

面向公交准点与绿波通行的干线信号协调设计

卢 凯^{1,2}, 邓元昊¹, 陈志学¹, 陈 欢³

(1. 华南理工大学 土木与交通学院 亚热带建筑与城市科学全国重点实验室, 广东 广州 510640; 2. 琶洲实验室, 广东 广州 510330;

3. 广州交投科技股份有限公司, 广东 广州 510199)

摘要: 以保障公交准点率和提升通行效率为控制目标, 给出了一种公交干线双向红绿波协调设计方法。通过定义准点控制交叉口和绿波通行交叉口, 根据公交车站的位置分布情况, 确定上游信号交叉口的红波或绿波控制模式; 通过等价变换协调设计速度, 建立公交红绿波轨迹特征方程, 推导交叉口理想间距计算通式, 计算交叉口中心偏移率, 实现了干道公交信号协调控制方案优化, 为兼顾公交准点与绿波通行的干线信号协调设计提供了一种数解算法, 也为公交到站时刻表的制定提供了优化依据。案例实验表明, 设计方案可以保证 97.6% 的公交车辆在预定信号周期内到达公交车站, 公交车辆实际到站时间与计划到站时间的平均偏差为 5.5 s; 公交车辆在绿波通行交叉口的平均停车次数为 0.06 次, 平均延误时间为 2.97 s。

关键词: 交通工程; 协调控制; 公交干线; 双向红绿波; 数解算法; 特征方程

中图分类号: U491.5+4

文献标志码: A

Signal Coordination Design of Arterial Road for Bus Punctuality and Green Wave Travel

LU Kai^{1,2}, DENG Yuanhao¹, CHEN Zhixue¹,
CHEN Huan³

(1. State Key Laboratory of Subtropical Building and Urban Science, School of Civil Engineering and Transportation, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China; 2. Pazhou Laboratory, Guangzhou 510330, China; 3. Guangzhou Jiaoxintou Technology Co., Ltd., Guangzhou 510199, China)

Abstract: A bidirectional red and green waves coordination design method for bus arterial road was proposed to ensure punctuality and improve operation efficiency. By defining punctual control intersection and green wave intersection, the red wave or green wave control mode of upstream signalized intersections was

determined based on the distribution of bus stop positions. By applying equivalent transformations to the coordination design speed and establishing the characteristic equation for the bus red and green wave trajectory, the general formula for calculating the ideal distance between intersections was derived. This included calculating the offset rate of intersection centers and an algebraic method was provided to optimize the coordination control scheme of arterial road for bus signals, aiming to balance bus punctuality with green wave travel. Additionally, an optimization method was provided for developing bus arrival timetables. The case experiment shows that the design scheme of this method can ensure that 97.6% of buses arrive at the bus station within the predetermined signal cycle, and the average deviation between the actual arrival time and the planned arrival time of buses is 5.5 s, and the average number of stops for buses at green wave intersections is 0.06 with an average delay time of 2.97 s.

Keywords: traffic engineering; coordination control; bus arterial road; bidirectional red and green waves; algebraic method; characteristic equation

公交车辆服务质量评价指标^[1]主要包含可靠性指标和迅速性指标。其中, 公交准点率是最常用的可靠性指标, 直接决定公交吸引力高低; 公交行程时间特别是路口延误时间则是重要的迅速性指标, 主要用于评价公交车辆运行效率。如何通过交通信号协调控制, 在保障公交准点率的基础上提升公交车辆运行效率是一个值得深入研究的课题。

在公交准点率控制方面, 现有研究较多关注公交车辆到站时刻的预测^[2-5], 例如安宇航等^[3]结合深

收稿日期: 2023-06-18

基金项目: 国家自然科学基金(52172326, 61773168); 亚热带建筑与城市科学全国重点实验室开放课题(2023KA04); 广州市重点研发计划(202103050002, 202206010056)

第一作者: 卢 凯, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为交通控制。E-mail: kailu@scut.edu.cn

通信作者: 陈 欢, 工程师, 工学硕士, 主要研究方向为公共交通。E-mail: bluesky_ch@163.com



论文
拓展
介绍

度学习和粒子滤波技术,提出了一种基于行程数据的公交到站时间预测模型;Cathey等^[4]基于车辆定位与历史数据,利用卡尔曼滤波方法实现了公交车到站时间预测;Shalaby等^[5]进一步建立了公交车路段行程时间和停站时间模型;卢凯等^[6]提出了一种基于交叉口相位裕量时间的公交准点率控制方法,利用上游交叉口信号配时方案实现对公交车到达下游公交车站时刻的主动调控。

在公交运行效率提升方面,现有研究主要包括公交绿波协调设计^[7-8]和公交信号优先控制^[9-10]。戴光远^[8]以干线交通系统整体效益最大为目标,构建了公交绿波协调控制模型;殷炬元等^[9]提出了面向公交信号优先的可选相位优化框架,开发了实时公交信号优先算法;仇沛喆等^[10]提出基于电警数据的干线自适应协调信号控制优化方法。对于公交干线绿波协调设计方法研究,除常用的模型法^[11-13]外,数解法^[14-15]作为一种基于绿波协调原理的设计方法值得在公交信号控制方向进行探究与应用。吴焕^[7]将数解法应用于公交线路的双向绿波协调控制,但未考虑公交车的准点控制需求及其加减速运动特性;卢凯等^[16]针对饱和交叉口的控制需要,提出了一种双向红绿波协调设计数解算法,但尚不适用于兼顾公交准点与绿波通行的信号协调优化设计。

为此,本文在红绿波轨迹特征概念体系^[17]基础上,通过定义红绿波轨迹特征点、特征线和特征方程,根据相位裕量时间、停站时间、行驶时间及双向协调设计要求,推导交叉口之间的理想间距通式,建立一种面向公交准点控制与绿波通行的干线信号协调设计数解算法。

1 公交车红绿波协调控制原理

为保证公交车准点到站,可以通过在上游交叉口采取红波控制实现对公交车的准点控制;为提高公交车的通行效率,可以根据公交车的行驶车速,通过绿波控制实现公交车的快速通行。在此假设:①协调方向交叉口未饱和,设有公交专用道或公交车与社会车辆相互干扰较小;②公交站台容量能够满足公交车队同时进站的需要;③各交叉口的交通需求相当,可执行公共信号周期。

对于一条双向公交线路,将公交车在上行方向经过的第 i 个交叉口记为 I_i ,将交叉口 I_i 与交叉口 I_{i+1} 之间的上、下行公交车站(若存在)分别记为 S_i^u 和 S_{i+1}^d 。本文对公交车采取中点型双向红绿波协调

设计,例如在上行方向上,若交叉口 I_i 与交叉口 I_{i+1} 之间设置有公交车站 S_i^u ,则将交叉口 I_i 设定为该行驶方向的准点控制交叉口,采用红波协调设计,公交车计划运行轨迹线穿过交叉口 I_i 的红灯中心时刻点;若交叉口 I_i 与 I_{i+1} 之间没有设置公交车站,则将交叉口 I_i 设定为该行驶方向的绿波通行交叉口,采用绿波协调设计,公交车计划运行轨迹线穿过交叉口 I_i 的绿灯中心时刻点。

以图1所示的路段为例,在交叉口 I_1 和 I_2 之间设有公交车站 S_1^u 和 S_2^d ,交叉口 I_1 上行方向与交叉口 I_2 下行方向采用红波协调设计,使得偏离红灯中心时刻点到达红波交叉口的公交车,能够在相位裕量时间的作用下回归计划运行轨迹线,准点到达下游公交车站。图中,线段 l_3^d 为红波协调设计下交叉口 I_3 至 I_2 的计划运行轨迹线,虚线段 l_{H3}^d 与 l_{L3}^d 分别为红波协调设计下交叉口 I_3 至 I_2 的高速与低速允许运行轨迹线,该行驶轨迹范围内的公交车可在交叉口 I_2 的红波控制下准点到达公交车站 S_2^d 。交叉口 I_2 上行方向与交叉口 I_3 下行方向均采用绿波协调设计,使得公交车能够不停车地通过下游交叉口,提高其运行效率。图中,线段 l_1^u 为绿波协调设计下交叉口 I_1 至 I_2 的等效(考虑公交车站 S_1^u 影响)计划运行轨迹线,虚线段 l_{H1}^u 与 l_{L1}^u 分别为绿波协调设计下交叉口 I_1 至 I_2 的高速与低速允许等效运行轨迹线,该行驶轨迹范围内的公交车可在交叉口 I_2 的绿波控制下不停车地通过交叉口 I_2 。

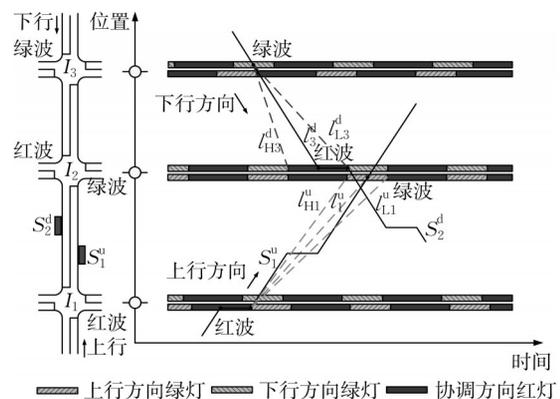


图1 公交干线双向红绿波协调设计示例

Fig. 1 Example of bidirectional red and green waves coordination design for bus arterial road

2 红绿波协调控制方案数解算法

在确定交叉口红绿波协调设计要求后,根据行驶

时间不变性原则进行协调设计速度等价变换;通过定义红绿波轨迹特征点、特征线和特征方程,求取理想交叉口间距计算通式;通过计算交叉口中心偏移率,确定与交叉口实际位置最为匹配的理想位置,得到红绿波协调控制方案与公交车辆计划到站时刻表。

2.1 协调设计速度等价变换

2.1.1 协调设计速度第一次等价变换

当路段上设有公交车站 S_i^u 时,公交车辆在驶离

$$v_{(i \rightarrow i+1)} = \frac{s_{(i \rightarrow i+1)}}{\left[s_{(i \rightarrow i+1)} - 3(v_{R(i \rightarrow i+1)}^2/2a) \right] / v_{R(i \rightarrow i+1)} + 3v_{R(i \rightarrow i+1)}/a + t_{S(i \rightarrow i+1)}} \quad (1)$$

式中: $s_{(i \rightarrow i+1)}$ 为交叉口 I_i 至交叉口 I_{i+1} 的实际距离;

$v_{R(i \rightarrow i+1)}$ 为公交车辆从交叉口 I_i 驶向交叉口 I_{i+1} 的实际行驶车速。进一步化简式(1)可得

$$v_{(i \rightarrow i+1)} = \frac{2av_{R(i \rightarrow i+1)}s_{(i \rightarrow i+1)}}{2as_{(i \rightarrow i+1)} + 3(v_{R(i \rightarrow i+1)})^2 + 2av_{R(i \rightarrow i+1)}t_{S(i \rightarrow i+1)}} \quad (2)$$

当路段上未设有公交车站时, $v_{(i \rightarrow i+1)} = v_{R(i \rightarrow i+1)}$ 。

2.1.2 协调设计速度第二次等价变换

对于相邻交叉口之间上下行方向行驶距离不等的情况,即 $s_{(i \rightarrow i+1)} \neq s_{(i+1 \rightarrow i)}$,根据行驶时间不变性原则,通过改变交叉口之间的协调设计速度,将交叉口之间的双向距离变换为相等的等价距离。假定交叉口 I_i 与 I_{i+1} 之间的双向等价距离为 $\tilde{s}_{(i,i+1)}$,可以推出经过第二次等价变换后交叉口 $I_i(I_{i+1})$ 至交叉口 $I_{i+1}(I_i)$ 的协调设计速度 $\tilde{v}_{(i \rightarrow i+1)}(\tilde{v}_{(i+1 \rightarrow i)})$ 为

$$\begin{cases} \tilde{v}_{(i \rightarrow i+1)} = \frac{\tilde{s}_{(i,i+1)}}{s_{(i \rightarrow i+1)}} v_{(i \rightarrow i+1)} \\ \tilde{v}_{(i+1 \rightarrow i)} = \frac{\tilde{s}_{(i,i+1)}}{s_{(i+1 \rightarrow i)}} v_{(i+1 \rightarrow i)} \end{cases} \quad (3)$$

若相邻交叉口之间上下行方向行驶距离相等,则 $\tilde{s}_{(i,i+1)} = s_{(i \rightarrow i+1)} = s_{(i+1 \rightarrow i)}$, $\tilde{v}_{(i \rightarrow i+1)} = v_{(i \rightarrow i+1)}$, $\tilde{v}_{(i+1 \rightarrow i)} = v_{(i+1 \rightarrow i)}$ 。

2.1.3 任意交叉口与基准交叉口之间的等价协调设计速度

设定基准交叉口 I_1 与任意交叉口 I_i 之间的双向等价距离 $\tilde{s}_{(1,i)}$ 如式(4)所示,根据相邻交叉口之间的双向等价距离换算公式,得到等价变换后的协调设计速度如式(5)所示。

$$\tilde{s}_{(1,i)} = \sum_{k=1}^{i-1} \tilde{s}_{(k,k+1)} \quad (4)$$

上游红波交叉口 I_i 时有1次启动过程,在经停公交车站 S_i^u 时有1次停车过程与1次启动过程,因此公交车辆在从上游交叉口 I_i 驶向下游交叉口 I_{i+1} 的过程中,总共进行了3次以加速度为 a 的匀加(减)速运动,再考虑公交车辆在公交车站 S_i^u 的停站时间 $t_{S(i \rightarrow i+1)}$,其等价协调设计速度 $v_{(i \rightarrow i+1)}$ 可计算为

$$\begin{cases} \frac{\tilde{s}_{(1,i)}}{\tilde{v}_{(1 \rightarrow i)}} = \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\tilde{s}_{(k,k+1)}}{\tilde{v}_{(k \rightarrow k+1)}} \\ \frac{\tilde{s}_{(1,i)}}{\tilde{v}_{(i \rightarrow 1)}} = \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\tilde{s}_{(k,k+1)}}{\tilde{v}_{(k+1 \rightarrow k)}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tilde{v}_{(1 \rightarrow i)} = \frac{\tilde{s}_{(1,i)}}{\sum_{k=1}^{i-1} \frac{\tilde{s}_{(k,k+1)}}{\tilde{v}_{(k \rightarrow k+1)}}} \\ \tilde{v}_{(i \rightarrow 1)} = \frac{\tilde{s}_{(1,i)}}{\sum_{k=1}^{i-1} \frac{\tilde{s}_{(k,k+1)}}{\tilde{v}_{(k+1 \rightarrow k)}}} \end{cases} \quad (5)$$

式中: $\tilde{v}_{(1 \rightarrow i)}(\tilde{v}_{(i \rightarrow 1)})$ 为经过等价变换后交叉口 $I_1(I_i)$ 至交叉口 $I_i(I_1)$ 的协调设计速度。

2.2 理想交叉口间距计算

为计算公交干线双向红绿波协调设计下的理想交叉口间距,建立公交红绿波轨迹特征概念体系,通过定义红绿波轨迹特征点、特征线和特征方程^[17],根据相位裕量时间、停站时间、行驶时间以及双向协调设计要求,推导交叉口之间的理想间距通式如图2所示。

2.2.1 红绿波轨迹特征点

定义公交车辆的红绿波轨迹特征点为满足最佳红波或绿波协调设计需要所设定的公交车辆到达或驶离信号交叉口的预期时刻点。以交叉口 I_i 为例,其上(下)行方向的到达与驶离特征点分别记为 $T_{(i,1)}^u(T_{(i,1)}^d)$ 和 $T_{(i,2)}^u(T_{(i,2)}^d)$ 。当交叉口 I_i 上行方向采用红波设计时,其到达特征点 $T_{(i,1)}^u$ 选取为交叉口 I_i 上行方向的红灯中心时刻点,驶离特征点 $T_{(i,2)}^u$ 选取为交叉口 I_i 上行方向的绿灯起始时刻点;当交叉口 I_i 上行方向采用绿波设计时,其到达特征点 $T_{(i,1)}^u$ 与驶离特征点 $T_{(i,2)}^u$ 重合,均选取为交叉口 I_i 上行方向的绿灯中心时刻点。

2.2.2 红绿波轨迹特征线

定义公交车辆的红绿波轨迹特征线为满足最佳红波或绿波协调设计需要所设定的公交车辆在路段与路口行驶或停车等候的轨迹线。将同一行驶方向上各交叉口的红绿波轨迹特征点按时间顺序依次连

接,即可得到红绿波协调控制下的公交车辆运行轨迹线。图2中, L_u 和 L_d 分别表示上行和下行方向上的红绿波轨迹特征线。红波段的轨迹特征线包含了交叉口相位裕量时间、公交车辆行驶时间、公交车辆停站时间等信息,绿波段的轨迹特征线则只包含公交车辆行驶时间的信息。

轨迹特征线可分为交叉口内部特征线和交叉口之间特征线两种类型。交叉口内部特征线用以连接同一交叉口同一协调方向上的到达特征点与驶离特征点;交叉口之间特征线则用以连接上下游交叉口同一协调方向上的驶离特征点与到达特征点。以交叉口 I_i 与 I_{i+1} 的上行方向为例,利用交叉口内部特征线和交叉口之间特征线,分别建立同一交叉口特征点之间和上下游交叉口特征点之间的关系,如式(6)和(7)所示。

$$T_{(i,2)}^u = T_{(i,1)}^u + \omega_i^u \frac{(1-\lambda_i^u)C}{2} \quad (6)$$

$$T_{(i+1,1)}^u = T_{(i,2)}^u + \frac{\tilde{s}_{(i \rightarrow i+1)}}{\tilde{v}_{(i \rightarrow i+1)}} \quad (7)$$

式(6)中: ω_i^u 为交叉口 I_i 的上行方向红绿波协调设计决策变量,取值0表示采用绿波协调设计,取值1表

$$T_{(1,1)}^u + \sum_{k=1}^{i-1} \left[\omega_k^u \frac{(1-\lambda_k^u)C}{2} \right] + \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\tilde{s}_{(k,k+1)}}{\tilde{v}_{(k \rightarrow k+1)}} + m_i C + \Delta\lambda_i C + \alpha_i \frac{C}{2} + \sum_{k=2}^i \left[\omega_k^d \frac{(1-\lambda_k^d)C}{2} \right] + \sum_{k=2}^i \frac{\tilde{s}_{(k-1,k)}}{\tilde{v}_{(k \rightarrow k-1)}} = T_{(1,1)}^u + m_1 C + \Delta\lambda_1 C + \alpha_1 \frac{C}{2} \quad (9)$$

利用等价变换后的协调设计速度计算公式(5),可以将式(9)简化为

$$\frac{\tilde{s}_{(1,i)}}{\tilde{v}_{(1 \rightarrow i)}} + \frac{\tilde{s}_{(1,i)}}{\tilde{v}_{(i \rightarrow 1)}} = m_{(1,i)} C - \sum_{k=1}^{i-1} \left[\omega_k^u \frac{(1-\lambda_k^u)C}{2} \right] - \sum_{k=2}^i \left[\omega_k^d \frac{(1-\lambda_k^d)C}{2} \right] + (\Delta\lambda_1 - \Delta\lambda_i) C + (\alpha_1 - \alpha_i) \frac{C}{2} \quad (10)$$

式中: $m_{(1,i)}$ 为整数。可以推出交叉口 I_1 与 I_i 的理想间距 $a_{(1,i)}$ 为

$$a_{(1,i)} = \frac{\tilde{v}_{(1 \rightarrow i)} \tilde{v}_{(i \rightarrow 1)}}{\tilde{v}_{(1 \rightarrow i)} + \tilde{v}_{(i \rightarrow 1)}} \left\{ m_{(1,i)} - \sum_{k=1}^{i-1} \left[\omega_k^u \frac{(1-\lambda_k^u)}{2} \right] - \sum_{k=2}^i \left[\omega_k^d \frac{(1-\lambda_k^d)}{2} \right] + \Delta\lambda_1 - \Delta\lambda_i + \frac{\alpha_1 - \alpha_i}{2} \right\} C \quad (11)$$

由式(11)可知,根据与交叉口 I_1 的协调关系,交叉口 I_i 的理想位置间隔 d_i 为

示采用红波协调设计; λ_i^u 为交叉口 I_i 的上行方向绿信比; C 为干道公共信号周期。下行方向的分析方法与计算公式和上行方向类似。

2.2.3 红绿波轨迹特征方程

根据确定的红绿波轨迹特征点与特征线,利用同一交叉口内部特征点之间的时间约束关系,建立能够实现双向特征点之间完全匹配的关系等式,称之为红绿波轨迹特征方程。以交叉口 I_i 的到达特征点为例,根据其上行方向与下行方向的红绿波轨迹特征点与特征线,建立特征方程如下:

$$T_{(i,1)}^d = T_{(i,1)}^u + m_i C + \Delta\lambda_i C + \alpha_i \frac{C}{2} \quad (8)$$

式中: $\Delta\lambda_i$ 为交叉口 I_i 的上行与下行方向绿灯中心时刻点的时间差比率; m_i 为整数; α_i 为交叉口 I_i 的上行与下行方向采用红波协调设计的轨迹数量。

2.2.4 理想交叉口间距通式

根据双向红绿波轨迹特征线与特征方程等式(6)、(7)、(8)可知,当交叉口 I_1 与 I_i ($i \geq 2$)的间距满足以下关系时可以获得理想协调控制效果:

$$d_i = \frac{\tilde{v}_{(1 \rightarrow i)} \tilde{v}_{(i \rightarrow 1)}}{\tilde{v}_{(1 \rightarrow i)} + \tilde{v}_{(i \rightarrow 1)}} C \quad (12)$$

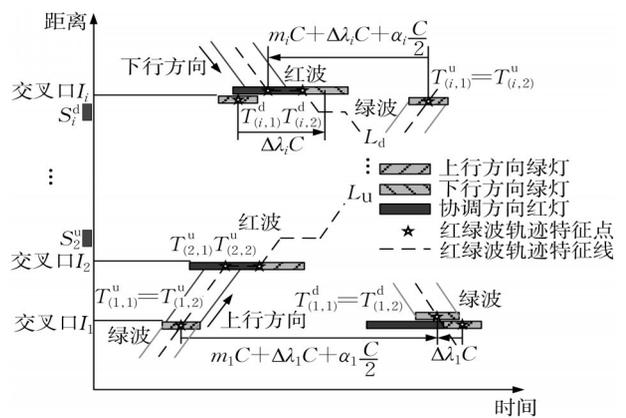


图2 理想交叉口间距公式推导示意图

Fig. 2 Schematic diagram of derivation of ideal intersection spacing formula

2.3 中心偏移率计算

由于交叉口实际位置偏离理想位置导致交叉口

轨迹特征点偏离轨迹特征线,该偏移时间量与信号周期之比为中心偏移率。利用时距图中的相似三角形分析方法^[14],可以推出交叉口 I_i 的上行、下行及双向中心偏移率 $\Delta\lambda_i^u$ 、 $\Delta\lambda_i^d$ 和 $\Delta\lambda_i^T$ 分别如下:

$$\Delta\lambda_i^u = \frac{\Delta a_i}{d_i} \frac{\tilde{v}_{(i \rightarrow i+1)}}{\tilde{v}_{(1 \rightarrow i)} + \tilde{v}_{(i \rightarrow 1)}} = \frac{\tilde{s}_{(1,i)} - a_{(1,i)}}{d_i} \frac{\tilde{v}_{(i \rightarrow 1)}}{\tilde{v}_{(1 \rightarrow i)} + \tilde{v}_{(i \rightarrow 1)}} = \frac{\tilde{s}_{(1,i)} - a_{(1,i)}}{\tilde{v}_{(1 \rightarrow i)} C} \quad (13)$$

$$\Delta\lambda_i^d = \frac{\Delta a_i}{d_i} \frac{\tilde{v}_{(1 \rightarrow i)}}{\tilde{v}_{(1 \rightarrow i)} + \tilde{v}_{(i \rightarrow 1)}} = \frac{\tilde{s}_{(1,i)} - a_{(1,i)}}{d_i} \frac{\tilde{v}_{(1 \rightarrow i)}}{\tilde{v}_{(1 \rightarrow i)} + \tilde{v}_{(i \rightarrow 1)}} = \frac{\tilde{s}_{(1,i)} - a_{(1,i)}}{\tilde{v}_{(i \rightarrow 1)} C} \quad (14)$$

$$\Delta\lambda_i^T = \Delta\lambda_i^u + \Delta\lambda_i^d = \frac{\Delta a_i}{d_i} = \frac{\tilde{s}_{(1,i)} - a_{(1,i)}}{d_i} \quad (15)$$

式中:交叉口 I_1 为基准交叉口,其中心偏移率为0; Δa_i 为交叉口 I_i 与 I_1 之间的等价间距与理想间距的偏差值。

针对不同的公共信号周期取值与信号相位设置方式,计算各交叉口的中心偏移率,以最大中心偏移率之差最小为优化目标,选取最佳的双向红绿灯协调设计方案。

2.4 相位差计算

以基准交叉口 I_1 的上行方向放行相位绿灯中心时刻点为系统相位差基准点,根据各交叉口的信号相序设置、最近理想交叉口位置以及上行方向放行相位绿信比大小,计算各交叉口的相位差大小(上行方向放行相位绿灯启亮时刻)如下所示:

$$O_i = \text{mod} \left(\frac{a_{(1,i)}}{\tilde{v}_{(1 \rightarrow i)}} + \sum_{k=1}^{i-1} \left[\omega_k^u \frac{(1 - \lambda_k^u) C}{2} \right] + \left(\omega_i^u \frac{C}{2} - \frac{\lambda_i^u}{2} C, C \right) \right) \quad (16)$$

式中: O_i 为交叉口 I_i 的相位差;mod为求模运算; ω_k^u 为

交叉口 I_k 的上行方向红绿灯协调设计决策变量,取值0表示采用绿波协调设计,取值1表示采用红波协调设计。

2.5 计划到站时刻确定

根据上游准点控制交叉口的绿灯启亮时刻与公交行驶时间,可以确定下游公交车站的计划到站时刻。

对于上行方向,公交车站 S_i^u 的公交车辆计划到站时刻 $T_{S_i^u}^u$ 可设为

$$T_{S_i^u}^u = O_i + t_{(I_i \rightarrow S_i^u)} + m_i^u C \quad (17)$$

对于下行方向,公交车站 S_i^d 的公交车辆计划到站时刻 $T_{S_i^d}^d$ 可设为

$$T_{S_i^d}^d = O_i + \frac{\lambda_i^u C}{2} + \Delta\lambda_i C - \frac{\lambda_i^d C}{2} + t_{(I_i \rightarrow S_i^d)} + m_i^d C \quad (18)$$

式中: $t_{(I_i \rightarrow S_i^u)}$ 为公交车辆从交叉口 I_i 到公交车站 S_i^u 的实际行驶时间(含加减速时间); $t_{(I_i \rightarrow S_i^d)}$ 为公交车辆从交叉口 I_i 到公交车站 S_i^d 的实际行驶时间(含加减速时间); m_i^u 、 m_i^d 为整数。

3 案例分析

3.1 基础数据

某东西向干道分布有6个信号交叉口,从西向东依次记为 I_1 、 I_2 、 \dots 、 I_6 ,设定由西往东为上行方向,由东往西为下行方向,其中上行方向路段 $I_1 \rightarrow I_2$ 、 $I_3 \rightarrow I_4$ 、 $I_5 \rightarrow I_6$ 与下行方向路段 $I_6 \rightarrow I_5$ 、 $I_4 \rightarrow I_3$ 、 $I_3 \rightarrow I_2$ 之间均设有公交车站,如图3所示。假定各交叉口均采用进口单独放行方式,公交车辆上行与下行方向的路段行驶速度分别为 $9.0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 与 $8.6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$,平均加减速速度为 $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$,发车间隔设置为 $[8, 12] \text{ min}$,相邻交叉口间距、公交车站平均停站时间以及各交叉口的绿信比与周期范围,如图3所示。

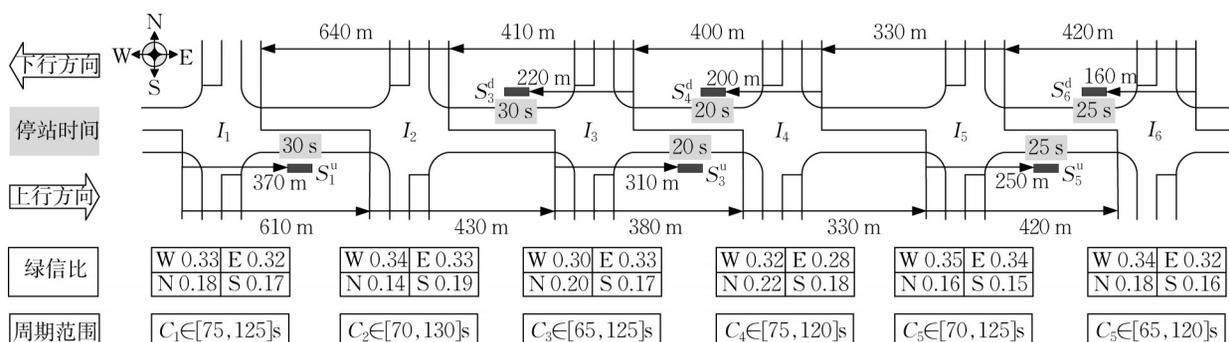


图3 案例基础数据

Fig. 3 Basis data of the Case

3.2 算法求解

$C_{\max} = \min \{125, 130, 125, 120, 125, 120\} s = 120 s$ 。为保持协调控制效果的稳定性,公交车辆的发车间隔应为公共信号周期的整数倍,发车间隔与对应公共信号周期的取值关系如表 1 所示。

3.2.1 确定公共信号周期取值范围

根据各交叉口的信号周期允许变化范围,推知干道协调控制公共信号周期变化范围 $[C_{\min}, C_{\max}]$ 的最小值 $C_{\min} = \max \{75, 70, 65, 75, 70, 65\} s = 75 s$,最大值

表 1 发车间隔与公共信号周期的取值关系

Tab. 1 Value relationship between departure interval and common signal cycle

发车间隔/min	8	9	10	11	12
公共信号周期/s	80,96,120	90,108	75,100,120	110	80,90,120

3.2.2 确定交叉口红绿灯波协调设计速度

根据公交车站的位置分布,确定上游交叉口的红波或绿波设计,根据不同路段上的公交车辆加减

速情况进行第一次协调设计速度等价变换,以上行方向的相邻交叉口间距作为双向等价距离进行第二次协调设计速度等价变换,变换结果如图 4 所示。

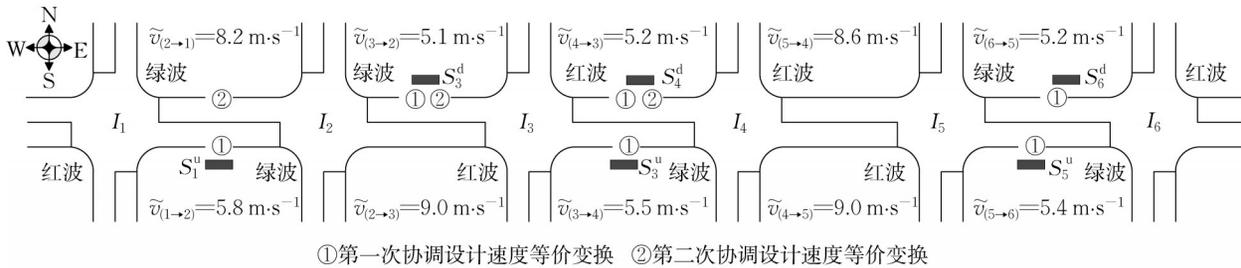


图 4 交叉口红绿灯波协调设计速度等价变换情况

Fig. 4 Equivalent speed transformation of coordinated design between intersections for red and green waves

3.2.3 理想交叉口间距计算

以交叉口 I_1 作为基准交叉口,针对各交叉口的所有相位相序组合,分别计算其与基准交叉口的理

想间距。例如当交叉口 I_1 的相位相序取为西、东、北、南进口依次单独放行(简称西东北南)时,其他交叉口的理想间距计算结果如表 2 所示。

表 2 交叉口 I_1 相位相序取为西东北南时其他交叉口的理想间距

Tab. 2 Ideal spacing for other intersections with the phase sequence of intersection I_1 being WENS

公共信号周期/s		75	80	90	96	100	108	110	120
交叉口 I_2 的理想间距/m	西东北南	551	588	661	705	735	793	433	472
	西南东北	502	536	603	643	670	723	737	804
	西北东南	515	550	618	659	687	742	756	415
	东西北南	722	498	560	597	622	672	684	747
交叉口 I_3 的理想间距/m	西东北南	964	1 028	1 156	912	950	1026	1045	1 140
	西南东北	921	982	1 105	1 179	893	965	983	1 072
	西北东南	1 164	974	1 096	1 169	883	954	972	1 060
	东西北南	1 122	929	1 045	1 115	1 161	892	909	992
交叉口 I_4 的理想间距/m	西东北南	1 328	1 416	1 311	1 398	1 457	1 573	1 257	1 372
	西南东北	1 521	1 371	1 543	1 344	1 400	1 512	1 540	1 304
	西北东南	1 511	1 361	1 531	1 332	1 388	1 499	1 527	1 289
	东西北南	1 469	1 316	1 480	1 278	1 331	1 438	1 464	1 598
交叉口 I_5 的理想间距/m	西东北南	1 641	1 751	1 671	1 782	1 857	1 647	1 678	1 830
	西南东北	1 853	1 711	1 626	1 735	1 807	1 593	1 623	1 770
	西北东南	1 850	1 708	1 623	1 731	1 804	1 590	1 619	1 767
	东西北南	1 813	1 668	1 877	1 684	1 754	1 894	1 929	1 707
交叉口 I_6 的理想间距/m	西东北南	2 122	2 263	2 262	2 109	2 197	2 031	2 069	2 257
	西南东北	2 084	2 223	2 216	2 060	2 146	2 318	2 013	2 196
	西北东南	2 079	2 218	2 210	2 054	2 140	2 311	2 006	2 189
	东西北南	2 278	2 177	2 165	2 309	2 089	2 256	2 298	2 128

3.2.4 确定最佳信号协调控制配时方案

根据表2所示的理想交叉口间距数据,可以求出当交叉口 I_1 的相位相序取为西东北南时,其他交叉口的中心偏移率、优选相位组合与最大中心偏移

率之差,如表3所示。其中,正的偏移率表明实际位置位于最近理想位置上行方向的下游,负的偏移率则表明实际位置位于最近理想位置上行方向的上游,交叉口 I_1 作为基准交叉口其中心偏移率为0。

表3 交叉口 I_1 相位相序取为西东北南时其他交叉口的中心偏移率与优选相位相序

Tab. 3 Center offset and optimal phase sequence of other intersections with the phase sequence of intersection I_1 being WENS

公共信号周期/s		75	80	90	96	100	108	110	120
交叉口 I_2 的中心偏移率	西东北南	0.23	0.08	-0.17	-0.29	-0.37	-0.50	0.47	0.34
	西南东北	0.42	0.27	0.02	-0.10	-0.18	-0.31	-0.34	-0.47
	西北东南	0.37	0.22	-0.03	-0.15	-0.23	-0.36	-0.39	0.48
	东西北南	-0.44	0.41	0.16	0.04	-0.04	-0.17	-0.20	-0.33
交叉口 I_3 的中心偏移率	西东北南	0.30	0.05	-0.39	0.40	0.27	0.04	-0.01	-0.25
	西南东北	0.47	0.22	-0.22	-0.43	0.44	0.21	0.16	-0.08
	西北东南	-0.50	0.25	-0.19	-0.40	0.47	0.24	0.19	-0.05
	东西北南	-0.33	0.42	-0.02	-0.23	-0.36	0.41	0.36	0.12
交叉口 I_4 的中心偏移率	西东北南	0.39	0.01	0.39	0.07	-0.12	-0.45	0.47	0.13
	西南东北	-0.43	0.19	-0.43	0.25	0.06	-0.27	-0.35	0.31
	西北东南	-0.39	0.23	-0.39	0.29	0.10	-0.23	-0.31	0.35
	东西北南	-0.21	0.41	-0.21	0.47	0.28	-0.05	-0.13	-0.47
交叉口 I_5 的中心偏移率	西东北南	0.44	0	0.26	-0.10	-0.32	0.29	0.20	-0.20
	西南东北	-0.41	0.15	0.41	0.05	-0.17	0.44	0.35	-0.05
	西北东南	-0.40	0.16	0.42	0.06	-0.16	0.45	0.36	-0.04
	东西北南	-0.25	0.31	-0.43	0.21	-0.01	-0.40	-0.49	0.11
交叉口 I_6 的中心偏移率	西东北南	0.20	-0.37	-0.32	0.20	-0.08	0.41	0.29	-0.23
	西南东北	0.36	-0.21	-0.16	0.36	0.08	-0.43	0.45	-0.07
	西北东南	0.38	-0.19	-0.14	0.38	0.10	-0.41	0.47	-0.05
	东西北南	-0.46	-0.03	0.02	-0.46	0.26	-0.25	-0.37	0.11
最大中心偏移率之差		0.557	0.110	0.479	0.433	0.304	0.541	0.489	0.462

由表3可知,当交叉口 I_1 信号相位为西东北南时,其余交叉口的最佳相位分别是西东北南、西东北南、西东北南、西东北南和东西北南,最大中心偏移率之差的最小值取0.110,最优公共信号周期为80 s。

同理,分别计算交叉口 I_1 的其他3种信号相位相序设置方式(西南东北、西北东南、东西北南)相应的

最佳公共周期、优选相位组合与最大中心偏移率之差。汇总交叉口 I_1 的4种信号相位相序设置方式计算结果,如表4所示。最终确定最佳公共信号周期为80 s,交叉口 $I_1 \sim I_6$ 的最佳信号相位相序组合应设置为西东北南、西东北南、西东北南、西东北南、西东北南、东西北南,其最大中心偏移率之差为0.110。

表4 最佳信号相位相序组合与公共信号周期

Tab. 4 Optimal signal phase sequence combination and common signal cycle

交叉口 $I_1 \sim I_6$ 的优选相位组合	公共信号周期/s	最大中心偏移率之差
西东北南、西东北南、西东北南、西东北南、西东北南、东西北南	80	0.110
西南东北、西东北南、东西北南、西东北南、东西北南、东西北南	120	0.228
西北东南、西东北南、东西北南、西东北南、东西北南、东西北南	120	0.228
东西北南、西东北南、东西北南、西东北南、西南东北、西东北南	110	0.181

计算各交叉口的中心偏移率与相位差,如表5所示。

3.2.5 时距图绘制

根据优化得到的公共信号周期、相位相序、相位差等参数,绘制红绿波协调控制时距图,如图5所示。

3.2.6 公交车计划到站时刻确定

以某公交线路的第一频次公交车到达公交车站 S_1^i 的计划到站时刻作为时间基点,可以推算第 $p+1$ 频次公交车在各公交车站的计划到站时刻如表6所示。其中 p 为频次序号, q 为该公交线路下行方向计划到站时间滞后于上行方向的周期数。

表 5 各交叉口的相位差
Tab. 5 Offset at each intersection

交叉口	信号相位相序	理想间距/m	中心偏移率	相位差/s
I_1	西东北南	0	0.00	26.8
I_2	西东北南	587.7	0.08	33.9
I_3	西东北南	1 027.8	0.05	45.3
I_4	西东北南	1 416.3	0.01	22.7
I_5	西东北南	1 750.6	0.00	18.8
I_6	东西北南	2 177.2	-0.03	4.7

3.3 仿真分析

建立上述案例路网 VISSIM 仿真模型,其中停站时间服从方差为 2 的正态分布。上行与下行方向的公交车速分别在区间 $[32, 42] \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 与 $[30, 40] \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 内服从均匀分布。公交发车时间间隔为 8 min 或 12 min,公交流量为 $150 \text{ veh} \cdot \text{h}^{-1}$,仿真时间取 10 000 s。

3.3.1 本文方法控制效果

以公交车辆实际到站时间在计划到站时间前 1 min 与后 2 min 之内作为准点判定依据,计算各公交车站的公交车辆准点到站情况,如表 7 所示。所有公交线路的预期周期到达率为 97.60%,所有公交车站的预期周期到达率为 98.75%,其中 1.25% 的公交车辆虽未在预期信号周期内到达公交车站,但其到站时间仍处在准点判定范围之内,且经过下游信号交叉口的红波裕量控制可以使公交车辆恢复准点运行。公交车辆实际到站时间较计划到站时刻存在

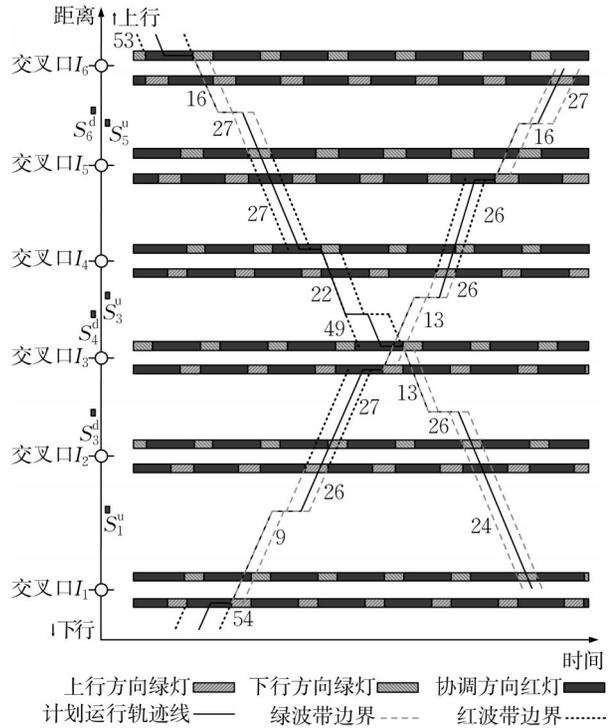


图 5 公交红绿波协调控制时距图
Fig. 5 Time-distance diagram of bus red and green wave coordination control

一定偏差,平均偏差为 5.5 s,准点控制效果较好。

在本文方法优化方案的控制下,公交车辆通过绿波通行交叉口的平均停车次数为 0.06 次,平均延误时间为 2.97 s,绿波控制效果较为理想,如表 8 所示。

表 6 各公交车站的公交车辆计划到站时刻

Tab. 6 Scheduled arrival time of buses at each bus stop

发车间隔/min	S_1^u/s	S_3^u/s	S_5^u/s	S_6^d/s	S_4^d/s	S_2^d/s
8	$480p$	$173+480p$	$299+480p$	$8+80q+480p$	$164+80q+480p$	$266+80q+480p$
12	$720p$	$173+720p$	$299+720p$	$8+80q+720p$	$164+80q+720p$	$266+80q+720p$

表 7 各公交车站的公交车辆准点到站情况

Tab. 7 On-time arrival of buses at each bus stop

公交车站	准点率/%	预期周期到达率/%	实际到站时间平均偏差/s
S_1^u	100	100.00	3.3
S_3^u	100	99.48	3.0
S_5^u	100	99.48	4.1
S_6^d	100	100.00	6.2
S_4^d	100	95.72	7.8
S_2^d	100	95.73	8.5

输出本文方法优化方案在 $[5 000, 6 000] \text{ s}$ 的干道双向公交车辆运行轨迹,如图 6 所示。可以发现,在本文方法控制下,公交车辆恢复准点运行的能力较强,计划运行轨迹线可控性较高。

表 8 绿波通行交叉口的协调控制效果

Tab. 8 Coordinated control effect of green wave intersections

方向	绿波通行交叉口	平均停车次数/次	平均延误时间/s
上行	I_2	0.01	0.1
	I_4	0	0.3
	I_6	0	0
下行	I_5	0.03	1.8
	I_2	0.18	9.5
	I_1	0.12	6.1

3.3.2 不同方法效果比较

将本文方法与公交干线绿波协调控制数解法^[7](方法 1)和公交干线准点控制模型法^[6](方法 2)进行比较,得到不同优化方案下的仿真结果,如表 9 所

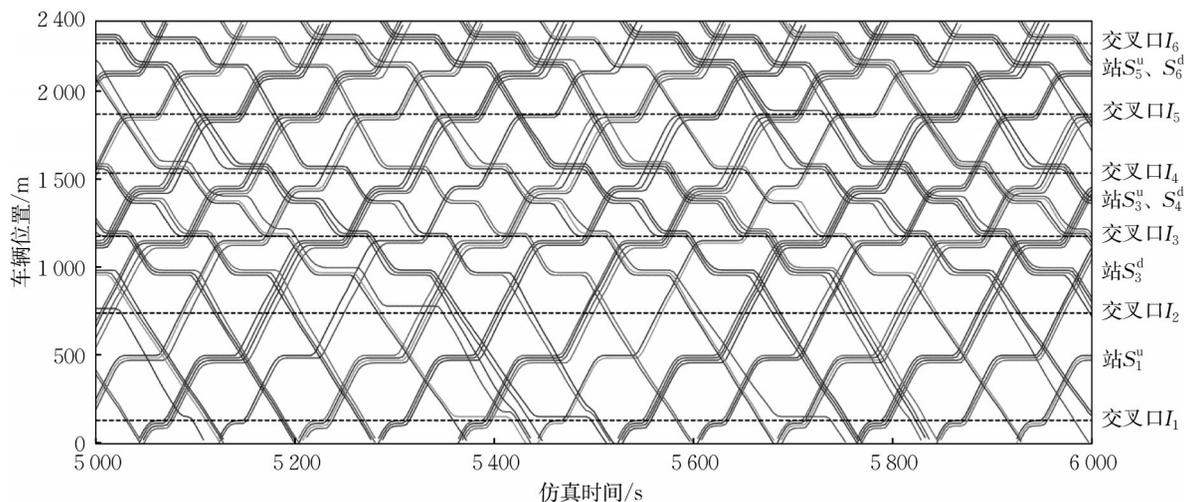


图 6 双向公交车运行轨迹

Fig. 6 Trajectory of bidirectional bus

表 9 不同方法优化方案的仿真结果对比

Tab. 9 Comparison of simulation results of optimization schemes using different methods

方法	准点率/%	预期周期到达率/%	上行平均行程时间/s	下行平均行程时间/s	非协调相位平均延误/s
方法 1	64.71	33.33	424.4	433.6	34.8
方法 2	100.00	99.22	518.1	555.2	30.1
本文方法	100.00	98.75	407.3	464.9	31.3

示。与方法 1 相比,本文方法的上下行总平均行程时间增加 14.2 s,约 1.66%,但准点率提高了 35.29%,预期周期到达率提高了 65.42%;与方法 2 相比,本文方法的预期周期到达率略低 0.47%,但上下行总平均行程时间减少 201.1 s,减少约 18.74%。由于 3 种对比方法保持非协调相位绿信比不变,故非协调相位车流的平均延误时间相差较小,平均延误时间最大偏差在 5 s 以内。

由此可见,在单一绿波协调控制下,公交车辆在行驶状态受影响后恢复准点运行的能力较弱,准点率较低;在单一红波协调控制下,公交车辆在每一个交叉口均受相位裕量时间调控,虽然能够最大限度地保证公交到站准点率,但牺牲了公交车辆在交叉口的通行效率。本文方法则在准点与效率之间寻求平衡,一方面通过红波控制保证公交准点率,另一方面通过绿波控制提升公交通行效率,取得了较好的控制效果。

4 结语

本文以公交准点和绿波通行为控制目标,在红绿波轨迹特征概念体系基础上,通过定义红绿波轨迹特征点、特征线和特征方程,根据公交车辆的停站时间、行驶时间以及双向协调设计要求,推导了交叉

口之间的理想间距通式,给出了一种公交干线双向红绿波协调设计数解算法。本文方法可为后续的公交干线自适应协调控制研究奠定基础,也可为实现公交车流与社会车流的多模式交通协同优化控制提供解决思路。

作者贡献声明:

卢 凯:研究选题,思路指导,算法优化,论文修改。

邓元昊:思路分析,方法设计,算法开发,算例分析,仿真实验,论文撰写。

陈志学:数据分析,程序编写,文稿校核。

陈 欢:需求分析,可行性指导,案例分析,论文审阅。

参考文献:

- [1] 周雪梅,石云林,刘梅,等.城乡公交服务质量评价方法[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2015, 43(7): 1031. ZHOU Xuemei, SHI Yunlin, LIU Mei, *et al.* Evaluation of rural public transit service quality [J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2015, 43(7): 1031.
- [2] SERIN F, ALISAN Y, ERTURKLER M. Predicting bus travel time using machine learning methods with three-layer architecture [J]. Measurement, 2022, 198: 111403.
- [3] 安宇航,马继辉,刘慧勇,等.基于深度学习和粒子滤波的公交车到站时间预测[J]. 北京交通大学学报, 2022, 46(1): 88. AN Yuhang, MA Jihui, LIU Huiyong, *et al.* Prediction of bus arrival time based on deep learning and particle filter [J].

- Journal of Beijing Jiaotong University, 2022, 46(1): 88.
- [4] CATHEY F W, DAILEY D J. A prescription for transit arrival/departure prediction using automatic vehicle location data [J]. *Transportation Research Part C Emerging Technologies*, 2003, 11: 241.
- [5] SHALABY A, FARHAN A. Prediction model of bus arrival and departure times using AVL and APC data [J]. *Journal of Public Transportation*, 2004, 7(1): 3.
- [6] 卢凯, 夏小龙, 胡建伟, 等. 基于交叉口相位裕量时间的公交准点控制模型[J]. *同济大学学报(自然科学版)*, 2019, 47(12): 1742.
LU Kai, XIA Xiaolong, HU Jianwei, *et al.* Bus punctuality control model based on the phase margin time at intersections [J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2019, 47(12): 1742.
- [7] 吴焕. 公交信号协调优化关键技术研究[D]. 广州: 华南理工大学, 2017.
WU Huan. Research on the key techniques of bus signal coordinated optimization [D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2017.
- [8] 戴光远. 城市干线公交绿波优化控制方法及关键技术研究[D]. 南京: 东南大学, 2016.
DAI Guangyuan. Research on optimization methods and key technologies for bus progressions along urban arteries [D]. Nanjing: Southeast University, 2016.
- [9] 殷炬元, 黎淘宁, 孙剑. 网联环境下基于可选相位优化框架的公交信号优先[J]. *同济大学学报(自然科学版)*, 2023, 51(3): 395.
YIN Juyuan, LI Taoning, SUN Jian. Transit signal priority based on optional phase optimization framework in connected vehicle environment [J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2023, 51(3): 395.
- [10] 伧沛喆, 张承志, 吴浩, 等. 基于电警数据的干线自适应协调控制优化方法[J]. *中国公路学报*, 2023, 36(10): 251.
KANG Peizhe, ZHANG Chengzhi, WU Hao, *et al.* Optimization method for adaptive arterial coordinated signal control based on e-police data [J]. *Chinese Journal of Highway and Transport*, 2023, 36(10): 251.
- [11] BRILON W W N, KOENIG R. Delays and queue lengths at traffic signals with two greens in one cycle [J]. *Transportation Research Record*, 2022, 2677(2): 828.
- [12] 唐克双, 孔涛, 王奋, 等. 一种改进的多带宽干线协调控制模型[J]. *同济大学学报(自然科学版)*, 2013, 41(7): 1002.
TANG Keshuang, KONG Tao, WANG Fen, *et al.* A modified MULTIBAND model for urban arterial coordinate control [J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2013, 41(7): 1002.
- [13] 徐亮, 于海洋, 金盛, 等. 兼顾社会车辆多路径协调的干线公交优先信号协调方法[J]. *中国公路学报*, 2023, 36(10): 281.
XU Liang, YU Haiyang, JIN Sheng, *et al.* An arterial bus signal priority strategy considering multi-path coordination of social vehicles [J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2023, 36(10): 281.
- [14] 卢凯, 徐建闽, 叶瑞敏. 经典干道协调控制信号配时数解算法的改进[J]. *公路交通科技*, 2009, 26(1): 120.
LU Kai, XU Jianmin, YE Ruimin. Improvement of classical algebraic method of signal timing for arterial road coordinate control [J]. *Journal of Highway and Transportation Research and Development*, 2009, 26(1): 120.
- [15] 曾佳棋, 王殿海. 双向干线协调控制的改进数解算法[J]. *浙江大学学报(工学版)*, 2020, 54(12): 2386.
ZENG Jiaqi, WANG Dianhai. Improved numerical method for two-way arterial signal coordinate control [J]. *Journal of Zhejiang University (Engineering Science)*, 2020, 54(12): 2386.
- [16] 卢凯, 赵世杰, 吴焕, 等. 饱和交叉口的双向红绿波协调设计数解算法[J]. *华南理工大学学报(自然科学版)*, 2022, 50(9): 1.
LU Kai, ZHAO Shijie, WU Huan, *et al.* Algebraic method of coordination design for bi-directional red and green waves of saturated intersection [J]. *Journal of South China University of Technology (Natural Science)*, 2022, 50(9): 1.
- [17] 江书妍, 卢凯, 陈恒宇, 等. 绿波轨迹特征原理及干道协调优化建模应用[J]. *中国公路学报*, 2023, 36(10): 292.
JIANG Shuyan, LU Kai, CHEN Hengyu, *et al.* Theory of progression trajectory characteristics and application in corridor progression optimization modeling [J]. *Chinese Journal of Highway and Transport*, 2023, 36(10): 292.