行连接,如图 2 所示,图中 c_{1i} 和 c_{ni} 分别为第 1 个和第 n 个轴承内圈和传动轴间的阻尼, k_{1i} 和 k_{ni} 分别为第 1 个和第 n 个轴承内圈和传动轴间的刚度,其中 i 指轴承内圈。 c_{1o} 和 c_{no} 分别为第 1 个和第 n 个轴承外圈和壳体间的阻

尼, k_{1o} 和 k_{no} 分别为第 1 个和第 n 个轴承外圈和壳体间的刚度, 其中 o 指轴承外圈。根据受力分析及节点间物理关系, 建立高速端齿轮系动力学模型。

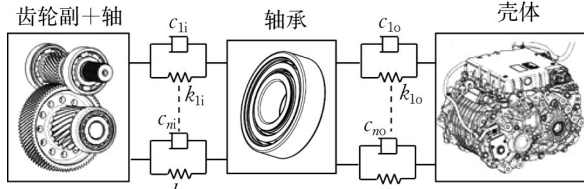


图 2 齿轴系统与壳体耦合示意

Fig. 2 Diagram of coupled connection between gear shaft system and housing

1.1 齿轮副单元动力学模型

电驱传动系统高速端斜齿轮副全自由度动力学模型如图 3 所示, 主动轮绕 z 轴逆时针转动且为右旋。其中, r_{bp} 和 r_{bw} 分别为主动轮和从动轮基圆半径, β_b 为基圆螺旋角, 规定右旋取正, 左旋取负, e_g 为齿轮副传递误差。考虑到电驱传动系统齿轮副采用细高齿设计且齿宽较大, 重合度较高, 啮合刚度波动较小, 且本文是针对传动系统动态啮合刚度进行分析而非轮齿本体, 因此将啮合刚度定义为常数并取其均值 k_m , 啮合阻尼 c_m 计算如式(1)所示:

$$c_m = 2\xi_g \sqrt{\frac{k_m r_p^2 r_w^2 I_{pz} I_{wz}}{r_p^2 I_{wz} + r_w^2 I_{pz}}} \quad (1)$$

式中: ξ_g 为啮合阻尼比; I_{pz} 和 I_{wz} 分别为主、从动轮绕 z 轴的转动惯量; r_p 和 r_w 分别为主、从动轮分度圆半径。

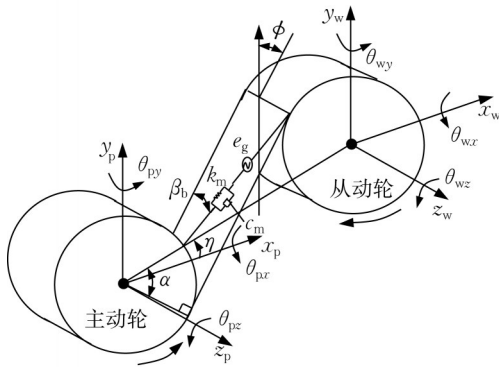


图 3 斜齿轮副三维动力学模型

Fig. 3 Three-dimensional dynamic model of helical gear pair

定义齿轮副啮合节点在各自由度上位移列向量为 $u_g = [x_p, y_p, z_p, \theta_{px}, \theta_{py}, \theta_{pz}, x_w, y_w, z_w, \theta_{wx}, \theta_{wy}, \theta_{wz}]^T$ 。式中, x_p, y_p 和 x_w, y_w 分别为主、从动轮横向位移; z_p, z_w 分别为主、从动轮轴向位移; θ_{px}, θ_{py} 和 θ_{wx}, θ_{wy} 分别为主、从动轮摆动转角; θ_{pz} 和 θ_{wz} 分别为主、从动轮扭转转角。

为建立啮合线与坐标系各方向间关系, 规定 y 轴正方向与啮合面夹角为 ϕ 并投影到 Oxy 平面(图 4)。

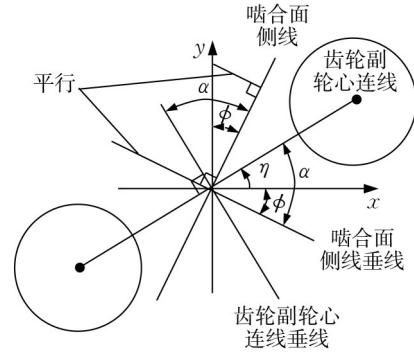


图 4 各角度间关系示意

Fig. 4 Diagram of relationship among angles

根据几何关系, 角 ϕ 取值如式(2)所示:

$$\phi = \alpha - \eta \quad (2)$$

式中: α 为齿轮副啮合角; η 为从动轮相对主动轮的安装相位角。齿轮副啮合过程中齿面相互接触并产生弹性变形, 假定该弹性变形全部由啮合线方向上的相对位移转化得到, 则齿轮副在啮合线上的相对位移 s_{pw} 计算如式(3)所示:

$$s_{pw} = [(x_p - x_w) \sin \phi + (x_p - x_w) \cos \phi + (r_p \theta_{pz} + r_w \theta_{wz})] \cos \beta_b + [(z_p - z_w) - (r_p \theta_{px} + r_w \theta_{wx}) \sin \phi - (r_p \theta_{py} + r_w \theta_{wy}) \cos \phi] \sin \beta_b - e_g \quad (3)$$

不考虑齿轮副啮合侧隙及啮合摩擦力变化等, 根据牛顿第二定律, 可得该齿轮副单元的动力学方程, 如式(4)所示:

$$\begin{cases} m_p \ddot{x}_p + c_m \dot{s}_{pw} \sin \phi \cos \beta_b + k_m s_{pw} \sin \phi \cos \beta_b = 0 \\ m_p \ddot{y}_p + c_m \dot{s}_{pw} \cos \phi \cos \beta_b + k_m s_{pw} \cos \phi \cos \beta_b = 0 \\ m_p \ddot{z}_p + c_m \dot{s}_{pw} \sin \beta_b + k_m s_{pw} \sin \beta_b = 0 \\ I_{px} \ddot{\theta}_{px} - c_m \dot{s}_{pw} r_{bp} \sin \phi \sin \beta_b - k_m s_{pw} r_{bp} \sin \phi \sin \beta_b = 0 \\ I_{py} \ddot{\theta}_{py} - c_m \dot{s}_{pw} r_{bp} \cos \phi \sin \beta_b - k_m s_{pw} r_{bp} \cos \phi \sin \beta_b = 0 \\ I_{pz} \ddot{\theta}_{pz} + c_m \dot{s}_{pw} r_{bp} \cos \beta_b + k_m s_{pw} r_{bp} \cos \beta_b = 0 \\ m_w \ddot{x}_w - c_m \dot{s}_{pw} \sin \phi \cos \beta_b - k_m s_{pw} \sin \phi \cos \beta_b = 0 \\ m_w \ddot{y}_w - c_m \dot{s}_{pw} \cos \phi \cos \beta_b - k_m s_{pw} \cos \phi \cos \beta_b = 0 \\ m_w \ddot{z}_w - c_m \dot{s}_{pw} \sin \beta_b - k_m s_{pw} \sin \beta_b = 0 \\ I_{wx} \ddot{\theta}_{wx} - c_m \dot{s}_{pw} r_{bw} \sin \phi \sin \beta_b - k_m s_{pw} r_{bw} \sin \phi \sin \beta_b = 0 \\ I_{wy} \ddot{\theta}_{wy} - c_m \dot{s}_{pw} r_{bw} \cos \phi \sin \beta_b - k_m s_{pw} r_{bw} \cos \phi \sin \beta_b = 0 \\ I_{wz} \ddot{\theta}_{wz} + c_m \dot{s}_{pw} r_{bw} \cos \beta_b + k_m s_{pw} r_{bw} \cos \beta_b = 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中: m_p 和 m_w 分别为主、从动轮质量; I_{px}, I_{py} 及 I_{wx}, I_{wy} 分别为主、从动轮绕 x 轴和 y 轴的转动惯量。

将以上运动微分方程整理成矩阵形式,为

$$\mathbf{M}_g \ddot{\mathbf{u}}_g + \mathbf{C}_g (\dot{\mathbf{u}}_g - \dot{\mathbf{e}}) + \mathbf{K}_g (\mathbf{u}_g - \mathbf{e}) = 0 \quad (5)$$

式中: \mathbf{M}_g 为齿轮副单元质量矩阵; \mathbf{C}_g 为齿轮副单元阻尼矩阵; \mathbf{K}_g 为齿轮副单元刚度矩阵; \mathbf{e} 和 $\dot{\mathbf{e}}$ 分别为传递误差在各自由度上的位移及速度列向量。

把传递误差项整理为激振力形式,则最终齿轮副单元动力学方程如式(6)所示:

$$\begin{cases} \mathbf{M}_g \ddot{\mathbf{u}}_g + \mathbf{C}_g \dot{\mathbf{u}}_g + \mathbf{K}_g \mathbf{u}_g = \mathbf{F}_{TE} \\ \mathbf{F}_{TE} = \mathbf{C}_g \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_g \mathbf{e} \end{cases} \quad (6)$$

式中: \mathbf{F}_{TE} 为传递误差引起的激振力,用以说明齿轮副单元内部激励源由传递误差所引起。

1.2 轴段单元动力学模型

电驱传动系统为单档传动且受制于整车空间,轴类零件长度较小但轴径较大,剪切变形不能忽略,因此采用 Timoshenko 梁单元建立轴段单元动力学方程。取一段轴,其两节点在各自由度上位移列向量为 $\mathbf{u}_s = [x_{s1}, y_{s1}, z_{s1}, \theta_{sx1}, \theta_{sy1}, \theta_{sz1}, x_{s2}, y_{s2}, z_{s2}, \theta_{sx2}, \theta_{sy2}, \theta_{sz2}]^T$ 其如图5所示。其中 x_{s1}, y_{s1}, z_{s1} 和 x_{s2}, y_{s2}, z_{s2} 分别为两节点沿坐标方向的位移, $\theta_{sx1}, \theta_{sy1}, \theta_{sz1}$ 和 $\theta_{sx2}, \theta_{sy2}, \theta_{sz2}$ 分别为两节点所在截面绕坐标轴的转角。

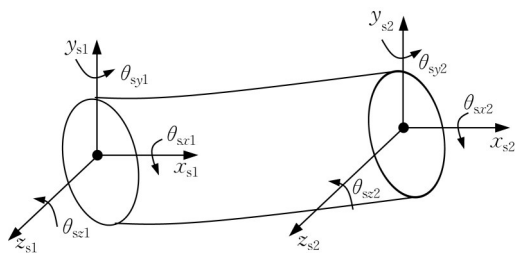


图5 轴段单元动力学模型

Fig. 5 Dynamic model of shaft unit

考虑节点间耦合作用,可得一致质量矩阵 \mathbf{M}_s 及刚度矩阵 \mathbf{K}_s , 分别如式(7)和式(8)所示:

$$\mathbf{M}_s = \frac{\rho A l}{6} \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{s11} & \mathbf{M}_{s12} \\ \mathbf{M}_{s21} & \mathbf{M}_{s22} \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中: $\mathbf{M}_{s22} = \mathbf{M}_{s11}$; $\mathbf{M}_{s21} = \mathbf{M}_{s12}^T$ 。

$$\mathbf{K}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{s11} & \mathbf{K}_{s12} \\ \mathbf{K}_{s21} & \mathbf{K}_{s22} \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中: $\mathbf{K}_{s21} = \mathbf{K}_{s12}^T$ 。关于 \mathbf{M}_{s11} 、 \mathbf{M}_{s12} 、 \mathbf{K}_{s11} 、 \mathbf{K}_{s12} 及 \mathbf{K}_{s22} 等分块矩阵计算过程见文献[12]。工程中常用 Rayleigh 阻尼定义阻尼矩阵,据此轴段单元阻尼矩阵 \mathbf{C}_s 可表示为

$$\mathbf{C}_s = \alpha_0 \mathbf{M}_s + \alpha_1 \mathbf{K}_s \quad (9)$$

式中: α_0 为质量比例系数; α_1 为刚度比例系数。轴段单元动力学方程如式(10)所示:

$$\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{u}}_s + \mathbf{C}_s \dot{\mathbf{u}}_s + \mathbf{K}_s \mathbf{u}_s = 0 \quad (10)$$

1.3 轴承—壳体单元动力学模型

轴承相对于传动系统其他部件质量要小很多,因此忽略轴承质量并将其作为弹簧阻尼单元处理。对于滚动轴承,采用内外两节点进行建模,分别表示内外圈几何中心,并对应与轴和壳体连接(图6)。

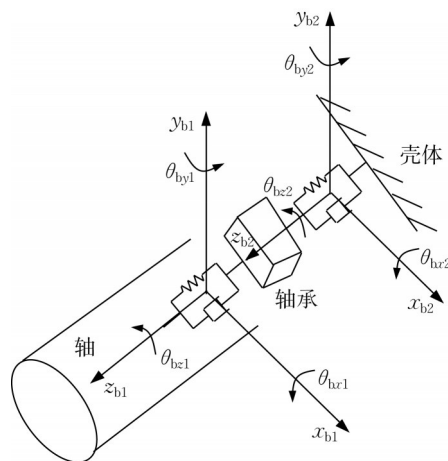


图6 轴承动力学模型

Fig. 6 Dynamic model of bearing

由此可得轴承刚度矩阵如式(11)所示:

$$\mathbf{K}_b = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{b11} & \mathbf{K}_{b12} \\ \mathbf{K}_{b21} & \mathbf{K}_{b22} \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中: $\mathbf{K}_{b22} = \mathbf{K}_{b11}$; $\mathbf{K}_{b12} = -\mathbf{K}_{b21}$; $\mathbf{K}_{b21} = \mathbf{K}_{b12}^T$ 。

轴承工作时各方向刚度随时间产生变化^[13],由于本文将轴承作为连接部件进行动力学建模,为简化计算不考虑轴承刚度时变性,且各自由度位移间耦合项数值较小,所以仅保留对角线上主要刚度项,则轴承单节点刚度矩阵如式(12)所示:

$$\mathbf{K}_{b11} = \text{diag}[k_x, k_y, k_z, k_{\theta x}, k_{\theta y}, 0] \quad (12)$$

式中: k_x, k_y 为径向刚度; k_z 为轴向刚度; $k_{\theta x}$ 和 $k_{\theta y}$ 分别为绕 x 轴和 y 轴的刚度。同样采用 Rayleigh 阻尼表示其阻尼矩阵,如式(13)所示,其结构形式与刚度矩阵相同。

$$\mathbf{C}_b = \alpha_1 \mathbf{K}_b \quad (13)$$

式中: α_1 为刚度比例系数。轴承单元动力学方程如式(14)所示:

$$\mathbf{C}_b \dot{\mathbf{u}}_b + \mathbf{K}_b \mathbf{u}_b = 0 \quad (14)$$

式中: \mathbf{u}_b 为轴承内节点在各自由度上位移列向量。

壳体为复杂弹性体,采用有限元法建立其动力

学模型,网格类型为四节点四面体单元,包含 327 523 个节点,原材料为铝。为实现壳体动力学模型与轴承节点的匹配,在有限元模型轴承中心孔处建立节点并定义为主节点,壳体轴承座孔面上节点为从节点,如图 7 所示。

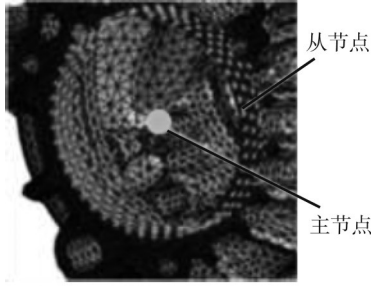


图 7 壳体有限元动力学模型

Fig. 7 Finite element dynamic model of housing

通过刚性耦合把从节点转换至主节点,实现壳体与传动系统的矩阵组装^[14]。据此获得高速端齿轮副对应壳体的质量矩阵和刚度矩阵,结构分别如式(15)和式(16)所示:

$$M_h = \begin{bmatrix} M_{h11} & M_{h12} & M_{h13} & M_{h14} \\ & M_{h22} & M_{h23} & M_{h24} \\ & & M_{h33} & M_{h34} \\ & & & M_{h44} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$K_h = \begin{bmatrix} K_{h11} & K_{h12} & K_{h13} & K_{h14} \\ & K_{h22} & K_{h23} & K_{h24} \\ & & K_{h33} & K_{h34} \\ & & & K_{h44} \end{bmatrix} \quad (16)$$

壳体阻尼矩阵 C_h 与刚度矩阵 K_h 结构相似,则轴承—壳体单元动力学方程如式(17)所示:

$$M_h \ddot{u}_h + C_h \dot{u}_h + K_h u_h = 0 \quad (17)$$

式中: u_h 为壳体主节点在各自由度上位移列向量。

1.4 系统动力学方程

在各单元动力学模型建立后,根据传动系统各部分间连接关系并基于位移连续条件和力平衡条件可获得系统动力学方程,如式(18)所示:

$$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + Ku(t) = F_{TE}(t) \quad (18)$$

式中: M 为系统质量矩阵; C 为系统阻尼矩阵; K 为系统刚度矩阵; u 为所有节点在各自由度上位移列向量; F_{TE} 仅在齿轮副单元各自由度具有数值。由于各单元均采用比例阻尼,因此 M 、 C 和 K 结构相同。以刚度矩阵 K 为例,其结构形式如式(19)所示:

$$K = \begin{bmatrix} K_g + K_s & K_{sg} & & & \\ K_{gs} & K_s & K_{sb} & & \\ & K_{bs} & K_s + K_b & & \\ & & & K_b + K_h & K_{bh} \\ & & & K_{hb} & K_h \end{bmatrix} \quad (19)$$

式中:下角标 g、s、b 和 h 分别表示齿轮副、轴、轴承及壳体。

2 传动系统动态啮合刚度及振动响应求解

2.1 传动系统动态啮合刚度定义

传动系统动态啮合刚度是指齿轮副在正常的工作状态下传动系统所表现出的综合刚度,不仅针对轮齿本体,同时包含轴系等零件。考虑到传动系统各零件的特征,当齿轮副啮合频率变化时,系统动态刚度也随之改变。考虑到齿轮副扭转方向,不同啮合频率下相同啮合力所产生的扭转角度不同。因此,可将动态啮合刚度定义为齿轮副啮合平面内施加单位幅值激励力对应产生的动态位移,由主、从动轮及其对应侧零件共同决定,如式(20)所示:

$$k_v(\omega) = \frac{1}{c(\omega)_p + c(\omega)_w} \quad (20)$$

式中: $k_v(\omega)$ 为动态啮合刚度; $c(\omega)_p$ 、 $c(\omega)_w$ 分别为主、从动轮扭转柔度; ω 为齿轮副啮合频率。

2.2 动态啮合刚度求解

考虑到传递误差引起的激振力及其响应均具有周期性变化,因此可转换到频域进行分析,将式(18)表达为频域形式,如式(21)所示:

$$M\ddot{u}(\omega) + C\dot{u}(\omega) + Ku(\omega) = F_{TE}(\omega) \quad (21)$$

由于仅针对齿轮啸叫开展分析,忽略齿轮副啮合侧隙及摩擦力等非线性因素,可将系统动力学方程近似做线性化处理。因此,如将简谐激振力 f 施加在系统动力学模型中,所产生的响应 x 必然也是同频率的谐振动,如式(22)所示:

$$c(\omega) = \frac{x(\omega)}{f(\omega)} \quad (22)$$

在齿轮副啮合平面内施加单位幅值简谐激振力 $f(\omega)$,利用式(23)对系统动力学方程进行模态坐标转换。

$$u = \varphi q \quad (23)$$

式中: φ 为模态矩阵; q 为模态坐标。方程解耦后可得

$$\text{diag}[M_N]\ddot{q} + \text{diag}[C_N]\dot{q} + \text{diag}[K_N]q = \varphi^T f_g \quad (24)$$

式中: M_N 为模态质量矩阵; C_N 为模态阻尼矩阵; K_N 为模态刚度矩阵; φ^T 为模态矩阵的转置矩阵; f_g 为 $f(\omega)$ 分解至齿轮副单元各自由度形成的激励力列向量。求解物理坐标下的振动响应如式(25)所示:

$$u(\omega) = \varphi \varphi^T V(\omega) \quad (25)$$

式中: $u(\omega) = [\dots, u_{\theta pz}, \dots, u_{\theta wz}, \dots]^T$, $u_{\theta pz}$ 和 $u_{\theta wz}$ 分别为物理坐标下主、从动轮在扭转方向的响应; $V(\omega) = [\dots, V_{\theta pz}, \dots, V_{\theta wz}, \dots]^T$, $V_{\theta pz}$ 和 $V_{\theta wz}$ 分别为模态坐标下主、从动轮在扭转方向的响应。其中, $V_i(\omega)$ (i 为不同单元对应的各自由度) 的幅值 A_{V_i} 和相位 A_{ψ_i} 分别如式(26)所示:

$$\begin{cases} A_{V_i} = \frac{1}{m_{pi} \sqrt{(\omega_i^2 - \omega^2)^2 + (\omega \delta_i)^2}} \\ A_{\psi_i} = \tan^{-1} \frac{\omega \delta_i}{\omega_i^2 - \omega^2} \end{cases} \quad (26)$$

式中: m_{pi} 为第 i 阶模态质量; ω_i 为第 i 阶固有频率; $\delta_i = c_{pi}/m_{pi}$, c_{pi} 为第 i 阶模态阻尼。由于齿轮副啮合平面内为单位简谐激励力, 因此主、从动轮扭转柔度值为

$$\begin{cases} c(\omega)_p = u_{\theta pz} r_{bp} \cos \beta_b \\ c(\omega)_w = u_{\theta wz} r_{bw} \cos \beta_b \end{cases} \quad (27)$$

根据式(20), 可得齿轮副动态啮合刚度为 $k_v(\omega)$ 。

2.3 系统振动响应求解

将齿轮副传递误差与动态啮合刚度乘积作为激励力, 求解系统动力学方程。对传递误差进行傅里叶变换, 基频部分对应为 e_{gb} , 则齿轮副基频对应动态啮合力如式(28)所示:

$$F_{TE}(\omega) = k_v(\omega) e_{gb} \quad (28)$$

把动态啮合力分解至齿轮副单元各方向形成激

振力列向量, 求解所得振动响应列向量对应壳体主节点的数值即为轴承座孔在各自由度上的响应。

3 齿轮系统振动特性分析及试验验证

3.1 模型验证

以某电驱传动系统为例, 对其进行整车 NVH 测试, 加速度传感器和声压计布置位置如图 8 所示。基于本文方法分析的仿真结果与实测结果进行对比, 以验证系统动力学模型及求解方法的有效性。

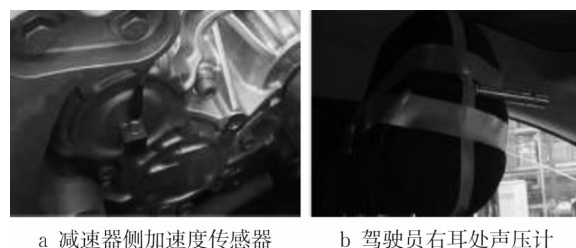


图8 传感器位置示意

Fig. 8 Diagram of sensor positions

在半消声实验室中, 维持整车油门开度不变以确保电机扭矩保持稳定, 同时使转速随扭矩逐渐升高。采用噪声测试软件对电机和齿轮副分别进行阶次分析, 可以得到不同零件声压阶次切片和振动响应阶次切片, 高速端齿轮副对应的 26 阶测试结果如图 9 所示。根据整车主观评价结果, 26 阶噪声在 $5\,000 \sim 7\,500 \text{ r} \cdot \text{min}^{-1}$ 内存在抱怨, 由声压切片结果可以看出在 $4\,300 \sim 7\,600 \text{ r} \cdot \text{min}^{-1}$ 范围内, 26 阶噪声对应峰值较多且大于 35 dB, 与整车抱怨转速段一致。结合振动响应阶次切片结果可知, 转速在 $5\,000 \text{ r} \cdot \text{min}^{-1}$ 时存在突增, 并且对应于 $5\,000 \sim 8\,000 \text{ r} \cdot \text{min}^{-1}$ 区间, 振动响应峰值较大且变化剧烈, 因此判断 26 阶啸叫抱怨由此引起。

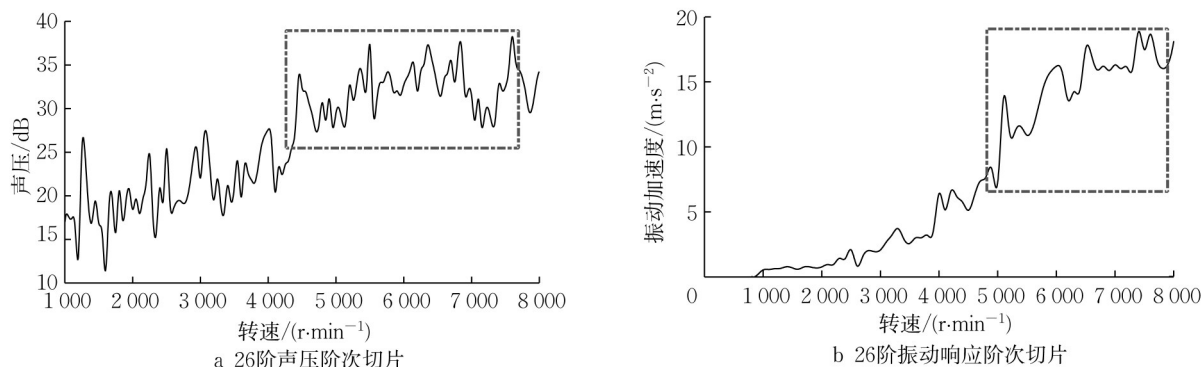


图9 26阶声压阶次切片及振动响应阶次切片测试

Fig. 9 Sound pressure and vibration response test result of 26 order cuts

利用MATLAB软件编程计算表1所示高速端齿轮副传递误差及傅里叶变换后前6阶的幅值及相位,如图10所示。可知,传递误差峰峰值为0.105 5 μm ,其对应幅值及相位分别为0.031 2 μm 和55.601 9°。

根据动态啮合刚度定义采用MATLAB软件编

程求解,主、从动轮柔度及相位如图11所示,动态啮合刚度结果如图12所示,输入轴轴承座孔处26阶振动响应仿真结果与实测结果对比情况如图13所示,两者峰值的统计结果如表2所示。

表 1 高速端齿轮副参数

Tab. 1 Gear parameters of high-speed stage gear pair

齿轮副	齿数	旋向	基圆直径/mm	齿宽/mm	质量/kg	绕 x 和 y 轴的转动惯量/($\text{kg}\cdot\text{m}^2$)	绕 z 轴转动惯量/($\text{kg}\cdot\text{m}^2$)
主动轮	26	右	37.806	34	0.35	6.99×10^{-5}	0.001
从动轮	75	左	109.055	32	1.29	7.26×10^{-5}	0.003
齿轮副	模数/mm	基圆螺旋角/(°)	啮合角/(°)	安装相位角/(°)	夹角/(°)	啮合刚度/($\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$)	
主动轮	1.41	24.33	20	12	8	7×10^8	
从动轮							

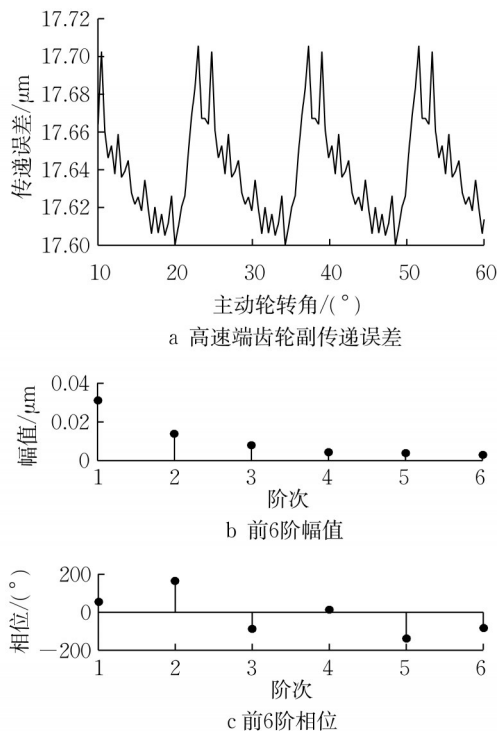


图 10 高速端齿轮副传递误差

Fig. 10 Transmission error of high-speed stage gear pair

由对比结果可以看出,仿真与实测响应曲线变化趋势较为一致,两者峰值的相对误差均在10%以内,且峰值对应转速点一致性较好,说明了本文方法的有效性。同时可见峰值间仍存在一定程度的相对误差,这是由于仿真时各单元均采用Rayleigh阻尼进行处理,与实际情况有所不同。

3.2 齿轮副布局形式影响分析

根据本文方法分析电驱传动系统布局形式及零件结构特征对齿轮副传递误差和动态啮合刚度两因

子的影响,以预测振动响应趋势并进行优化。

图14所示为高速端齿轮副在轴上的不同布局形式,布局形式1齿轮副相对输入轴居左布置,即当前布置方案。布局形式2和布局形式3的齿轮副相对于输入轴分别为居右布置和居中布置。然后采用前文方法进行分析,获得不同布局形式对应的传递误差和动态啮合刚度,如图15所示。

可以看出,不同布局形式的传递误差在扭矩小于150 $\text{N}\cdot\text{m}$ 时相差很小,大于150 $\text{N}\cdot\text{m}$ 后差别逐渐增大。而布局形式1的动态啮合刚度相较于布局形式2和布局形式3则明显较小。根据两因子的变化趋势,可以预估布局形式1的系统振动响应较小。

3.3 轴结构特征影响分析

以布局形式1为基础对轴结构特征进行分析,考虑到图16中标出的轴段与其他零件不存在配合关系,设计优化相对较易,且通过校核强度发现安全系数较高,因此考察该轴段在不同直径时对传递误差和动态啮合刚度的影响。具体地,把轴段直径从当前方案的30 mm分别调整为25 mm和35 mm,并得到对应的仿真结果,如图17所示。

由图17可知,轴段直径为25 mm时低频段动态啮合刚度下降明显,高频段则略微升高。轴段直径为35 mm时动态啮合刚度相对于当前方案明显增加。而传递误差在180 $\text{N}\cdot\text{m}$ 内三者相差较小,由此可预测该轴段直径调整为25 mm振动响应相对较小。

3.4 试验分析验证

综上分析确定优化方案,将输入轴上述轴段直径调整为25 mm后进行样件加工,然后搭载耐久试验并顺利通过考核。同时,按照前文NVH测试所定

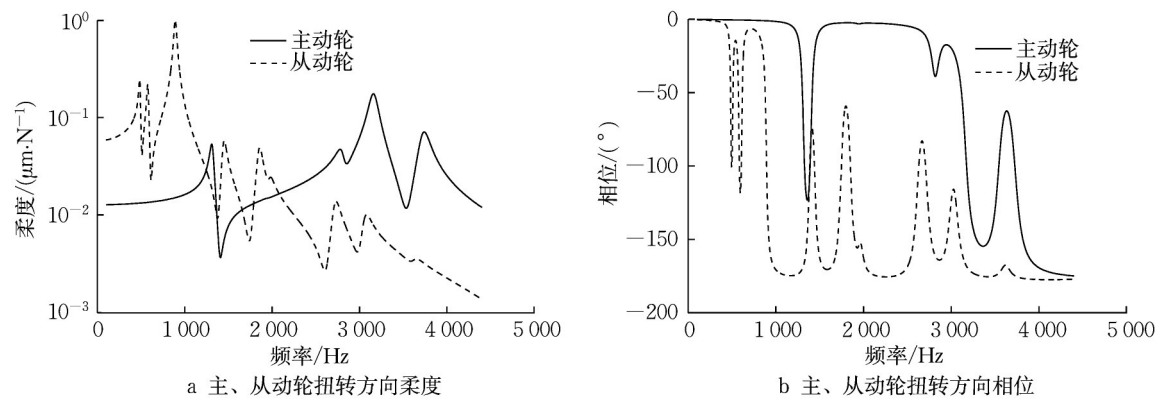


图 11 主、从动轮扭转方向柔度及相位

Fig. 11 Compliance and phase of driving and driven gear in the torsion direction

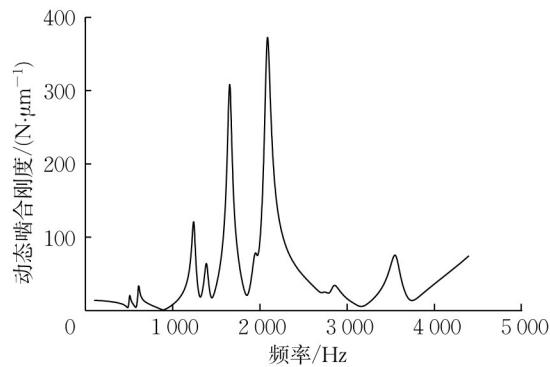


图 12 动态啮合刚度

Fig. 12 Dynamic meshing stiffness

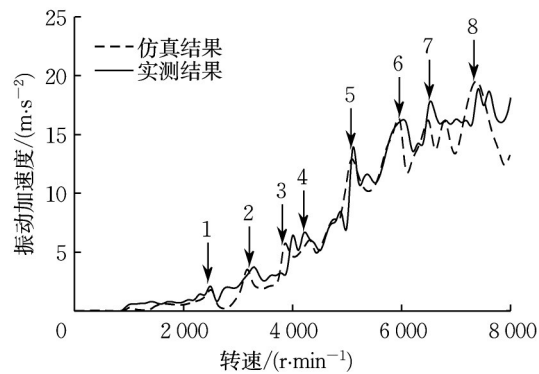


图 13 振动响应仿真与实测结果对比

Fig. 13 Comparison of vibration response between simulation and test result

义工况得到优化后 26 阶振动响应阶次切片和声压阶次切片测试结果,并将其与优化前结果进行对比, 如图 18 所示。

表 2 振动响应峰值仿真与实测结果对比

Tab. 2 Comparison of vibration response peak value between simulation and test result

峰值序号	实测结果/ ($\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$)	仿真结果/ ($\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$)	相对误差/%
1	2.089	1.945	6.89
2	3.716	3.939	6.00
3	6.412	6.639	3.54
4	6.579	6.308	4.12
5	13.762	13.004	5.51
6	16.206	16.811	3.73
7	17.564	16.671	5.08
8	18.861	19.566	3.74

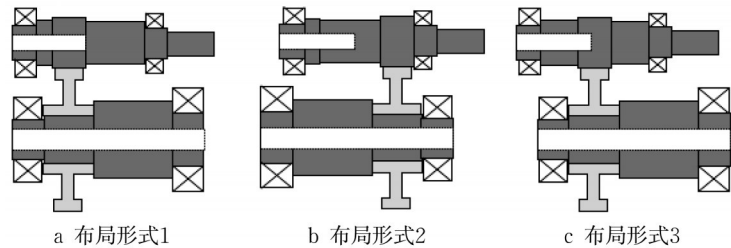


图 14 不同布局形式示意

Fig. 14 Diagram of different layout forms

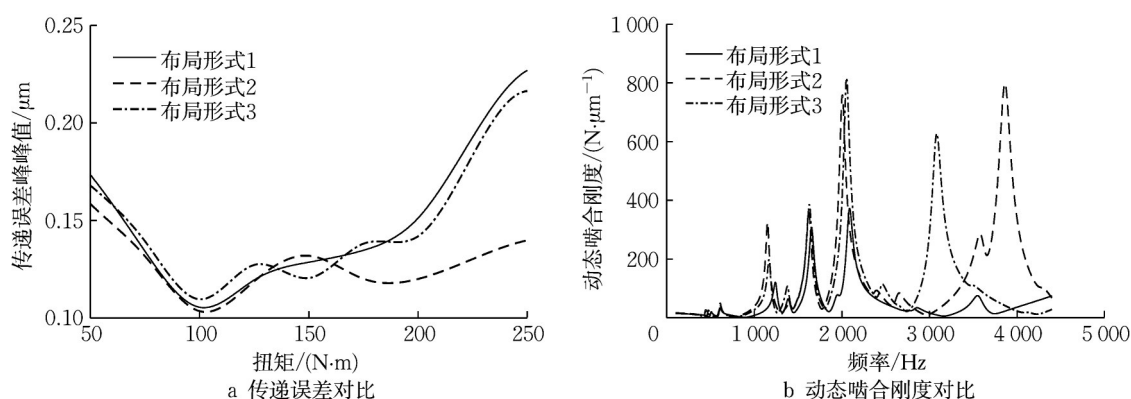


图 15 不同布局形式的动态啮合刚度和振动响应

Fig. 15 Transmission error and dynamic meshing stiffness of different layout forms

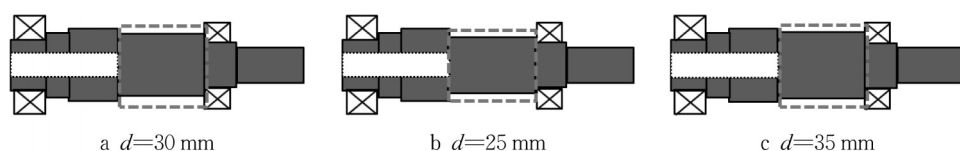


图 16 不同轴段直径示意

Fig. 16 Diagram of different shaft segment diameters

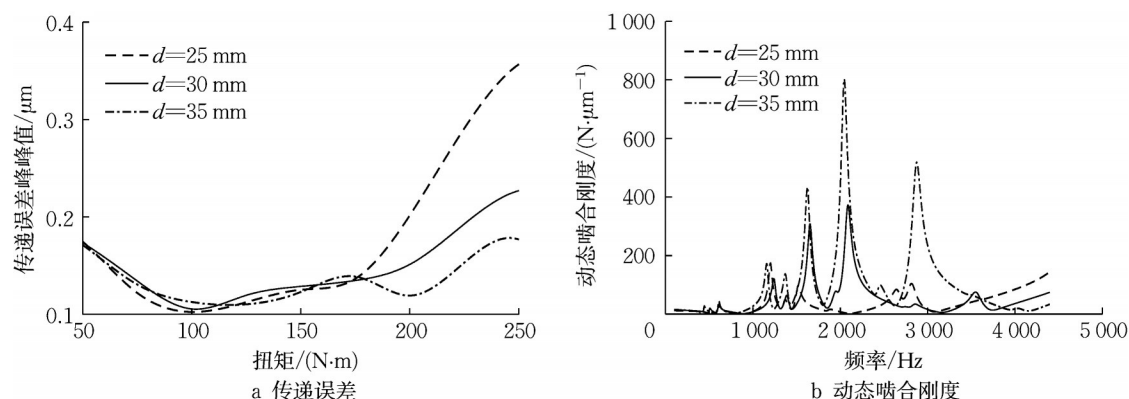


图 17 不同轴段直径下传递误差和动态啮合刚度

Fig. 17 Transmission error and dynamic meshing stiffness of different shaft diameters

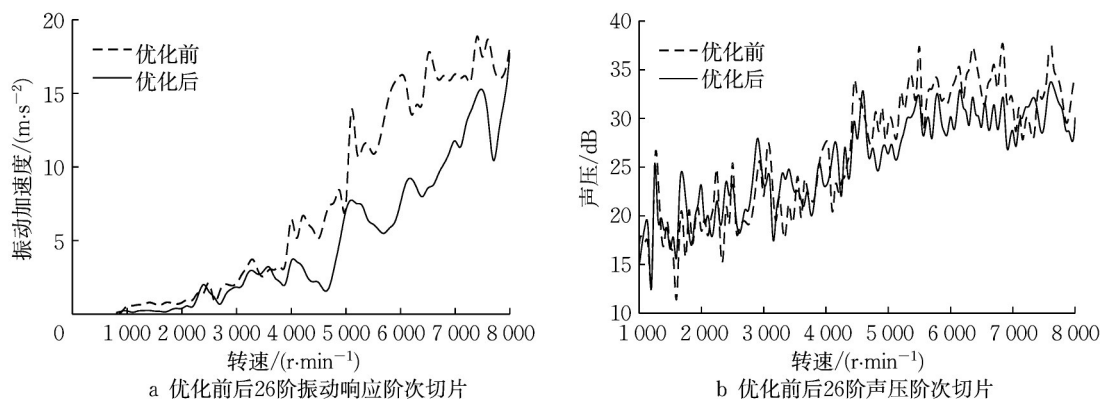


图 18 优化前后 26 阶振动响应阶次切片和声压阶次切片测试结果对比

Fig. 18 Comparison of vibration response and sound pressure test result of 26 order cuts before and after optimization

可以得知,优化后26阶振动响应在4 000~8 000 $\text{r}\cdot\text{min}^{-1}$ 内降幅较大,变化趋势较为平缓。同时分析声压阶次切片结果,发现26阶齿轮啸叫噪声均有不同幅度下降,最大值由36.09 dB下降至30.51 dB,降幅达到15.46%,无明显峰值出现,且整车主观评价认为NVH性能提升明显。说明齿轮啸叫改善较为明显,验证了基于动态啮合刚度进行系统及零件结构改进设计的有效性。

4 结论

(1)针对电驱传动系统齿轮啸叫问题,在传统齿轮修形方法的基础上探究了以传动系统动态啮合刚度为设计目标的齿轮副系统结构优化设计方法。以高速端齿轮系为例,给出了齿轮副、轴、轴承及壳体等单元动力学方程,建立了适用于电驱传动系统工作环境及齿轮设计特点的系统动力学模型。

(2)推导了计及传动系统各零件的动态啮合刚度数学模型,以齿轮副传递误差和动态啮合刚度乘积作为激励力,实现了振动响应在频域上的快速求解。结合某电驱传动系统参数,对比分析仿真结果与实测结果,验证了齿轮副动力学模型及振动响应求解方法的有效性。

(3)通过研究不同齿轮副布局形式及零件结构特征对传动系统动态啮合刚度及齿轮副传递误差的影响规律以确定齿轮副结构优化方案,分析了优化前后实测数据。结果表明,优化后系统振动响应明显降低,并有效改善了齿轮啸叫问题,可为电驱传动系统的设计提供新方法。

作者贡献声明:

葛海龙:理论分析,建模仿真,论文撰写。

赵治国:学术指导,写作及修改指导。

陈志鑫:工程指导。

参考文献:

- [1] 康强,顾鹏云,李洁,等. 电动汽车电驱动高频啸叫噪声评价方法研究[J]. 汽车工程, 2019, 41(6): 682.
KANG Qiang, GU Pengyun, LI Jie, *et al.* A research on the evaluation method of high-frequency whining noise in electric drivetrain[J]. Automotive Engineering, 2019, 41(6): 682.
- [2] HE Xiuzhi, ZHOU Xiaoqin, XUE Zhen, *et al.* Effects of gear eccentricity on time-varying mesh stiffness and dynamic behavior of two-stage gear system[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2019, 33(3): 1019.
- [3] HUA Xia, QIANG Sheng, HANG Wei. Influence of gear-shaft-bearing configurations on vibration characteristics of spiral bevel gear drives [J]. SAE International Journal of Vehicle Dynamics Stability and NVH, 2020, 4(3): 275.
- [4] HAN Lin, QI Houjun. Dynamic response analysis of helical gear pair considering the interaction between friction and mesh stiffness[J]. Meccanica, 2019, 54(15): 2325.
- [5] XIAO Zhengming, CAO Jinxin, YU Yinxin, *et al.* Mathematical modeling and dynamic analysis of planetary gears system with time-varying parameters [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2020(1): 1.
- [6] 葛敏,郭哈,于海生,等. 基于齿轮修形的混合动力变速箱齿轮啸叫研究[J]. 振动与冲击, 2018, 37(21): 227.
GE Min, GUO Han, YU Haisheng, *et al.* Hybrid transmission's gear whine based on gear micro-modification[J]. Journal of Vibration and Shock, 2018, 37(21): 227.
- [7] 肖将,郭年程,闫善恒,等. 商用车驱动桥齿轮啸叫综合分析方法及应用[J]. 机械传动, 2022, 46(6): 141.
XIAO Jiang, GUO Niancheng, YAN Shanheng, *et al.* Integrated analysis approach of gear whine of commercial vehicle drive axle [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2022, 46(6): 141.
- [8] KUBO A, KIYONO S, FUJINO M. On analysis and prediction of machine vibration caused by gear meshing (1st Report, Nature of gear vibration and the total vibrational excitation)[J]. Bulletin of the JSME, 1986, 29(258): 4424.
- [9] YIN Lei, DENG Chunlong, YU Wennian, *et al.* Dynamic characteristics of gear system under different micro-topographies with the same roughness on tooth surface [J]. Journal of Central South University, 2020, 27(8): 2311.
- [10] BAI Fan, CHEN Siyu, TANG Jinyuan. Comparisons of dynamic responses of a spur gear pair with two forms of profile deviation [J]. Australian Journal of Mechanical Engineering, 2020, 18(1): 46.
- [11] 彭卓凯,刘静,熊飞,等. 基于接触斑点和微观修形的混合动力系统齿轮啸叫研究[J]. 机械传动, 2020, 44(9): 14.
PENG Zhuokai, LIU Jing, XIONG Fei, *et al.* Study on gear whine of hybrid power system based on contact patch and micro modification [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2020, 44(9): 14.
- [12] 徐斌,高跃飞,余龙. MATLAB有限元结构动力学分析与工程应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2009.
XU Bin, GAO Yuefei, YU Long. MATLAB finite element structural dynamics analysis and engineering application [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009.
- [13] PETERSEN D, HOWARD C, PRIME Z. Varying stiffness and load distributions in defective ball bearings: analytical formulation and application to defect size estimation[J]. Journal of Sound and Vibration, 2015, 337: 284.
- [14] ZHU Caichao, XU Xiangyang, LIU Huaiju, *et al.* Research on dynamical characteristics of wind turbine gearboxes with flexible pins[J]. Renewable Energy, 2014, 68: 724.