

城市燃气负荷的混沌特性与预测

周伟国, 张中秀, 姚 健

(同济大学 机械工程学院, 上海 201804)

摘要: 采用混沌理论分析方法, 对燃气负荷时间序列进行了相空间重构, 通过计算关联维数和最大李亚普诺夫指数判定燃气负荷具有混沌的性质. 在此基础上, 分别采用基于混沌理论的加权一阶局域法、最大李亚普诺夫指数法和贝叶斯正则化神经网络模型对城市燃气日负荷进行了预测. 实例预测结果表明, 混沌时间序列分析方法可应用于燃气负荷预测研究, 特别是结合了混沌理论、神经网络与贝叶斯正则化方法各自优点的神经网络模型取得了较好的预测效果.

关键词: 燃气负荷; 燃气供应; 混沌理论; 相空间重构; 预测

中图分类号: TU 996

文献标识码: A

Chaotic Characters and Forecasting of Urban Gas Consumption

ZHOU Weiguo, ZHANG Zhongxiu, YAO Jian

(College of Mechanical Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: The urban gas consumption time series was analyzed with phase space reconstruction based on chaos theory. The chaotic characters of urban gas consumption were identified by calculating the correlation dimension and largest Lyapunov exponent. Then, several methods including weighted one-rank local-region method, largest Lyapunov exponent method and Bayesian regularization neural network model were applied on forecasting of daily urban gas consumption. The test results indicate that the chaotic time series analysis method is feasible to be used in urban gas consumption forecasting. Combined with the advantages of chaos theory, neural network and Bayesian regularization method, the forecasting performance of Bayesian regularization neural network model based on phase space reconstruction is especially good.

Key words: gas consumption; gas supply; chaos theory; phase space reconstruction; forecasting

负荷预测是城市燃气管网规划设计、气源合同签订、供气优化调度的基本参考依据, 对保障城市燃气供应的可靠性、有效发挥现代城市功能具有重要意义. 燃气负荷预测的理论和方法很多^[1-2], 然而由于燃气负荷自身成因的复杂性和地区差异性, 对系统规律认识不足和数据信息利用有限, 目前还没有通用的数学模型能在任何场合下都保证足够的精确性和稳定性. 燃气负荷预测研究的发展方向, 一是进一步研究燃气负荷的成因、影响因素和特性规律, 提高预测模型的解释能力; 二是研究多元化的预测方法, 从不同角度对已知信息加以分析和利用, 提高负荷预测性能^[2-3].

混沌是由确定性系统产生的、对初始条件具有敏感依赖性的非周期运动, 具有丰富的内部层次结构. 混沌理论是非线性科学的重要分支, 已在多个自然和社会领域得到了应用. 大量研究证实, 经济指标、气象参数、电力负荷、城市用水负荷、交通流等观测时间序列都具有混沌性质^[4-7]. 城市燃气系统是一个多因素、多层次的动力系统, 组成系统的各元素之间存在着复杂的非线性关系, 各类燃气用户用气特点不同, 特别是具有混沌特性的气象、经济等因素对燃气负荷的影响较大, 很可能导致燃气负荷数据具有混沌的性质. 笔者对燃气负荷时间序列中的混沌特性进行识别和分析, 并通过实例研究基于混沌理论的各种预测方法在城市燃气负荷预测中的应用.

1 负荷时间序列的混沌特性

1.1 相空间重构

城市燃气系统是受政策、经济、气象、用户等多种变量影响的多维非线性复杂动力系统, 燃气负荷是该复杂系统在一维系统中的 1 个状态变量. 在实际工作中, 由于难以对所有的影响因子都考虑周全,

收稿日期: 2009-07-06

基金项目: 教育部高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20050247010)

作者简介: 周伟国(1961—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为城市燃气输配与应用. E-mail: tjweiguo@sina.com

实测数据中又存在大量噪声和随机因素,很难直接建立起精确描述该动力系统性质的数学模型.

根据 Packard 的相空间重构理论和 Takens 定理,确定一个系统状态所需要的全部动力学信息包含在该系统任一变量的时间序列演化过程中,把单变量时间序列嵌入到新的坐标系中所得到的状态轨迹会保留原空间状态轨道的最主要的特征.即经相空间重构,仅通过燃气负荷时间序列这个单一变量即可还原燃气动力系统的主要性质,以此为基础,可从空间的角度对燃气负荷进行预测.

相空间重构的基本方法是时间延迟坐标重构,即用系统状态变量的延迟变量来构造 1 个 m 维的状态向量.对于已知时间序列 $\{x_i, i = 1, 2, \dots, n\}$,根据延迟时间 τ 重构 m 维相空间,相空间中的相点可表示为

$$\mathbf{Y}_t = [x_t, x_{t+\tau}, x_{t+2\tau}, \dots, x_{t+(m-1)\tau}]$$

$$t = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

式中: N 为 m 维相空间中相点的个数, $N = n - (m-1)\tau$, n 为原始时间序列数据的样本数.单变量时间序列扩展到 m 维相空间后,可通过相点的轨迹将数据中隐藏的系统信息充分表现出来,揭示出传统坐标系无法刻画的系统运动规律.

相空间重构的关键在于如何确定延迟时间 τ 和嵌入维数 m ,这也是保证预测模型合理建立的首要前提.在本文研究中分别采用自相关函数法和饱和关联维数法对该重构参数进行计算.

1.2 混沌特性识别

混沌系统在多维空间中表现出较强的规律性,运行轨迹收缩至单一的子空间(吸引子),并在局部具有自相似特性,即相邻轨迹的演化方向是相近的.这种有规则的轨迹在经过类似拉伸和折叠后转化成与时间相关的序列时却呈现出混乱的、复杂的特性.通过对混沌时间序列进行相空间重构,可从高维相空间中恢复吸引子,根据混沌运动的规律特性进行预测.

确定系统的混沌性是利用混沌时间序列进行预测的前提.在实际应用中,一般通过统计特征量计算,根据系统相空间中的吸引子是否具有自相似结构的分形维数(关联维数)以及系统对于初始条件是否具有敏感性(正的最大 Lyapunov 指数)来判断系统是否具有混沌性质^[5].

1.2.1 关联维数

关联维数是描述混沌吸引子几何特征的参数,其大小反映了系统内在的复杂程度.分数关联维数是确定时间序列具有混沌特性的重要判据.

根据嵌入相空间理论,可通过饱和关联维数法($G-P$ 算法)计算时间序列的嵌入维数^[4].定义距离小于给定正数 r 的矢量为有关联的矢量.设 m 维重构相空间中有 N 个点(即矢量),计算其中有关联的矢量对数在一切可能的 N^2 种配对中所占的比例称为关联积分,即

$$C_m(r) = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N \theta(r - \|\mathbf{Y}_i - \mathbf{Y}_j\|) \quad (2)$$

式中: C_m 为 m 维相空间下的关联积分; r 为选定的距离值; θ 为 Heaviside 单位函数; $\|\mathbf{Y}_i - \mathbf{Y}_j\|$ 为矢量 \mathbf{Y}_i 与 \mathbf{Y}_j 的欧氏距离.

对于充分小的 r ,有关联维数

$$d_m = \frac{\ln C_m(r)}{\ln r} \quad (3)$$

其中, d_m 为 m 维相空间下的关联维数.

选取若干个不同的 r ,计算其相应的 $C_m(r)$,将其代入式(3)即可拟合出 d_m .对于确定性系统,随着嵌入维数 m 的增大, d_m 值将在某一特定值后趋于饱和,此饱和值即吸引子的关联维数 d ,对应的 m 值即嵌入维数.

1.2.2 最大 Lyapunov 指数

混沌运动对初始条件极为敏感,2 个相近初值所产生的轨道将随时间推移按指数速率分离.在一维动力系统 $x_{n+1} = F(x_n)$ 中,设平均每次迭代所引起的指数分离中的指数为 λ ,于是原来相距为 ϵ 的 2 点经过 n 次迭代后相距为

$$\epsilon e^{n\lambda(x_0)} = |F_n(x_0 + \epsilon) - F_n(x_0)| \quad (4)$$

式中: ϵ 为 2 个初始点间的距离; λ 为动力系统的 Lyapunov 指数,它是对相空间中初始条件不同的 2 条相邻轨迹随时间推移按指数规律分离的速率的定量描述,反映了系统的混沌量水平; x_0 为初始点位; F_n 为某点经 n 次迭代后的位置.式(4)通过变形计算可简化为

$$\lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \ln \left| \frac{dF(x)}{dx} \right|_{x=x_i} \quad (5)$$

在实际应用中,通常不需要计算所有的 Lyapunov 指数谱,只要最大 Lyapunov 指数 λ_1 大于零即可判定原时间序列具有混沌性质.计算最大 Lyapunov 指数的数值方法较多,其中小数据量法具有所需数据少、计算量小、自适应和可操作性强的优点,应用较为广泛,计算过程如下^[8]:

(1) 对原时间序列进行快速傅里叶变换(fast fourier transform, FFT),计算平均周期 P ;根据嵌入维数 m 和时间延迟 τ 重构相空间.

(2) 搜索相空间中每个点 \mathbf{Y}_j 的最近邻点 $\mathbf{Y}_{\hat{j}}$, 并限制短暂分离, 即

$$d_j(0) = \min_{\hat{j}} \|\mathbf{Y}_j - \mathbf{Y}_{\hat{j}}\|, |j - \hat{j}| > P \quad (6)$$

(3) 对相空间中每个点 \mathbf{Y}_j , 计算出该邻点对经 i 个离散时间步后的距离 $d_j(i)$

$$d_j(i) = \|\mathbf{Y}_{j+i} - \mathbf{Y}_{\hat{j}+i}\|$$

$$i = 1, 2, \dots, \min(N - j, N - \hat{j}) \quad (7)$$

(4) 对每个 i , 求出所有 j 的 $\ln d_j(i)$ 平均值 $y(i)$

$$y(i) = \frac{1}{q\Delta t} \sum_{j=1}^q \ln d_j(i) \quad (8)$$

其中, q 为非零 $d_j(i)$ 的数目. 用最小二乘法作出回归直线, 直线的斜率就是最大 Lyapunov 指数 λ_1 .

2 混沌时间序列预测方法

根据负荷时间序列的混沌特性, 可应用基于混沌理论的加权一阶局域法、最大 Lyapunov 指数法、神经网络等方法对其进行预测.

2.1 加权一阶局域法

局域法预测是把相空间轨迹的最后一点作为中心点, 把离中心点最近的若干相点作为相关点, 然后对这些相关点的演化规律作出拟合, 估计轨迹中心点下一点的走向, 从而实现对未来的预测. 在实际的混沌时间序列预测中, 一般使用较优的加权一阶局域法, 计算步骤如下^[4]:

合理选取嵌入维数 m 和时间延迟 τ , 重构相空间 $\{\mathbf{Y}_t\}$; 设中心点 \mathbf{Y}_M 的邻近点为 \mathbf{Y}_{M_i} , 此 2 点之间的距离为 d_i , 设 d_{\min} 是 d_i 中的最小值, 则根据空间距离计算的临近点 \mathbf{Y}_{M_i} 的预测影响权值 P_i 为

$$P_i = \frac{\exp(-\mu(d_i - d_{\min}))}{\sum_{i=1}^q \exp(-\mu(d_i - d_{\min}))} \quad (9)$$

式中: P_i 为预测影响权值; μ 为平滑系数; 一般取 $\mu = 1$. $\mathbf{Y}_{M_{i+1}}$ 是 \mathbf{Y}_{M_i} 经过函数关系映射迭代 1 步后的相点, 采用一阶局域线性方程进行拟合, 有

$$\mathbf{Y}_{M_{i+1}} = \mathbf{a} + b\mathbf{Y}_{M_i} \quad i = 1, 2, \dots, q \quad (10)$$

式中: \mathbf{a}, \mathbf{b} 为拟合方程的系数向量, 采用多元加权最小二乘法进行拟合, 可解得

$$[\mathbf{a} \quad \mathbf{b}] = (\mathbf{Y}'_{M_i} \mathbf{W} \mathbf{Y}_{M_i})^{-1} \mathbf{Y}'_{M_i} \mathbf{W} \mathbf{Y}_{M_{i+1}} \quad (11)$$

其中, $\mathbf{W} = \text{diag}(P_i)$. 则 \mathbf{Y}_M 演化 1 步后的相点预测值

$$\mathbf{Y}_{M+1} = \mathbf{a} + b\mathbf{Y}_M \quad (12)$$

而 $\mathbf{Y}_{M+1} = (x_{M+1}, x_{M+1+\tau}, \dots, x_{M+1+(m-1)\tau})$ 中,

前 $m-1$ 个元素为原序列中已知值, 其第 m 个元素 $x_{M+1+(m-1)\tau}$ 即为时间序列的下一步预测值 \hat{x}_{n+1} .

2.2 最大 Lyapunov 指数法

最大 Lyapunov 指数作为量化相轨道指数发散速率和估计系统混沌特性的统计量是很好的预报参数. 最大 Lyapunov 指数法预测步骤如下^[6]:

设 \mathbf{Y}_M 为预测的中心点, 其相空间中的最近邻点为 \mathbf{Y}_K , 最大 Lyapunov 指数为 λ_1 , 可建立等式

$$\|\mathbf{Y}_{M+1} - \mathbf{Y}_{K+1}\| = \|\mathbf{Y}_M - \mathbf{Y}_K\| e^{\lambda_1} \quad (13)$$

其中点 \mathbf{Y}_{M+1} 只有最后 1 个分量 $x_{M+1, m}$ 即时间序列的下一步预测值 \hat{x}_{n+1} 未知, 整理后可得

$$\hat{x}_{n+1} = x_{K+1, m} \pm \sqrt{M_1 - M_2} \quad (14)$$

式中: “ \pm ” 根据空间矢量间夹角进行选择; $M_1 =$

$$e^{2\lambda_1} \sum_{t=1}^m (x_{M, t} - x_{K, t})^2; M_2 = \sum_{t=1}^{m-1} (x_{M+1, t} - x_{K+1, t})^2.$$

2.3 贝叶斯神经网络法

人工神经网络可以映射任意复杂的非线性关系, 通过自主学习对多元函数进行高精度拟合, 比较适合用于复杂非线性系统的预测. 针对混沌时间序列^[9], 可采用基于相空间重构的贝叶斯正则化神经网络模型 (PR-BRANN), 将多维空间相点延迟坐标作为神经网络的输入, 同时结合贝叶斯正则化方法改进网络训练的目标函数, 有利于提高网络的泛化能力, 改进模型的预测性能. 该方法的计算过程可分为以下 4 个步骤:

(1) 合理确定延迟时间 τ 和嵌入维数 m , 重构相空间, 构成神经网络学习样本和教师值.

(2) 确定贝叶斯正则化神经网络的结构. 由嵌入维数确定网络的输入层神经元个数, 隐层的神经元个数采用试错法在网络学习中优选.

(3) 神经网络训练. 根据训练目标函数计算网络的输出值, 并对权值进行修正, 直到误差控制在允许范围或迭代次数达到预定值.

(4) 模型的预测. 将已知相点输入到训练好的神经网络, 网络的输出即为预测值.

在贝叶斯正则化调整方法中, 神经网络训练的目标函数如式(15)所示^[10], 采用这种改进的目标训练函数可以在一定程度上限制网络权值的规模, 平衡神经网络对训练样本的拟合程度和模型的复杂度, 避免对训练数据的过拟合, 从而显著提高了系统的泛化能力^[10-11].

$$M = \alpha E_w + \beta E_D \quad (15)$$

$$\begin{cases} E_w = \sum_{j=1}^l w_j^2 \\ E_D = \sum_{i=1}^L e_i^2 = \sum_{i=1}^L (t_i - a_i)^2 \end{cases}$$

式中: M 为均方差目标函数; α, β 为正则化系数; E_w 为网络权值的平方和函数; E_D 为样本训练的误差平方和函数; l 为神经网络连接权的个数; w_j 为网络权值; L 为训练样本数; e_i, t_i, a_i 分别表示第 i 个样本的训练误差、目标输出和网络输出。

依据贝叶斯准则,可由后验概率最大化求解目标函数最小点 M 处的参数 α_{MP} 和 β_{MP} [15]

$$\alpha_{MP} = \frac{\gamma}{2E_w(w_{MP})} \quad (16)$$

$$\beta_{MP} = \frac{N - \gamma}{2E_D(w_{MP})} \quad (17)$$

式中: γ 为网络有效参数个数, $\gamma = n - 2\alpha_{MP} \text{tr}(\mathbf{H})^{-1}$, tr 为矩阵的迹函数, \mathbf{H} 为目标函数的 Hessian 矩阵; w_{MP} 为 M 达到最小值时的网络权值,采用 Gauss-Newton 法近似计算,通过数值计算迭代可实现参数 α 和 β 的自适应调整。

3 实例预测与分析

3.1 模型的建立

以我国华北地区某城市的燃气日负荷为研究对象,2004年11月1日至2007年10月31日之间共944天的燃气日负荷时间序列如图1所示。

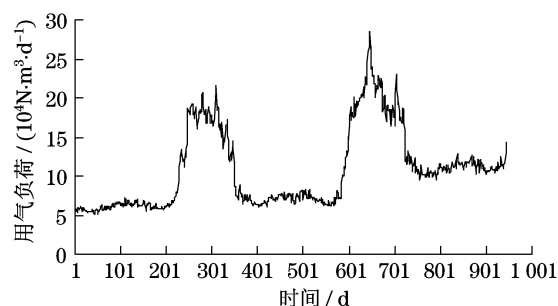


图1 城市燃气日负荷时间序列图

Fig.1 Urban gas daily consumption time series

根据自相关系数法计算负荷序列的延迟时间,得到 $\tau = 40$. 利用饱和和关联维数法求解嵌入维数,得到 $m = 9$,同时得到的关联维数为 2.15,如图2所示,即燃气负荷相空间中的运动轨迹最终收缩到一个约 2.15 维的分数维奇怪吸引子上. 负荷时间序列的最大 Lyapunov 指数 $\lambda_1 = 0.0623 > 0$,表明该时间序列具有混沌特性。

在混沌特性分析和相空间重构的基础上,分别采用加权一阶局域法、最大 Lyapunov 指数法和贝叶斯神经网络法对燃气日负荷进行预测. 其中,加权一阶局域模型中的邻近点数取为 24 [4,7], PR-BRANN 预测模型网络隐层和输出层的参数分别采用 tansig 和 purelin,网络模型结构为 9-18-1.

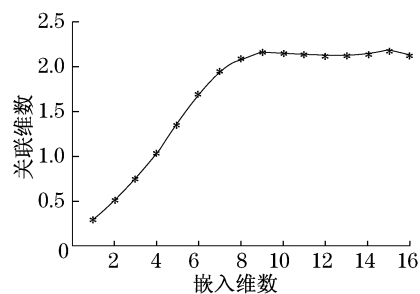


图2 关联维数随嵌入维数的变化

Fig.2 Variation of correlation dimension with embedding dimension

为了对比预测效果,另选 2 个模型使用同样的数据进行预测 [12]. 模型 1 采用基于 (Levenberg-Marquardt, LM) 算法的反向传播 (back propagation, BP) 神经网络模型,仍选择与 PR-BRANN 相同的训练样本数据和预测数据,但输入参数仅为一维时间序列,不再重构至相空间. 考虑到燃气日负荷的周特性,输入层为 $(x_{t-1}, x_{t-2}, x_{t-3}, x_{t-4}, x_{t-5}, x_{t-6}, x_{t-7})$, 输出层为 x_t , 网络模型结构为 7-16-1. 模型 2 采用移动平均法进行预测。

3.2 预测结果及分析

取 2006 年 1 月至 2007 年 12 月的数据作为历史样本数据,对前几节介绍的各种负荷预测模型进行参数识别,在此基础上对 2008 年 1 月 1 日至 31 日的燃气负荷(未参与模型参数计算)进行滚动更新预测,预测的时间步长为 1 d,并对预测结果进行分析和验证. 选取最大相对误差绝对值 E_{\max} 、平均相对误差绝对值 E_{ave} 和小误差概率 P 作为性能指标,对各负荷预测模型进行检验和评价,结果如表 1 所示。

表1 城市燃气日负荷预测结果

Tab.1 Forecasting results of daily urban gas consumption

预测方法	E_{\max}	E_{ave}	P
PR-BR ANN	8.86	3.10	83.87
移动平均法	12.42	3.61	77.42
加权一阶局域法	14.57	4.23	74.19
BP-LM ANN	14.32	4.40	67.74
最大 LY 指数法	14.63	5.28	70.97

可见,在以上几种负荷预测方法中,最大 Lyapunov 指数法性能较差,这可能是由于最大 Lyapunov 指数作为全局统计平均量对局部变化不敏感所致;采用 LM 算法的标准 BP 网络模型由于对燃气负荷的特征信息利用不够,网络泛化能力差的缺点也没有得到有效改善,预测效果一般;加权一阶局域法预测的平均相对误差为 4.23%,是可行的预测方案;移动平均法能在一定程度上减轻了随机波动对预测结果的影响,但由于仅采用了线性模型,对燃气负荷变化复杂的非线性规律拟合能力有限;基于相空间重构的贝叶斯正则化神经网络模型结合了混沌理论、神经网络和贝叶斯正则化方法各自的优点,既考虑了燃气负荷的混沌性质,又考虑了相空间中相点间的非线性关系,因而取得了最好的效果,平均误差仅为 3.1%。

4 结语

(1) 通过对燃气负荷时间序列关联维数、最大 Lyapunov 指数等特征参数进行分析和计算,证明其具有混沌性质,说明燃气负荷时间序列的动态变化是非线性混沌动力系统演化的外在表现.对燃气负荷的混沌特性进行客观识别,在多维空间中分析负荷变化的规律,有助于进一步认识燃气负荷复杂的变化机理。

(2) 在混沌分析和相空间重构的基础上,分别采用加权一阶局域法、最大 Lyapunov 指数法和神经网络法对燃气负荷进行了预测.结果表明,基于混沌理论的预测方法以相空间坐标的方式多次用负荷时间序列值对系统进行描述,较传统方法更多利用了负荷数据中包含的系统信息,将其应用于实践是可行的.特别是基于相空间重构的贝叶斯正则化神经网络模型结合了混沌理论、神经网络和贝叶斯正则化方法各自的优点,取得了较好的预测效果。

(3) 研究城市燃气负荷的混沌特性及相应的预测方法是进一步开展揭示负荷内在规律、探索预测方法多元化工作的一个有益尝试.为了提高预测精度,可考虑在预测模型自变量中引入气温等负荷变化影响因子,构建多变量相空间模型,对模型进行进一步改进,或探讨混沌理论预测法与其他预测方法的组合预测。

参考文献:

[1] Gorucu F B, Geris P U. Artificial neural network modeling for

forecasting gas consumption[J]. Energy Sources, 2004, 26 (3):299.

[2] Jebaraja S, Iniyamb S. A review of energy models [J]. Renewable and Sustainable Energy Reviews, 2006, 10(4):281.

[3] 苗艳姝.城市燃气负荷预测的研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学市政环境工程学院,2006.

MIAO Yanshu. Research on the city gas load forecasting[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology. School of Municipal and Environmental Engineering, 2006.

[4] 吕金虎,陆君安,陈士华.混沌时间序列分析及其应用[M].武汉:武汉大学出版社,2005.

LV Jinhu, LU Jun'an, CHEN Shihua. Analysis and application of chaotic time series[M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2005.

[5] Kawauchi S, Sugihara H, Sasaki H. Development of very-short-term load forecasting based on chaos theory [J]. Electrical Engineering in Japan, 2004, 148(2):55.

[6] 赵鹏,张宏伟.城市用水量的混沌特性与预测[J].中国给水排水, 2008, 24(5):90.

ZHAO Peng, ZHANG Hongwei. Chaotic characters and forecasting of urban water consumption [J]. China Water & Wastewater, 2008, 24(5):90.

[7] 臧利林,贾磊,杨立才,等.交通流实时预测的混沌时间序列模型[J].中国公路学报, 2007, 20(6):95.

ZANG Lilin, JIA Lei, YANG Licai, et al. Chaotic time series model of real-time prediction of traffic flow [J]. China Journal of Highway and Transport, 2007, 20(6):95.

[8] Rosenstein M T, Collins J J, Deluca C J. A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets [J]. Physica D: Nonlinear Phenomena, 1993, 65(2):117.

[9] Yasar B, Yusuf O. Modeling and prediction with a class of time delay dynamic neural networks [J]. Applied Soft Computing, 2007, 7(4):1164.

[10] Foresee F D, Hagan M T. Gauss-Newton approximation to Bayesian regularization[C]// International Joint Conference on Neural Networks. Piscataway NJ: IEEE Press, 1997: 1930-1935.

[11] 李方方,赵英凯.贝叶斯框架下的 LSSVM 和贝叶斯网络及其应用[J].计算机工程与设计, 2007, 28(15):3647.

LI Fangfang, ZHAO Yingkai. LS-SVM algorithm of Bayesian framework and Bayesian regularization network and their applications [J]. Computer Engineering and Design, 2007, 28 (15):3647.

[12] 李眉眉,丁晶,覃光华.基于混沌分析的 BP 神经网络及其在负荷预测中的应用[J].四川大学学报:工程科学版, 2004, 36 (4):15.

LI Meimei, DING Jing, QIN Guanghua. BP neural networks model based on chaotic analysis and its application on power load forecasting [J]. Journal of Sichuan University: Engineering Science Edition, 2004, 36(4):15.