文章编号：0253-374X(2025)12-1815-10
DOI：10. 11908/j. issn. 0253-374x. 24239

异形钢桁架–混凝土组合剪力墙剪力滞后效应及骨架曲线

王卫永[1,2]，杨启波[1,3]，王领军[1]
（1. 重庆大学 土木工程学院，重庆 400045；2. 山地土木工程安全与韧性全国重点实验室，重庆400045；
3. 重庆忠县燃气有限责任公司，重庆404300）

摘要：为探明异形钢桁架–混凝土组合剪力墙的受力性能，对剪力滞后效应及骨架曲线进行研究。基于最小势能原理，采用能量变分法计算翼缘内纵向应力分布，引入有效系数考虑翼缘端部型钢竖杆在墙体抵抗水平荷载中的作用，按照平截面假定分析剪力墙底部截面在不同受力状态下的应力和应变分布，得到了截面的弯矩–曲率关系；根据弯矩计算墙顶荷载，再由墙体曲率分布及剪切刚度计算墙顶位移；以开裂点、屈服点、峰值点、极限点为特征点，建立了考虑剪力滞后效应的骨架曲线分析方法，试验表明，该方法能较为准确地预测异形钢桁架–混凝土组合剪力墙的力学性能。

关键词：异形组合剪力墙；剪力滞后；有效系数；骨架曲线；桁架比拟法
中图分类号：TU398. 2　　**文献标志码**：A

Shear Lag Effect and Skeleton Curve of Special Shaped Steel Truss-Concrete Composite Shear Wall

WANG Weiyong[1,2], *YANG Qibo*[1,3], *WANG Lingjun*[1]
(1. School of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, China; 2. State Key Laboratory of Safety and Resilience of Civil Engineering in Mountain Area, Chongqing 400045, China; 3. Zhong County Gas Co., Ltd., Chongqing 404300, China)

Abstract: To investigate the mechanical performance of composite shear walls with irregular steel trusses and concrete, the shear lag effect and skeleton curve were studied. Based on the principle of minimum potential energy, the energy variational method was used to calculate the longitudinal stress distribution inside the flange. The effective coefficient was introduced to consider the role of the end section steel vertical rod of the flange in resisting horizontal loads on the wall. The stress and strain distribution of the bottom section of the shear wall in different stress states were analyzed according to the assumption of a plane section, and the moment curvature relationship of the section was obtained. The load on the top of the wall was calculated based on the bending moment, while the displacement of the top of the wall was calculated based on the curvature distribution and shear stiffness of the wall. A skeleton curve analysis method considering shear lag effect was established based on the characteristic points of cracking point, yield point, peak point, and limit point. Experimental results show that this method can accurately predict the mechanical performance of special-shaped steel trusses-composite shear wall.

Keywords: special-shaped composite shear wall; shear lag; effective coefficient; skeleton curve; truss analogy method

相比于矩形截面剪力墙，翼缘改变了剪力墙的内力分布，对墙体承载力和刚度的影响不可忽略。异形剪力墙受平行于腹板的水平荷载作用，在翼缘剪切变形的影响下，翼缘横截面内竖向应力分布不均匀，产生剪力滞后效应。

1946 年，Reissner[1]以最大剪切转角为广义位移，对翼缘的纵向位移按二次抛物线进行修正，首次将能量变分法用于分析箱梁的剪力滞后效应。上述修正存在一个问题，就是在中性轴位置不变的情况下改变翼缘纵向应力分布，导致截面上纵向应力之和不为零[2]。因此，Zhang 等[3]提出了一种以剪力滞后引起的附加挠度为广义位移，通过在位移修正函数中增加 2 个参数，使得翼缘翘曲应力在截面上的合力、合力矩均为零的改进方法。Ni 等[4]将前述改

收稿日期：2024-07-22
基金项目：国家自然科学基金(51878096)
第一作者：王卫永，教授，博士生导师，工学博士，主要研究方向为结构防灾减灾。E-mail：wywang@cqu. edu. cn

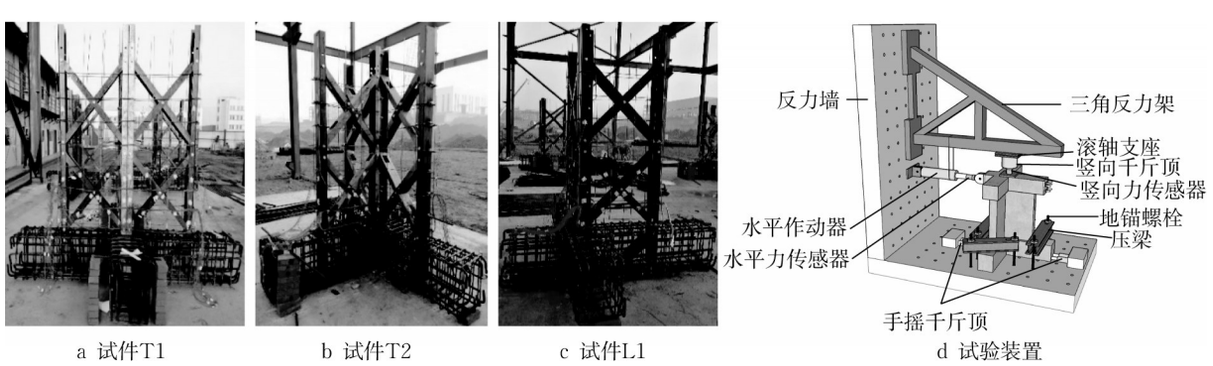
论文拓展介绍

进方法用于分析工字形构件的剪力滞后效应,分析结果与有限元计算结果相近。孙飞飞等[5]提出了适用于钢板剪力墙的双向多斜杆模型,并对新型钢板剪力墙的骨架曲线进行分析。马恺泽等[6]提出了以开裂点、屈服点、峰值点和极限点为特征点并考虑刚度退化的型钢混凝土剪力墙四折线恢复力模型。尉理祯等[7]提出了计算钢筋混凝土剪力墙变形能力的拉-压刚域模型。刘成清等[8]基于平截面假定和传统弯曲理论,建立了压弯荷载作用下T形钢筋混凝土剪力墙四折线模型各个特征点的计算公式。梁帅[9]利用四折线模型计算了配置HRB600高强钢筋T形剪力墙的骨架曲线,计算结果与试验吻合。

将钢筋混凝土剪力墙的水平钢筋改为斜向布置,能有效提高墙体抗剪承载力[10]。为便于制造,将分布钢筋替换为型钢桁架,形成钢桁架-混凝土组合剪力墙,具有抗震性能好、便于装配式施工等优点[11]。已有学者对普通钢桁架-混凝土组合剪力墙的受力性能和抗震开展了大量研究[12-15]。在纵向和横向剪力墙连接处常常形成L形或T形等异形剪力墙,现有异形剪力墙骨架曲线分析方法中,尚未考虑剪力滞后效应对骨架曲线的影响;此外,对异形钢桁架-混凝土组合剪力墙剪力滞后效应及骨架曲线的分析很少。本文采用能量变分法对异形钢桁架-混凝土剪力墙的剪力滞后效应进行分析,基于分析结果提出考虑剪力滞后影响的骨架曲线计算方法,为该类墙体的受力性能分析和设计提供参考。

1 试验概况

Wang等[16]对3片T形和1片L形钢桁架-混凝土组合剪力墙进行了水平力平行于腹板的拟静力试验。墙体高度为1 500 mm,墙肢厚度为200 mm,型钢采用Q235b冷弯成型,内置型钢桁架的斜撑与水平面呈45°角,墙体水平及竖向分布钢筋均为φ4@200,采用C30细石混凝土浇筑,编号分别为T1、T2、T3和L1。3片T形剪力墙拥有相同的截面尺寸和用钢量,腹板长度960 mm,翼缘长度1 600 mm。T1各墙肢端部型钢竖杆采用130 mm×65 mm×4.5 mm槽钢,斜撑采用60 mm×4.5 mm钢带;T2在用钢量相等的条件下将T1的钢带斜撑换成118 mm×60 mm×2.5 mm槽钢,由于X形斜撑的截面尺寸相同,切断两个斜撑中的一个,然后使用230 mm×60 mm×2.5 mm矩形连接板连接被截断的斜撑;T3各墙肢端部型钢竖杆采用130 mm×65 mm×5.5 mm槽钢,斜撑采用60 mm×3.5 mm钢带,总用钢量与T1相等。L形剪力墙腹板长度965 mm,翼缘长度835 mm,型钢配置方式与T1相同,详细的试件信息见文献[16]。试验过程中需对剪力墙施加恒定竖向荷载和水平往复荷载,竖向荷载作用于墙体形心,水平荷载作用于墙体剪切中心。试件型钢骨架照片及试验装置见图1。试验过程中布置9个位移计测量加载点水平位移及试件腹板的弯曲变形和剪切变形。试验得到了试件的滞回曲线以及破坏模式,如图2和图3所示。



a 试件T1 b 试件T2 c 试件L1 d 试验装置

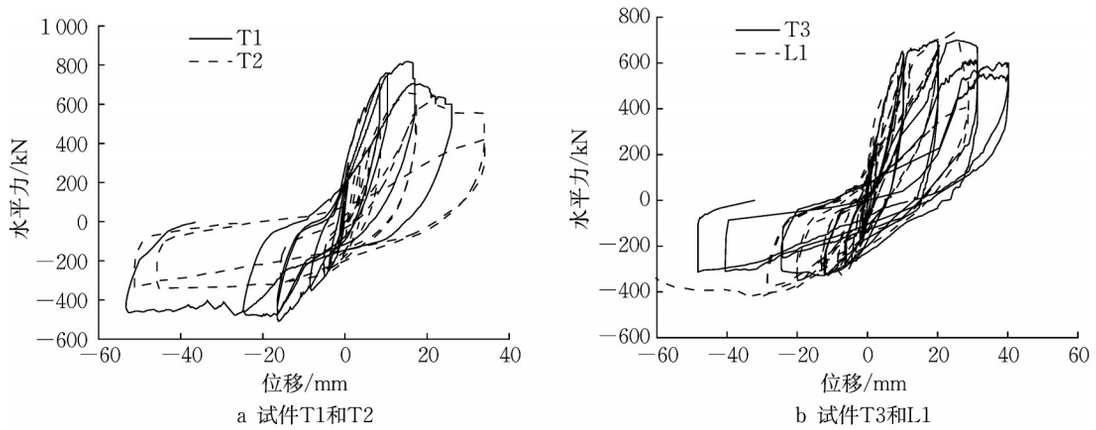
图1 试件及试验装置

Fig. 1 Specimens and test setup

2 剪力滞后效应

采用改进的能量变分法对异形剪力墙的剪力滞后效应进行分析,以墙体底截面的形心为原点、竖直向上为z轴正向建立坐标系,如图4a ①所示。假定截面纵向位移按式(1)分布,则式中第一项为按初等梁理论计算的纵向位移,第二项为剪力滞后引起的翘曲位移,第三项为竖向力引起的轴向压缩。

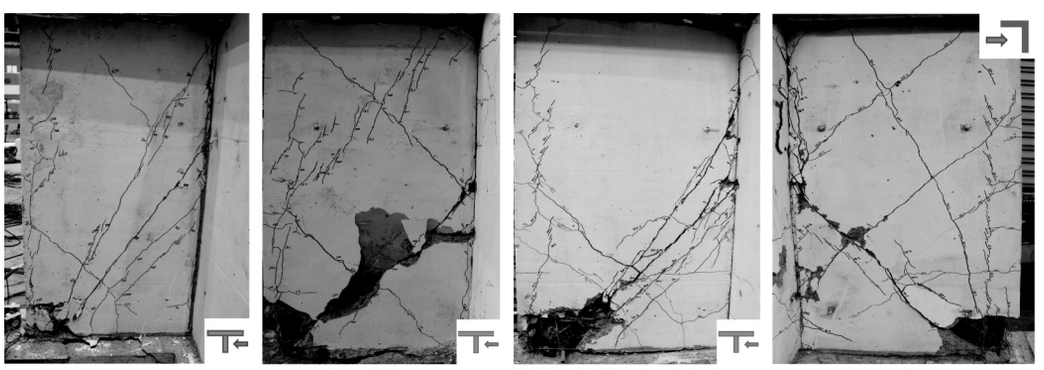
$$u(x,y,z)=y w'(z)+[y+\beta w_{\omega}(x,y)]g'(z)+\frac{N}{EA}(H-z) \tag{1}$$



a 试件T1和T2　　b 试件T3和L1

图2　试件的滞回曲线

Fig. 2　Hysteretic curves of specimens



a 试件T1　　b 试件T2　　c 试件T3　　d 试件L1

图3　试件破坏形态

Fig. 3　Failure mode of specimens

$$w_\alpha(x,y)=\begin{cases}-h\left[1-\dfrac{(x-b)^2}{b^2}\right]+\alpha & \text{翼缘}\\ \alpha & \text{腹板}\end{cases} \tag{2}$$

式(1)、(2)中：$w(z)$为按初等梁理论计算的变形；$g(z)$为剪力滞后引起的附加变形，根据势能驻值原理和边界条件求得；N为竖向力；EA为截面抗压刚度，E为材料弹性模量，A为横截面面积；H为墙高；h为翼缘中心线到截面形心的距离；系数α、β分别按式(4)、式(5)计算。

根据纵向位移函数可得截面正应力分布为

$$\sigma(x,y,z)=E\frac{\partial u}{\partial z}=Eyw''(z)+E[y+\beta w_\alpha(x,y)]g''(z)-\frac{N}{A} \tag{3}$$

截面正应力中，由剪力滞后引起的翘曲应力$\sigma_w=E[y+\beta w_\alpha(x,y)]g''(z)$。翘曲应力在截面上的合力$\int\sigma_w\mathrm{d}A=0$，因此有$\int w_\alpha(x,y)\mathrm{d}A=0$。

$$\alpha=\frac{2hA_f}{3A} \tag{4}$$

式中：A_f为翼缘面积，$A_f=2b\times b_w$。

翘曲应力在截面上的合力矩$\int\sigma_w y\mathrm{d}A=0$，因此有

$$\beta=\frac{\int y^2\mathrm{d}A}{\int y w_\alpha(x,y)\mathrm{d}A}=\frac{I_X}{I_{\alpha X}} \tag{5}$$

式中：$I_{\alpha X}=2h^2A_f/3$。

x轴为截面形心主轴，轴压应力在$w(z)$、$g(z)$引起的纵向位移上做功为0；翘曲应力在截面上的合力矩为0，因此翘曲应力在$w(z)$引起的曲率上做功为0。

综上，弯曲应力、翘曲应力、轴压应力只在自身引起的变形上做功。考虑截面的轴向压缩、腹板的弯曲变形、翼缘的弯曲变形和剪切变形，墙体总势能表达式为

$$\Pi=\int_0^H\int_A\left(\frac{\sigma^2}{2E}+\frac{\tau^2}{2G}\right)\mathrm{d}A\mathrm{d}z-V_p \tag{6}$$

式中：σ为正应力；τ为剪应力；G为剪切模量；V_p为外

力势能。

其中,腹板正应力为

$$\sigma_{\mathrm{w}}=Ey\,w''(z)+E(y+\alpha\beta)g''(z)-\frac{N}{A} \tag{7}$$

翼缘正应力为

$$\sigma_{\mathrm{f}}=Ehw''(z)+E\left\{h+\beta\left[\frac{h(x-b)^2}{b^2}-h+\alpha\right]\right\}g''(z)-\frac{N}{A} \tag{8}$$

翼缘切应力为

$$\tau_{\mathrm{f}}=G\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{2G\beta h(x-b)}{b^2}g'(z) \tag{9}$$

外力势能为

$$V_{\mathrm{p}}=F\left[w_{(z=H)}+g_{(z=H)}\right]+\frac{N^2H}{EA} \tag{10}$$

式中:F为墙顶水平力。

联立上式,墙体总势能为

$$\Pi=\frac{1}{2}\int_0^H EI_{\mathrm{x}}\left[w''(z)\right]^2\mathrm{d}z+\frac{1}{2}\int_0^H EI_{\mathrm{w}}\left[g''(z)\right]^2\mathrm{d}z+\frac{1}{2}\int_0^H GI_\alpha\left[g'(z)\right]^2\mathrm{d}z-F\left[w_{(z=H)}+g_{(z=H)}\right]-\frac{N^2H}{2EA} \tag{11}$$

式中:

$$I_\alpha=\int_A\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2\mathrm{d}A=\frac{4\beta^2h^2A_{\mathrm{f}}}{3b^2} \tag{12}$$

$$I_{\mathrm{w}}=\int_A[y+\beta w_\alpha(x,y)]^2\mathrm{d}A=I_{\mathrm{x}}+\beta^2A_{\mathrm{f}}h\left(\frac{8h}{15}-\frac{4\alpha}{3}\right)+\alpha^2\beta^2A \tag{13}$$

对墙体总势能取一阶变分,得

$$\delta\Pi=\int_0^H EI_{\mathrm{x}}w''(z)\delta w''(z)\mathrm{d}z+\int_0^H EI_{\mathrm{w}}g''(z)\delta g''(z)\mathrm{d}z+\int_0^H GI_\alpha g'(z)\delta g'(z)\mathrm{d}z-F\left[\delta w_{(z=H)}+\delta g_{(z=H)}\right] \tag{14}$$

采用换元积分法对式(14)进行变换可得

$$\delta\Pi=\int_0^H EI_{\mathrm{x}}w''''(z)\delta w(z)\mathrm{d}z+EI_{\mathrm{x}}w''(z)\delta w'(z)\big|_0^H-EI_Xw'''(z)\delta w(z)\big|_0^H-F\left[\delta w_{(z=H)}+\delta g_{(z=H)}\right]+\int_0^H\left[EI_{\mathrm{w}}g''''(z)-GI_\alpha g''(z)\right]\delta g(z)\mathrm{d}z+EI_{\mathrm{w}}g''(z)\delta g'(z)\big|_0^H-EI_{\mathrm{w}}g'''(z)\delta g(z)\big|_0^H+GI_\alpha g'(z)\delta g(z)\big|_0^H \tag{15}$$

根据最小势能原理,应有$\delta\Pi=0$,由于$\delta w(z)$、$\delta g(z)$具有任意性,因此有

$$\begin{cases}EI_{\mathrm{x}}w''''(z)=0\\ g''''(z)-k^2g''(z)=0\end{cases} \tag{16}$$

式中:$k=\sqrt{GI_\alpha/(EI_{\mathrm{w}})}$。

试验中墙体下端完全固定,因此有

$$\begin{cases}w_{(z=0)}=w'_{(z=0)}=\delta w_{(z=0)}=\delta w'_{(z=0)}=0\\ g_{(z=0)}=g'_{(z=0)}=\delta g_{(z=0)}=\delta g'_{(z=0)}=0\end{cases} \tag{17}$$

将式(17)代入式(15),可得

$$\begin{cases}EI_{\mathrm{x}}w'''_{(z=H)}+F=0\\ g'''_{(z=H)}-k^2g'_{(z=H)}+\dfrac{F}{EI_{\mathrm{w}}}=0\\ w''_{(z=H)}=0,g''_{(z=H)}=0\end{cases} \tag{18}$$

联立式(16)~(18),解得墙体变形曲线$w(z)$、$g(z)$,如式(19)、(20)所示。

$$w(z)=-\frac{F}{6EI_{\mathrm{x}}}z^3+\frac{3FH}{6EI_{\mathrm{x}}}z^2 \tag{19}$$

$$g(z)=\frac{-F\mathrm{e}^{-kH}}{kGI_\alpha(\mathrm{e}^{kH}+\mathrm{e}^{-kH})}\mathrm{e}^{kz}+\frac{F\mathrm{e}^{kH}}{kGI_\alpha(\mathrm{e}^{kH}+\mathrm{e}^{-kH})}\mathrm{e}^{-kz}+\frac{F}{GI_\alpha}z \tag{20}$$

式中:e为自然常数。

将式(19)、(20)代入式(3),可得墙体截面正应力分布为

$$\sigma(x,y,z)=\frac{F(H-z)}{I_{\mathrm{x}}}y-\frac{N}{A}+E[y+\beta w_\alpha(x,y)]\frac{kF\left[\mathrm{e}^{k(H-z)}-\mathrm{e}^{k(z-H)}\right]}{GI_\alpha(\mathrm{e}^{kH}+\mathrm{e}^{-kH})} \tag{21}$$

将$y=h$、$z=0$、$w_\alpha(x,y)=-h\left[1-\dfrac{(x-b)^2}{b^2}\right]+\alpha$代入式(21),得墙体底部翼缘纵向应力分布为

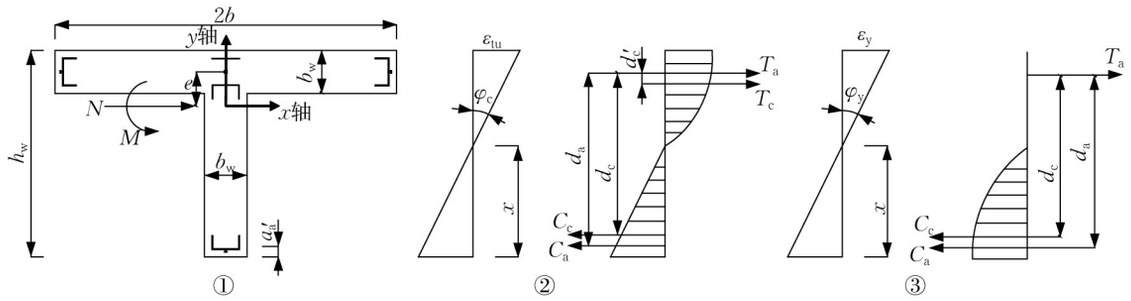
$$\sigma(x)=\frac{FH}{I_{\mathrm{x}}}h-\frac{N}{A}+k\left[h+\alpha\beta-h\beta+\frac{h\beta(x-b)^2}{b^2}\right]\frac{EF\left(\mathrm{e}^{kH}-\mathrm{e}^{-kH}\right)}{GI_\alpha(\mathrm{e}^{kH}+\mathrm{e}^{-kH})} \tag{22}$$

由式(22)可见,影响剪力滞后效应的因素较多,包括截面形状、墙体高度、截面弹性模量、剪切模量。组合结构中,截面的剪切模量应为等效剪切模量,采用叠加法计算弹性状态下组合墙体的等效剪切模量为

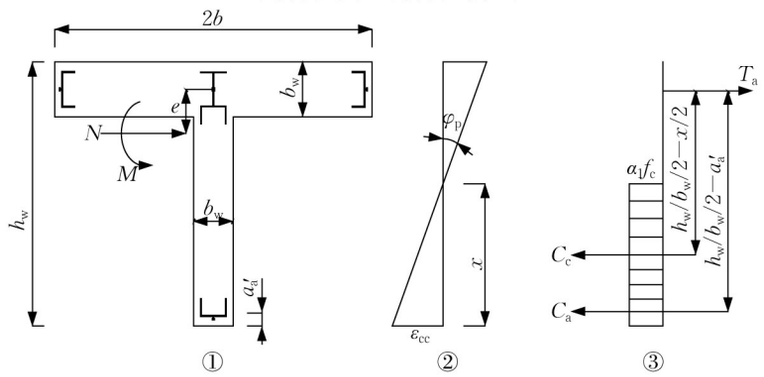
$$G=\frac{G_sA_a+G_cA_c+2E_sA_g\sin\theta\cos^2\theta}{A} \quad (23)$$

式中：E_s、G_s分别为型钢的弹性模量、剪切模量；G_c为混凝土剪切模量；A_a为型钢竖杆截面积；A_c为混凝土截面积；A_g为斜撑截面积；θ为斜撑与水平面的角度；A为墙体截面积。

式(23)分子中的第一部分为型钢竖杆贡献的剪切刚度，第二部分为混凝土贡献的剪切刚度，第三部分为型钢斜撑贡献的剪切刚度；计算中不考虑受压斜撑的屈曲。



a 开裂荷载及其屈服荷载下截面状态

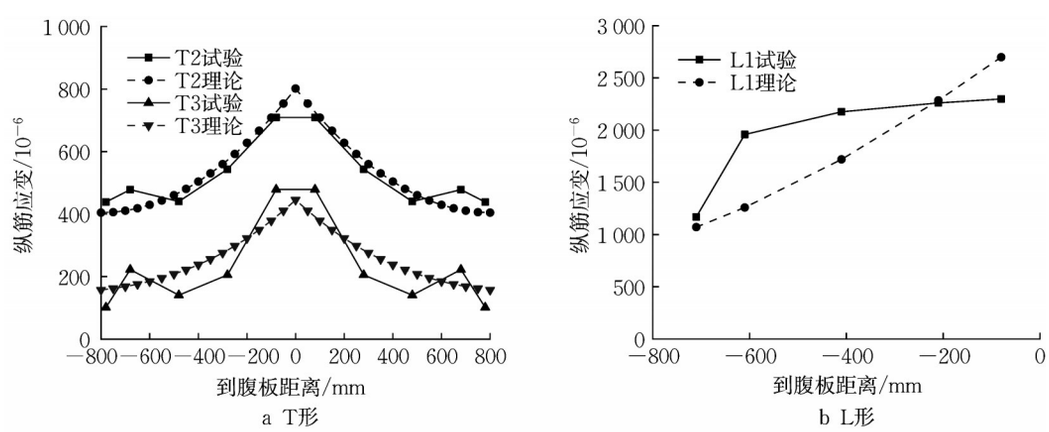


b 峰值荷载下截面状态

图4　不同荷载下截面状态

Fig. 4　Section state at different loads

由于能量变分法是基于弹性理论进行的推导，其适用范围应为墙体变形较小、破坏不严重的阶段。为验证理论公式的正确性，选取试件T2、T3和L1在水平位移为 +5 mm时的受力状态进行计算，翼缘应变的理论结果与试验结果对比如图5所示。由图5可见，理论公式能较为准确地反映带翼缘剪力墙的剪力滞后效应。



a T形　　b L形

图5　剪力滞后理论的试验验证

Fig. 5　Theoretical verification of shear lag

Ma等[17]对L形剪力墙的研究表明,剪力滞后效应会随着轴向压力的增大更加明显,随着墙顶位移的增大逐渐消失。王斌[18]在T形钢筋混凝土剪力墙的拟静力试验中发现,沿腹板正向加载(翼缘受拉)时剪力滞后现象更加明显,且极限状态下翼缘钢筋均达到屈服应变,表明翼缘钢筋都能充分发挥作用,强度计算时可不考虑剪力滞后的影响。

T和L形钢桁架-混凝土组合剪力墙受平行于腹板的水平力作用时,在翼缘受拉方向,与钢筋混凝土剪力墙竖向分布钢筋的连续布置不同,型钢竖杆为间隔一定距离集中设置,有效翼缘宽度法不再适用,因此,采用有效系数γ来表示翼缘端部型钢竖杆的作用,γ定义为翼缘端部型钢竖杆应变与翼缘-腹板连接处型钢竖杆应变的比值,受拉区型钢面积如式(24)所示。在翼缘受压方向,除按式(24)计算受压区型钢面积,还应计入有效宽度内翼缘混凝土的受压作用,有效翼缘宽度仍按相关规范[19-21]计算。

$$A_{\mathrm{a}}=2\gamma A_{\mathrm{a1}}+2A_{\mathrm{a2}} \tag{24}$$

式中:A_{a1}为翼缘端部型钢竖杆截面积;A_{a2}为翼缘-腹板连接处型钢竖杆截面积。

3 骨架曲线

根据骨架曲线特征,将骨架曲线简化为以开裂点、屈服点、峰值点、极限点为特征点的四折线模型,如式(25)所示。以翼缘受拉的T形墙为例,开裂点对应受拉侧混凝土开裂时的横向力与墙顶位移,屈服点对应翼缘型钢屈服时的横向力与墙顶位移,峰值点对应横向力达到最大值的状态,极限点对应横向力下降至峰值荷载85%时的状态。

墙体达到屈服位移之前,按式(22)计算翼缘端部型钢竖杆的有效系数γ,开裂位移下等效剪切模量按式(23)计算,屈服位移下等效剪切模量取为开裂前的一半[9]。墙体达到峰值位移后,翼缘端部型钢竖杆达到屈服应变,取$\gamma=1.0$。

试验中各试件均出现了明显的弯曲破坏特征,分析时以墙体底截面的轴力和弯矩建立平衡方程,基于平截面假定得出墙底截面弯矩和曲率。根据墙底弯矩得出横向力,根据曲率分布沿墙高积分得出墙顶弯曲变形,再加上墙体剪切变形即得墙顶位移。计算中假定型钢本构为理想弹塑性,由于墙体分布钢筋配筋率很小,为简化计算忽略分布钢筋对强度的直接贡献,但考虑其对端部混凝土的约束作用。

$$F=\begin{cases}\dfrac{F_{\mathrm{c}}}{\Delta_{\mathrm{c}}}\Delta & 0<\Delta\leqslant\Delta_{\mathrm{c}}\\ F_{\mathrm{c}}+\dfrac{F_{\mathrm{y}}-F_{\mathrm{c}}}{\Delta_{\mathrm{y}}-\Delta_{\mathrm{c}}}(\Delta-\Delta_{\mathrm{c}}) & \Delta_{\mathrm{c}}<\Delta\leqslant\Delta_{\mathrm{y}}\\ F_{\mathrm{y}}+\dfrac{F_{\mathrm{p}}-F_{\mathrm{y}}}{\Delta_{\mathrm{p}}-\Delta_{\mathrm{y}}}(\Delta-\Delta_{\mathrm{y}}) & \Delta_{\mathrm{y}}<\Delta\leqslant\Delta_{\mathrm{p}}\\ F_{\mathrm{p}}+\dfrac{F_{\mathrm{u}}-F_{\mathrm{p}}}{\Delta_{\mathrm{u}}-\Delta_{\mathrm{p}}}(\Delta-\Delta_{\mathrm{u}}) & \Delta_{\mathrm{p}}<\Delta\leqslant\Delta_{\mathrm{u}}\end{cases} \tag{25}$$

式中:F_{c}、Δ_{c}分别为开裂荷载与开裂位移;F_{y}、Δ_{y}分别为屈服荷载与屈服位移;F_{p}、Δ_{p}分别为峰值荷载与峰值位移;F_{u}、Δ_{u}分别为极限荷载与极限位移。

3.1 开裂荷载与位移

在正向水平力作用下,当翼缘外侧混凝土达到极限应变$\varepsilon_{\mathrm{tu}}$时,墙体达到开裂极限状态。此时受拉区混凝土进入塑性,其应力按二次抛物线分布,受压区混凝土处于弹性状态,其应力沿直线分布,型钢尚未屈服。墙体底部横截面的应力应变如图4a的②所示,墙体开裂曲率$\varphi_{\mathrm{c}}=\varepsilon_{\mathrm{tu}}/(h_{\mathrm{w}}-x)$,其中$\varepsilon_{\mathrm{tu}}$按文献[22]取值,$\varepsilon_{\mathrm{tu}}=2f_{\mathrm{t}}/E_{\mathrm{c}}$,$f_{\mathrm{t}}$为混凝土抗拉强度,$E_{\mathrm{c}}$为混凝土弹性模量。

根据墙体底部横截面的轴力与弯矩平衡,有

$$\begin{cases}N=C_{\mathrm{a}}+C_{\mathrm{c}}-T_{\mathrm{a}}-T_{\mathrm{c}}\\ M=C_{\mathrm{a}}d_{\mathrm{a}}+C_{\mathrm{c}}d_{\mathrm{c}}-T_{\mathrm{c}}d_{\mathrm{c}}'\end{cases} \tag{26}$$

式中:N为墙体所受轴力;M为墙底对受拉型钢合力点取矩,按式(27)计算;C_{a}为受压区型钢合力;C_{c}为受压区混凝土合力;T_{a}为受拉区型钢合力;T_{c}为受拉区混凝土合力;d_{a}、d_{c}、d_{c}'分别为C_{a}、C_{c}、T_{c}到T_{a}作用点的距离。

$$M=FH+Ne \tag{27}$$

式中:F为水平力;e为截面形心至受拉型钢中心的距离。

根据图4a②,可将式(26)转化为式(28):

$$\begin{cases}N=E_{\mathrm{s}}A_{\mathrm{a}}'\varphi_{\mathrm{c}}(x-a_{\mathrm{a}}')+\dfrac{b_{\mathrm{w}}}{2}\varphi_{\mathrm{c}}E_{\mathrm{c}}x^2-\\ \qquad E_{\mathrm{s}}A_{\mathrm{a}}\varphi_{\mathrm{c}}\left(h_{\mathrm{w}}-\dfrac{b_{\mathrm{w}}}{2}-x\right)-\\ \qquad b_{\mathrm{w}}f_{\mathrm{t}}\left[\dfrac{2}{3}(h_{\mathrm{w}}-x)+(2b-b_{\mathrm{w}})\right]\\ M=E_{\mathrm{s}}A_{\mathrm{a}}'\varphi_{\mathrm{c}}(x-a_{\mathrm{a}}')\left(h_{\mathrm{w}}-\dfrac{b_{\mathrm{w}}}{2}-a_{\mathrm{a}}'\right)+\\ \qquad \dfrac{b_{\mathrm{w}}}{2}\varphi_{\mathrm{c}}E_{\mathrm{c}}x^2\left(h_{\mathrm{w}}-\dfrac{b_{\mathrm{w}}}{2}-\dfrac{x}{3}\right)-\\ \qquad \dfrac{2b_{\mathrm{w}}}{3}f_{\mathrm{t}}(h_{\mathrm{w}}-x)\left[\dfrac{3}{8}(h_{\mathrm{w}}-x)-\dfrac{b_{\mathrm{w}}}{2}\right]\end{cases} \tag{28}$$

式中：E_s为型钢弹性模量；E_c为混凝土弹性模量；A_a为受拉区型钢截面积，按式(24)计算；A'_a为受压区型钢截面积；a'_a为受压型钢合力至受压边缘的距离；x为受压区高度；b_w为墙体厚度；f_t为混凝土抗拉强度。

得到底部横截面的开裂曲率φ_c与开裂弯矩M_c后，墙体开裂荷载为$F_c=(M_c-Ne)/H$，开裂位移为$\Delta_c=\varphi_c H^2/3+\mu F_c H/GA$，式中第一部分为弯曲变形，第二部分为剪切变形，$\mu$为剪切应变不均匀系数，取$\mu=1.2$。

开裂状态计算结果如表1所示。由表1可知，各试件开裂荷载的计算值与试验值相近，误差均在10%以内；试件T1、L1开裂位移的计算值与试验值吻合较好，试件T2、T3开裂位移的计算值明显小于试验值，这是因为试件T2、T3在正向开裂之前腹板出现了剪切裂缝，裂缝两侧混凝土相对滑移引起的附加变形不可忽略。

表1　开裂状态及屈服状态计算结果

Tab. 1　Calculation results of cracking state and yield state

试件	开裂荷载			开裂位移			屈服荷载			屈服位移		
	试验值/kN	计算值/kN	误差/%	试验值/mm	计算值/mm	误差/%	试验值/kN	计算值/kN	误差/%	试验值/mm	计算值/mm	误差/%
T1	550	537.78	−2.22	2.13	1.97	−7.51	644.84	622.36	−3.49	8.45	7.86	−6.98
T2	500	537.78	7.56	2.62	1.97	−24.81	568.10	622.36	9.55	10.63	7.86	−26.06
T3	550	568.87	3.43	3.26	1.98	−39.26	638.65	662.98	3.81	10.37	8.21	−20.83
L1	320	339.07	5.96	1.72	1.58	−8.14	554.19	592.02	6.83	8.38	6.81	−18.74

3.2　屈服荷载与位移

随着正向水平力增大，墙体底截面翼缘型钢屈服，腹板自由端型钢仍处于弹性状态。此时受拉区混凝土已经开裂，分析时不再考虑其抗拉强度；受压区混凝土进入塑性，其应力按二次抛物线分布，墙体底截面的应力应变如图4a的③所示。

由墙体底截面的轴力与弯矩平衡可得：

$$\begin{cases} N=C_a+C_c-T_a \\ M=C_a d_a+C_c d_c \end{cases} \tag{29}$$

式中：N为墙体所受轴力；M为墙底对受拉型钢合力点取矩，按式(27)计算；C_a为受压区型钢合力；C_c为受压区混凝土合力；T_a为受拉区型钢合力；d_a、d_c分别为C_a、C_c到T_a作用点的距离。

根据图4a③，可将式(29)转化成式(30)。

$$\begin{cases} N=E_s A'_a\varphi_y(x-a'_a)+\dfrac{2b_w}{3}f_c x-E_s A_a\varphi_y\left(h_w-\dfrac{b_w}{2}-x\right) \\ M=E_s A'_a\varphi_y(x-a'_a)\left(h_w-\dfrac{b_w}{2}-a'_a\right)+\dfrac{2b_w}{3}f_c x\left(h_w-\dfrac{b_w}{2}-\dfrac{3x}{8}\right) \end{cases} \tag{30}$$

式中：f_c为混凝土抗压强度。

墙体屈服曲率$\varphi_y=\varepsilon_y/(h_w-x)$，其中$\varepsilon_y$为型钢屈服应变。得到底截面的屈服曲率$\varphi_y$与屈服弯矩$M_y$后，墙体屈服荷载$F_y=(M_y-Ne)/H$，屈服位移$\Delta_y=\varphi_y H^2/3+\mu F_y H/GA$，式中第一部分为弯曲变形，第二部分为剪切变形，$\mu$为剪切应变不均匀系数，取$\mu=1.2$，墙体开裂后剪切模量取为开裂前的一半，屈服状态计算结果如表1所示。各试件的屈服荷载计算值与试验值相近，误差均在10%以内；屈服位移仅试件T1吻合较好，试件T2、T3、L1屈服位移的计算值明显小于试验值，这是因为屈服荷载下T2、T3、L1发生了较为明显的剪切破坏，剪切滑移引起的变形占比较大。

3.3　峰值荷载与位移

随着正向水平力的进一步增大，受压区边缘混凝土达到约束混凝土的峰值压应变，墙体所受水平力达到峰值，底部横截面的应力应变如图4 b所示。

参照《组合结构设计规范》(JGJ 138—2016)[23]，墙体底截面的轴力与弯矩平衡方程为

$$\begin{cases} N=\alpha_1 f_c b_w x+f'_a A'_a-f_a A_a \\ M=\alpha_1 f_c b_w x\left(h_w-\dfrac{b_w}{2}-\dfrac{x}{2}\right)+f'_a A'_a\left(h_w-\dfrac{b_w}{2}-a'_a\right) \end{cases} \tag{31}$$

墙体峰值曲率$\varphi_p=\varepsilon_{cc}/x$，其中$\varepsilon_{cc}$为约束混凝土的峰值压应变，按式(32)计算[24]。

$$\varepsilon_{cc}=(1+3.50\lambda_v)\varepsilon_0 \tag{32}$$

式中：λ_v为配箍特征值；ε_0为无约束混凝土的峰值压应变。

得到底截面的峰值曲率φ_p与峰值弯矩M_p后，墙体峰值荷载$F_p=(M_p-Ne)/H$。剪力墙弯曲变形按式(33)计算，其中l_p为墙底塑性铰高度，按式(34)计算[25]。

$$\Delta_{pf}=\frac{1}{3}\varphi_y H^2+(\varphi_p-\varphi_y)l_p(H-0.5l_p) \tag{33}$$

$$l_p=0.2h_w+0.044H \tag{34}$$

峰值荷载下，墙体裂缝充分发展，剪切斜裂缝将腹板混凝土切割成一个个混凝土短柱。Luo等[26]采用桁架比拟法计算型钢混凝土剪力墙完全开裂后的抗剪刚度。假定斜裂缝与型钢斜撑平行，采用桁架模型对墙体剪切刚度进行分析，如图6所示，图中d_v为腹板的有效剪切宽度，取为斜撑两端螺栓的水平距离。

桁架由混凝土斜压杆和型钢斜拉杆组成，在单位水平力作用下，混凝土斜压杆压缩量的水平投影$\delta_c=1/(E_c b_w \sin\theta\cos^3\theta)$，型钢斜拉杆伸长量的水平投影$\delta_s=1/(E_s A_g\cos^3\theta)$，$A_g$为斜杆截面面积桁架在单位水平力作用下的剪切角$\gamma=(\delta_c+\delta_s)/(d_v\tan\theta)$，桁架剪切刚度$K_b=1/\gamma=(d_v\tan\theta)/(\delta_c+\delta_s)$。混型钢竖杆抗剪刚度$K_a=G_s A_a$，墙体抗剪刚度$K_s=K_a+K_b$，墙顶剪切位移$\Delta_{ps}=F_p H/K_s$。

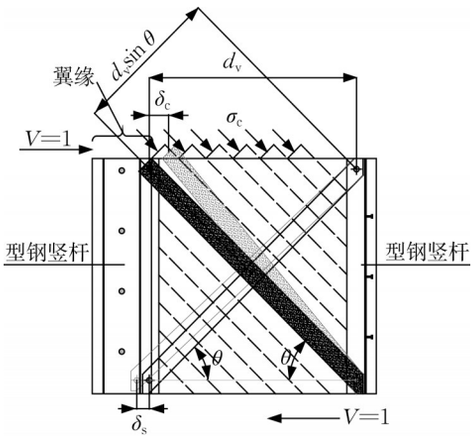


图6 桁架模型

Fig. 6 Truss model

剪力墙峰值荷载下的计算结果如表2所示，可见，试件T1、L1峰值荷载的计算值与试验值相近，误差在10%以内；试件T2、T3峰值荷载的计算值明显大于试验值，这是因为T2、T3的斜撑较弱，峰值荷载受剪切破坏控制[16]。试件T1峰值位移的计算值与试验值相近，误差在10%以内；试件T2、T3、L1峰值位移的计算值明显小于试验值，这是因为峰值荷载作用下，墙体底部与底梁产生明显的分离，型钢竖杆与底梁混凝土黏结滑移引起的变形不可忽略，同时剪切滑移引起的变形更大。

表2 峰值状态及极限状态计算结果

Tab. 2 Calculation results of peak state and ultimate state

试件	峰值荷载			峰值位移			极限荷载			极限位移		
	试验值/kN	计算值/kN	误差/%	试验值/mm	计算值/mm	误差/%	试验值/kN	计算值/kN	误差/%	试验值/mm	计算值/mm	误差/%
T1	818.32	744.42	−9.03	15.29	14.56	−4.77	695.57	632.76	−9.03	18.86	18.21	−3.45
T2	663.36	744.42	12.22	16.93	14.56	−14.00	563.86	632.76	12.22	25.07	18.21	−27.36
T3	696.08	769.27	10.51	19.31	15.87	−17.81	591.67	653.88	10.51	37.86	21.42	−43.42
L1	733.76	668.09	−8.95	24.92	16.52	−33.71	623.70	567.88	−8.95	26.78	21.85	−18.41

3.4 极限荷载与位移

正向水平力达到峰值后开始下降，随着墙顶位移持续增大，受压区边缘混凝土达到约束混凝土的极限压应变，墙体达到极限状态，极限曲率$\varphi_u=\varepsilon_{cu}/x$，其中$\varepsilon_{cu}$为约束混凝土的极限压应变，按式(35)计算[24]，极限荷载取为峰值荷载的85%，对应弯曲变形和剪切变形按式(36)、(37)计算，极限状态计算结果如表2所示。

$$\varepsilon_{cu}=(2.34+2.49\lambda_v^{0.73})\varepsilon_{cc} \tag{35}$$

$$\Delta_{uf}=\frac{1}{3}\varphi_y H^2+(\varphi_u-\varphi_y)l_p(H-0.5l_p) \tag{36}$$

$$\Delta_{us}=0.85\Delta_{ps} \tag{37}$$

试件T1、L1极限荷载的计算值与理论值相近，误差在10%以内，试件T2、T3极限荷载的计算值明显大于试验值；极限位移仅试件T1吻合较好，试件T2、T3、L1极限位移的计算值明显小于试验值，这仍要归因于黏结滑移变形和剪切滑移变形。综上所述，由于各试件均出现了明显的弯曲破坏特征，采用基于弯曲破坏的理论方法能较好地估算剪力墙的荷载特征值，误差均在15%以内；试件T1未出现明显的剪切破坏，位移特征值的计算结果与试验结果吻合较好，误差在10%以内，试件T2、T3、L1均出现了明显的剪切破坏，位移特征值的计算结果明显小于试验结果，如图7所示。基于弯曲破坏的理论方法能较为准确地计算以弯曲破坏为主的组合剪力墙骨架曲线。

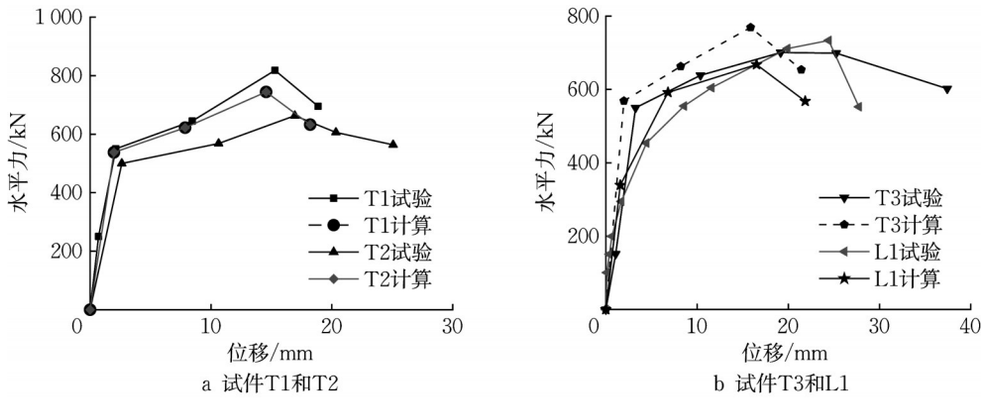


图7　骨架曲线理论验证

Fig. 7　Theoretical verification of skeleton curve

4　结论

通过对异形钢桁架–混凝土组合剪力墙的剪力滞后及骨架曲线进行理论分析，得到以下结论：

(1)基于最小势能原理的能量变分法能较好地反映异形钢桁架–混凝土组合剪力墙在变形较小、破坏不明显时的剪力滞后现象。

(2)沿腹板加载的异形钢桁架–混凝土组合剪力墙，引入有效系数考虑翼缘端部型钢竖杆的作用，能较为准确地计算墙体在不同位移下的承载力，误差在15%以内。

(3)水平荷载作用下，墙体将产生弯曲变形、剪切变形、黏结滑移变形和剪切滑移变形；在用钢量不变的条件下，合理配置型钢桁架能有效减小黏结滑移变形和剪切滑移变形。

(4)叠加法能有效估算钢桁架–混凝土组合剪力墙位移较小时的剪切刚度，桁架比拟法能较为准确地反映墙体裂缝充分发展时的剪切刚度。

(5)基于截面应变分析，考虑剪力滞后影响的理论方法能较为准确地估算以弯曲破坏为主的异形组合剪力墙骨架曲线。

作者贡献声明：

王卫永：论文选题、指导和修改，研究资金获取。

杨启波：公式推导，结果分析，试验验证，论文撰写。

王领军：数据处理，图表制作，论文修改。

参考文献：

[1] REISSNER E. Analysis of shear lag in box beams by the principle of the minimum potential energy [J]. Quarterly of Applied Mathematics, 1946, 4(3): 268.

[2] 李晓蕾. 高层建筑短肢剪力墙结构的力学模型与试验研究[D]. 西安：西安建筑科技大学，2011.
LI Xiaolei. Mechanical model and test study of high-rise building on short-leg shear wall structure [D]. Xi'an: Xi'an University of Architecture and Technology, 2011.

[3] ZHANG Yuanhai, LIN Lixia. Shear lag analysis of thin-walled box girders based on a new generalized displacement [J]. Engineering Structures, 2014, 61(12): 73.

[4] NI Xiangyong, CAO Shuangyin. Shear lag analysis of I-shaped structural members [J]. The Structural Design of Tall and Special Buildings, 2018, 27(10): e1471.

[5] 孙飞飞，刘桂然. 组合钢板剪力墙的简化模型[J]. 同济大学学报(自然科学版)，2010，38(1)：253.
SUN Feifei, LIU Guiran. A simplified model for composite steel plate shear walls [J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2010, 38(1): 253.

[6] 马恺泽，梁兴文，李响，等. 型钢混凝土剪力墙恢复力模型研究[J]. 工程力学，2011，28(8)：119.
MA Kaize, LIANG Xingwen, LI Xiang, *et al*. Resoring force model of steel reinforced concrete shear walls [J]. Engineering Mechanics, 2011, 28(8): 119.

[7] 剡理祯，梁兴文，徐洁，等. 钢筋混凝土剪力墙变形能力计算方法研究[J]. 工程力学，2014，31(11)：92.
YAN Lizhen, LIANG Xingwen, XU Jie, *et al*. Research on calculation method of deformation capacity of reinforced concrete shear wall [J]. Engineering Mechanics, 2014, 31(11): 92.

[8] 刘成清，韦小丹，罗馨怡，等. T型剪力墙骨架曲线计算方法及试验验证[J]. 铁道科学与工程学报，2016，13(11)：2235.
LIU Chengqing, WEI Xiaodan, LUO Xinyi, *et al*. Calculation method and verification test for skeleton curve of T-shaped shear wall [J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2016, 13(11): 2235.

[9] 梁帅. 配置HRB600级高强钢筋T形剪力墙抗震性能研究[D]. 南京：东南大学，2019.
LIANG Shuai. Study on seismic behavior of T-shaped shear wall with HRB600 high strength steel bars [D]. Nanjing: Southeast University, 2019.

[10] 蒋欢军，王斌，吕西林. 提高钢筋混凝土剪力墙抗震性能的思

想与方法[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2014, 42(2): 167.
JIANG Huanjun, WANG Bin, LÜ Xilin. Concepts and measures for improving seismic performance of reinforced shear wall [J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2014, 42(2): 167.

[11] 王卫永,陈博海,欧应,等. 预制钢桁架-混凝土组合剪力墙抗震性能研究[J]. 重庆大学学报,2019, 42(11): 1.
WANG Weiyong, CHEN Bohai, OU Ying , *et al*. Study on seismic performance of prefabricate steel truss concrete composite shear wall [J]. Journal of Chongqing University, 2019,42(11): 1.

[12] 王卫永,陈博海,欧应,等. 预制钢桁架-混凝土组合剪力墙受力性能研究[J]. 建筑科学, 2019, 35(9): 12.
WANG Weiyong, CHEN Bohai, OU Ying , *et al*. Study on the load bearing capacity of prefabricate steel truss and concrete composite shear wall [J]. Building Science, 2019, 35(9): 12.

[13] 王卫永,陈博海,欧应,等. 钢桁架混凝土组合剪力墙抗震性能试验研究[J]. 建筑结构学报, 2021, 42(增刊1): 21.
WANG Weiyong, CHEN Bohai, OU Ying , *et al*. Experimental study on seismic performance of steel truss and concrete composite shear wall [J]. Journal of Building Structures, 2021, 42(S1): 21.

[14] 王卫永,杨启波,梁展硕,等. 钢桁架-混凝土组合剪力墙与钢连梁连接节点的抗震性能分析[J]. 工业建筑, 2022, 52(11): 39.
WANG Weiyong, YANG Qibo, LIANG Zhanshuo, *et al*. Seismic response of the joint between steel truss concrete composite shear wall and steel coupling beam [J]. Industrial Construction, 2022, 52(11): 39.

[15] XING Yonghui, WANG Weiyong , OU Ying , *et al*. Seismic behavior of steel truss and concrete composite shear wall with double X-shaped braces [J]. Journal of Building Engineering, 2022,62:105399.

[16] WANG Weiyong, YANG Qibo, DENG Xianjue, *et al*. Experimental and numerical study on seismic behavior of special shaped steel truss and concrete composite shear wall [J]. Engineering Structures, 2024, 300: 117237.

[17] MA Jiaxing, KANG Shaobo, LI Bing. Influence of shear span ratio on the seismic performance of L-shaped RC walls [J]. Magazine of Concrete Research, 2019, 73(1): 32.

[18] 王斌. 钢筋混凝土带翼缘剪力墙抗震性能与变形能力计算方法研究[D]. 西安: 西安建筑科技大学, 2017.
WANG Bin. Research on seismic bahavior and calculation method of deformation capacity of reinforced concrete shear walls with flange [D]. Xi'an: Xi'an University of Architecture and Technology, 2017.

[19] 赵基达, 徐有邻, 黄小坤, 等. 混凝土结构设计规范: GB 50010—2010 [S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2015.
ZHAO Jida, XU Youlin, HUANG Xiaokun, *et al*. Code for design of concrete structures: GB 50010—2010 [S]. Beijing: China Building Industry Press, 2015.

[20] ANDERSON N S, GARCIA L E, LOBO C L, *et al*. Building code requirements for structural concrete: ACI 318-19 [S]. Farmington Hills: American Concrete Institute, 2019.

[21] European Committee for Standardization. Eurocode 8: design of structures for earthquake resistance-part 1: general rules, seismic actions and rules for buildings: EN 1998-1: 2004 [S]. Brussels: European Committee for Standardization, 2004.

[22] 车宏亚. 钢筋混凝土结构原理[M]. 天津:天津大学出版社, 1990.
CHE Hongya. Reinforced concrete structural design principle [M]. Tianjin: Tianjin University Press, 1990.

[23] 孙慧中, 王翠坤, 姜维山, 等. 组合结构设计规范: JGJ 138—2016[S]. 北京:中国建筑工业出版社, 2016.
SUN Huizhong, WANG Cuikun, JIANG Weishan, *et al*. Code for design of composite structures: JGJ 138—2016 [S]. Beijing: China Building Industry Press, 2016.

[24] 钱稼茹, 程丽荣, 周栋梁. 普通箍筋约束混凝土柱的中心受压性能[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2002, 24(10): 1369.
QIAN Jiaru, CHENG Lirong, ZHOU Dongliang. Behavior of axially loaded concrete columns confined with ordinary hoops [J]. Journal of Tsinghua University(Science and Technology), 2002, 24(10): 1369.

[25] PAULAY T, PRIESTLEY M J N. Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings [M]. New York: John Wiley&Sons, Inc,1992.

[26] LUO Da, ZHANG Zhongwen, LI Bing. The effects of shear deformation in non-rectangular steel reinforced concrete structural walls [J]. Journal of Constructional Steel Research, 2020, 169(3): 106043