文章编号：0253-374X(2025)09-1351-10

DOI：10.11908/j.issn.0253-374x.24108

横观各向同性岩体蠕变模型及参数辨识

胡涛涛[1]，高咸超[1]，王　垚[1]，康志斌[2]

（1. 长安大学 公路学院，西安 710064；2. 中国江西国际经济技术合作有限公司，南昌 330038）

摘要：为探究软岩蠕变变形特性对围岩应力分布和变形规律的影响，以炭质板岩为研究对象，基于室内试验、理论方法和数值分析改进Nishihara模型，使其能够描述岩石的全程蠕变特性。将改进Nishihara模型拓展为横观各向同性蠕变模型，推导出了横观各向同性假定下的三维方程，最后根据三维方程进行蠕变实验数据的拟合与蠕变参数的反演。结果表明，水平层理岩样的蠕变曲线随荷载变化，且水平层理岩样与垂直层理岩样分级蠕变变形呈现出较为明显的各向异性特性，改进Nishihara模型能够很好地适应炭质板岩蠕变曲线的变形特点。横观各向同性蠕变模型的参数值变化充分体现了应力水平对炭质板岩蠕变的影响，验证了改进Nishihara模型的适应性与合理性。

关键词：炭质板岩；横观各向同性；蠕变模型；参数辨识方法；三维方程

中图分类号：TU452　　**文献标志码**：A

Creep Model and Parameter Identification of Transversely Isotropic Rock Mass

HU Taotao[1], *GAO Xianchao*[1], *WANG Yao*[1], *KANG Zhibin*[2]

(1. School of Highway, Chang'an University, Xi'an 710064, China; 2. China Jiangxi International Economic and Technical Cooperation Co., Ltd., Nanchang 330038, China)

Abstract: In order to explore the effect of creep deformation characteristics of soft rock on the stress distribution and deformation law of surrounding rock, taking the carbonaceous slate as a research object, based on indoor experiments, theoretical methods and numerical analysis, the Nishihara model is improved to describe the whole creep characteristics of the rock. Then, the improved Nishihara model is expanded to a transversely isotropic creep model, and a three-dimensional equation is derived under the assumption of transverse isotropy. Finally, the creep experimental data are fitted and the creep parameters are inverted according to the three-dimensional equation. The results show that the creep curve of horizontal bedding rock samples changes with the load, and the graded creep deformation of horizontal bedding rock samples and vertical bedding rock samples shows obvious anisotropy. The improved Nishihara model can well adapt to the deformation characteristics of the creep curve of the carbonaceous slate. The parameter value change of the transversely isotropic creep model fully reflects the effect of stress level on the creep of the carbonaceous slate, thus verifying the adaptability and rationality of the improved Nishihara model.

Keywords: carbonaceous slate; transverse isotropy; creep model; parameter identification method; three-dimensional equations

近年来，针对不同类型的岩土体，学者们提出了多种蠕变本构模型以描述其力学特性。刘国民等[1]通过开展不同冻融循环次数下的三轴压缩蠕变试验，揭示了炭质板岩的蠕变力学特性，并验证了模型的可行性。肖颖鸣等[2]分析了应变速率对炭质板岩应力-应变关系的影响。陶志刚等[3]针对隧道围岩大变形问题，提出了炭质板岩的Burgers蠕变模型，并探讨了蠕变特性与层理角度及含水率的关系。Zhang等[4]和Li等[5]分别采用不同的研究手段，探讨了炭质板岩的各向异性力学特征，并建立了相适应的本构模型。路德春等[6]和李列列等[7]提出了反映横观各向同性岩土体的三维蠕变本构方程和模型。叶为民等[8]、张亮亮等[9]、宋勇军等[10]、周瑞鹤等[11]推导了适合描述不同条件下砂岩蠕变特性的本构模型。张志强等[12]针对橄榄岩的蠕变特性，建立了由7个元件组成的非线性黏弹塑性蠕变模型。杨俊涛

收稿日期：2024-03-31

基金项目：国家自然科学基金(52378388)；陕西省重点研发计划(2025SF-YBXM-554)；中央高校基本科研业务费专项资金(300102213211)；长安大学青年学者学科交叉团队建设项目(300104240912)

第一作者：胡涛涛，副教授，工学博士，主要研究方向为岩石力学。

E-mail：tthu@chd.edu.cn

论文拓展介绍

等[13]结合分数阶微积分理论构建了考虑损伤和硬化效应的盐岩蠕变本构模型,并对模型参数进行辨识。Zhao等[14]通过三轴试验和微观分析,研究了层状盐岩在加卸载循环下的蠕变行为。赵程斌等[15]提出了一个考虑振动稳定和振动衰化现象的黏性土黏弹塑性本构模型。现有研究主要聚焦于元件组合模型和基于特定试验的经验模型。元件组合模型多基于各向同性假设,忽略了岩石的各向异性特性;经验模型多局限于特定岩石力学行为,缺乏普遍适用性。此外,对于层理状岩石各向异性力学特性的研究仍显不足。

为研究层理状炭质板岩的黏弹塑性特性,通过室内炭质板岩蠕变试验,对炭质板岩进行分级加载,对比水平层理岩样蠕变结果和垂直层理岩样蠕变结果。在此基础上,综合考虑炭质板岩横观各向同性蠕变特性,通过改进Nishihara模型,建立了适用于炭质板岩的蠕变模型,并给出系统的横观各向同性蠕变模型参数求解方法,可为相关工程设计和施工提供参考。

1 炭质板岩蠕变力学特性试验

1.1 炭质板岩岩样制备与试验方案

试验岩样取自兰渝铁路木寨岭隧道,采用水钻法获取。通过垂直于岩块层理方向钻取获得水平层理岩样、平行于岩块层理方向钻取获得垂直层理岩样。岩样为圆柱体,直径为50 mm,长度为100 mm。获取岩样后将端面用切割机平整切割,再经磨石机打磨,确保岩样直径误差在0.3 mm以内,端面不平行度误差在0.05 mm以内。所取岩样均为厚层炭质板岩岩块,表现为层理状,无明显裂隙或结构面。炭质板岩取样如图1所示。

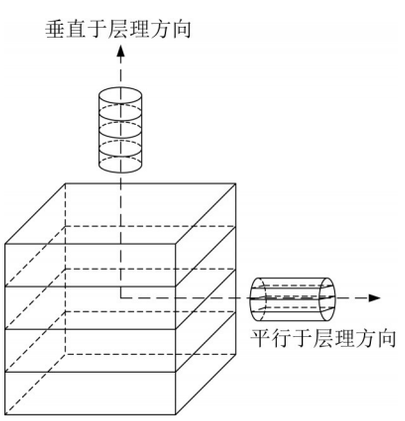
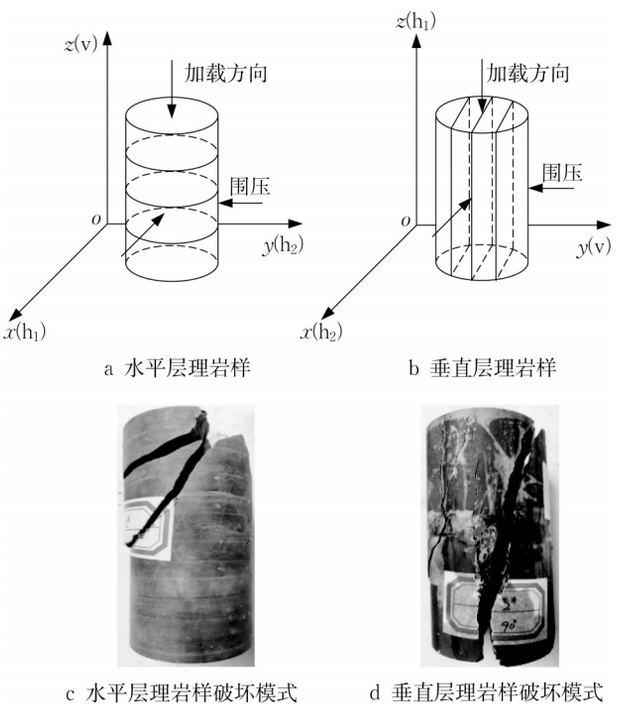


图1 炭质板岩取样示意

Fig.1 Schematic diagram of carbonaceous slate sampling

通过RTX-1000岩石三轴流变系统,开展炭质板岩蠕变试验。基于试验器材与岩样数量的考虑,选择分级加载方式进行蠕变试验。通过常规三轴压缩试验获得岩样的峰值强度以确定每一级荷载,采用荷载控制加载速率,在流变系统中设置为100 N·s^{-1}。在水平与垂直层理的炭质板岩蠕变试验过程中,需要确保岩样在给定应力水平下进行。加载方向如图2a、b所示,破坏模式如图2c、d所示。蠕变试验方案如表1所示。



a 水平层理岩样 b 垂直层理岩样

c 水平层理岩样破坏模式 d 垂直层理岩样破坏模式

图2 蠕变试验加载方向和岩样破坏模式

Fig.2 Loading direction of creep tests and failure mode of samples

表1 蠕变试验方案

Tab.1 Creep test scheme

岩样类别	围压/MPa	加载方向	分级荷载/MPa	蠕变时间/h
水平层理	10	垂直于层理面	30、42、53、65、80、100	122.3
垂直层理	10	平行于层理面	30、42、53、65、77	97.5

1.2 炭质板岩分级加载蠕变试验结果

1.2.1 水平层理岩样蠕变试验结果

在围压10 MPa条件下,开展了水平层理岩样蠕变试验,分级荷载分别设置为30、42、53、65、80、100 MPa,共6级。图3为水平层理岩样分级蠕变曲线。

从图3可以看出,水平层理炭质板岩岩样在第6级荷载即将加载完成时发生破坏,破坏时轴向荷载为98.2 MPa。水平层理炭质板岩岩样的蠕变变形量与荷载大小有一定关系。在分级荷载较小时,水

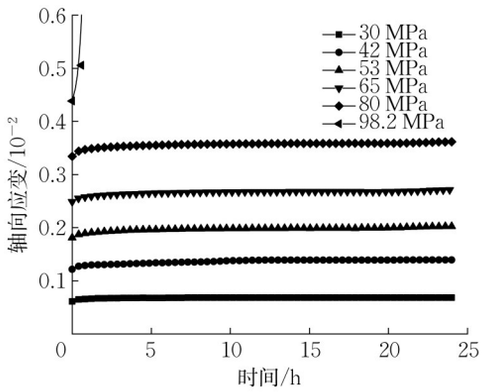


图3　水平层理岩样分级蠕变曲线

Fig.3　Grading creep curve of horizontal bedding rock samples

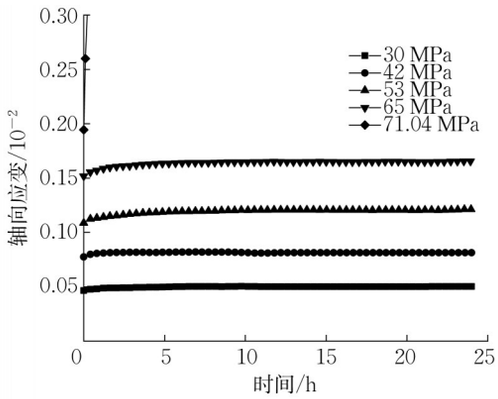


图4　垂直层理岩样分级蠕变曲线

Fig.4　Grading creep curve of vertical bedding rock samples

平层理岩样的蠕变曲线出现衰减蠕变现象；在分级荷载较大时，水平层理岩样的蠕变曲线包括了衰减蠕变与稳态蠕变，但蠕变曲线的稳态蠕变变形并不明显。在第6级荷载加载过程中，水平层理岩样发生了破坏，蠕变曲线上虽然出现明显的加速蠕变变形，但是持续时间极短且分级荷载加载未完成，属于塑性变形导致的岩样脆性破坏。

1.2.2　垂直层理岩样蠕变试验结果

在围压10 MPa条件下，开展了垂直层理岩样蠕变试验，分级荷载分别设置为30、42、53、65、77 MPa，共5级。图4为垂直层理岩样分级蠕变曲线。

从图4可以看出，垂直层理炭质板岩岩样在第5级荷载即将加载完成时发生破坏，破坏时轴向荷载为71.04 MPa。垂直层理炭质板岩岩样的蠕变变形量与荷载大小有关。在分级荷载较小时，垂直层理岩样的蠕变曲线出现衰减蠕变；在分级荷载较大时，垂直层理岩样的蠕变曲线包括了衰减蠕变与稳态蠕变，但蠕变曲线的稳态蠕变变形并不明显。在第5级荷载加载过程中，垂直层理岩样发生了破坏，变形破坏持续时间极短且分级荷载加载未完成，属于塑性变形导致的岩样脆性破坏。

1.2.3　蠕变试验结果对比分析

根据试验结果，给出炭质板岩在不同分级荷载下的瞬时弹性应变及蠕变应变，如表2所示。其中，ε_e为瞬时弹性应变，ε_c为蠕变应变。2种层理炭质板岩在蠕变过程中表现出以下特征：

表2　炭质板岩蠕变试验结果

Tab.2　Creep test results of carbonaceous slate

分级荷载/MPa	水平层理岩样			垂直层理岩样		
	$\varepsilon_c/10^{-4}$	$\varepsilon_e/10^{-4}$	$\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_e+\varepsilon_c}/10^{-2}$	$\varepsilon_c/10^{-4}$	$\varepsilon_e/10^{-4}$	$\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_e+\varepsilon_c}/10^{-2}$
1级	0.72	6.11	10.56	0.37	6.11	5.71
2级	1.77	5.31	25.01	0.41	2.72	12.82
3级	2.16	4.18	34.07	1.25	2.73	31.41
4级	2.25	4.63	32.71	1.37	3.06	30.93
5级	2.75	6.29	30.42		2.89	
6级		7.66				

(1)炭质板岩岩样在分级加载过程中都产生了瞬时弹性变形。2种岩样在第1级荷载作用下均产生较大的弹性应变，主要是由岩样内裂隙压密所致。在较高分级荷载作用下，水平层理岩样产生的弹性变形均大于垂直层理岩样产生的弹性变形。在第2级荷载作用下，水平层理岩样弹性应变与垂直层理岩样弹性应变之比高达1.95，说明2种岩样在分级加载过程中均表现出较为明显的各向异性特性。

(2)炭质板岩岩样在荷载持续作用下出现蠕变变形，在较低分级荷载作用下蠕变变形较小。在较高分级荷载(53、65 MPa)作用下，2种岩样的蠕变变形均有所增加，且各级荷载作用下水平层理岩样蠕变变形量均高于垂直层理岩样蠕变变形量。水平层理岩样蠕变变形量与垂直层理岩样蠕变变形量之比介于1.6～4.4之间，表明2种岩样在荷载作用下均呈现出更为明显的各向异性特性。

2 横观各向同性黏弹塑性蠕变模型

2.1 改进Nishihara模型

分级蠕变试验结果表明,不同层理炭质板岩岩样虽然变形及蠕变时间差异明显,但是两者蠕变曲线形态相同,且随着分级荷载的增加先后经历了瞬时弹性变形、黏弹性变形、黏塑性变形及塑性变形等阶段。传统Nishihara模型由Hooker体、Kelvin体和Bingham体等元件串联而成,具有弹性-黏弹性-黏弹塑性蠕变特性,可用于描述炭质板岩的多个阶段蠕变特性(见图5),但无法描述炭质板岩在蠕变破坏阶段的瞬时塑性变形。

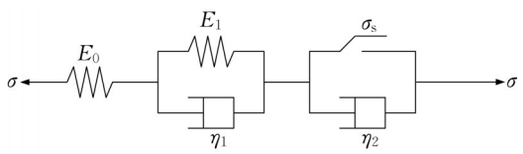


图5 Nishihara模型示意

Fig.5 Schematic diagram of the Nishihara model

在Nishihara模型中,E_0表示弹性模量,E_1表示黏弹性模量,η_1、η_2表示黏滞系数,σ表示应力,σ_s表示长期强度。

为准确描述炭质板岩的全程蠕变特性,在Nishihara模型基础上串联一个塑性元件,如图6所示。

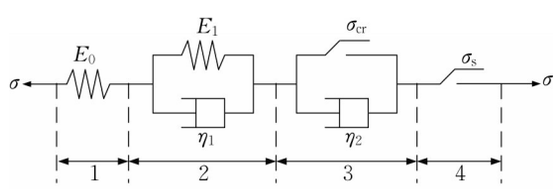


图6 改进Nishihara模型示意

Fig.6 Schematic diagram of the improved Nishihara model

图6中,σ_{cr}表示线性黏性蠕变应力阈值。当$\sigma \geqslant \sigma_{cr}$时,岩石进入线性蠕变阶段,即稳态蠕变;当$\sigma \geqslant \sigma_s$时,岩石发生塑性变形破坏。改进Nishihara模型可描述岩石的塑性变形,即当$\sigma \geqslant \sigma_{cr}$且$\sigma \geqslant \sigma_s$时,第4部分的塑性元件参与蠕变工作,在极短时间内岩石塑性变形急剧增大,炭质板岩发生脆性破坏,为炭质板岩蠕变变形的最终阶段。一维状态下塑性应变可表示为

$$\varepsilon_p = \frac{\sigma - \sigma_s}{a} \tag{1}$$

式中,a为岩土材料的硬化模量,可通过试验获得。

综上,一维应力状态下改进Nishihara模型的蠕变方程为:

$$\varepsilon(t)=\begin{cases}\dfrac{\sigma}{E_0}+\dfrac{\sigma}{E_1}(1-\mathrm{e}^{-(E_1/\eta_1)t}), \sigma<\sigma_{cr}, \sigma<\sigma_s \\ \dfrac{\sigma}{E_0}+\dfrac{\sigma}{E_1}(1-\mathrm{e}^{-(E_1/\eta_1)t})+\dfrac{\sigma-\sigma_{cr}}{\eta_2}t, \\ \quad \sigma_{cr}\leqslant\sigma<\sigma_s \\ \dfrac{\sigma}{E_0}+\dfrac{\sigma}{E_1}(1-\mathrm{e}^{-(E_1/\eta_1)t})+\dfrac{\sigma-\sigma_{cr}}{\eta_2}t+\dfrac{\sigma-\sigma_s}{a}, \\ \quad \sigma\geqslant\sigma_{cr}, \sigma\geqslant\sigma_s\end{cases} \tag{2}$$

2.2 横观各向同性黏弹塑性蠕变模型的建立

改进Nishihara模型可以很好地描述岩石蠕变,但仍受限于各向同性假定,不能精确展现炭质板岩蠕变中的各向异性力学和变形特性。为此,在改进Nishihara模型的基础上,构建一种描述炭质板岩黏弹塑性蠕变特性的横观各向同性黏弹塑性模型,并作出如下假定:①岩石材料的体应变为弹性变形,且与时间因素无关;②在岩石的蠕变过程中,泊松比ν不随时间发生改变,为定值。需要注意的是,在各向同性蠕变模型建立过程中关于球应力张量不会引起岩石蠕变的假定,对于各向异性岩土体材料的适用性还有待商榷,故不作出该假定。在模型建立过程中,还需考虑岩石层理方向的影响,用h表示平行于岩石层理方向,用v表示垂直于岩石层理方向,且规定局部坐标系中1、2所在平面为横观各向同性平面。横观各向同性蠕变模型如图7所示。

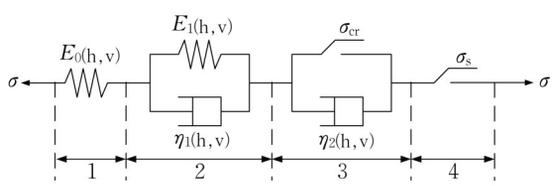


图7 横观各向同性蠕变模型

Fig.7 Transversely isotropic creep model

2.2.1 弹性变形阶段

横观各向同性蠕变模型弹性变形阶段,即图7中第1部分元件发生变形,本构关系可以表示为

$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_{11}\\ \varepsilon_{22}\\ \varepsilon_{33}\\ \gamma_{12}\\ \gamma_{23}\\ \gamma_{31}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}\dfrac{1}{E_h} & -\dfrac{\nu_h}{E_h} & -\dfrac{\nu_{vh}}{E_v} & 0 & 0 & 0\\ -\dfrac{\nu_h}{E_h} & \dfrac{1}{E_h} & -\dfrac{\nu_{vh}}{E_v} & 0 & 0 & 0\\ -\dfrac{\nu_{hv}}{E_h} & -\dfrac{\nu_{hv}}{E_h} & \dfrac{1}{E_v} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \dfrac{1}{G_h} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dfrac{1}{G_v} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dfrac{1}{G_v}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\sigma_{11}\\ \sigma_{22}\\ \sigma_{33}\\ \tau_{12}\\ \tau_{23}\\ \tau_{31}\end{Bmatrix} \tag{3}$$

式中：γ表示剪应变；τ表示剪应力；G表示剪切模量。式(3)中张量表达式为

$$\varepsilon_{ij}=\boldsymbol{D}_0^{-1}\sigma_{ij} \tag{4}$$

式中：$i,j=1,2,3$；$\boldsymbol{D}$表示刚度矩阵；$\boldsymbol{D}_0^{-1}$表示柔度矩阵。式(4)可表示为

$$\sigma_{ij}=\boldsymbol{D}_0\varepsilon_{ij} \tag{5}$$

2.2.2　黏弹性变形阶段

横观各向同性蠕变模型黏弹性变形阶段即为图7中第2部分元件发生变形。此时由文献[16]中对流变模型所使用的计算方法可得

$$(\varepsilon_{ij})_{ve}=\boldsymbol{D}_1^{-1}\sigma_{ij}\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{A_{ij}}{A'_{ij}}t}\right) \tag{6}$$

当$i=j$时，则有

$$\begin{cases}A_{ij}=\dfrac{E_{0ij}E_{1ij}}{E_{0ij}+E_{1ij}}\\ A'_{ij}=\dfrac{E_{0ij}\eta_{1ij}}{E_{0ij}+E_{1ij}}\end{cases} \tag{7}$$

当$i\neq j$时，则有

$$\begin{cases}A_{ij}=G_{1ij}\\ A'_{ij}=\eta_{1ij}\end{cases} \tag{8}$$

2.2.3　黏塑性变形阶段

横观各向同性蠕变模型黏塑性变形阶段即为图7中第3部分元件发生变形。此时，本构关系可以表示为

$$(\varepsilon_{ij})_{vp}=\frac{1}{\eta_2}\frac{f_{cr}}{f_0}\frac{\partial f_{cr}}{\partial\sigma_{ij}} \tag{9}$$

式中：f_0为屈服函数初始参考值；f_{cr}为蠕变应力阈值。f_{cr}表达式为

$$\begin{aligned}f_{cr}(\sigma)=&\left\{F_{cr}[(\sigma_{22}-\sigma_{33})^2+(\sigma_{33}-\sigma_{11})^2]+\right.\\ &\left.H_{cr}(\sigma_{11}-\sigma_{22})^2+2L_{cr}\tau_{12}^2+2M_{cr}(\tau_{31}^2+\tau_{32}^2)\right\}^{1/2}+\\ &P_{cr}(\sigma_{11}+\sigma_{22})+Q_{cr}\sigma_{33}-1\end{aligned} \tag{10}$$

式中，F_{cr}、H_{cr}、L_{cr}、M_{cr}、P_{cr}、Q_{cr}为横观各向同性岩石黏塑性变形阶段所确定的参数。

2.2.4　塑性变形阶段

横观各向同性蠕变模型塑性变形阶段即为岩石蠕变的最终破坏阶段。自然状态下炭质板岩最终发生脆性破坏。通过蠕变屈服函数f'确定何时发生塑性变形，该函数的确定方法与横观各向同性屈服函数f的确定方法相同，即：

$$\begin{aligned}f'=&\left\{F'[(\sigma_{22}-\sigma_{33})^2+(\sigma_{33}-\sigma_{11})^2]+\right.\\ &\left.H'(\sigma_{11}-\sigma_{22})^2+2L'\tau_{12}^2+2M'(\tau_{31}^2+\tau_{32}^2)\right\}^{1/2}+\\ &P'(\sigma_{11}+\sigma_{22})+Q'\sigma_{33}-1\end{aligned} \tag{11}$$

式中，F'、H'、L'、M'、P'、Q'为横观各向同性岩石塑性变形阶段所确定的参数。

根据式(11)，当蠕变屈服函数$f'\geqslant 0$时，炭质板岩即发生塑性变形破坏，蠕变变形终止，此时岩石处于塑性变形阶段，即：

$$\varepsilon_p=\boldsymbol{D}_{ep}^{-1}\frac{f'}{f_0}\frac{\partial f'}{\partial\sigma_{ij}} \tag{12}$$

通过上述分析，可以得到三维应力状态下的炭质板岩横观各向同性蠕变本构方程为：

$$\varepsilon_{ij}=\begin{cases}\boldsymbol{D}_0^{-1}\sigma_{ij}+\boldsymbol{D}_0^{-1}\sigma_{ij}\left[1-\mathrm{e}^{\left(-\frac{A_{ij}}{A'_{ij}}\right)t}\right], f_{cr}<0, f'<0\\ \boldsymbol{D}_0^{-1}\sigma_{ij}+\boldsymbol{D}_0^{-1}\sigma_{ij}\left[1-\mathrm{e}^{\left(-\frac{A_{ij}}{A'_{ij}}\right)t}\right]+\dfrac{1}{\eta_{2ij}}\dfrac{f_{cr}}{f_0}\dfrac{\partial f_{cr}}{\partial\sigma_{ij}}t,\\ \quad f_{cr}\geqslant 0, f'<0\\ \boldsymbol{D}_0^{-1}\sigma_{ij}+\boldsymbol{D}_0^{-1}\sigma_{ij}\left[1-\mathrm{e}^{\left(-\frac{A_{ij}}{A'_{ij}}\right)t}\right]+\dfrac{1}{\eta_{2ij}}\dfrac{f_{cr}}{f_0}\dfrac{\partial f_{cr}}{\partial\sigma_{ij}}t+\\ \quad \boldsymbol{D}_{ep}^{-1}\dfrac{f'}{f_0}\dfrac{\partial f'}{\partial\sigma_{ij}}, f_{cr}\geqslant 0, f'\geqslant 0\end{cases} \tag{13}$$

2.3　参数辨识与试验验证

2.3.1　黏弹塑性蠕变模型参数辨识方法

目前，蠕变模型参数辨识较常用的方法有回归分析法、最小二乘法及蠕变曲线分解法[17]等。在辨识参数数量较多且试验数据非线性程度较高的情况下，若未能获取模型参数的初始值，则可能无法通过最小二乘法获得准确的参数辨识结果。Levenberg-Marquardt算法在运用过程中需要提供待辨识参数的初始值，否则仍然无法通过该算法获得有效的参数辨识结果。因此，将蠕变曲线分解法与Levenberg-Marquardt算法2种辨识方法相结合，以此获得有效的参数辨识结果。根据炭质板岩的蠕变试验结果，开展横观各向同性蠕变模型三维本构方程的参数辨识工作。

(1)在常规三轴蠕变试验条件下，对于水平层理岩样有$\sigma_{11}=\sigma_{22}$，则根据式(10)、(11)可得

$$\begin{aligned}f_{cr}=&[2F_{cr}(\sigma_{33}-\sigma_{11})^2]^{1/2}+\\ &2P_{cr}\sigma_{11}+Q_{cr}\sigma_{33}-1\end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}f'=&[2F'(\sigma_{33}-\sigma_{11})^2]^{1/2}+\\ &2P'\sigma_{11}+Q'\sigma_{33}-1\end{aligned} \tag{15}$$

将式(14)、(15)代入三维蠕变方程,可得:

$$\varepsilon_{33}=\begin{cases}\left(\dfrac{\sigma_{33}}{E_{0v}}-\dfrac{2\nu_{hv}}{E_{0h}}\sigma_{11}\right)+\left(\dfrac{\sigma_{33}}{E_{1v}}-\dfrac{2\nu_{hv}}{E_{1h}}\sigma_{11}\right)\left[1-\mathrm{e}^{\left(-\frac{E_{1v}}{\eta_{1v}}\right)t}\right], f_{cr}<0, f'<0\\ \left(\dfrac{\sigma_{33}}{E_{0v}}-\dfrac{2\nu_{hv}}{E_{0h}}\sigma_{11}\right)+\left(\dfrac{\sigma_{33}}{E_{1v}}-\dfrac{2\nu_{hv}}{E_{1h}}\sigma_{11}\right)\left[1-\mathrm{e}^{\left(-\frac{E_{1v}}{\eta_{1v}}\right)t}\right]+\\ \quad\dfrac{[Q_{cr}-(2F_{cr})^{1/2}]}{\eta_{2v}}\dfrac{\sigma_{33}[Q_{cr}-(2F_{cr})^{1/2}]+\sigma_{11}[2P_{cr}+(2F_{cr})^{1/2}]}{f_0}t, f_{cr}\geqslant 0, f'<0\\ \left(\dfrac{\sigma_{33}}{E_{0v}}-\dfrac{2\nu_{hv}}{E_{0h}}\sigma_{11}\right)+\left(\dfrac{\sigma_{33}}{E_{1v}}-\dfrac{2\nu_{hv}}{E_{1h}}\sigma_{11}\right)\left[1-\mathrm{e}^{\left(-\frac{E_{1v}}{\eta_{1v}}\right)t}\right]+\\ \quad\dfrac{[Q_{cr}-(2F_{cr})^{1/2}]}{\eta_{2v}}\dfrac{\sigma_{33}[Q_{cr}-(2F_{cr})^{1/2}]+\sigma_{11}[2P_{cr}+(2F_{cr})^{1/2}]}{f_0}t+\boldsymbol{D}_{33kl}^{-1}\dfrac{f'}{f_0}\dfrac{\partial f'}{\partial\sigma_{ij}}, f_{cr}\geqslant 0, f'\geqslant 0\end{cases}\tag{16}$$

式中,$k,l=1,2,3$。

(2)在常规三轴蠕变试验条件下,对于垂直层理岩样有$\sigma_{22}=\sigma_{33}$,则根据式(10)与式(11)可得:

$$f_{cr}=[2F_{cr}(\sigma_{33}-\sigma_{11})^2]^{1/2}+2P_{cr}\sigma_{11}+Q_{cr}\sigma_{33}-1\tag{17}$$

$$f'=[2F'(\sigma_{33}-\sigma_{11})^2]^{1/2}+2P'\sigma_{11}+Q'\sigma_{33}-1\tag{18}$$

将式(17)、(18)代入三维蠕变方程,可得:

$$\varepsilon_{11}=\begin{cases}\left(\dfrac{\sigma_{11}}{E_{0h}}-\dfrac{\nu_h}{E_{0h}}\sigma_{22}-\dfrac{\nu_{hv}}{E_{0v}}\sigma_{22}\right)+\left(\dfrac{\sigma_{11}}{E_{1h}}-\dfrac{\nu_h}{E_{1h}}\sigma_{22}-\dfrac{\nu_{hv}}{E_{1v}}\sigma_{22}\right)\left[1-\mathrm{e}^{\left(-\frac{E_{1h}}{\eta_{1h}}\right)t}\right], f_{cr}<0, f'<0\\ \left(\dfrac{\sigma_{11}}{E_{0h}}-\dfrac{\nu_h}{E_{0h}}\sigma_{22}-\dfrac{\nu_{hv}}{E_{0v}}\sigma_{22}\right)+\left(\dfrac{\sigma_{11}}{E_{1h}}-\dfrac{\nu_h}{E_{1h}}\sigma_{22}-\dfrac{\nu_{hv}}{E_{1v}}\sigma_{22}\right)\left[1-\mathrm{e}^{\left(-\frac{E_{1h}}{\eta_{1h}}\right)t}\right]+\\ \quad\dfrac{[Q_{cr}-(2F_{cr})^{1/2}]}{\eta_{2h}}\dfrac{\sigma_{33}[Q_{cr}-(2F_{cr})^{1/2}]+\sigma_{11}[2P_{cr}+(2F_{cr})^{1/2}]}{f_0}t, f_{cr}\geqslant 0, f'<0\\ \left(\dfrac{\sigma_{11}}{E_{0h}}-\dfrac{\nu_h}{E_{0h}}\sigma_{22}-\dfrac{\nu_{hv}}{E_{0v}}\sigma_{22}\right)+\left(\dfrac{\sigma_{11}}{E_{1h}}-\dfrac{\nu_h}{E_{1h}}\sigma_{22}-\dfrac{\nu_{hv}}{E_{1v}}\sigma_{22}\right)\left[1-\mathrm{e}^{\left(-\frac{E_{1h}}{\eta_{1h}}\right)t}\right]+\\ \quad\dfrac{[Q_{cr}-(2F_{cr})^{1/2}]}{\eta_{2h}}\dfrac{\sigma_{33}[Q_{cr}-(2F_{cr})^{1/2}]+\sigma_{11}[2P_{cr}+(2F_{cr})^{1/2}]}{f_0}t+\boldsymbol{D}_{11kl}^{-1}\dfrac{f'}{f_0}\dfrac{\partial f'}{\partial\sigma_{ij}}, f_{cr}\geqslant 0, f'\geqslant 0\end{cases}\tag{19}$$

式(16)、(19)中,为便于参数辨识,令$N_v=Q_{cr}-(2F_{cr})^{1/2}$,$N_v'=2P_{cr}+(2F_{cr})^{1/2}$,$N_h=P_{cr}-(F_{cr}+H_{cr})^{1/2}$,$N_h'=P_{cr}+Q_{cr}+(F_{cr}+H_{cr})^{1/2}$。$f_0$为屈服函数初始参考值,为使$f/f_0$为量纲一任意值,取$f_0=1$。因此,将$N_v=Q_{cr}-(2F_{cr})^{1/2}$,$N_v'=2P_{cr}+(2F_{cr})^{1/2}$代入式(16),可得:

$$\varepsilon_{33}=\begin{cases}\left(\dfrac{\sigma_{33}}{E_{0v}}-\dfrac{2\nu_{hv}}{E_{0h}}\sigma_{11}\right)+\left(\dfrac{\sigma_{33}}{E_{1v}}-\dfrac{2\nu_{hv}}{E_{1h}}\sigma_{11}\right)\left[1-\mathrm{e}^{\left(-\frac{E_{1v}}{\eta_{1v}}\right)t}\right], f_{cr}<0, f'<0\\ \left(\dfrac{\sigma_{33}}{E_{0v}}-\dfrac{2\nu_{hv}}{E_{0h}}\sigma_{11}\right)+\left(\dfrac{\sigma_{33}}{E_{1v}}-\dfrac{2\nu_{hv}}{E_{1h}}\sigma_{11}\right)\left[1-\mathrm{e}^{\left(-\frac{E_{1v}}{\eta_{1v}}\right)t}\right]+\dfrac{N_v^2\sigma_{33}+N_vN_v'\sigma_{11}}{\eta_{2v}}t, f_{cr}\geqslant 0, f'<0\\ \left(\dfrac{\sigma_{33}}{E_{0v}}-\dfrac{2\nu_{hv}}{E_{0h}}\sigma_{11}\right)+\left(\dfrac{\sigma_{33}}{E_{1v}}-\dfrac{2\nu_{hv}}{E_{1h}}\sigma_{11}\right)\left[1-\mathrm{e}^{\left(-\frac{E_{1v}}{\eta_{1v}}\right)t}\right]+\dfrac{N_v^2\sigma_{33}+N_vN_v'\sigma_{11}}{\eta_{2v}}t+\boldsymbol{D}_{33kl}^{-1}\dfrac{f'}{f_0}\dfrac{\partial f'}{\partial\sigma_{ij}}, f_{cr}\geqslant 0, f'\geqslant 0\end{cases}\tag{20}$$

将$N_{\mathrm{h}}=P_{\mathrm{cr}}-(F_{\mathrm{cr}}+H_{\mathrm{cr}})^{1/2}$与$N_{\mathrm{h}}'=P_{\mathrm{cr}}+Q_{\mathrm{cr}}+(F_{\mathrm{cr}}+H_{\mathrm{cr}})^{1/2}$代入式(19)，可得：

$$\varepsilon_{11}=\begin{cases}\left(\dfrac{\sigma_{11}}{E_{0\mathrm{h}}}-\dfrac{\nu_{\mathrm{h}}}{E_{0\mathrm{h}}}\sigma_{22}-\dfrac{\nu_{\mathrm{hv}}}{E_{0\mathrm{v}}}\sigma_{22}\right)+\left(\dfrac{\sigma_{11}}{E_{1\mathrm{h}}}-\dfrac{\nu_{\mathrm{h}}}{E_{1\mathrm{h}}}\sigma_{22}-\dfrac{\nu_{\mathrm{hv}}}{E_{1\mathrm{v}}}\sigma_{22}\right)\left[1-\mathrm{e}^{\left(-\frac{E_{1\mathrm{h}}}{\eta_{1\mathrm{h}}}\right)t}\right], f_{\mathrm{cr}}<0, f'<0\\ \left(\dfrac{\sigma_{11}}{E_{0\mathrm{h}}}-\dfrac{\nu_{\mathrm{h}}}{E_{0\mathrm{h}}}\sigma_{22}-\dfrac{\nu_{\mathrm{hv}}}{E_{0\mathrm{v}}}\sigma_{22}\right)+\left(\dfrac{\sigma_{11}}{E_{1\mathrm{h}}}-\dfrac{\nu_{\mathrm{h}}}{E_{1\mathrm{h}}}\sigma_{22}-\dfrac{\nu_{\mathrm{hv}}}{E_{1\mathrm{v}}}\sigma_{22}\right)\left[1-\mathrm{e}^{\left(-\frac{E_{1\mathrm{h}}}{\eta_{1\mathrm{h}}}\right)t}\right]+\dfrac{N_{\mathrm{h}}^2\sigma_{11}+N_{\mathrm{h}}N_{\mathrm{h}}'\sigma_{22}}{\eta_{2\mathrm{h}}}t, f_{\mathrm{cr}}\geqslant 0, f'<0\\ \left(\dfrac{\sigma_{11}}{E_{0\mathrm{h}}}-\dfrac{\nu_{\mathrm{h}}}{E_{0\mathrm{h}}}\sigma_{22}-\dfrac{\nu_{\mathrm{hv}}}{E_{0\mathrm{v}}}\sigma_{22}\right)+\left(\dfrac{\sigma_{11}}{E_{1\mathrm{h}}}-\dfrac{\nu_{\mathrm{h}}}{E_{1\mathrm{h}}}\sigma_{22}-\dfrac{\nu_{\mathrm{hv}}}{E_{1\mathrm{v}}}\sigma_{22}\right)\left[1-\mathrm{e}^{\left(-\frac{E_{1\mathrm{h}}}{\eta_{1\mathrm{h}}}\right)t}\right]+\dfrac{N_{\mathrm{h}}^2\sigma_{11}+N_{\mathrm{h}}N_{\mathrm{h}}'\sigma_{22}}{\eta_{2\mathrm{h}}}t+\boldsymbol{D}_{11kl}^{-1}\dfrac{f'}{f_0}\dfrac{\partial f'}{\partial\sigma_{ij}}, \\ \quad f_{\mathrm{cr}}\geqslant 0, f'\geqslant 0\end{cases} \tag{21}$$

在蠕变参数辨识过程中，当$f_{\mathrm{cr}}<0$时，炭质板岩岩样蠕变变形包括瞬时弹性变形与衰减蠕变变形，如图8所示。

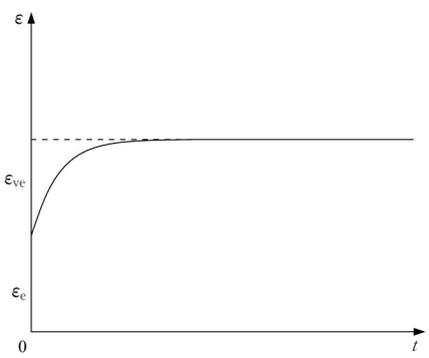


图8　衰减蠕变曲线分解示意

Fig.8　Schematic diagram of attenuation creep curve decomposition

以水平层理岩样所处应力状态为例对恒定应力条件下的衰减蠕变曲线进行分解，蠕变方程为

$$\varepsilon_{33}(t)=\left(\frac{\sigma_{33}}{E_{0\mathrm{v}}}-\frac{2\nu_{\mathrm{hv}}}{E_{0\mathrm{h}}}\sigma_{11}\right)+\left(\frac{\sigma_{33}}{E_{1\mathrm{v}}}-\frac{2\nu_{\mathrm{hv}}}{E_{1\mathrm{h}}}\sigma_{11}\right)\left[1-\mathrm{e}^{\left(-\frac{E_{1\mathrm{v}}}{\eta_{1\mathrm{v}}}\right)t}\right] \tag{22}$$

当$t=0$时，该曲线在纵轴上的截距为ε_{e}，即瞬时弹性应变，表达式为

$$\varepsilon_{\mathrm{e}}=\frac{\sigma_{33}}{E_{0\mathrm{v}}}-\frac{2\nu_{\mathrm{hv}}}{E_{0\mathrm{h}}}\sigma_{11} \tag{23}$$

弹性变形可以根据弹塑性参数求解方法进行求解，通过试验可获得$E_{0\mathrm{v}}$、$E_{0\mathrm{h}}$及E_{hv}。

衰减蠕变阶段的蠕变曲线方程可表示为式(22)，而渐进平行线与曲线在纵轴交点的距离为$\varepsilon_{\mathrm{ve}}$，即黏弹性变形，表达式为

$$\varepsilon_{\mathrm{ve}}(t)=\left(\frac{\sigma_{33}}{E_{1\mathrm{v}}}-\frac{2\nu_{\mathrm{hv}}}{E_{1\mathrm{h}}}\sigma_{11}\right)\left[1-\mathrm{e}^{\left(-\frac{E_{1\mathrm{v}}}{\eta_{1\mathrm{v}}}\right)t}\right] \tag{24}$$

因此，可优先求得$E_{1\mathrm{v}}$、$E_{1\mathrm{h}}$。对式(24)两边取对数，可得

$$\ln\varepsilon_{\mathrm{ve}}(t)=\ln\left(\frac{\sigma_{33}}{E_{1\mathrm{v}}}-\frac{2\nu_{\mathrm{hv}}}{E_{1\mathrm{h}}}\sigma_{11}\right)-\frac{E_{1\mathrm{v}}}{\eta_{1\mathrm{v}}}t \tag{25}$$

在半对数空间，式(25)也为一条直线，可根据试验所采集的数据求得该直线的斜率，即可获取$\eta_{1\mathrm{v}}$的近似初始值。

当$f_{\mathrm{cr}}\geqslant 0$时，参数辨识工作最为复杂，炭质板岩岩样蠕变变形包括瞬时弹性变形、衰减蠕变变形及稳态蠕变变形，如图9所示。

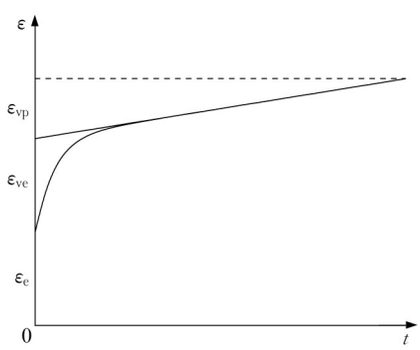


图9　衰减蠕变与稳态蠕变曲线分解示意

Fig.9　Schematic diagram of attenuation creep and steady-state creep curve decomposition

此时，蠕变方程为

$$\varepsilon_{33}(t)=\left(\frac{\sigma_{33}}{E_{0\mathrm{v}}}-\frac{2\nu_{\mathrm{hv}}}{E_{0\mathrm{h}}}\sigma_{11}\right)+\left(\frac{\sigma_{33}}{E_{1\mathrm{v}}}-\frac{2\nu_{\mathrm{hv}}}{E_{1\mathrm{h}}}\sigma_{11}\right)\cdot\left[1-\mathrm{e}^{\left(-\frac{E_{1\mathrm{v}}}{\eta_{1\mathrm{v}}}\right)t}\right]+\frac{N_{\mathrm{v}}^2\sigma_{33}+N_{\mathrm{v}}N_{\mathrm{v}}'\sigma_{11}}{\eta_{2\mathrm{v}}}t \tag{26}$$

根据曲线分解法，将蠕变应变分解为弹性应变ε_{e}、黏弹性应变$\varepsilon_{\mathrm{ve}}$及黏塑性应变$\varepsilon_{\mathrm{vp}}$，与蠕变时间$t$线性相关。随后，获得蠕变曲线的一条渐近线，其斜率的大小为$(N_{\mathrm{v}}^2\sigma_{33}+N_{\mathrm{v}}N_{\mathrm{v}}'\sigma_{11})\eta_{1\mathrm{v}}$，据此可求得$\eta_{2\mathrm{v}}$。因此，可将黏塑性应变$\varepsilon_{\mathrm{vp}}$从蠕变试验曲线中准确分离，此时蠕变曲线中仅包含弹性应变ε_{e}与黏弹性应变$\varepsilon_{\mathrm{ve}}$，可通过如图9所示的曲线分解与求解步骤，求得$E_{0\mathrm{v}}$、$E_{0\mathrm{h}}$、$E_{1\mathrm{v}}$、$E_{1\mathrm{h}}$、$\nu_{\mathrm{hv}}$及$\eta_{1\mathrm{v}}$。

2.3.2 黏弹塑性蠕变模型试验验证

根据上述曲线分解法,将炭质板岩蠕变试验数据进行分解,获得了蠕变曲线的初始参考值。根据参数的初始值进行Levenberg-Marquardt算法的反演,该阶段是在Origin软件中实现的,曲线拟合结果如图10、11所示。横观各向同性蠕变模型参数见表3。

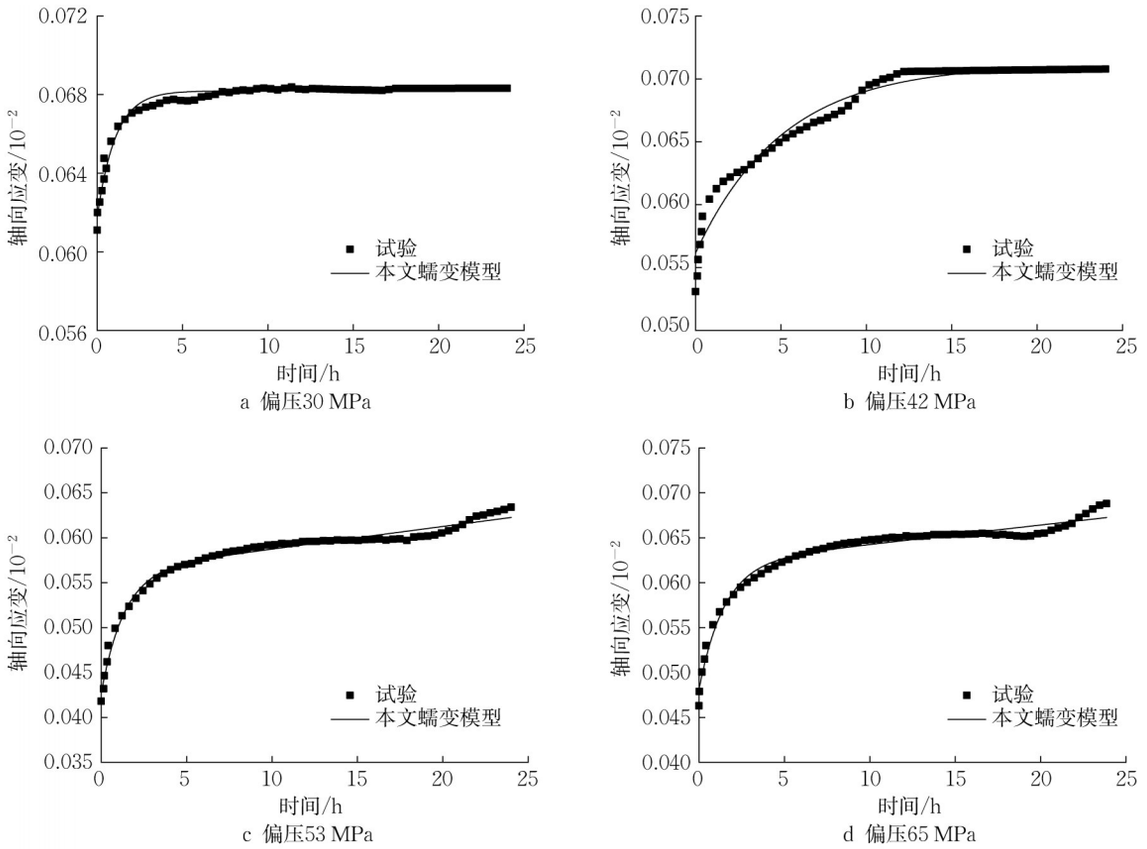


图10 水平层理炭质板岩的横观各向同性蠕变模型拟合曲线

Fig.10 Transversely isotropic creep model fitting curves of horizontal bedding carbonaceous slate

从图10、11可以看出,横观各向同性蠕变模型与室内蠕变试验数据的拟合效果很好,相关系数介于0.941 6与0.992 9之间。

炭质板岩岩样内部结构面、节理、裂隙的分布不均匀,使得岩样在相同应力水平下产生的瞬时弹性变形和分级荷载下的蠕变变形也有所不同,从而导致岩样的蠕变参数存在一定差异。因此,在炭质板岩蠕变试验过程中忽略岩样离散性的影响,对炭质板岩的蠕变力学特性展开分析。水平层理岩样与垂直层理岩样的瞬时弹性模量存在较为明显的差异,在相同应力水平下,水平层理岩样的弹性模量普遍小于垂直层理岩样的弹性模量,即蠕变试验过程中炭质板岩表现出明显的各向异性特性。在较低应力水平下,水平层理岩样与垂直层理岩样的平均回弹模量都较大,此时蠕变应变都非常小,在较高应力水平下其值明显更小,衰减蠕变现象较为明显。η_1值

表3 横观各向同性蠕变模型参数

Tab.3 Transversely isotropic creep model parameters

岩样类别	应力水平/MPa	E_0/MPa	E_1/MPa	ν	η_1/GPa	η_2/GPa	R^2
水平层理	30	25.56	246.39	0.21	264.78		0.978 1
	42	14.94	55.96	0.18	285.48		0.968 5
	53	15.64	49.23	0.22	65.77	23.47	0.985 3
	65	16.96	58.33	0.19	85.61	28.63	0.979 6
垂直层理	30	31.29	411.23	0.28	799.57		0.963 4
	42	24.41	132.36	0.24	64.02		0.941 6
	53	21.43	60.19	0.20	144.39	59.64	0.976 6
	65	21.67	60.37	0.28	107.54	37.69	0.992 9

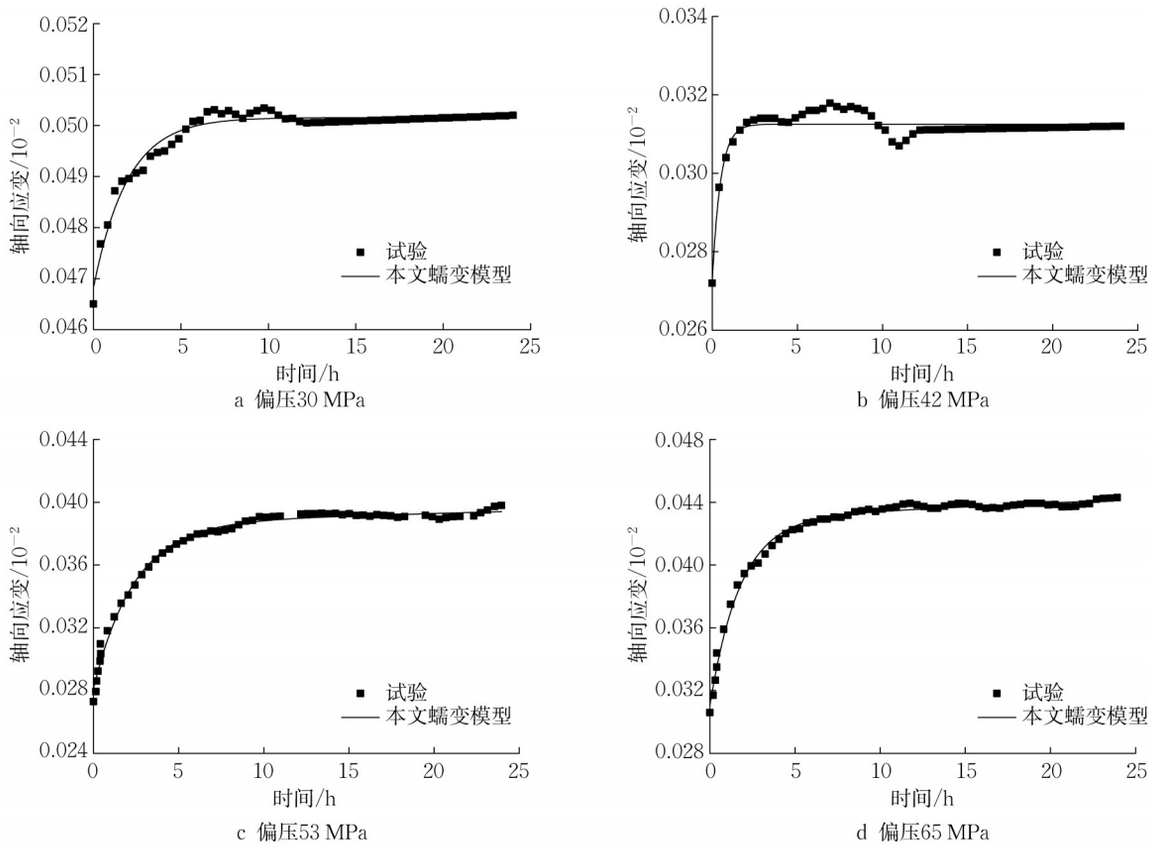


图11　垂直层理炭质板岩的横观各向同性蠕变模型拟合曲线

Fig.11　Transversely isotropic creep model fitting curves of vertical bedding carbonaceous slate

越大，岩石在衰减蠕变阶段持续的时间越长。弹性模量E_1与黏滞系数η_1的比值可反映岩石从衰减蠕变变形进入稳态蠕变变形所用时间的长短。ν表示岩石蠕变过程的泊松比，由于前文假定ν不随时间发生变化，因此与E_0和E_1对应的泊松比均由ν表示。η_2亦为黏滞系数，可用于描述稳态蠕变阶段蠕变的快慢程度，其值越小稳态蠕变速率越大。稳态蠕变阶段，与水平层理岩样黏滞系数η_2值相比，垂直层理岩样η_2值更大，这也说明水平层理岩样稳态蠕变现象更明显。综上，本文所提出的横观各向同性蠕变模型可以很好地体现炭质板岩横观各向同性蠕变特性，参数大小的变化充分体现了应力水平对岩石蠕变的影响，而相同应力水平下2种岩样参数的差异也反映了炭质板岩横观各向同性特性。

3　结论

（1）蠕变试验过程中，较低应力水平下水平层理岩样与垂直层理岩样的瞬时弹性变形相接近，其他情况下水平层理岩样变形量总是高于垂直层理岩样，存在较为明显的各向异性特性。

（2）提出了改进Nishihara模型，并将其拓展为横观各向同性蠕变模型，最后给出了该模型的三维本构方程。采用优化的参数辨识方法，结合2种岩样的蠕变试验数据对蠕变模型参数进行反演并完成蠕变曲线拟合。结果表明，该模型能够很好地适应炭质板岩蠕变曲线的变形特点。

（3）对横观各向同性蠕变模型参数辨识结果进行分析，其参数大小的变化充分体现了应力水平对炭质板岩蠕变的影响。在相同应力水平下，岩质板岩2种岩样的蠕变试验参数有明显区别，这也说明炭质板岩具有明显的横观各向同性蠕变特性，从而验证了本文所提出模型的适应性与合理性。

作者贡献声明：

胡涛涛：研究命题提出，论文审阅修改。

高咸超：理论推导，论文撰写。

王　垚：绘图与数据处理。

康志斌：论文撰写与修改。

参考文献：

[1]　刘国民，黄梅，陈华，等. 炭质板岩冻融后蠕变特性试验及损

伤模型研究[J]. 公路交通科技, 2024, 41(3): 143.
LIU Guomin, HUANG Mei, CHEN Hua, *et al*. Study on creep characteristics test and damage model of carbonaceous slate after freeze-thaw [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2024, 41(3): 143.

[2] 肖颖鸣, 乔亚飞, 李红儒, 等. 单轴压缩下炭质板岩的应变速率效应及声发射特性[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2022, 50(9): 1276.
XIAO Yingming, QIAO Yafei, LI Hongru, *et al*. Strain rate effect and acoustic emission characteristics of carbonaceous slate under uniaxial compression [J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2022, 50(9): 1276.

[3] 陶志刚, 罗森林, 康宏伟, 等. 公路隧道炭质板岩变形规律及蠕变特性研究[J]. 中国矿业大学学报, 2020, 49(5): 898.
TAO Zhigang, LUO Senlin, KANG Hongwei, *et al*. Study on deformation law and creep characteristics of carbonaceous slate in highway tunnel[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2020, 49(5): 898.

[4] ZHANG Zhixiong, CHENG Yun, SONG Zhanping, *et al*. Anisotropy and directivity effects on uniaxial compression of carbonaceous slate form Jinman Mine [J]. Applied Sciences, 2022, 12(19): 9811.

[5] LI Huayun, ZHU Kaicheng, CHEN Yelei, *et al*. Formulation and implementation of elastoplastic constitutive model for carbonaceous slate[J]. Bulletin of Engineering Geology and the Environment, 2023, 82(3): 93.

[6] 路德春, 韩佳月, 梁靖宇, 等. 横观各向同性黏土的非正交弹塑性本构模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2020, 39(4): 793.
LU Dechun, HAN Jiayue, LIANG Jingyu, *et al*. Non-orthogonal elastic-plastic constitutive model of transversely isotropic clay [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2020, 39(4): 793.

[7] 李列列, 管俊峰, 肖明砾, 等. 一种横观各向同性岩体蠕变模型[J]. 岩土力学, 2020, 41(9): 2922.
LI Lielie, GUAN Junfeng, XIAO Mingli, *et al*. A creep model of transversely isotropic rock mass [J]. Rock and Soil Mechanics, 2020, 41(9): 2922.

[8] 叶为民, 王启力, 罗文静, 等. 非饱和泥质粉砂岩蠕变特性及其模型[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2022, 50(8): 1154.
YE Weimin, WANG Qili, LUO Wenjing, *et al*. Creep characteristics and model of unsaturated argillaceous siltstone [J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2022, 50(8): 1154.

[9] 张亮亮, 王晓健. 岩石黏弹塑性损伤蠕变模型研究[J]. 岩土工程学报, 2020, 42(6): 1085.
ZHANG Liangliang, WANG Xiaojian. Study on viscoelastic-plastic damage creep model of rock [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, 42(6): 1085.

[10] 宋勇军, 张磊涛, 任建喜, 等. 冻融环境下红砂岩三轴蠕变特性及其模型研究[J]. 岩土工程学报, 2021, 43(5): 841.
SONG Yongjun, ZHANG Leitao, REN Jianxi, *et al*. Triaxial creep characteristics and model of red sandstone under freeze-thaw environment [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2021, 43(5): 841.

[11] 周瑞鹤, 程桦, 蔡海兵, 等. 三轴压缩分级卸荷条件下粉砂岩蠕变特性及蠕变模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2022, 41(6): 1136.
ZHOU Ruihe, CHENG Hua, CAI Haibing, *et al*. Creep characteristics and creep model of siltstone under triaxial compression grading unloading condition[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2022, 41(6): 1136.

[12] 张志强, 朱星宇, 刘新华. 橄榄岩蠕变特性及本构模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2022, 41(8): 1525.
ZHANG Zhiqiang, ZHU Xingyu, LIU Xinhua. Study on creep characteristics and constitutive model of peridotite[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2022, 41(8): 1525.

[13] 杨俊涛, 宋彦琦, 马宏发, 等. 考虑硬化和损伤效应的盐岩蠕变本构模型研究[J]. 岩土力学, 2023, 44(10): 2953.
YANG Juntao, SONG Yanqi, MA Hongfa, *et al*. Study on creep constitutive model of salt rock considering hardening and damage effects[J]. Rock and Soil Mechanics, 2023, 44(10): 2953.

[14] ZHAO Yanlin, WANG Xiaguang, TANG Wenyu, *et al*. Creep behavior of layered salt rock under triaxial loading and unloading cycles [J]. Applied Rheology, 2023, 33(1): 291.

[15] 赵程斌, 骆亚生, 范全, 等. 基于触发式黏塑性元件的黏性土黏弹塑性动本构模型[J]. 岩土力学, 2024, 45(2): 502.
ZHAO Chengbin, LUO Yasheng, FAN Quan, *et al*. Viscoelastic-plastic dynamic constitutive model of cohesive soil based on trigger viscoplastic element [J]. Rock and Soil Mechanics, 2024, 45(2): 502.

[16] 张玉军, 刘谊平. 正交各向异性岩体中地下洞室稳定的黏弹-黏塑性三维有限元分析[J]. 岩土力学, 2002, 23(3): 278.
ZHANG Yujun, LIU Yiping. Three-dimensional finite element analysis of viscoelastic-viscoplastic stability in underground caverns in orthotropic rock mass[J]. Rock and Soil Mechanics, 2002, 23(3): 278.

[17] 曹力, 鲁海峰, 姚多喜, 等. 岩石蠕变模型及蠕变参数识别研究综述[J]. 自然科学, 2018, 6(5): 395.
CAO Li, LU Haifeng, YAO Duoxi, *et al*. Review on rock creep model and creep parameter identification [J]. Open Journal of Natural Science, 2018, 6(5): 395.