

## 旋流池半地下连续墙筒形结构内力变形分析

高彦斌<sup>1,2</sup>, 方奇<sup>1,2</sup>, 冯永刚<sup>3</sup>, 尉东永<sup>3</sup>

(1. 同济大学 地下建筑与工程系, 上海 200092; 2. 同济大学 岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092;  
3. 中冶天工上海十三冶建设建筑分公司, 上海 201900)

**摘要:** 基于弹性薄板理论, 推导出旋流池开挖过程中一种新的围护结构半地下连续墙, 在侧向水土荷载作用下的变形和内力方程. 根据理论公式, 系统地分析了端部自由和端部固定两种边界条件下旋流池半地下连续墙筒形结构的变形和内力特点, 并分析了各参数包括筒壁厚度、直径、高度和模量对其内力和变形的影响. 研究表明, 旋流池半地下连续墙围护结构在侧向水土荷载作用下的内力主要以环向压力为主, 弯矩和剪力值除在端部较大外, 其余位置都较小; 当端部固定时, 最大变形值出现在中部靠下的位置, 变形值总体上较小; 在各种影响因素中, 旋流池半径对筒壁的内力和变形影响最大. 最后, 对旋流池半地下连续墙筒形围护结构的设计计算提出了建议.

**关键词:** 筒形结构; 弹性薄板理论; 半地下连续墙; 旋流池中图分类号: TU 476 文献标识码: A

### Internal Force and Deformation Characteristics of a Circular No-embedded Diaphragm Wall of Swirling Pool

GAO Yanbin<sup>1,2</sup>, FANG Qi<sup>1,2</sup>, FENG Yonggang<sup>3</sup>, WEI Dongyong<sup>3</sup>

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3. China Metallurgical Tian Gong Shanghai MCC13 Construction Co., Ltd., Shanghai 201900, China)

**Abstract:** Based on the theory of elastic thin plate, the internal force and deformation of a special retaining structure-circular no-embedded diaphragm under lateral soil and water pressure during excavation of circular swirling pool were studied. The characteristics of internal force and deformation of the circular diaphragm wall structure with two kinds of different boundary conditions at bottom-free or fixed were analyzed. The influence of wall thickness, radius, height and

elastic module on its internal force and deformation were also studied. Results show that, under lateral soil and water load, the internal force of diaphragm wall is dominated by the circumferential force, while moment and shear force are relatively small. When its bottom was fixed, the maximum deformation of the wall appears near its bottom. Compared to other parameters, the parameter radius R influences the internal forces and deformation strongly. This paper gives some suggestions on the design of circular no-embedded diaphragm wall of swirl pool.

**Key words:** cylindrical structure; elastic thin plate theory; no-embedded diaphragm wall; swirling pool

旋流沉淀池是大型钢厂的水处理设施, 通常为埋藏较深的圆形地下结构, 在逆作法施工中多采用地下连续墙作为围护结构. 在软土地基中, 作为支护结构的地下连续墙为了支挡侧向水土压力, 需要深入坑底一定深度. 在一些特殊地质条件下, 如上覆土层为沉积土层, 其下为基岩, 为了节约围护结构的施工费用, 地下连续墙也可主要在土层中布置, 端部可以嵌入基岩中一定长度, 也可不嵌入基岩中. 这样形成的结构前者类似端部固定, 而后者则由于端部有一定的约束应力而介于固定与自由边界条件之间. 对于后者只在土层中布置的连续墙, 由于其深度要小于基坑开挖深度而被称为“半地下连续墙”结构. 中冶集团上海十三冶建设有限公司在武汉鄂钢旋流池施工中采用了该工法并取得了成功.

对于筒形结构, 在理论研究方面一般采用薄板理论或弹性地基梁法. 张光斗应用弹性力学薄板理论求解了筒形结构在简单规则侧向荷载作用下的变形和内力<sup>[1]</sup>. 张昌叙在圆柱壳有矩理论的基础上结合弹性地基梁法提出了集中荷载法, 求解了筒形结

收稿日期: 2009-07-31

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(40702051); 上海市重点学科建设资助项目(B 308); 教育部留学回国人员科研启动基金资助项目  
作者简介: 高彦斌(1973—), 男, 副教授, 工学博士, 主要研究方向为软土本构关系、岩土工程数值分析研究. E-mail: tjgaoyb@yahoo.com

构在侧向集中荷载作用下的变形和内力<sup>[2]</sup>.

在地下筒形结构的变形和内力分析中,大都采用数值算法<sup>[3-7]</sup>.在解析解的研究方面,王守忠提出了应用薄板理论进行圆柱壳形地下连续墙构筑物设计的思路,并与弹性地基梁比拟法进行了对比,指出弹性地基梁比拟法与薄板理论具有相似性,但是无法求解结构的环向内力<sup>[8]</sup>.另外,刘发前、王建华还对在圆筒形地下连续墙围护结构的侧向水土压力计算方面进行了深入地研究<sup>[9]</sup>.

本文应用弹性薄板理论法,系统地分析了旋流池半地下连续墙筒形结构的变形和内力特点,以及各参数对其变形及内力的影响,从而为这种特殊围护结构的设计计算提供理论依据.

## 1 分析模型

旋流池半地下连续墙围护结构一般为圆筒形结构,其半径为  $R$ ,深度为  $H$ ,壁厚为  $h$ .半地下连续墙的边界条件和侧向荷载分布如图 1 所示.半地下连续墙顶部自由,没有外界荷载作用;底部作用有剪力  $Q_0$  和弯矩  $M_0$ ;半地下连续墙筒形结构径向受到梯形水土压力作用.由于是半地下连续墙,即连续墙围护结构的深度要小于开挖深度,因此,半地下连续墙筒形结构只承受外侧水土压力,而内侧水土压力为零.外侧梯形径向水土压力可以分解为图 1 所示三角形压力  $q_0$  和矩形压力  $q_1$  的叠加.将半地下连续墙视为弹性材料,弹性模量和泊松比分别采用  $E$  和  $\mu$  表示.

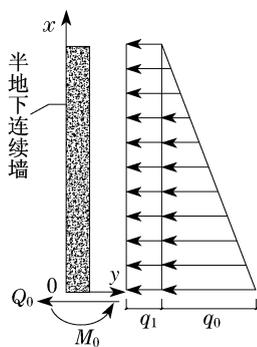


图 1 旋流池半地下连续墙计算简图

Fig.1 Analysis model of no-embedded-diaphragm wall of swirling pool

当圆形筒筒壁的厚度  $h$  与板内的最小特征尺寸之比在  $1/80 \sim 1/5$  之间时,筒壁可以视为薄板.同时,当挠度和板厚之比小于或者等于  $1/5$  时,可以认为属于小挠度问题.实际旋流池地下连续墙的厚度

多为  $0.8 \sim 1.0$  m,半径多为  $8 \sim 20$  m,实测径向位移  $y(x)$  一般在  $10$  cm 以内<sup>[10-11]</sup>,旋流池筒形半地下连续墙结构完全满足以上两个条件,故旋流池筒形半地下连续墙结构的内力和位移问题,可视为薄板小挠度问题,应用基尔霍夫假设对其进行分析<sup>[12]</sup>.

## 2 侧向荷载作用下半地下连续墙结构内力位移解

通过以上分析可知,旋流池半地下连续墙围护结构可视为圆筒形薄壳结构.连续墙筒壁所受到的侧压力是轴对称的,在这种情况下筒壁只产生轴对称变形和内力.

截取环向为单位弧长、高度为  $dx$  的微分单元体,根据平衡微分条件及材料力学得

$$\frac{d^4 y(x)}{dx^4} + 4\beta^2 y(x) = \frac{q(x)}{D} \quad (1)$$

式中:  $\beta$  为常数,  $\beta = \left[ \frac{3(1-\mu^2)}{R^2 h^2} \right]^{\frac{1}{4}}$ ;  $D$  为连续墙刚度,

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}.$$

式(1)的全解,即径向位移为

$$y(x) = C_1 \sin \beta x \operatorname{sh} \beta x + C_2 \sin \beta x \operatorname{ch} \beta x + C_3 \cos \beta x \operatorname{sh} \beta x + C_4 \cos \beta x \operatorname{ch} \beta x + f(x) \quad (2)$$

式(2)中系数  $C_{1-4}$  为积分常数,由边界条件确定,在图 1 所示边界条件下的值为

$$C_1 = -\frac{1}{2D\beta^2} M_0$$

$$C_2 = \frac{1}{2D\beta^3 (\operatorname{sh}^2 \beta H - \sin^2 \beta H)} [(\operatorname{ch} \beta H \operatorname{sh} \beta H + \sin \beta H \cos \beta H) \beta M_0 + \sin^2 \beta H V_0]$$

$$C_3 = \frac{1}{2D\beta^3 (\operatorname{sh}^2 \beta H - \sin^2 \beta H)} [(\operatorname{ch} \beta H \operatorname{sh} \beta H + \sin \beta H \cos \beta H) \beta M_0 + \operatorname{sh}^2 \beta H V_0]$$

$$C_4 = \frac{1}{2D\beta^3 (\operatorname{sh}^2 \beta H - \sin^2 \beta H)} [(\cos^2 \beta H - \operatorname{ch}^2 \beta H) \beta M_0 + (\cos \beta H \sin \beta H - \operatorname{ch} \beta H \operatorname{sh} \beta H) V_0]$$

式(2)中  $f(x)$  为外荷载作用下的特解,解的具体形式与荷载分布有关,在梯形水土荷载作用下为

$$f(x) = \frac{R^2}{Eh} q_0 \left( 1 - \frac{x}{H} \right) + \frac{R^2}{Eh} q_1$$

在得到挠曲方程(2)之后,可由挠度  $y(x)$  进一步求得环向力、转角、弯矩和剪力,如

$$\left. \begin{aligned} \text{环向力 } T(x) &= -\frac{Eh}{R}y(x) \\ \text{转角 } \theta(x) &= \frac{dy(x)}{dx} \\ \text{弯矩 } M(x) &= -D\frac{d^2y(x)}{dx^2} \\ \text{剪力 } Q(x) &= -D\frac{d^3y(x)}{dx^3} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

### 3 底部自由半地下连续墙变形内力分析

#### 3.1 变形内力解

半地下连续墙底部自由时,系数  $C_{1\sim 4}$  为零,位移和内力解可由式(2)和式(3)得

$$\left. \begin{aligned} \text{径向位移 } y(x) &= \frac{R^2}{Eh}q_0\left(1 - \frac{x}{H}\right) + \frac{R^2}{Eh}q_1 \\ \text{转角 } \theta(x) &= -\frac{R^2}{Eh}q_0 \\ \text{环向力 } T(x) &= -R\left[q_0\left(1 - \frac{x}{H}\right) + q_1\right] \\ \text{弯矩 } M(x) &= 0 \\ \text{剪力 } Q(x) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

#### 3.2 变形内力特点

从式(4)可以看出,底部自由旋流池半地下连续墙筒形结构在径向梯形水土荷载作用下只存在环向轴力,筒壁弯矩和剪力均为零,筒壁径向位移及环向轴力沿深度呈线性增长,底部环向力和径向位移最大。

##### 3.2.1 半径 $R$ 的影响

从式(4)可以看出,同类情况下,半径  $R$  越大,半地下连续墙筒壁侧向位移  $y$  和环向轴力  $T$  也越大,且径向位移  $y$  与旋流池半径的平方  $R^2$  成正比,环向轴力  $T$  与半径  $R$  成正比。

##### 3.2.2 弹性模量 $E$ 的影响

从式(4)可以看出,半地下连续墙筒壁的径向位移  $y$  与混凝土弹性模量  $E$  成反比,筒壁材料的弹性模量  $E$  对环向轴力  $T$  没有影响。

##### 3.2.3 厚度 $h$ 的影响

从式(4)可以看出,半地下连续墙筒壁的径向位移  $y$  与筒壁厚度  $h$  成反比,筒壁的厚度  $h$  对环向轴力  $T$  没有影响。

##### 3.2.4 径向荷载 $q(x)$ 的影响

在梯形荷载  $q(x)$  作用下,半地下连续墙筒壁的

径向位移及环向轴力均与旋流池径向荷载  $q(x)$  成正比。

## 4 底部固定薄壁圆筒形结构变形内力分析

### 4.1 变形内力解析解

当半地下连续墙圆筒结构底部固定时,可以根据底部转角  $\theta_0 = 0$  和底部位移  $y_0 = 0$  的边界条件,反推底部内力  $Q_0$  和  $M_0$ ,即可得各系数  $C_{1\sim 4}$  的值。底部  $Q_0$  和弯矩  $M_0$  可求解,即

$$\left. \begin{aligned} M_0 &= \frac{-\frac{R^2}{Eh}\left[\beta Dq_1 + \left(\beta D + \frac{B}{H}\right)q_0\right]}{\beta^2(AD - BC)} \\ V_0 &= \frac{-\frac{R^2}{Eh}\left[\beta Cq_1 + \left(\beta C + \frac{A}{H}\right)q_0\right]}{\beta(BC - AD)} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

其中:

$$\begin{aligned} A &= \frac{(\cos^2\beta H - \text{ch}^2\beta H)}{2D\beta^3(\text{sh}^2\beta H - \sin^2\beta H)} \\ B &= \frac{(\cos\beta H \sin\beta H - \text{ch}\beta H \text{sh}\beta H)}{2D\beta^3(\text{sh}^2\beta H - \sin^2\beta H)} \\ C &= \frac{(\cos\beta H \sin\beta H + \text{ch}\beta H \text{sh}\beta H)}{D\beta^3(\text{sh}^2\beta H - \sin^2\beta H)} \\ D &= \frac{(\sin^2\beta H + \text{sh}^2\beta H)}{2D\beta^3(\text{sh}^2\beta H - \sin^2\beta H)} \end{aligned}$$

### 4.2 变形内力分析

结合算例讨论半地下连续墙底部固定情况下的变形内力特性。设某旋流池半地下连续墙结构,半径  $R = 14$  m,墙厚  $h = 0.8$  m,墙高  $H = 16$  m,弹性模量  $E = 2 \times 10^4$  MPa,泊松比  $\mu = 0.2$ ,受侧向梯形水土荷载作用  $q_0 = 160$  kPa,  $q_1 = 20$  kPa。

采用式(4)~(5)计算得到的位移和内力随高度比的变化,如图2所示,与端部自由情况相比,端部固定情况下的位移内力特点如下:

(1) 半地下连续墙底端约束后,径向位移和环向轴力的分布规律由上小、下大的梯形分布变为两头小、中间大的单峰形分布。最大径向位移和最大环向轴力发生在中部偏下的位置,在这个位置以上环向轴力值和位移值与底部自由情况下的几乎完全相同,说明底部约束条件只影响中部以下轴力和位移的分布。

(2) 底端约束后,半地下连续墙筒壁的弯矩和剪力不为零,最大值出现在端部,随着高度的增长迅速衰减至很小的数值。

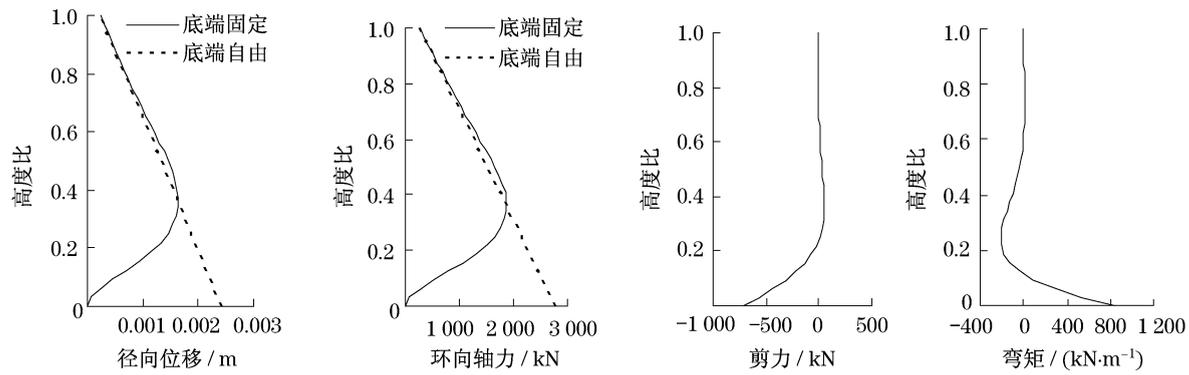


图2 底端固定半地下连续墙变形内力图

Fig.2 Internal force and deformation of no-embedded diaphragm wall with bottom fixed

4.2.1 材料弹性模量  $E$  的影响

由解析式易见,弹性模量  $E$  对半地下连续墙圆筒的内力(包括环向轴力、弯矩和剪力)没有影响;而筒壁材料弹性模量与筒壁径向位移成反比.

4.2.2 半径  $R$  的影响

在不改变其他条件的情况下,分别取半径  $R =$

8,14,20 m 来比较半径对半地下连续墙筒壁径向位移和环向轴力的影响.计算结果如图3所示.可以看出,旋流池半径越大,位移也越大,内力也越大.半径对环向轴力的影响要比对弯矩和剪力的影响更大.随着半径的增大,最大负弯矩和负剪力位置略有上移,但均在中间偏下的位置.

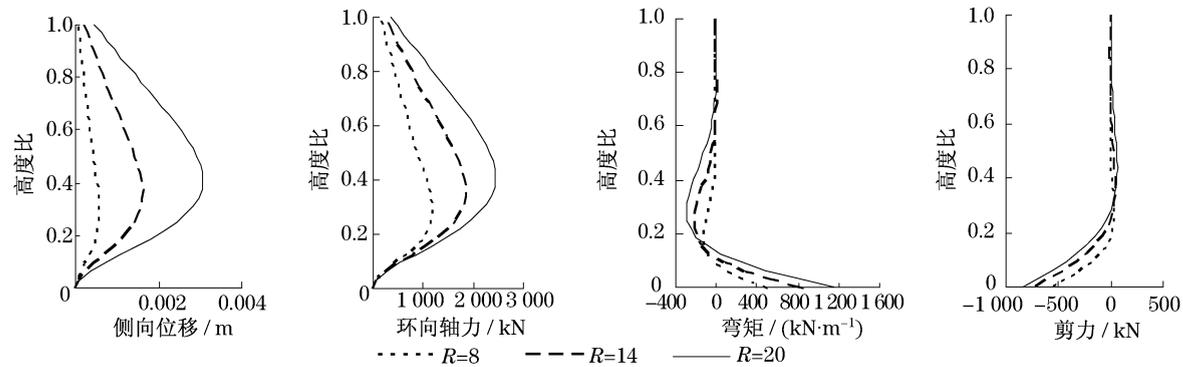


图3 半径  $R$  对变形和内力的影响

Fig.3 Influence of the radius  $R$  on force and deformation

4.2.3 厚度  $h$  的影响

在不改变其他条件的情况下,分别取厚度  $h =$

0.8,1.2,1.5 m 来比较筒壁厚度对径向位移和环向轴力的影响.计算结果如图4所示.

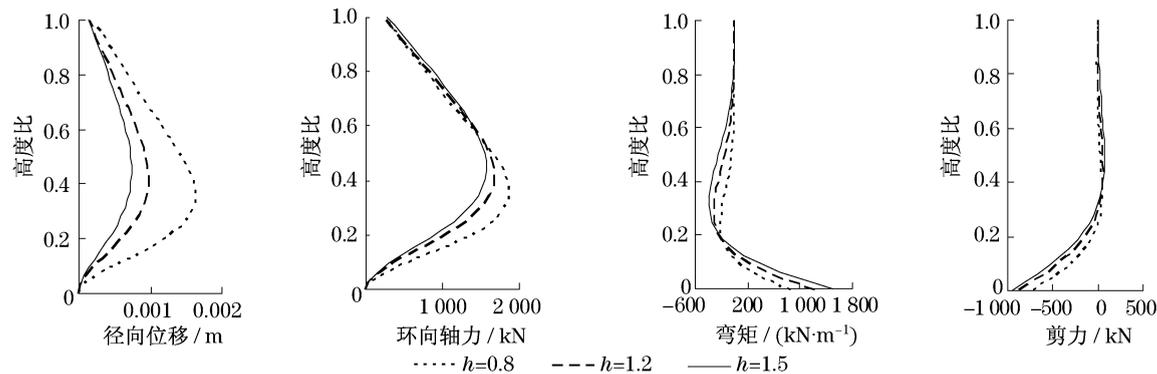


图4 筒壁厚度  $h$  对变形和内力的影响

Fig.4 Influence of wall thickness  $h$  on force and deformation

由计算结果可以看出,筒壁厚度越大,侧向位移越小,环向轴力、弯矩和剪力也有一定程度减小,但减小的幅度不大。

另外,旋流池筒壁厚度越大,约束筒壁底端变形所需的弯矩和剪力也越大,最大负弯矩和最大正剪力发生的位置离约束端也越远。

#### 4.2.4 高度 $H$ 及径向荷载的影响

旋流池半地下连续墙筒形结构受到的径向荷载为水土压力,筒壁的高度一般就是筒壁的入土深度.因此当筒壁高度  $H$  (即入土深度)增大时,筒壁受到的径向土压力也同时增大.在不改变其他条件的情况下,分别取高度  $H = 8, 16, 32$  m 来比较筒壁高度  $H$  及侧向荷载对变形及内力的影响.计算结果如图 5 所示。

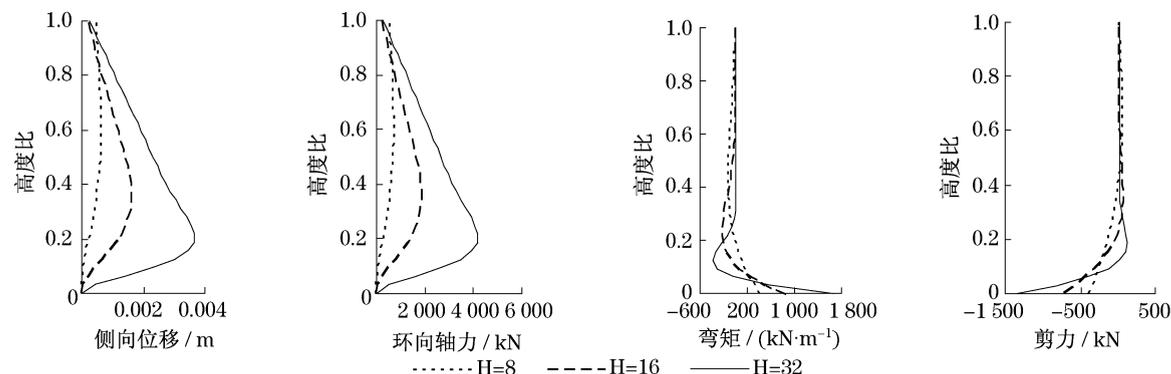


图 5 筒壁高度  $H$  对变形和内力的影响

Fig.5 Influence of wall height  $H$  on force and deformation

可以看出,筒壁高度  $H$  越大,筒壁径向位移和环向轴力也越大,且最大径向位移和最大环向轴力发生的相对位置离约束端越近。

其次,筒壁高度  $H$  越大,约束筒壁底端变形需要的弯矩、剪力也越大,最大负弯矩和最大正剪力发生的相对位置离约束端越近。

#### 4.2.5 底部约束的影响

在不改变其他条件的情况下,分别取底端固定、两端自由以及底部约束减半,即把约束底端变形需要的内力  $M_0$  和  $Q_0$  减小到底部固定情况下的  $1/2$ ,来比较底端约束对变形及内力的影响.计算结果如图 6 所示。

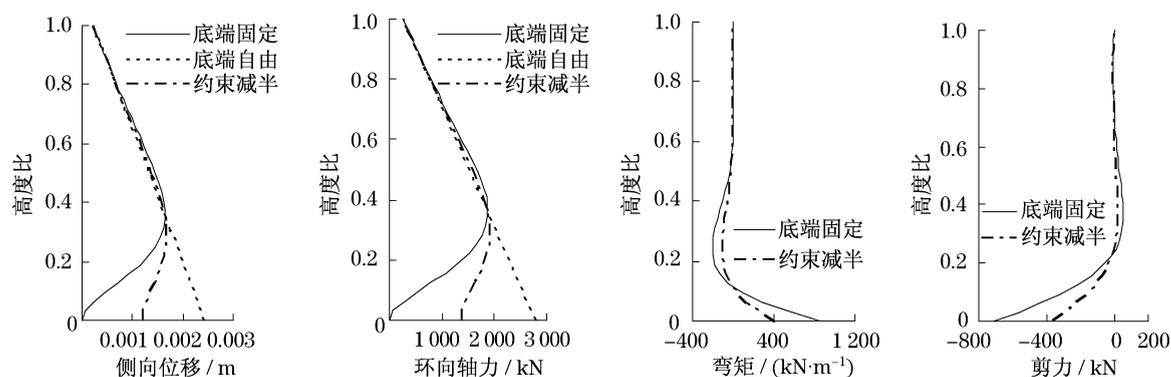


图 6 底部约束条件对变形和内力的影响

Fig.6 Influence of bottom boundary condition on force and deformation

从计算结果可以看出,约束对侧向位移和环向轴力的影响规律是相同的.当底部有约束时,底部附近的侧向位移和环向轴力明显减小.而在实际工程中,半地下连续墙底部的约束条件是介于自由和固定二者之间的。

其次,端部约束状态对筒壁变形和内力的影响仅限于端部一定深度范围内.而靠近顶部,内力和变

形均受端部约束条件影响不大,与自由状态下的分布几乎完全相同。

## 5 结论

本文通过弹性力学薄板理论,得到了特殊地质条件下旋流池工程中一种特殊的围护结构,即半地

下连续墙的筒形结构,在梯形侧向水土荷载作用下的内力和变形解,并系统地分析了其变形和内力特点及各参数如筒壁厚度、直径、高度和混凝土等级的影响,得出如下结论:

(1) 旋流池半地下连续墙的径向位移很小,不是影响结构安全的控制因素,只有在旋流池半径特别大时才需要考虑.

(2) 环向轴力是影响旋流池半地下连续墙结构安全的主要控制因素.在底部自由条件下,环向轴力与旋流池半径  $R$  和侧向荷载  $q(x)$  成正比,底部约束作用能够有效减小结构下部环向轴力.

(3) 旋流池半地下连续墙结构的弯矩和剪力大小受底部约束条件控制.底部自由情况下,弯矩和剪力为零,底部约束力越大,结构弯矩和剪力越大,且最大弯矩和剪力的位置靠近结构底端.

实际工程中,半地下连续墙的底部约束条件与地质条件、嵌入岩层深度以及施工工艺有关,因此介于自由约束与固定约束之间.在应用本文提供的解析解进行设计时,建议以底部自由条件计算结构环向内力,并以底部固定条件计算结构弯矩和剪力,这样可以确保工程的安全.

#### 参考文献:

- [1] 张光斗.圆筒形钢筋混凝土薄壁池内力的计算[M].北京:水利水电出版社,1978.  
ZHANG Guangdou. Reinforced concrete pool of thin-walled cylindrical internal force calculation [M]. Beijing: China WaterPower Press, 1978.
- [2] 张昌叙,张炜.圆筒形结构计算[M].北京:中国建筑工业出版社,2007.  
ZHANG Changxu, ZHANG Wei. Cylindrical structure calculation [M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2007.
- [3] 屈俊童.某特深圆形基坑的三维数值分析[J].昆明理工大学学报,2004,29(5):96.  
QU Juntong. 3-D numerical analysis in a very deep circle pit [J]. Journal of Kunming University of Science and Technology, 2004, 29(5): 96.
- [4] 刘玉涛.某大桥锚锭基础深基坑开挖模拟[J].福建工程学院学报,2004,2(1):40.  
LIU Yutao. Excavation simulation of super deep foundation pit braced by circular rock-socketed diaphragm wall [J]. Journal of Fujian University of Technology, 2004, 2(1): 40.
- [5] 王树和.圆形地下连续墙开挖过程的有限元模拟[J].港口工程,1997(3):30.  
WANG Shuhe. Numerical simulation of the process of excavation of circular diaphragm wall [J]. Port Projects, 1997 (3): 30.
- [6] 薛艳青.圆形基坑的三维数值模拟[D].上海:同济大学,2008.  
XUE Yanqing. 3D numerical simulation of cylindrical foundation pit [D]. Shanghai: Tongji University, 2008.
- [7] 柏国利.圆形地下连续墙壳体有限元数值模拟分析[D].上海:同济大学,2005.  
BO Guoli. Circular diaphragm wall shell finite element simulation and analysis [D]. Shanghai: Tongji University, 2005.
- [8] 王守忠.圆柱壳形地下连续墙构筑物的计算方法[J].港工技术,1993(4):32.  
WANG Shouzhong. Cylindrical shell of underground continuous wall structures [J]. Port Engineering Technology, 1993(4): 32.
- [9] LIU Faqian, WANG Jianhua, ZHANG Lu. Axi-symmetric active earth pressure for layered backfills obtained by the slip line method [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2008, 13 (15): 579.
- [10] 宁张伟.某钢厂热轧带钢旋流池圆形基坑监测分析[J].地下空间与工程学报,2007,3(8):1391.  
NING Zhangwei. Analysis of monitoring data of a circular swirling pool foundation pit [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2007, 3(8): 1391.
- [11] 边亦海.宝钢轧机旋流池深基坑的监测分析[J].岩土力学,2004,25(Supp. 2):491.  
BIAN Yihai. Monitoring and analysis of deep excavation in whirlpool of Baogang rolling mill [J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, 25(Supp. 2): 491.
- [12] 徐芝纶.弹性力学[M].北京:高等教育出版社,2006.  
XU Zhilun. Elastic mechanics [M]. Beijing: Higher Education Press, 2006.