

# 轮毂驱动用永磁同步电机电磁振动噪声研究

黄超<sup>1</sup>, 熊璐<sup>1</sup>, 吴虎威<sup>2</sup>, 郭晗<sup>2</sup>, 孟德建<sup>1</sup>

(1. 同济大学汽车学院, 上海 201804; 2. 舍弗勒贸易(上海)有限公司, 上海 201804)

**摘要:** 研究了轮毂驱动用 16 极 24 槽永磁同步电机电磁振动噪声的仿真预测方法, 并通过消声室测试结果验证了研究方法的有效性。首先, 建立考虑各向异性材料特性的定子铁芯和带集中式绕组的定子系统等效模型, 并利用力锤模态敲击实验验证了等效模型的有效性; 其次, 针对轮毂驱动电机总成, 建立电磁—结构—声学多物理场耦合模型, 仿真预测了在全负荷工况下电机辐射噪声; 最后, 利用消声室台架实验结果, 验证了永磁同步电机电磁—结构—声学多物理场耦合模型的准确性。研究成果可进一步用于其他永磁同步电机设计开发和电磁振动噪声产生机理研究。

**关键词:** 轮毂驱动; 力锤模态敲击; 多物理场耦合模型; 消声室台架实验

中图分类号: U463.2

文献标志码: A

## Simulation and Experimental Analysis of Electromagnetic Vibration and Noise for In-Wheel-Drive Permanent Magnetic Synchronous Electrical Motor

HUANG Chao<sup>1</sup>, XIONG Lu<sup>1</sup>, WU Huwei<sup>2</sup>, GUO Han<sup>2</sup>, MENG Dejian<sup>1</sup>

(1. School of Automotive Studies, Tongji University, Shanghai 201804, China; 2. Schaeffler Trading (Shanghai) Co., Ltd., Shanghai 201804, China)

**Abstract:** Electromagnetic vibration and noise prediction method of 16 poles-24 slots In-Wheel-Drive (IWD) permanent magnetic synchronous electrical motor were analyzed, which was then validated by bench test in anechoic chamber. Firstly, anisotropic material stator core and stator system with concentrated winding is established and modal results of stator system were validated by modal impact test. Secondly, for the assembly of IWD permanent magnetic synchronous electrical motor, electromagnetic, structural and acoustic multi-physical coupled model was built. Electromagnetic

noise is predicted on WOT condition. Finally, electromagnetic, structural and acoustic multi-physical coupled model of permanent magnetic electrical motor was validated by bench test results in anechoic chamber. The research achievements will contribute to other permanent magnetic synchronous electrical motor design and mechanism analysis of electromagnetic vibration and noise.

**Keywords:** in wheel drive; hammer modal test; multi physical coupled model; bench test in anechoic chamber

在国家“2030 年碳达峰、2060 年碳中和”的政策指引下, 国内新能源汽车有了爆发式的增长。目前, 新能源汽车对驱动系统的要求也是越来越高, 尤其是在功率密度与小型化等方面。轮毂电机, 将驱动、传动和制动装置都整合到轮毂内, 省略了离合器、变速器、传动轴、差速器等传动部件, 被认为是新能源汽车驱动系统的最佳解决方案。永磁同步电机作为当前汽车市场主流电机, 具有较低的齿槽转矩、较好的弱磁能力和容错性, 已经广泛地用于轮毂驱动用电机。电机振动噪声作为衡量电机设计制造水平的一项重要指标, 其品质直接影响汽车乘坐舒适性。电机噪声包括电磁噪声、机械噪声和气动噪声 3 个方面, 因电机运行转速范围宽、电磁阶次高等因素导致电磁噪声覆盖频率很广, 而明显区别于机械噪声和气动噪声, 更易使乘员感到烦躁不安, 从而引起乘客对于整车声品质的抱怨越来越多<sup>[1]</sup>。因此, 永磁同步电机电磁振动噪声预测建模方法和机理研究显得尤为重要。

目前国内外针对永磁同步电机电磁振动噪声的研究已有很多, 主要体现在定子系统准确建模、电机电磁激励机理、电机电磁振动噪声仿真预测方法和电磁振动噪声抑制措施等方面。

收稿日期: 2023-10-23

基金项目: 国家自然科学基金(2021YFB2501201)

第一作者: 黄超(1978—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为汽车电驱动系统。E-mail: 1811126@tongji.edu.cn

通信作者: 熊璐(1978—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为汽车工程及其动力系统。E-mail: xiong\_lu@tongji.edu.cn

在定子铁芯和绕组等效建模方法研究方面,研究成果普遍认为其准确性直接影响振动噪声仿真精度。Xing 等<sup>[2]</sup>利用能量法推导了定子铁芯解析计算方法,并利用有限元模型验证了解析方法的有效性。左曙光等<sup>[3]</sup>认为电机定子系统的准确建模是研究电磁振动和噪声的关键,仿真分析了各向异性材料参数灵敏度,并通过定子铁芯和总成的模态试验进行了参数识别,结果表明模态频率计算值和实测值的误差可控制 4% 以内。He 等<sup>[4]</sup>利用卷积神经网络模型设置定子铁芯、清漆等各向异性材料参数,提高了模型修正的速度和精度。Saito 等<sup>[5]</sup>认为合理设置线圈和铁芯之间连接刚度可以进一步提高包括定子铁芯和线圈的整个定子系统的模态计算精度。

在电机电磁力激励研究方面,大部分研究集中于理想正弦电流输入情况下的径向力激励,部分文献开始考虑电磁力切向力、径向力以及电流谐波对于振动噪声的影响。Kang 等<sup>[6]</sup>推导了某款 8 极 48 槽电机定转子间气隙电磁力的双重傅里叶变换结果,研究其频率特征和空间阶次特征。Lin 等<sup>[7]</sup>推导了考虑不同类型电流谐波情况下的电机径向力特征,利用仿真方法对比了考虑与不考虑电流谐波的影响,结果表明电流谐波主要影响电磁力低空间阶次。张立军等<sup>[8]</sup>综合考虑电机径向电磁力和切向电磁力对电磁振动的影响,开展永磁同步电机瞬态动力学仿真,研究结果表明,时域上切向电磁力使得电机定子齿部切向变形明显大于径向;在频域上,与切向电磁力密切相关的 2 阶转矩脉动频率对电磁振动的影响也是不可忽略的。

在电机电磁噪声仿真预测方法和试验验证方面,模态叠加法广泛地应用于电机振动结果的预测,有限元和边界元等方法用于电机噪声的预测,试验验证手段也日渐成熟。He 等<sup>[9]</sup>利用解析方法分析了电机电流脉宽调制产生机理,利用仿真和实测手段,分析比对了脉宽调制处频率幅值,试验和仿真结果一致性较好。

王晓远等<sup>[10]</sup>以一台 30 kW 电动汽车驱动用 V 型转子永磁电机为研究对象,对其电磁性能及振动噪声特性进行了详细的分析计算,并提出一种采用新型隔磁桥的优化方案,对 2 种方案在多个特性下进行了数值分析及计算,并通过样机实验,验证了计算手段的合理性和有效性。丁俊杰等<sup>[11]</sup>为了抑制驱动电机输出的转矩脉动,采用谐波电流注入的方法来抵消电机运行时的谐波转矩,将 RBF 神经网络和遗传算法结合,对电流谐波进行优化,最后通过振动

试验验证分析的准确性,结果表明,采用谐波注入的控制方法能够有效抑制动力总成的电磁振动。

本文综合国内外研究成果和存在的问题,首先建立考虑各向异性材料特性的定子铁芯和带集中式绕组的定子系统等效模型,并利用力锤模态敲击实验验证了等效模型的有效性;其次,针对轮毂驱动电机总成,建立电磁-结构-声学多物理场耦合模型,仿真预测了在全负荷工况下电机辐射噪声;最后,利用消声室台架实验结果,验证了永磁同步电机电磁-结构-声学多物理场耦合模型的准确性,研究成果可进一步用于其他永磁同步电机设计开发和电磁振动噪声产生机理研究。

# 1 定子铁芯和定子系统各向异性等效建模

本文轮毂驱动用电机为 16 极 24 槽永磁同步电机,采用圆线集中式绕组型式,该电机基本参数如表 1 中所示。

## 1.1 定子铁芯和定子系统模态实验

表 1 16 极 24 槽永磁同步电机参数列表  
Tab.1 Parameters list of 16 poles and 24 slots permanent synchronous electrical motor

参数	参数值	参数	参数值
峰值功率/kW	18.5	峰值扭矩/Nm	175
额定功率/kW	9	额定扭矩/Nm	80
极数	16	槽数	24
斜极段数	6	斜极方式	V
斜极角度/(°)	2	绕组型式	集中绕组

该电机定子系统主要由铁芯、绕组、灌封和绝缘纸等组成,整个定子铁芯由 24 块分体铁芯拼接而成,整个定子铁芯通过过盈配合方式安装在水套内,如图 1 中所示。

定子铁芯由多层硅钢片沿轴向层叠而成,定子

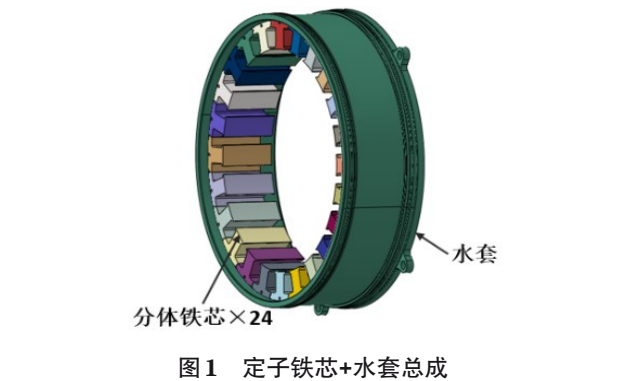


图 1 定子铁芯+水套总成  
Fig.1 The Assembly of stator core and cooling jacket

铁芯轴向层叠结构导致其沿着不同方向力学性能表现不同,材料参数表现出明显的正交各向异性;定子线圈采用集中式绕线方式,定子系统准确建模直接影响电机电磁振动噪声仿真精度。为了研究定子铁芯和定子系统各向异性材料参数,利用力锤分别进行定子铁芯+水套和定子系统+水套的模式实验,如图2中所示。实验中采用力锤对定子铁芯+水套和定子系统+水套施加激振信号,利用振动传感器获取测点位置的振动信号,振动传感器测点沿定子外表面周向均匀布置16个、沿定子外表面轴向布置2圈,实验采用分批测量,每次测量激振点到8个振动加速度传感器测点的频响函数<sup>[1]</sup>。



(a) 定子铁芯+水套实验 (b) 定子系统+水套实验

图2 定子铁芯和定子系统模式实验

Fig.2 Stator core and stator system modal test

定子铁芯和定子系统模式实验结果如表2中所示的。表中, $m$ 代表轴向模式阶数( $m=0$ 时定子沿轴向振动同相位, $m=1$ 时轴向两端振动反相位), $n$ 代表径向模式阶数。

### 1.2 定子铁芯和定子系统各向异性特性研究

在有限元建模时,无法按照实际的形状结构对定子铁芯层叠结构和绕线型式进行建模,而采用以下等效方式:

(1)对于定子铁芯+水套,根据实际考虑叠压系数的模型尺寸建立实体模型,如图3(a)中所示,铁芯材料按照质量等效的原则设置密度,并赋予铁芯材料各向不同的弹性模量和剪切模量。

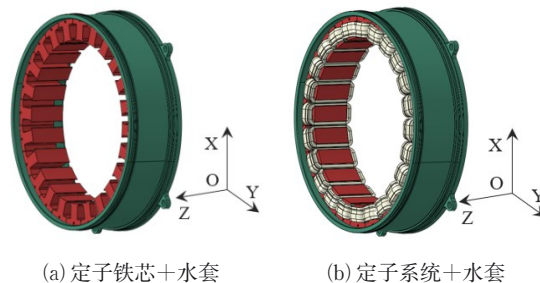
(2)对于定子系统+水套,圆线集中式绕组缠绕在对应的定子齿上,等效时按照线圈实际空间位置形成线圈实体模型,如图3(b)中所示:定子轭部材料参数与等效方式(1)中定子铁芯材料参数保持一致;按照质量等效的原则设置绕组实体模型密度,并设置绕组实体模型弹性模量和剪切模量参数。

对于如图3(a)所示定子铁芯结构,各向异性材料共需要3个正交对称面的9个工程常数来定义,在

表2 定子铁芯和定子系统模式测试结果

Tab.2 Modal test results of stator core and stator system

模态阶数	模态振型	模态频率/Hz	
		定子铁芯	定子系统
$n=2$		321.5	552.4
$n=3$		880.6	1 437.8
$n=4$		1 609.3	2 543.2
$n=5$		2 454.5	3 772.3
$n=0$		4 729.7	4 106.1



(a) 定子铁芯+水套

(b) 定子系统+水套

图3 定子铁芯+水套和定子系统+水套的等效模型

Fig.3 Equivalent finite element model of stator core + cooling jacket and stator system + cooling jacket

XOY平面内表现为各向同性材料,材料参数与单层硅钢片参数相同;在XOZ和YOZ平面表现为各向异性材料,在两个平面内对应方向材料异性参数相同;忽略层叠结构对于材料泊松比的影响。因此,定子铁芯的9个工程常数关系如下<sup>[1]</sup>:

(1) 泊松比,  $\nu_{XY} = \nu_{YX} = \nu_{XY} = 0.29$ ;

(2) 杨氏模量,  $E_X = E_Y, E_Z$ ;

(3) 剪切模量,  $G_{XY}, G_{XZ} = G_{YZ}$ 。

通过以上关系可知,9个工程材料参数中只有  $E_X(E_Y)$ 、 $E_Z$ 、 $G_{XY}$  和  $G_{XZ}(G_{YZ})$  4个变量,为了准确定义仿真模型中各向异性材料参数以便于与模式测试结果对比,应首先开展  $E_X(E_Y)$ 、 $E_Z$ 、 $G_{XY}$  和  $G_{XZ}(G_{YZ})$  4个变量灵敏度分析,其结果如图4所示( $E_0=180$  GPa,  $G_0=60$  GPa)。



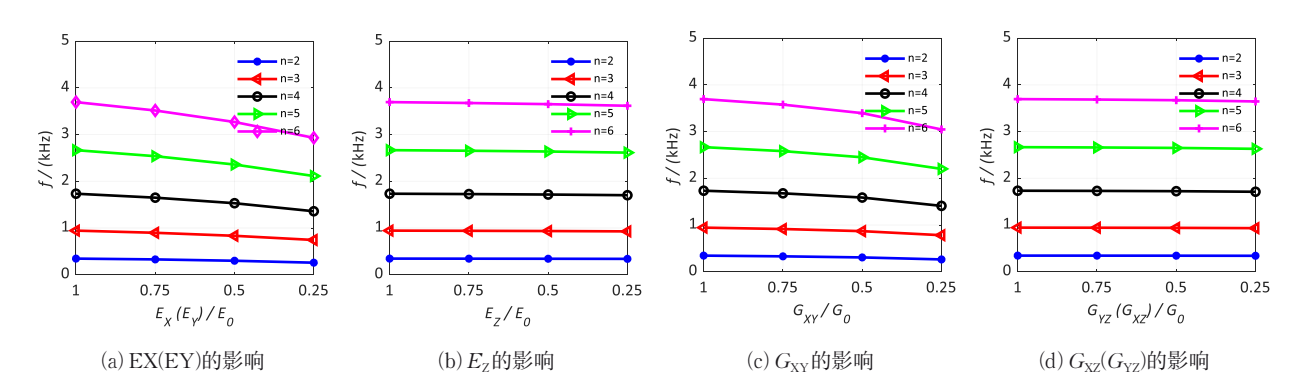


图4 各项异性材料对于铁芯模态频率影响

Fig.4 Anisotropic material property influence on stator core + cooling jacket modal frequency

由图4可知,对于轴向模态阶数 $m=0$ ,铁芯径向模态频率 $n(n=2, 3, 4, 5, 6)$ 对于 $E_X(E_Y)$ 和 $G_{XY}$ 两个变量较敏感,尤其是对于高阶次 $n$ 对于 $E_X(E_Y)$ 和 $G_{XY}$ 更敏感,对于 $E_Z$ 和 $G_{XZ}(G_{YZ})$ 不敏感;对于轴向模态阶数 $m=1$ ,铁芯径向模态频率 $n$ 对于 $E_X(E_Y)$ 、 $G_{XY}$ 和 $G_{XZ}(G_{YZ})$ 3个变量均较敏感,尤其是高阶次 $n$ 对于 $E_X(E_Y)$ 和 $G_{XY}$ 更敏感,对于 $E_Z$ 则不敏感。

对于定子系统,图3(b)中定子轭部和定子齿部各向异性材料参数灵敏度分析方法与定子铁芯分析方法相同,各向异性材料参数对于定子系统模态频率影响规律与对于定子铁芯影响一致,这里不再赘述。

### 1.3 定子铁芯和定子系统模态仿真和实测对比

基于1.2节分析结果,将 $E_X(E_Y)$ 、 $G_{XY}$ 和 $G_{XZ}(G_{YZ})$ 3个变量作为调整参数,将实测模态结果作为优化目标,得到的定子铁芯和定子系统等效各向异性材料参数如表3中所示,相应的仿真和实测模态频率对比结果如表4中所示。考虑定子铁芯和定子系统各向异性材料参数时,铁芯+水套模态的频率仿真和实测误差在5%以内,定子系统+水套的模态频率仿真和实测误差在4%以内,满足工程允许的误差范围内。

表3 定子铁芯和定子系统各向异性材料参数列表

Tab.3 Anisotropic material property parameters list of stator core and stator system

参数	定子铁芯	定子系统	
		定子铁芯	线圈
密度/( $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ )	7 850	7 850	6 180
泊松比	0.29	0.29	0.34
杨氏模量/GPa	$E_X=E_Y=170$	$E_X=E_Y=170$	$E_X=E_Y=110$
	$E_Z=160$	$E_Z=160$	$E_Z=110$
剪切模量/GPa	$G_{XY}=40$	$G_{XY}=40$	$G_{XY}=41.0$
	$G_{XZ}=G_{YZ}=55.2$	$G_{XZ}=G_{YZ}=55.2$	$G_{XZ}=G_{YZ}=41.0$

表4 定子铁芯和定子系统仿真和实验模态对比

Tab.4 Simulation and test modal results of stator core and stator system

$m=0$		模态频率/Hz				
		$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$	$n=6$
定子铁芯 + 水套	仿真	320.1	891.2	1 634.6	2 515.3	4 515.6
	实验	321.5	880.6	1 609.3	2 454.5	4 729.7
	相对误差	0.4%	1.2%	1.5%	2.4%	4.7%
定子系统 + 水套	仿真	560.2	1 490.8	2 600.5	3 800.5	4 250.2
	实验	552.4	1 437.8	2 543.2	3 772.3	4 106.1
	相对误差	1.4%	3.6%	2.2%	1.7%	3.4%

## 2 电机电磁振动噪声仿真分析

### 2.1 电机电磁振动噪声仿真流程

电机电磁振动噪声多物理场建模仿真流程如图5所示,主要步骤如下:

(1) 系统建模及模态计算:对复杂的轮毂电机系统进行等效建模,并计算系统模态结果;

(2) 电磁模型:建立二维永磁同步电机电磁分析模型,计算不同转速下电机电磁性能,输出定子表面电磁力结果;

(3) 电磁力前处理:将二维电磁力拓展成三维电磁力,并将6段电磁力结果合成为整个电磁力结果;

(4) 振动及声学响应:基于步骤(1)算出的模态结果,利用模态叠加法计算系统振动结果,并利用声学有限元方案计算系统辐射噪声结果。

### 2.2 轮毂电机系统有限元建模

研究的轮毂电机系统如图6中所示,主要包括壳体、电机定子系统、电机转子系统、电机冷却水套、制动系统、两级行星齿轮系统、轮辐系统等。鉴于该系统复杂性,需要将该系统进行简化以便于计算其模态结果,具体等效建模方法如图7中所示。

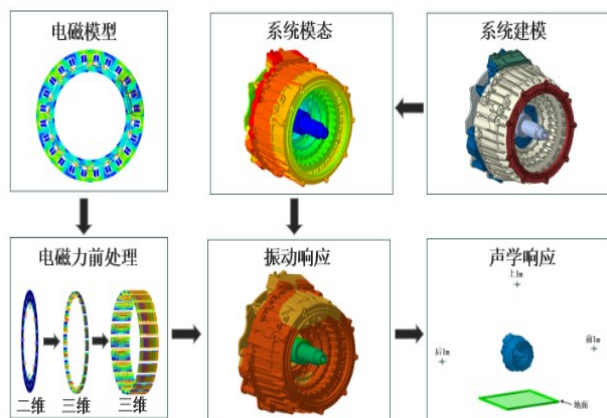


图5 电机电磁振动噪声仿真流程图

Fig.5 Simulation workflow of electrical motor electromagnetic vibration and noise

- (1) 将相邻部件通过绑定方式连接;
- (2) 如图 7(b)所示,将两级行星齿轮系统等效为集中质量,并将其通过连续分布式连接至壳体相应位置处;
- (3) 如图 7(c)所示,将作为动力输出的轮辐系统等效为集中质量,并将其通过连续分布式连接至支撑轴相应位置处;
- (4) 如图 7(d)所示,将作为动力输出的制动系统等效为集中质量,并将其通过连续分布式连接至支撑轴相应位置处;
- (5) 如图 7(e)所示,将转子系统等效为集中质量,并将其通过连续分布式连接至两侧轴承座位置;
- (6) 如图 7(f)所示,将制动系统等效为集中质量,并将其通过连续分布式连接至支撑轴相应位置处,并将背板安装孔位通过运动学分布式连接至大地。

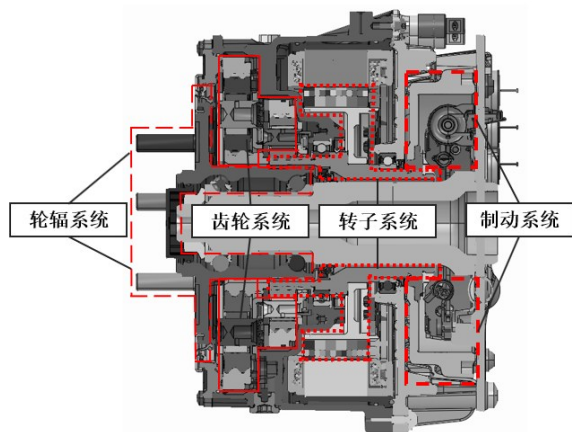
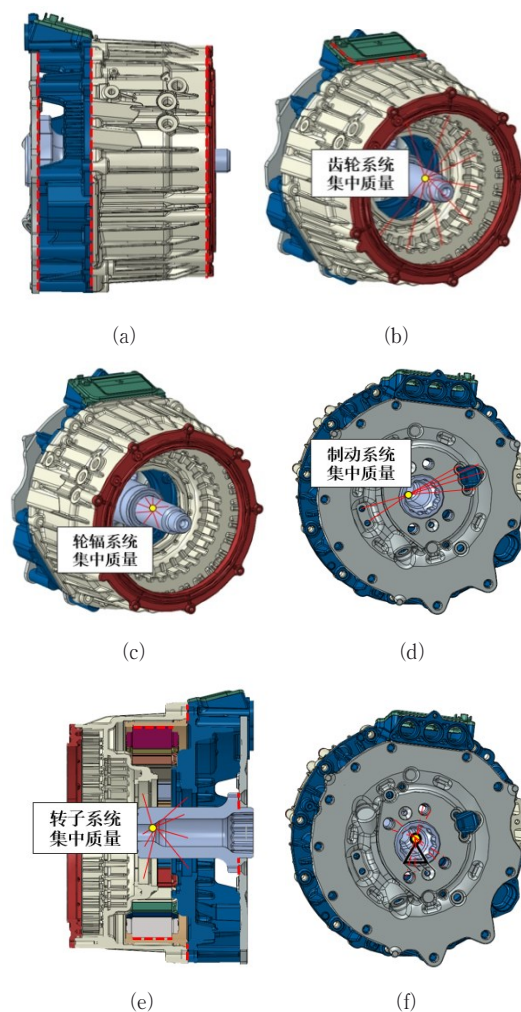


图6 轮毂电机系统剖面图

Fig.6 Sectional view of IWD (In-Wheel-Drive) system



注:虚线为绑定连接;实线为连续分布连接,运动学分布连接。

图7 轮毂电机系统等效建模

Fig.7 Equivalent modeling of IWD (In-Wheel-Drive) system

### 2.3 电机噪声结果分析

电机电磁噪声仿真声学测点布置如图 8 中所示,在距离轮毂电机系统壳体表面上方、前侧和后侧各 1m 处布置声学测点,并考虑地面对声音传播的反射作用,仿真评估在峰值扭矩工况下电机声学表现。

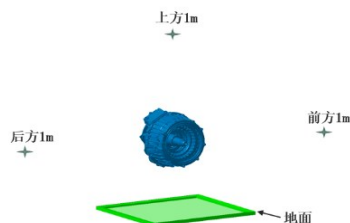


图8 电机电磁噪声仿真声学测点位置

Fig.8 Microphone location of electrical motor electromagnetic noise simulation

以前方1 m声学测点为例,该测点声学结果如图9所示(ref代表噪声计算参考值,factor代表噪声计算因数,下同)。由图可见,在500~1 500 r/min和2 500~3 000 r/min范围内,96阶次对于总体贡献度高于其他阶次;而在1 700~2 300 r/min以及3 000~4 000 r/min范围内,64阶次对于总体贡献度高于其他阶次。因此,特将对于总体贡献度较高的64阶次和96阶次结果汇总,分别如图10和图11中所示,可见在1 100 r/min和3 700 r/min处,3个测点的64阶次平均值分别可以达到47.3 dB(A)和55.1 dB(A);在2 700 r/min处,3个测点96阶次平均值可以达到54.3 dB(A)。

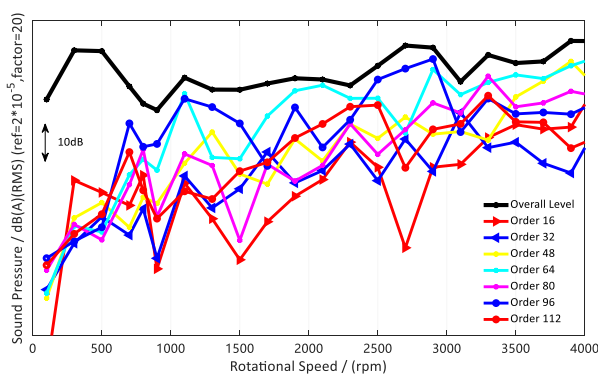


图9 麦克风总体和各阶次声压(前方1 m)

Fig.9 Overall level and order cut level of Microphone sound pressure (Front 1 m)

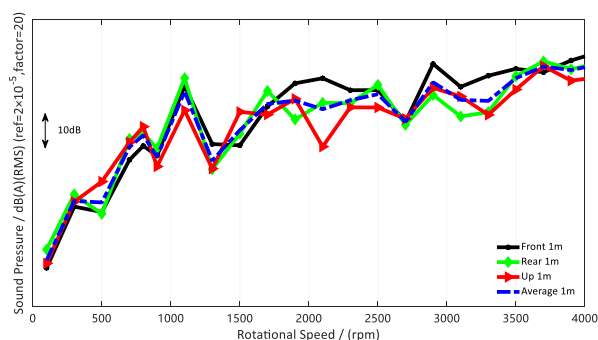


图10 3个1 m处麦克风64阶噪声仿真结果

Fig.10 64th order cut level simulation results of 3 microphones in the distance of 1 m

### 3 电机电磁噪声实验和仿真验证

在半消声室内,测试表1中永磁同步电机在全负荷加速工况下电磁噪声,测试前端采用LMS SCADAS SCM205多通道数据采集设备,麦克风布置在轮毂电机系统壳体表面上方、前方和后方1 m处,总体实验布置如图12中所示。

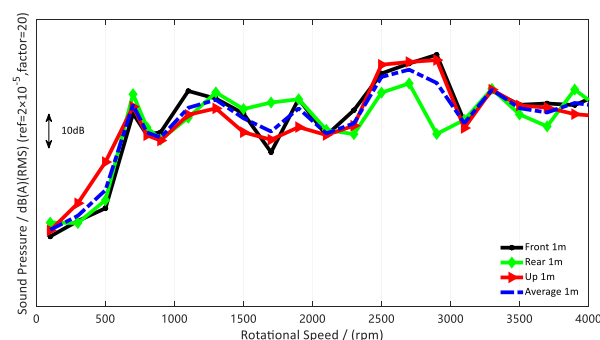


图11 3个1m处麦克风96阶噪声仿真结果

Fig.11 96th order cut level simulation results of 3 microphones in the distance of 1 m

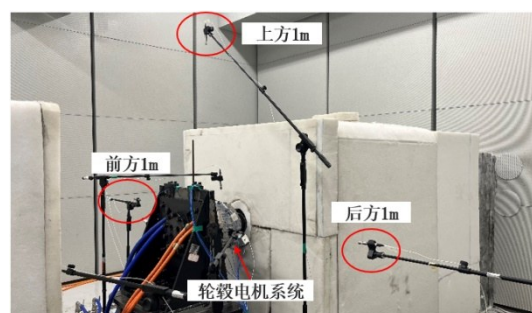


图12 消声室内电机电磁噪声测试声学测点位置

Fig.12 Microphone location of electrical motor electromagnetic noise test in anechoic chamber

为了验证仿真和测试结果的有效性,将对于总体贡献度较大的64阶次和96阶次的仿真和测试结果进行比对,分别如图13和图14中所示。如图13所示,在100~2 500 r/min范围内,64阶次噪声随着转速的提高而提高,在2 500~4 000 r/min范围内,64阶次噪声随着转速的提高而有所降低,仿真和实测一致性较好。如图14中所示,在100~1 200 r/min范围内,96阶次噪声随着转速的提高而提高,3个测点的实测平均值峰值可达到53.9 dB(A);在2 000~2 900 r/min范围内,96阶次噪声随着转速的提高而提高,3个测点实测平均值峰值可达到65.4 dB(A);在2 900~4 000 r/min范围内,96阶次噪声随着转速的提高而降低,仿真和实测一致性较好。

### 4 结论

本文研究了轮毂驱动用16极24槽永磁同步电机电磁振动噪声的仿真预测方法,并通过半消声室测试结果验证了研究方法的有效性,主要结论如下:

(1) 对于定子铁芯和定子系统复杂结构,建立考虑各向异性材料特性的定子铁芯和系统等效模



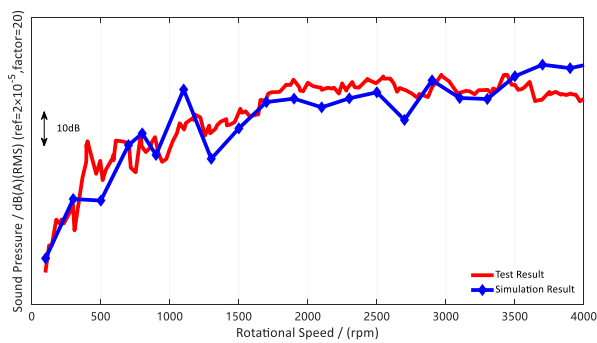


图 13 1 m 处麦克风 64 阶噪声仿真和测试平均值对比  
Fig.13 64th order cut level simulation and test comparison of all 1 m

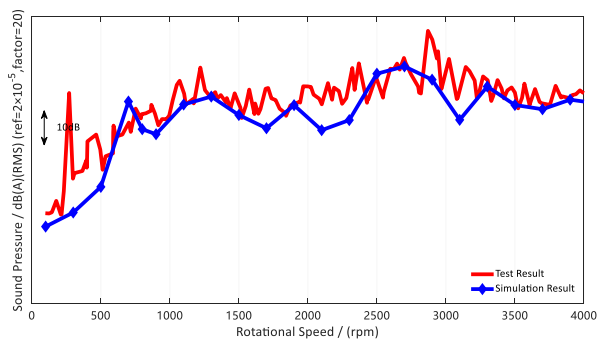


图 14 1 m 处麦克风 96 阶噪声仿真和测试平均值对比  
Fig.14 96th order cut level simulation and test comparison of all 1 m

型,分析各向异性材料参数灵敏度,寻找灵敏度较大的材料参数调整仿真模态结果,并利用模态敲击实验验证了仿真模型的有效性。

(2) 建立永磁同步电机电磁振动噪声预测的电磁-结构-声学多物理场耦合模型,仿真预测电机在全负荷工况下声学结果。仿真结果表明,对于 16 极 24 槽永磁同步电机,基本阶次 16 阶及其 16 阶整数倍阶次噪声对于总体噪声贡献度最大,尤其是 64 阶次和 96 阶次噪声在某些转速区域内对于总体声压级贡献度均较大,并利用半消声室内台架声学测试结果验证了仿真模型。

#### 参考文献:

- [1] 苏辉, 张立军, 孟德建, 等. 车用永磁同步电机电磁振动噪声仿真和试验研究[J]. 振动与冲击, 2022(12): 41.  
SU Hui, ZHANG Lijun, MENG Dejian, *et al.* Simulation and experimental analysis of electromagnetic vibration and noise for vehicle permanent magnetic synchronous electrical motors [J]. Journal of Vibration and Shock, 2022(12): 041.
- [2] XING Z Z, WANG X H, ZHAO W L, *et al.* Calculation

method for natural frequencies of stator of permanent magnet synchronous motors based on three-dimensional elastic theory [J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2021, 36 (2): 755.

- [3] 左曙光, 张耀丹, 阎礁, 等. 考虑定子各向异性的永磁同步电机振动噪声优化[J]. 西安交通大学学报, 2017, 51(5): 60.  
ZUO Shuguang, ZHANG Yaodan, YAN Jiao, *et al.* Optimization of vibration and noise in permanent magnet synchronous motor considering stator anisotropy [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2017, 51(5): 60.
- [4] HE S, LI J, MUIR M, *et al.* New integrated electromagnetic and NVH analyses for induction traction motors for hybrid and electric vehicle applications [C]// WCX SAE World Congress Experience. 2020. <https://doi.org/10.4271/2020-01-0413>.
- [5] SAITO T, MIYAMOTO K. Vibrational analysis method on high-frequency electric-drive motor noise [C]// WCX SAE World Congress Experience. 2020. <https://doi.org/10.4271/2020-01-0463>.
- [6] KANG Q, GU P, GONG C, *et al.* Test and analysis of electromagnetic noise of an electric motor in a pure electric car [J]. SAE Technical Paper 2019-01-1492, 2019. DOI:10.4271/2019-01-1492.
- [7] FU L, ZUO S, DENG W, *et al.* Modeling and analysis of electromagnetic force, vibration, and noise in permanent-magnet synchronous motor considering current harmonics [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63(12): 7455.
- [8] 张立军, 徐杰, 孟德建. 切向电磁力对永磁同步轮毂电机电磁振动的影响[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2019, 47 (S1): 126.  
ZHANG Lijun, XU Jie, MENG Dejian. Effect of tangential electromagnetic force on electromagnetic vibration of permanent magnet synchronous in-wheel motor [J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2019, 47(S1): 126.
- [9] HE S, GONG C, ZHANG P, *et al.* Analysis and validation of current ripple induced PWM switching noise and vibration for electric vehicles [J]. SAE Technical Paper 2023-01-1100, 2023. DOI:10.4271/2023-01-1100.
- [10] 王晓远, 贺晓钰, 高鹏. 电动汽车用 V 型磁钢转子永磁电机的电磁振动噪声削弱方法研究[J]. 中国电机工程学报, 2019, 39 (16): 4919.  
WANG Xiaoyuan, HE Xiaoyu, GAO Peng. Research on electromagnetic vibration and noise reduction method of V type magnet rotor permanent magnet motor electric vehicles [J]. Proceedings of the CSEE, 2019, 39(16): 4919.
- [11] 丁俊杰, 陈天宁, 方江龙, 等. 谐波注入在电动汽车动力总成电磁振动抑制中的应用[J]. 振动工程学报, 2022, 35(6): 1453.  
DING Junjie, CHEN Tianning, FANG Jianglong, *et al.* Electromagnetic vibration suppression of electric vehicle powertrain using harmonic injection [J]. Journal of Vibration Engineering, 2022, 35(6): 1453.