文章编号：0253-374X(2025)09-1319-09
DOI：10.11908/j.issn.0253-374x.24103

调谐惯性质量阻尼器控制超高层建筑风致响应的改进模型

赵玮伟，全　涌
（同济大学 土木工程防灾减灾全国重点实验室，上海 200092）

摘要：通过在结构1阶模态频响函数中引入等效系数加权来表示较高模态的贡献，构建了计算调谐惯性质量阻尼器(TMDI)控制下超高层建筑风致响应的改进模型。定义相关频率区间内频响函数的H_2范数和H_∞范数的最大可容忍误差，并获得改进模型中等效系数的解析解。以一栋安装了TMDI的实际超高层建筑为例，基于数值模型、广义单自由度模型和改进模型评估TMDI对结构风致响应的控制效果，并分析不同参数对广义单自由度模型和改进模型计算精度的影响。最后，在不同TMDI工况下，分析了3种模型的计算效率。结果表明，改进模型在估计结构的1阶模态响应时比广义单自由度模型更精确，在计算效率方面比数值模型更高效。

关键词：调谐惯性质量阻尼器；风振控制；高层建筑；非共振模态
中图分类号：TU352.；2　　**文献标志码**：A

Optimization Model of Wind-induced Response of High-rise Buildings Controlled by Tuned Mass-damper-inerter

ZHAO Weiwei, *QUAN Yong*
(State Key Laboratory of Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: By introducing the equivalent coefficient weighting into the 1st natural modal frequency response function (FRF) to represent the higher modal contribution, an improved simplified model for calculating the wind-induced response of super tall buildings constructed by tuned mass-damper-inerter (TMDI) is derived. The analytical solution for the coefficient is further refined, utilizing the maximum tolerable error criteria of both the H_2 and H_∞ norms of FRF. Employing a super tall building controlled by TMDI with varied parameters as a case study, the efficacy of TMDI in mitigating wind-induced structural responses is evaluated based on numerical model, generalized single-degree-of-freedom model and the improved model. Furthermore, the impact of different parameters on the accuracy of both the generalized single-degree-of-freedom model and the improved model is analyzed. Across a spectrum of TMDI cases, the computational efficiency of the three models is scrutinized. Results indicate that the improved model in this study offers superior accuracy in estimating the structure's 1st modal response compared to the generalized single-degree-of-freedom model. Moreover, it demonstrates greater computational efficiency when compared to the numerical model across a diverse range of TMDI configurations.

Keywords: tuned mass-damper-inerter; wind-induced vibration control; high-rise building; non-resonant mode

随着高层建筑质量和高度的增加，传统调谐质量阻尼器(TMD)[1]要达到理想的控制性能，就必须增加辅助质量，从而导致更高的建设成本和更大的建筑占用空间。为解决传统TMD的局限性，一些TMD的变体，如调谐黏滞惯性阻尼器(TVMD)[2]、调谐惯性质量阻尼器(TMDI)[3]和调谐惯性阻尼器(TID)[4]被陆续提出。日本一座电视大楼中使用的TVMD[5]和几项激振器试验研究[6-8]都证明了基于惯性的吸振器的控制效果。

上述基于惯性的吸振器中，TMDI的应用较为

收稿日期：2024-03-27
基金项目：国家自然科学基金(51778493)；土木工程防灾国家重点实验室自主课题(SLDRCE19-A-05, SLDRCE19-B-13)
第一作者：赵玮伟，博士生，主要研究方向为结构振动控制。E-mail：1910310@tongji.edu.cn
通信作者：全　涌，教授，博士生导师，工学博士，主要研究方向为高层建筑风荷载。E-mail：quanyong@tongji.edu.cn

论文拓展介绍

广泛。对目标模态响应的控制效果是TMDI优化设计的主要考虑因素[9-10]。地震[11-12]和谐波激励[13]下TMDI的最优参数通常是基于多模态响应推导的。在柔性结构的抗风设计中,风荷载的卓越频率较低,基阶模态通常占总响应的主导地位[14]。Hu等[15]基于单自由度结构推导了TMDI最优刚度和阻尼比的解析解。Su等[16-18]基于H_∞和能量最小化方法建立了相应的优化设计经验公式。刘良坤等[19]推导了基底白噪声激励下控制单自由度或多自由度结构振动的惯性阻尼器的最优阻尼比和最优刚度解析式。然而,有高阶振型参与的模态耦合效应会对结构的基阶模态产生影响[20-21]。乔浩帅等[22]考虑了模态耦合,并基于不动点法提出了以1阶模态控制为目标的半解析半数值参数设计方法。遗传算法等智能算法也在TMDI参数的优化过程中被使用[23-24]。

安装TMDI对结构的影响通常使得运动方程组在模态坐标下无法解耦,因此上述研究中一部分是由单自由度模型得到惯性阻尼器的最优参数解析解,另一部分是由多自由度模型利用数值方法得到最优参数。前者因为无法考虑高阶模态,所以其计算精度无法保证。后者虽考虑了所有模态的影响,但数值计算会消耗大量时间。

为提高以往简化模型的精度,同时保持TMDI参数设计的高效率,提出了一种基于改进简化模型的TMDI对高层建筑风振控制的设计策略,并分析了简化模型中计算误差的影响因素。在此基础上,考虑非共振模态的贡献,推导了改进模型。最后,以实际高层建筑为例,对精确数值模型、简化模型和改进模型的误差和计算效率的变化进行数值分析。

1 TMDI控制下多自由度结构风振响应理论模型

1.1 多自由度结构

安装TMDI的多自由度结构如图1所示。图1中,m_d、b、k_d和c_d分别为TMDI的物理质量、惯容量、弹簧刚度系数和阻尼系数,TMDI的上端和下端分别连接到第a个自由度和第$(a-p)$个自由度,$F_a(t)$和$F_{a-p}(t)$分别为TMDI的两端对结构的控制力,$x_d(t)$、$x_a(t)$和$x_{a-p}(t)$分别为TMDI中质量块、第a个自由度和第$(a-p)$个自由度的位移响应;m_i和$\boldsymbol{P}_i(t)$分别为结构第$i(i\in(1,n))$个自由度的质量和其受到的外荷载向量。

为了在两端获得较大的相对加速度,惯容器通常必须跨越几层[25]。根据达朗贝尔原理,TMDI控制下多自由度结构的运动方程为:

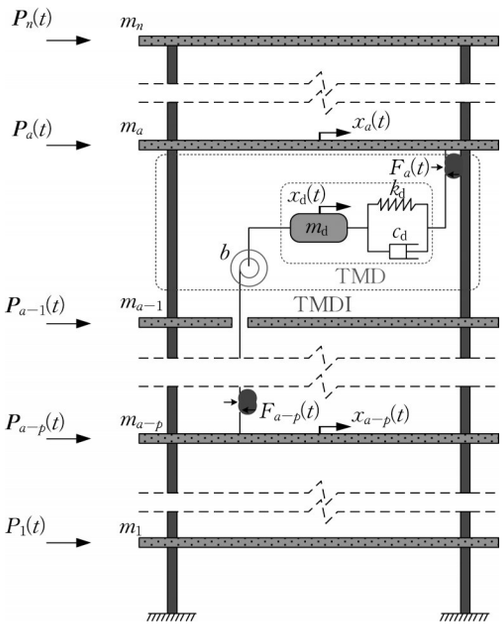


图1 TMDI控制下多自由度系统的集中质量模型

Fig.1 Lumped-mass model of a MDOF system under TMDI control

$$\begin{cases}\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{x}}(t)+\boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{x}}(t)+\boldsymbol{K}\boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{P}(t)+\\ \qquad \boldsymbol{J}_aF_a(t)-\boldsymbol{J}_{a-p}F_{a-p}(t)\\ m_d\ddot{x}_d(t)-F_{a-p}(t)+F_a(t)=0\end{cases} \tag{1}$$

式中:$\boldsymbol{M}$、$\boldsymbol{C}$和$\boldsymbol{K}$分别为多自由度结构的质量、阻尼和刚度矩阵,$\boldsymbol{C}$由瑞利阻尼构造;$\boldsymbol{x}(t)$、$\dot{\boldsymbol{x}}(t)$、$\ddot{\boldsymbol{x}}(t)$和$\boldsymbol{P}(t)$分别为t时刻位移、速度、加速度和激励力向量;$\boldsymbol{J}_a$和$\boldsymbol{J}_{a-p}$分别为第a个和第$(a-p)$个元素是1其余元素是0的$n\times1$维向量。$F_a(t)$和$F_{a-p}(t)$具体表达式为

$$F_a(t)=k_d[x_d(t)-x_a(t)]+c_d[\dot{x}_d(t)-\dot{x}_a(t)] \tag{2}$$

$$F_{a-p}(t)=b[\ddot{x}_{a-p}(t)-\ddot{x}_d(t)] \tag{3}$$

引入模态坐标并对式(1)进行傅里叶变换后可以得到

$$[-\omega^2\boldsymbol{I}+2\mathrm{i}\omega\boldsymbol{\omega}_s\boldsymbol{\zeta}+\boldsymbol{\omega}_s^2-\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{T}(\omega)\boldsymbol{\Phi}]\boldsymbol{Q}(\omega)=\boldsymbol{P}^*(\omega) \tag{4}$$

式中:ω为频率点;$\boldsymbol{\Phi}$为多自由度结构的归一化模态矩阵,其列向量定义为$\boldsymbol{\Phi}_i=(\Phi_{i,1},\Phi_{i,2},\cdots,\Phi_{i,n})^{\mathrm{T}}$;$\boldsymbol{P}^*(\omega)=(\boldsymbol{M}^*)^{-1}\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}(\omega)$,$\boldsymbol{M}^*=\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\boldsymbol{\Phi}$;$\boldsymbol{Q}(t)=\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}(t)$;$\boldsymbol{\omega}_s$和$\boldsymbol{\zeta}$分别为结构频率矩阵和阻尼比矩阵,对角线上第$j$个元素分别为$\omega_j$和$\zeta_j$;$\boldsymbol{I}$为$n$阶单位矩阵;$\boldsymbol{T}(\omega)$为除了4个元素之外其他元素均是0的对称矩阵,$\boldsymbol{T}_{a-p,a-p}=-[A_1(\omega)+A_0(\omega)]$,$\boldsymbol{T}_{a,a}=-[A_2(\omega)+$

$A_0(\omega)]$ 和 $T_{a-p,a}=T_{a,a-p}(\omega)=A_0(\omega)$。$A_0(\omega)$、$A_1(\omega)$和$A_2(\omega)$的表达式为：

$$A_0(\omega)=\frac{-\omega^2\beta(\omega_d^2+2i\omega\omega_d\zeta_d)}{-\omega^2\left(\frac{b}{m_d}+1\right)+\omega_d^2+2i\omega\omega_d\zeta_d} \tag{5}$$

$$A_1(\omega)=\frac{\omega^4\beta}{-\omega^2\left(\frac{b}{m_d}+1\right)+\omega_d^2+2i\omega\omega_d\zeta_d} \tag{6}$$

$$A_2(\omega)=\frac{-\omega^2\mu_m(\omega_d^2+2i\omega\omega_d\zeta_d)}{-\omega^2\left(\frac{b}{m_d}+1\right)+\omega_d^2+2i\omega\omega_d\zeta_d} \tag{7}$$

式中，$\omega_d=\sqrt{k_d/m_d}$。代表TMDI各物理量的参数表达式见表1。

表1　TMDI参数

Tab.1　Parameters of TMDI

质量比，μ_m	惯容比，β	频率比，κ	阻尼比，ζ_d
m_d/m_1^*	b/m_1^*	ω_d/ω_1	$c_d/(2m_d\omega_d)$

表1中，m_1^*为结构的1阶广义质量。在TMDI控制下，结构位移响应的功率谱密度(power spectral density，PSD)矩阵$\boldsymbol{S}_{xx}(\omega)$可以根据下式计算：

$$\boldsymbol{S}_{xx}(\omega)=\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{H}(\omega)^H\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{S}_{P^*}(\omega)\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{H}(\omega)\boldsymbol{\Phi}^T \tag{8}$$

式中：$\boldsymbol{S}_{P^*}(\omega)$为广义风荷载的功率谱密度(PSD)矩阵；$\boldsymbol{H}(\omega)$为结构频响函数；上标H为埃尔米特转置算子。

1.2　改进的简化模型

在TMDI设计中，当惯容器的质量放大倍数较大时，相对于β，μ_m可以忽略不计。根据式(4)～(7)，结构的频响函数计算式为

$$\boldsymbol{H}^P(\omega)=(\boldsymbol{Z}+A_0(\omega)\Delta\boldsymbol{\Phi}\Delta\boldsymbol{\Phi}^T)^{-1} \tag{9}$$

式中：$\boldsymbol{Z}=-\omega^2\boldsymbol{I}+2i\omega\boldsymbol{\omega}_s\boldsymbol{\zeta}+\boldsymbol{\omega}_s^2$为只与无控结构动力特性相关的矩阵，$\boldsymbol{Z}^{-1}(\omega)$即为无控结构的频响函数；$\Delta\boldsymbol{\Phi}=\boldsymbol{\Phi}_a-\boldsymbol{\Phi}_{a-p}$。

对式(9)进行Sherman-Morrison变换[26]，可得

$$\boldsymbol{H}^P(\omega)=\boldsymbol{Z}^{-1}-\frac{\boldsymbol{Z}^{-1}\Delta\boldsymbol{\Phi}\Delta\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{Z}^{-1}}{A_0^{-1}(\omega)+\sum_{k=1}^{n}\frac{\Delta\Phi_k^2}{Z_{k,k}}} \tag{10}$$

将式(10)按照$\boldsymbol{H}^P(\omega)$的对角线元素和非对角线元素展开，得到计算TMDI控制下高层结构风振响应频响函数的数值模型为

$$H_{j,r}^P(\omega)=\begin{cases}\dfrac{1}{Z_{j,j}(\omega)}\left(1-\dfrac{A_0(\omega)\Delta\Phi_j^2}{Z_{j,j}(\omega)\left\{1+A_0(\omega)\sum\limits_{k=1}^{n}[\Delta\Phi_k^2/Z_{k,k}(\omega)]\right\}}\right), j=r\\ -\dfrac{A_0(\omega)\Delta\Phi_j\Delta\Phi_r}{Z_{j,j}(\omega)Z_{r,r}(\omega)\left\{1+A_0(\omega)\sum\limits_{k=1}^{n}[\Delta\Phi_k^2/Z_{k,k}(\omega)]\right\}}, j\neq r\end{cases} \tag{11}$$

式中，$j,r=1,2,\cdots,n$。以往基于广义单自由度模型的解析解是建立在忽略非共振模态力对共振模态影响的基础上，即式(4)中$\boldsymbol{P}^*(\omega)=(0,0,\cdots,P_j^*,\cdots,0)^T$。广义单自由度模型计算的结构频响函数为

$$H_{j,j}^s(\omega)=(Z_{j,j}(\omega)+A_0(\omega)\Delta\Phi_j^2-A_1(\omega)\Phi_{a-p,j}^2-A_2(\omega)\Phi_{a,j}^2)^{-1} \tag{12}$$

广义单自由度模型的误差来自于其忽略了结构频响函数矩阵的非对角项。若TMDI的参数取值使得$A_0(\omega)$、$A_1(\omega)$或$A_2(\omega)$较大，则此误差无法被忽略。为保留广义单自由度模型式(11)的简谐形式，并考虑结构高阶非共振模态的贡献，将式(10)中代表高阶模态贡献的表达式$[\Delta\Phi_k^2/Z_{k,k}]$引入改进优化模型中。改进优化模型计算的结构频响函数写为

$$H_{j,j}^e(\omega)=\frac{\tau_1+\tau_2 f(\omega)}{Z_{j,j}(\omega)+Z_{j,j}f(\omega)-A_1(\omega)\Phi_{a-p,j}^2-A_2(\omega)\Phi_{a,j}^2} \tag{13}$$

$$f(\omega)=A_0(\omega)\sum_{r=1}^{n}\frac{\Delta\Phi_r^2}{Z_{r,r}(\omega)} \tag{14}$$

式中：下标r代表在1～n范围内取值的自由度编号；τ_1和τ_2为系数，由下面的计算过程给出。结合式(11)、(13)，对于TMDI控制的高层结构，改进优化模型计算的频响函数与精确数值模型计算的频响函数之间的误差为

$$E_{j,r}(\tau_1,\tau_2,\omega)=\begin{cases}\dfrac{1}{Z_{j,j}(\omega)}\left(1-\dfrac{A_0(\omega)\Delta\Phi_j^2}{Z_{j,j}(\omega)[1+f(\omega)]}-\dfrac{\tau_1+\tau_2 f(\omega)}{1+f(\omega)}\right), r=j\\ -\dfrac{A_0(\omega)\Delta\Phi_j\Delta\Phi_r}{Z_{j,j}(\omega)Z_{r,r}(\omega)(1+f(\omega))}, r\neq j\end{cases} \tag{15}$$

结构第j阶模态的频响函数误差可表示为

$$\sum_{r=1}^{n}E_{j,r}(\tau_1,\tau_2,\omega)=\frac{1+f(\omega)-\dfrac{A_0(\omega)\Delta\Phi_j^2}{Z_{j,j}(\omega)}-\eta g(\omega)-[\tau_1+\tau_2 f(\omega)]}{Z_{j,j}(\omega)[1+f(\omega)]} \tag{16}$$

$$g(\omega)=A_0(\omega)\Delta\Phi_j\sum_{r=1,\,r\neq j}^{n}\frac{\Delta\Phi_r}{Z_{r,r}(\omega)} \tag{17}$$

式中,η为结构高阶非共振模态的影响因子。经过大量的工程案例试算,η取值范围为[0.001,0.1]。

定义式(16)的H_∞和H_2范数分别为J_1和J_2。优化目标是找到使J_1和J_2趋近于零的系数τ_1和τ_2。J_1和J_2表达式为

$$J_1=1-\frac{\|\tau_1+\tau_2 f(\omega)\|_\infty}{\|f(\omega)-\eta g(\omega)-A_0(\omega)\Delta\Phi_j^2/Z_{j,j}(\omega)+1\|_\infty} \tag{18}$$

$$J_2=1-\frac{\|\tau_1+\tau_2 f(\omega)\|_2}{\|f(\omega)-\eta g(\omega)-A_0(\omega)\Delta\Phi_j^2/Z_{j,j}(\omega)+1\|_2} \tag{19}$$

在低频带范围内,$\omega\ll\omega_k$,ω_k为结构第k阶高阶模态频率。结合式(18)、(19)可以求出系数τ_1和τ_2的解析解为

$$\begin{bmatrix}B_{11} & B_{12}\\ B_{21} & B_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\tau_1\\ \tau_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1-J_1\\ 1-J_2\end{bmatrix} \tag{20}$$

$$B_{11}=\frac{1}{1+m\sum_{r=1}^{n}\Delta\Phi_r(\Delta\Phi_r-\eta\Delta\Phi_j)/\omega_r^2} \tag{21}$$

$$B_{12}=\frac{m\sum_{k=1}^{n}\Delta\Phi_r^2/\omega_r^2}{1+m\sum_{r=1}^{n}\Delta\Phi_r(\Delta\Phi_r-\eta\Delta\Phi_j)/\omega_r^2} \tag{22}$$

$$B_{21}=\frac{\sqrt{\omega_{\sup}}}{\left(\sum_{r=1,\,r\neq j}^{n}\frac{\Delta\Phi_r^2}{\omega_r^2}-\eta\Delta\Phi_j\sum_{r=1,\,r\neq j}^{n}\frac{\Delta\Phi_r}{\omega_r^2}\right)\sqrt{\int_0^{\omega_{\sup}}|A_0(\omega)|^2\,\mathrm{d}\omega}+\sqrt{\omega_{\sup}}} \tag{23}$$

$$B_{22}=\frac{\sum_{k=1}^{n}\frac{\Delta\Phi_r^2}{\omega_r^2}\sqrt{\int_0^{\omega_{\sup}}|A_0(\omega)|^2\,\mathrm{d}\omega}}{\left(\sum_{r=1,\,r\neq j}^{n}\frac{\Delta\Phi_r^2}{\omega_r^2}-\eta\Delta\Phi_j\sum_{r=1,\,r\neq j}^{n}\frac{\Delta\Phi_r}{\omega_r^2}\right)\sqrt{\int_0^{\omega_{\sup}}|A_0(\omega)|^2\,\mathrm{d}\omega}+\sqrt{\omega_{\sup}}} \tag{24}$$

式中:$\omega_{\sup}$为关注频带的频率上界;$m=\max\limits_{0\leqslant\omega\leqslant\omega_{\sup}}|A_0(\omega)|$。结合式(20)~(24),可求出$\tau_1$和$\tau_2$,再利用式(13)即为本文改进模型的计算步骤。

图2展示了数值模型、广义单自由度模型和改进模型用于计算结构风致响应的流程。

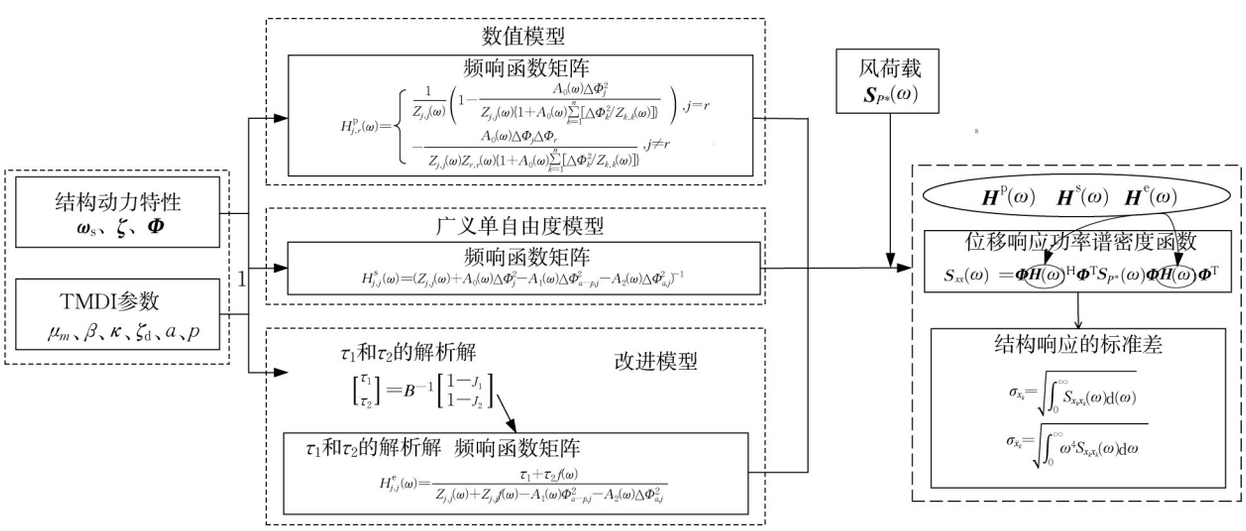


图2 3种模型计算流程

Fig.2 Calculation flowchat of three models

从图2可以看到，3种模型只在计算TMDI控制下结构的频响函数上有区别，且三者的输入和输出参数的种类都是相同的。

2　建筑模型与风荷载

为比较第1节中数值模型、广义单自由度模型和改进模型的计算精度与效率，引入一个实际建筑结构算例。

2.1　建筑结构模型信息

该建筑高420 m，共88层，截面28 m×140 m，总质量411 600 t。在同济大学TJ-2风洞对该建筑刚性模型进行同步多点测压试验，几何比例尺为1/250，如图3所示。各层集中质量与层间刚度沿楼层分布以及前6阶归一化模态如图4所示。

图3　风洞试验缩尺模型

Fig.3　Scale model in the wind tunnel test

计算各个风向角工况下结构的响应，当来流与结构X轴重合时（即90°风向角），结构Y轴的顶层加速度响应（横风向振动）最大。本文后续的计算以90°风向角下结构Y轴的风振响应为研究对象。

2.2　风荷载信息

基于风洞试验测得的风压系数，计算了作用于建筑表面的风荷载。设10年和50年重现期的基本风压分别为0.40、0.55 kPa。采用B类风场[27]。试验风速和湍流度剖面如图5所示。结构原型顶部50年重现期的平均风速为44.3 m·s^{-1}。

3　数值模型、广义单自由度模型和改进模型对比

本节的分析对象分别为数值模型（见式(11)）、广义单自由度模型（见式(12)）和改进模型（见式(13)）。

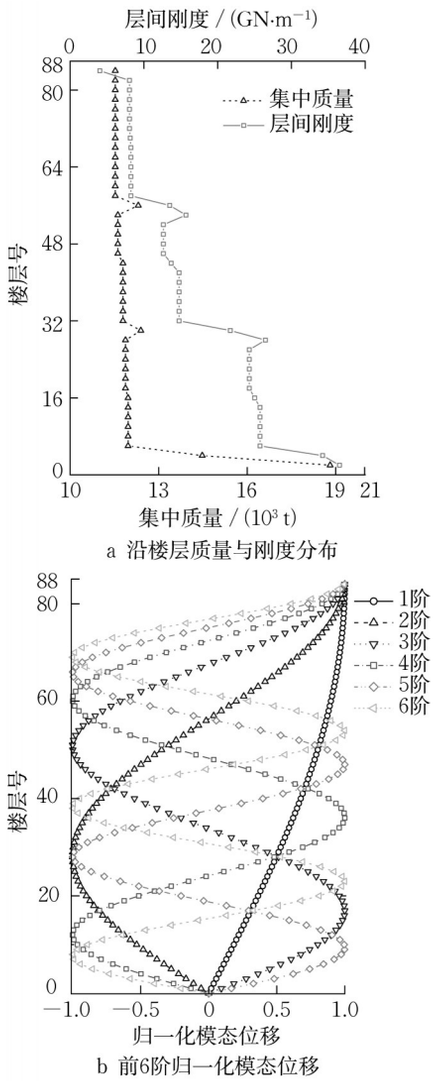


图4　结构有限元模型的质量、刚度和前6阶模态

Fig.4　Lumped mass, lateral stiffness and the first six order of mode shapes of the structure

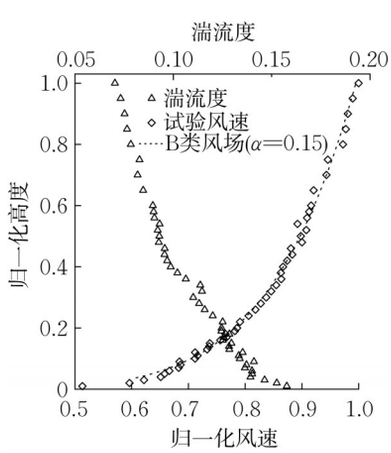


图5　B类风场试验风速和湍流度剖面

Fig.5　Profile of mean wind speed and turbulence intensity of B-type wind field

3.1 广义单自由度模型与改进模型的计算精度评估

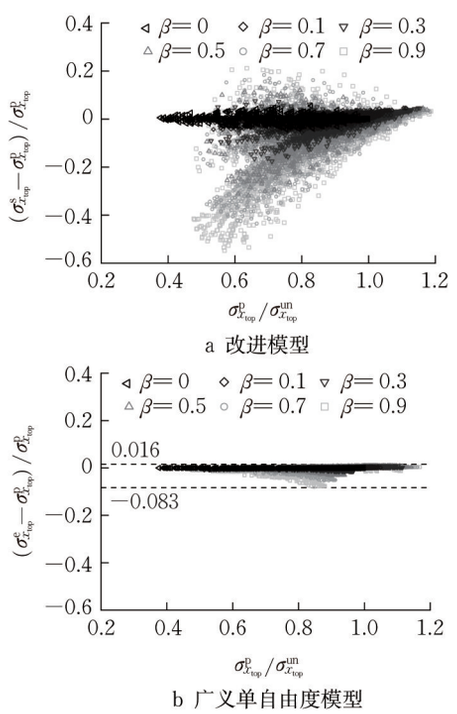
计算了TMDI的6个参数不同取值,共15 552个工况,以评估广义单自由度模型与改进模型对TMDI控制下结构顶层响应的计算误差。TMDI参数工况的设置见表2。

表2 TMDI各参数工况

Tab.2 Cases of each parameter of TMDI

TMDI参数	取值
$\mu_m/10^{-3}$	{0, 0.05, 0.5, 1, 3, 5}
β	{0, 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9}
κ	{0.80, 0.90, 1.00, 1.13, 1.16, 1.20}
ζ_d	{0.10, 0.20, 0.24, 0.28, 0.30, 0.50}
a	{58, 68, 78, 88}
p	{2, 3, 4}

无控结构的顶层位移响应标准差为$\sigma_{x_{top}}^{un}$,由数值模型、广义单自由度模型和改进模型计算的结构顶层位移响应的标准差分别为$\sigma_{x_{top}}^{p}$、$\sigma_{x_{top}}^{s}$和$\sigma_{x_{top}}^{e}$。以控制效果为横轴,相对误差为纵轴,上述所有工况的计算结果见图6。



a 改进模型

b 广义单自由度模型

图6 不同惯容比工况下改进模型和广义单自由度模型计算误差与控制效果分布

Fig.6 Calculation error and control effect of the improved model and the generalized single-degree-of-freedom model under each case of β

从图6可以看出,广义单自由度模型和改进模型的误差率范围分别为[−55%,22%]和[−8.3%,1.6%],表明改进模型的计算精度比广义单自由度模型有较大的提高。随着惯容比的增大,广义单自由度模型和改进模型的计算误差都所有增大,但改进模型的计算误差增幅更小。即使当惯容比为0时,广义单自由度模型的计算误差仍可能达到−0.1,但改进模型的计算误差为0。

所有TMDI工况的计算结果可以表明,改进模型的计算精度在统计意义上优于广义单自由度模型。为研究最优TMDI参数工况下改进模型和广义单自由度模型的计算精度差别,将寻找最优TMDI参数定义为一个包含6个决策变量的约束多目标优化问题(CMOP),并采用非支配排序遗传算法(NSGA-II)[28]求解CMOP。根据上述数学方式计算得到最优解分布在一个帕累托前沿上,取每个帕累托前沿上使结构加速度响应值最小对应的一组TMDI参数组合。当适应度函数分别取数值模型、广义单自由度模型和改进模型时,可以优化得到3组最优TMDI参数,如表3所示。

表3 3组最优TMDI参数

Tab.3 Three sets of optimal parameters of TMDI

参数	μ_m	β	κ	ζ_d	a	p
数值模型	0.005	0.91	1.13	0.403	76	4
广义单自由度模型	0.005	0.89	0.99	0.289	76	4
改进模型	0.005	0.92	1.19	0.343	76	4

将表3中3组最优TMDI参数代入计算模型中,得到对应的结构顶层加速度的频响函数曲线,如图7所示。

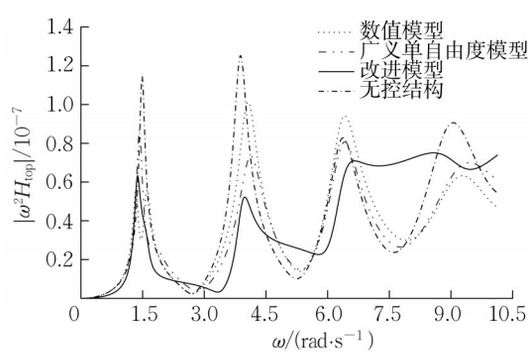


图7 结构顶层加速度频响函数曲线

Fig.7 Curve of acceleration frequency response function of top floor of the structure

从图7可以看出,在结构1阶自振频率处改进模型的分析结果与数值模型的结果更接近,而广义单自由度模型的计算结果具有很大误差。在结构高阶频率处,广义单自由度模型和改进模型都与数值模

型相差较大。在模型第2阶和第3阶频率处，数值模型分析结果表明TMDI的控制效果较差，但广义单自由度模型和改进模型均会高估TMDI控制效果，后者的计算误差更大。

图8展示了表3中3组最优TMDI参数控制下结构顶层加速度标准差随楼层的变化。

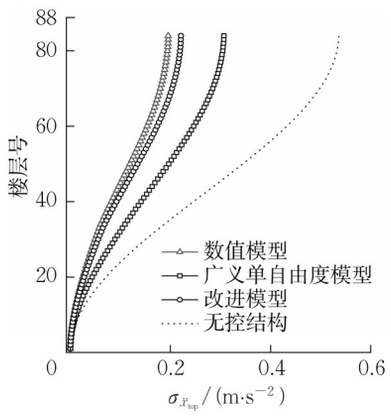


图8　加速度标准差随楼层的变化

Fig.8　Variation of acceleration standard deviation along floor

从图8可以看出，对于超高层建筑顶层风致加速度响应，改进模型的相对误差只有13%，而广义单自由度模型的相对误差达到了57%。

结合图7、8可以看出，改进模型对结构1阶响应的控制效果更接近于数值模型。虽然在结构高阶模态处，改进模型的估算精度更低，但是由于超高层建筑的风致振动响应以1阶模态响应占主导地位，对统计结果的影响不大。

3.2　3种模型的计算效率评估

由式(11)～(13)可知，数值模型的计算中涉及满秩矩阵的求逆与相乘，而广义单自由度模型和改进模型的计算中只有向量的乘法以及对角矩阵的运算。因此，虽然数值模型计算精度高，但是计算速度较慢。

通过计算15 552个TMDI(工况与表2中描述的相同)单独控制的结构响应的时间成本，对3种模型的计算效率进行数值评估。由数值模型、广义单自由度模型和改进模型计算结构风振响应的时间分别为23 027、368、456 s，其中广义单自由度模型和改进模型的计算时间分别为数值模型的1.6%和2.0%。

综上所述，对于调谐惯性质量阻尼器控制下高层建筑的风振响应估算，与广义单自由度模型相比，改进模型的计算精度更高且计算时间相近。相比于数值模型，改进模型的计算结果相近且计算用时更少。

4　3种模型对TMDI控制下结构高阶模态控制效果的估算

基于式(11)～(13)，定义TMDI对第j阶模态的贡献因子分别为v_j^{p}、v_j^{s}和v_j^{e}。当$v_j<1$时表明TMDI对结构第j阶模态响应有控制效果，当$v_j\geqslant 1$时则代表放大效果。v_j^{p}、v_j^{s}和v_j^{e}表达式分别为：

$$v_j^{\mathrm{p}}=\left|1-\frac{A_0(\omega)\Delta\Phi_j^2}{Z_{j,j}(\omega)[1+f(\omega)]}\right| \tag{25}$$

$$v_j^{\mathrm{s}}=\left|\frac{Z_{j,j}(\omega)}{Z_{j,j}(\omega)+A_0(\omega)\Delta\Phi_j^2}\right| \tag{26}$$

$$v_j^{\mathrm{e}}=\left|\frac{\tau_1+\tau_2 f(\omega)}{1+f(\omega)}\right| \tag{27}$$

在某频率ω下，$A_0(\omega)$只与TMDI参数(β、κ、ζ_{d})有关，$\boldsymbol{Z}(\omega)$只与结构动力特性有关。$\Delta\boldsymbol{\Phi}$与TMDI参数(a、p)和结构动力特性均有关。对于2.1节中的建筑算例，结构动力特性无法改变。$\Delta\boldsymbol{\Phi}$与频率ω无关，因此其对结构各阶模态控制效果影响一致。相反，$A_0(\omega)$能反映TMDI对结构高阶模态响应控制效果。依据表2中工况计算所有工况下的$A_0(\omega)$值，结果如图9所示。

从图9可以看出，$|A_0(\omega)|/\beta$随ω和κ的增大而增大，但随ζ_{d}的变化不明显。结合图7，基于数值模型的TMDI在控制了结构前2阶模态响应的同时，还放大了结构第3阶模态响应。这是因为在相同的β条件下，随着模态频率的升高，决定TMDI控制效果的项$|A_0(\omega)|$的值也递增，所以影响TMDI对结构高阶模态响应的控制效果。

为进一步研究$\Delta\boldsymbol{\Phi}$的影响，将最优惯容比、阻尼比和频率比工况下的TMDI作为研究对象，分析基于3种计算模型的TMDI对结构高阶模态的控制效果随$\Delta\boldsymbol{\Phi}$的变化。图10展示了在结构前3阶频率处，当$\beta=0.9$、$\zeta_{\mathrm{d}}=0.3$和$\kappa=1.1$时，v_j^{p}、v_j^{s}和v_j^{e}随$\Delta\Phi_j^2$($j=1,2,3$)的变化趋势。

从图10可以看出，3种模型计算结果都表明，TMDI对结构1阶模型响应有控制效果，且随$\Delta\Phi_1^2$的增大控制效果越好。对于高阶模型，当$\Delta\Phi_j^2$较小时，数值模型分析结果显示TMDI对结构高阶模态(这里只讨论2阶和3阶模态)响应起到放大效果，而改

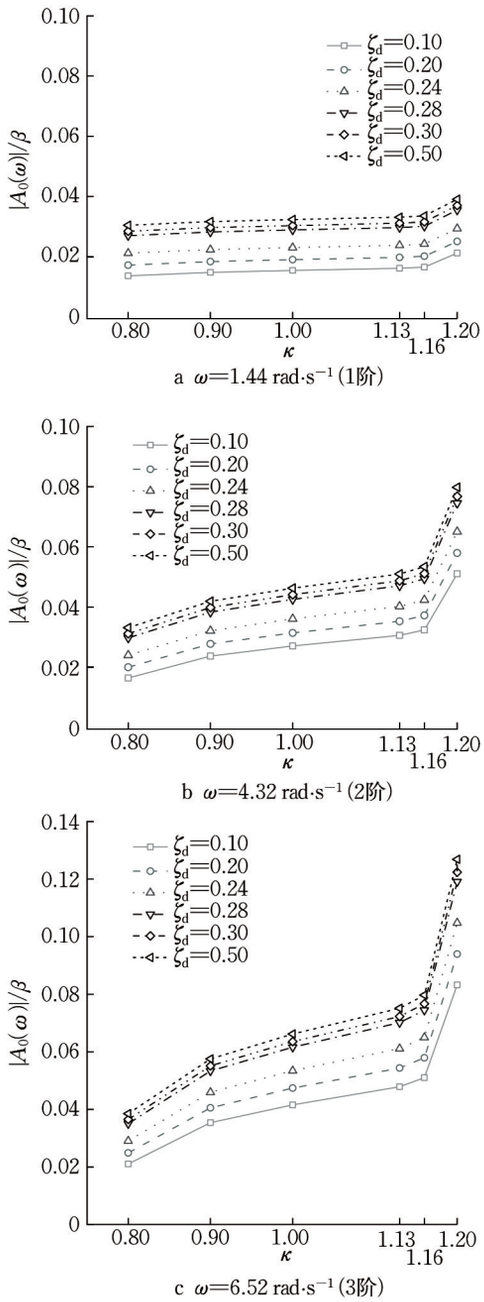


图9 结构1阶、2阶和3阶频率处$|A_0(\omega)|/\beta$在不同频率比和阻尼比下的值

Fig.9 Values of $|A_0(\omega)|/\beta$ under different frequency ratios and damping ratios at the first, second, and third natural frequencies

进模型分析结果显示TMDI对结构高阶模态具有控制作用,且控制效果随$\Delta\Phi_j^2$增大而更加理想。

改进模型中引入高阶模态贡献,使得其对结构1阶模态响应的估计较为准确,但对结构高阶模态的计算误差仍不可忽略。结构风致响应中,1阶模态响应占主导,因此改进模型适用于结构的风致响应估算。

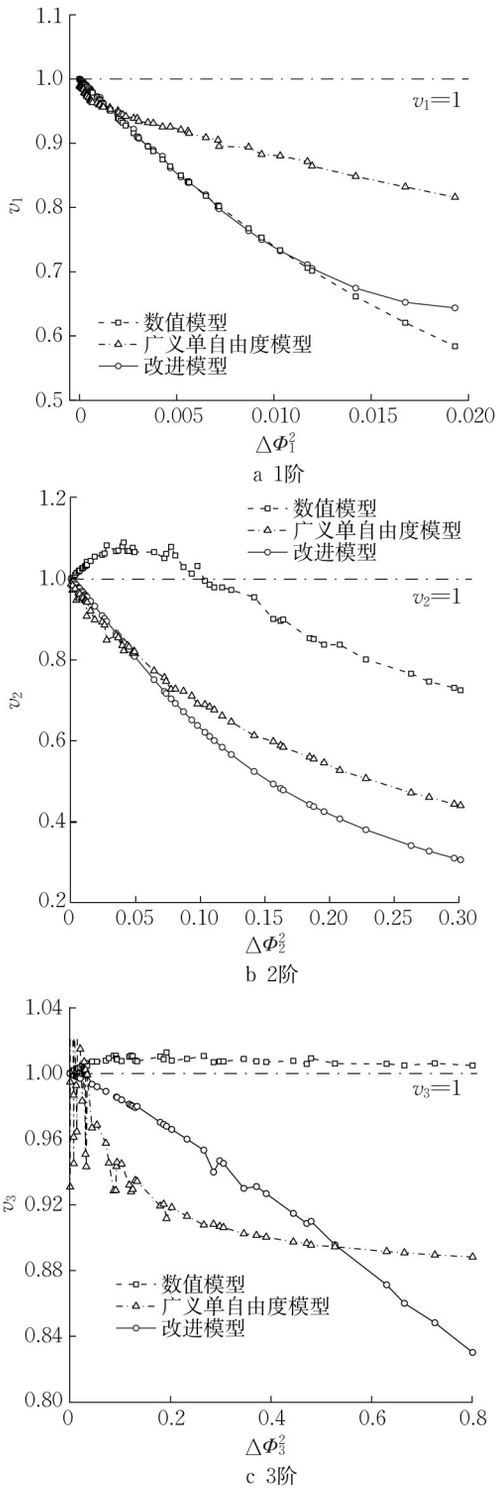


图10 β=0.9、ζ_d=0.3和κ=1.1工况下v_1、v_2和v_3随相应模态下$\Delta\Phi$的变化

Fig.10 Variation of v_1, v_2 and v_3 with the corresponding mode of $\Delta\Phi$ under case of β=0.9, ζ_d=0.3, and κ=1.1

5 结论

(1) 广义单自由度模型计算得到的TMDI对结

构1阶模态响应的控制效果比数值精确解偏小，这是由于该模型未考虑高阶模态对1阶模态响应的影响。

（2）改进模型考虑了模态间的耦合，能准确计算TMDI控制下结构的1阶模态响应，且计算用时是数值模型的2%，在保证了计算精度的同时提高了计算效率。

（3）相比于数值模型，广义单自由度模型对TMDI控制下的高层建筑风振响应的计算误差最大达到55%，而改进模型的最大误差仅为8.3%。

（4）调谐至结构基频的TMDI对结构高阶模态响应会有放大效果，广义单自由度模型和改进模型无法准确估算这种高阶模态响应，但改进模型能准确地估算1阶模态响应。由于1阶模态响应主导了超高层建筑的风致响应，因此改进模型适用于TMDI控制下超高层建筑风致响应估算。

作者贡献声明：

赵玮伟：理论分析，数据处理，论文撰写与修改。

全　涌：论文修改与写作指导，经费支持。

参考文献：

[1] WARBURTON G B, Optimum absorber parameters for various combinations of response and excitation parameters [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1982, 10(3): 381.

[2] KIDA H, WATANABE Y, NAKAMINAMI S, *et al*. Full-scale dynamic tests of tuned viscous mass damper with force restriction mechanism and its analytical verification [J]. Journal of Structural and Construction Engineering, 2011, 76(665): 1271.

[3] MARIAN L, GIARALIS A. Optimal design of a novel tuned mass-damper-inerter (TMDI) passive vibration control configuration for stochastically support-excited structural systems [J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2014, 38: 156.

[4] LAZAR I F, NEILD S A, WAGG D J. Using an inerter-based device for structural vibration suppression [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2014, 43(8): 1129.

[5] SUGIMURA Y, GOTO W, TANIZAWA H, *et al*. Response control effect of steel building structure using tuned viscous mass damper [J]. AIJ Journal of Technology and Design, 2012, 18(39): 441.

[6] SUGIMURA K, WATANABE Y, ASAI T, *et al*. Experimental characterization and performance improvement evaluation of an electromagnetic transducer utilizing a tuned inerter [J]. Journal of Vibration and Control, 2019, 26: 56.

[7] PIETROSANTI D, DE ANGELIS M, GIARALIS A. Experimental study and numerical modeling of nonlinear dynamic response of SDOF system equipped with tuned mass damper inerter (TMDI) tested on shaking table under harmonic excitation [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2020, 184: 105762.

[8] ZHAO G, PAKNEJAD A, GHISLAIN R, *et al*. Experimental study on active tuned inerter-dampers: application to active damping using force feedback [J]. Journal of Sound and Vibration, 2021, 514: 116443.

[9] ZHANG Ruifu, ZHANG Luqi, PAN Chao, *et al*. Targeted modal response control of structures using inerter-based systems based on master oscillator principle [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2021, 206: 106636.

[10] SU Ning, XIA Yi, PENG Shitao. Filter-based inerter location dependence analysis approach of tuned mass damper inerter (TMDI) and optimal design [J]. Engineering Structures, 2022, 250: 113459.

[11] CHEN Huating, BI Kaiming, LIU Yanhui, *et al*. Performance evaluation of multiple tuned inerter-based dampers for seismic induced structural vibration control [J]. Structural Control and Health Monitoring, 2022, 29: e2860.

[12] PRAKASH S, JANGID R S. Optimum parameters of tuned mass damper-inerter for damped structure under seismic excitation [J]. International Journal of Dynamics and Control, 2022, 10(5): 1322.

[13] BASILI M, DE ANGELIS M, PIETROSANTI D. Dynamic response of a viscously damped two adjacent degree of freedom system linked by inerter subjected to base harmonic excitation [J]. Procedia Engineering, 2017, 199: 1586.

[14] GIARALIS A, PETRINI F. Optimum design of the tuned mass-damper-inerter for serviceability limit state performance in wind-excited tall buildings [J]. Procedia Engineering, 2017, 199: 1773.

[15] HU Y L, CHEN Z Q, SHU Z, *et al*. Analysis and optimisation for inerter-based isolators via fixed-point theory and algebraic solution [J]. Journal of Sound and Vibration, 2015, 346: 17.

[16] SU Ning, BIAN Jing, CHEN Zhaoqing, *et al*. A novel lever-type inerter-based vibration absorber [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2023, 254: 108440.

[17] SU Ning, BIAN Jing, PENG Shitao, *et al*. Impulsive resistant optimization design of tuned viscous mass damper (TVMD) based on stability maximization [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2023, 239: 107876.

[18] SU Ning, CHEN Zhaoqing, XIA Yi, *et al*. Hybrid analytical H-norm optimization approach for dynamic vibration absorbers [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2024, 264: 108796.

[19] 刘良坤，谭平，闫维明，等. 一种新型惯容减震器的设计及减震效果研究[J]. 振动与冲击，2018，37(15)：156.

（下转第 1390 页）