文章编号：0253-374X(2010)12-1851-06 DOI：10.3969/j.issn.0253-374x.2010.12.027

基于拓展 Tullock 模型的开发商寻租博弈均衡策略

刘天虎[1]，黄武军[2]，许维胜[1]，吴启迪[1,2]
(1. 同济大学 电子与信息工程学院，上海 200092；2. 同济大学 经济与管理学院，上海 200092)

摘要：以开发商土地寻租博弈均衡策略为核心，首先对经典 Tullock 寻租博弈模型进行了拓展，得到了基于不同土地价值期望的寻租博弈模型. 随后对均一估值和差异估值下的博弈均衡进行了分析，得到了寻租博弈参与人的有效均衡策略. 该模型可以对寻租博弈的最终结果进行预测，有利于经济合理地使用社会资源. 最后，利用实例对该模型的有效性和可行性进行了说明.

关键词：Tullock 模型；寻租博弈；均衡策略
中图分类号：C 934 **文献标识码**：A

Equilibrium Strategies of Rent-seeking Games of Developer Based on Improved Tullock Model

LIU Tianhu[1], *HUANG Wujun*[2], *XU Weisheng*[1], *WU Qidi*[1,2]
(1. College of Electronics and Information Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. College of Economics and Management, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: This study focuses on equilibrium strategy of developer land rent-seeking game. At first, the classical Tullock rent-seeking game model was improved and the rent-seeking games model was established based on differents expectation of land value. Subsequently, the analysis of game equilibrium was conducted under equalization assessment and discrepancy assessment of land value and an effective equilibrium strategy of rent-seeking games participant was realized. This model can be used for the result forecast of rent-seeking games, which benefits for an economical and reasonable use of social resources. Eventually, a practical example was provided to illustrate the validity and feasibility of this model.

Key words: Tullock model; rent-seeking games; equilibrium strategies

早在 1980 年 Tullock[1] 就提出了寻租博弈的概念，Tullock 分析了寻租成本，发现企业垄断地位的获取是有成本的，且寻租中的企业垄断会通过竞争实现均衡，均衡的结果使寻租成本与经济租的量值相等. Tullock 进一步揭示了政府在对经济主体实施行政干预的过程中会造成资源的紧张，诱发寻租行为，导致社会资源的浪费. Perez-Castrillo 等[2] 证明了 Tullock 寻租博弈模型具有唯一的纯策略 Nash 均衡. Bruce[3] 分析了寻租博弈者的风险中性行为模式，提出了 Stackelberg 博弈模型，实现了在不完全信息下的子博弈均衡. 次年，Bruce[4] 研究了重复寻租博弈中的合作行为，利用重复博弈的特性来维持寻租的合作性，并将 Nash 谈判均衡应用于对称和不对称的寻租环境中. Skaperdas 等[5] 研究了两位具有风险厌恶特性的博弈方的纯策略 Nash 均衡的存在条件. Szidarovszky 等[6] 证明了在生产函数严格递增且呈凸性的情况下，寻租博弈的非对称纯策略 Nash 均衡的唯一存在性. 在此博弈中，所有参与者都假定为风险中性的. William[7] 建立了 N 位对称竞争对手的寻租博弈模型，每位博弈方都对寻租有不同赋值，且各自能力不同，其中一位基于 Tullock 概率能获胜，由此得到纯策略 Nash 均衡. Cornes 等[8] 允许风险厌恶的博弈方参与 Szidarovszdy 寻租博弈模型，证明了纯策略 Nash 均衡的存在. David 等[9] 给出了对称寻租博弈的纯策略 Nash 均衡，在竞争成功函数同质的条件下均衡策略具有简单模式，并给出了均衡存在的充分条件. Matros[10] 对 Tullock 寻租博弈模型进行了扩展，证明了随着租金费用的增加，寻租人成功的机会将减少，更多寻租人的参与将导致租金发生变动，得到了寻租博弈的纯策略均衡. Riechmann[11] 建立了局中人相对支付最大化的 Tullock 寻租博弈数学模型，研究表明，局中人倾向

收稿日期：2009-08-28
作者简介：刘天虎(1974—)，男，博士后，主要研究方向为控制科学与工程、博弈论及系统动力学. E-mail：liutianhu@163.net
许维胜(1966—)，男，教授，博士生导师，主要研究方向为自动化控制系统理论与工程研究. E-mail：xuweisheng@tongji.edu.cn

于为寻租过程过度投入,租金的耗费与局中人数量无关.Yamazaki[12-13]假定博弈方受到寻租活动的收益及预算约束,其均衡受到一定的限制,基于对称寻租博弈的特点,证明了纯策略 Nash 均衡的存在.Matros[14]分析了存在补偿条件下的 Tullock 寻租博弈模型,研究表明获得补偿的局中人将最大化边际支付,而失去补偿的局中人将最小化边际支付,并证明了均衡策略的唯一性.Schoonbeek[15]分析了存在潜在进入者的两阶段 Tullock 寻租博弈模型,第一阶段通过贿赂来规避竞争,第二阶段则实施寻租竞争,得到了存在潜在进入者的均衡策略.

而房地产开发商对土地资源的寻租实际上也是一种不完全信息博弈,博弈各方的信息是不对称的[16-17].由于寻租竞争的存在,开发商有机会获得寻租的成功,也可能会失败,可见开发商面对的是不确定性条件下的选择,各位开发商的风险态度会影响他的行为.本文将对 Tullock 寻租博弈模型进行扩展,研究开发商土地寻租博弈的均衡解.

1 经典 Tullock 模型

Tullock[1]提出了经典的寻租博弈理论,基于 Tullock 的寻租博弈模型,若令 $N\equiv\{1,2,\cdots,n\}$为 N 位博弈局中人,局中人 i 为获取胜利而付出的努力可用 x_i 表示,$X=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$,其中局中人 i 获取胜利的概率可表示为 $\pi_i(X)$,令$(\pi_1,\pi_2,\cdots,\pi_n)$为竞争成功函数,对于寻租博弈的成功而言,所有局中人都有一个普遍一致的估值 V_{AL},在局中人都是风险中性的前提下,局中人 i 的期望效用为

$$U_i(X)=\pi_i(X)V_{\mathrm{AL}}-x_i,\quad \forall i\in N$$

Tullock 的竞争函数可表示为[18]

$$\pi_i(X)=\frac{x_i^r}{\sum_{j\in N}x_j^r},\quad \forall i\in N$$

其中,$r>0$.

Skaperdas[19]通过5条公理对 Tullock 竞争函数进行了完整的描述:

公理1 (可能性)对于 $\forall i\in N,\forall X$,有 $\sum_{j\in N}\pi_j(X)=1$,$\pi_i(X)\geqslant 0$,如果 $x_i>0$,则有 $\pi_i(X)>0$.

公理2 (单调性)对于 $\forall i\in N,\forall j\neq i$,$\pi_i(X)$ 在 x_i 域是递增的,在 x_j 域是递减的.

公理3 (均等性)对于任意序列 $p:N\to N$,可以得到:$\pi_i(X)=\pi_{p(i)}(x_{p(1)},x_{p(2)},\cdots,x_{p(N)})$,$\forall i\in N$.

公理4 (独立性)对于 $\forall S\subset N,\forall i\in S$,$\pi_i^S(X)$与集合 S 之外的博弈参与人是相互独立的.

公理5 (同质性)对于 $\forall t>0,\forall X,\forall i\in N$,有 $\pi_i(tX)=\pi_i(X)$.

公理1和公理2表明 Tullock 竞争成功函数具有概率函数的特性,局中人增加努力会使其成功的可能性增大,从而使其他局中人的成功机会减少.公理3表明任何两位局中人在相同努力下的成功可能性是相同的.公理4表明如果某位局中人 α_1 未能获胜,则 α_1 对于其他局中人的获胜可能性不带来影响.公理5表明任意两位局中人的努力具有同质性.

2 寻租博弈分析

2.1 寻租博弈模型的改进

引用 Tullock 模型并加以改进,可用来分析开发商的土地寻租博弈行为.由于开发商对于土地的将来增值预期不同,假设每位开发商对于土地价值的期望为 $\boldsymbol{e}_i=(e_{i1},e_{i2},\cdots,e_{in})^{\mathrm{T}}$,其中 e_{ij}表示当开发商 j 获得土地开发权时开发商 i 对于土地所赋予的期望值.在这里假设开发商获得土地开发权的概率与寻租中所付出的比例成正比,于是开发商 i 获得土地开发权的概率可表示为 $p_i(\xi)=\xi_i\Big/\sum_{j=1}^{n}\xi_j$,$\boldsymbol{\xi}=(\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_n)^{\mathrm{T}}$,其中 ξ_i 表示开发商在寻租中的付出.开发商对于寻租的价值判定不仅在于他获得土地开发权后所得到的收益,而且也在于对其他开发商获胜的估计.于是开发商 i 所获得的效用可表示为:$U_i(\boldsymbol{\xi})=\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}p(\boldsymbol{\xi})-\xi_i$,从效用函数可以看出,开发商对于获得土地开发权的态度是风险中性的.这里假设有三位房地产开发商 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 参与土地寻租,于是这三位开发商的期望效用可表示为

$$\begin{pmatrix}U_{\alpha_1}(\boldsymbol{\xi})\\U_{\alpha_2}(\boldsymbol{\xi})\\U_{\alpha_3}(\boldsymbol{\xi})\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}e_{11}&e_{12}&e_{13}\\e_{21}&e_{22}&e_{23}\\e_{31}&e_{32}&e_{33}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}p_1(\boldsymbol{\xi})\\p_2(\boldsymbol{\xi})\\p_3(\boldsymbol{\xi})\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}\xi_1\\\xi_2\\\xi_3\end{pmatrix}$$

同样,可将寻租的期望效用推广到 N 位开发商竞争的模式,则 $\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}$ 可由 $n\times n$ 的矩阵表示,用 $\boldsymbol{U}(\boldsymbol{\xi})=(U_{\alpha_1},U_{\alpha_2},\cdots,U_{\alpha_n})^{\mathrm{T}}$ 来表示开发商的效用支付:

$$\begin{pmatrix}U_{\alpha_1}(\boldsymbol{\xi})\\U_{\alpha_2}(\boldsymbol{\xi})\\\vdots\\U_{\alpha_n}(\boldsymbol{\xi})\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}e_{11}&e_{12}&\cdots&e_{1n}\\e_{21}&e_{22}&\cdots&e_{2n}\\\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\e_{n1}&e_{n2}&\cdots&e_{nn}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}p_1(\boldsymbol{\xi})\\p_2(\boldsymbol{\xi})\\\vdots\\p_n(\boldsymbol{\xi})\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}\xi_1\\\xi_2\\\vdots\\\xi_n\end{pmatrix}$$

这里令 $\alpha \equiv \sum_{j=1}^{n}\xi_j$,于是:

$$U_i(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}} p(\boldsymbol{\xi}) - \xi_i = \boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}} \xi_i/\alpha - \xi_i$$

为了得到开发商 a_1 的最优支付条件,需对 $U_{a_1}(\boldsymbol{\xi})$ 求偏导:

$$\frac{\partial U_{a_1}(\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_n)}{\partial \xi_1} = \frac{e_{11}\alpha - e_{11}\xi_1}{\alpha^2} - \frac{e_{12}\xi_2 + e_{13}\xi_3 + \cdots + e_{1n}\xi_n}{\alpha^2} - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{(e_{11}-e_{12})\xi_2}{\alpha^2} + \cdots + \frac{(e_{11}-e_{1n})\xi_n}{\alpha^2} = 1$$

用同样的方法,可以得到每一位开发商的最优支付条件如下:

$$\begin{pmatrix} \partial U_{a_1}(\boldsymbol{\xi})/\partial \xi_1 \\ \partial U_{a_2}(\boldsymbol{\xi})/\partial \xi_2 \\ \vdots \\ \partial U_{a_n}(\boldsymbol{\xi})/\partial \xi_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & e_{11}-e_{12} & \cdots & e_{11}-e_{1n} \\ e_{22}-e_{21} & 0 & \cdots & e_{22}-e_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e_{nn}-e_{n1} & e_{nn}-e_{n2} & \cdots & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_1(\boldsymbol{\xi})/\alpha \\ p_2(\boldsymbol{\xi})/\alpha \\ \vdots \\ p_n(\boldsymbol{\xi})/\alpha \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & e_{11}-e_{12} & \cdots & e_{11}-e_{1n} \\ e_{22}-e_{21} & 0 & \cdots & e_{22}-e_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e_{nn}-e_{n1} & e_{nn}-e_{n2} & \cdots & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \xi_1/\alpha^2 \\ \xi_2/\alpha^2 \\ \vdots \\ \xi_n/\alpha^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$$

通过计算等式两边的值,可以得到 Nash 均衡解,虽然计算比较复杂,但通过 Matlab 编程可简化计算过程.为了简化分析过程,接下来以三位房地产开发商 a_1, a_2, a_3 的寻租博弈为例进行研究.

2.2　均一估值分析

对于房地产开发商而言,土地寻租的效益决定了开发商付出的程度,如果对于获得土地开发权的博弈中开发商具有相同的效益期望,则可以通过以下形式进行分析:

假设三位开发商 a_1, a_2, a_3 对土地寻租的价值判定分别为

$$e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ \varphi \\ \varphi \end{pmatrix}, e_2 = \begin{pmatrix} \varphi \\ 1 \\ \varphi \end{pmatrix}, e_3 = \begin{pmatrix} \varphi \\ \varphi \\ 1 \end{pmatrix}, 0 \leqslant \varphi < 1$$

于是三位开发商的效用函数可以表达如下:

$$\begin{pmatrix} U_{a_1}(\boldsymbol{\xi}) \\ U_{a_2}(\boldsymbol{\xi}) \\ U_{a_3}(\boldsymbol{\xi}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \varphi & \varphi \\ \varphi & 1 & \varphi \\ \varphi & \varphi & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1(\boldsymbol{\xi}) \\ p_2(\boldsymbol{\xi}) \\ p_3(\boldsymbol{\xi}) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \varphi & \varphi \\ \varphi & 1 & \varphi \\ \varphi & \varphi & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_1/\alpha \\ \xi_2/\alpha \\ \xi_3/\alpha \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{pmatrix}$$

为了得到 Nash 均衡解,对 $U_i(\boldsymbol{\xi})$ 求偏导可得均衡条件如下:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1-\varphi & 1-\varphi \\ 1-\varphi & 0 & 1-\varphi \\ 1-\varphi & 1-\varphi & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_1/\alpha^2 \\ \xi_2/\alpha^2 \\ \xi_3/\alpha^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

通过矩阵运算可以得到:

$$\begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{pmatrix} = \frac{\alpha^2}{2(1-\varphi^2)} \begin{pmatrix} -1 & 1+\varphi & 1 \\ 1 & -1 & 1+\varphi \\ 1 & 1+\varphi & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{1}$$

由于

$$\alpha \equiv \sum_{j=1}^{n}\xi_j = \xi_1 + \xi_2 + \xi_3 \tag{2}$$

由式(1)和式(2)可求得:

$$\alpha = \frac{2(1-\varphi)}{3},$$

$$\xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = \frac{\alpha^2}{2(1-\varphi)} = \frac{2(1-\varphi)}{9}$$

如果令 $\varphi = 0$,可以得到 Tullock 最初的博弈模型,每位开发商的支付均衡为 2/9,三位开发商总共的支付配置为 2/3.而在此模型中,开发商的寻租博弈的单个支付和总体支付都下降,从 $\mathrm{d}\alpha/\mathrm{d}\varphi = -2/3 < 0$ 可以看出,开发商支付总的增长为负,也就说开发商在相同效益期望的情况下的寻租博弈均衡总体支付下降.同时,个体支付也下降,$\mathrm{d}\xi_1/\mathrm{d}\varphi = \mathrm{d}\xi_2/\mathrm{d}\varphi = \mathrm{d}\xi_3/\mathrm{d}\varphi = -2/9 < 0$.

从均一估值的分析可以看出,如果开发商对于土地寻租具有相同的效益期望时,个体和总体的支付都将下降,这将节约社会资源,减少不必要的消耗.但从社会实际看,由于开发商个体及所处环境的差异使得这种均一估值不太可能出现,更多的是如下所分析的差异估值情形.

2.3 差异估值分析

如果开发商对于获得土地开发权的效益期望不同,此时博弈的均衡策略将发生变化,这里还是以三家房地产开发商 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 作为分析的对象以简化计算过程.假设 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 认为自己能获胜的期望值分别为:e_{11},e_{22},e_{33},而 α_1 认为 α_2 能获得开发权的期望值为 $\varphi e_{11}(0\leqslant\varphi<1)$,$\alpha_2$ 认为 α_1 能获得开发权的期望值为 $\varphi e_{22}(0\leqslant\varphi<1)$,$\alpha_3$ 认为 α_1 和 α_2 获胜的期望值为零,于是便形成了不同环境下的对称寻租博弈,可以得到期望值矩阵为

$$\boldsymbol{E}=\begin{pmatrix} e_{11} & \varphi e_{11} & 0 \\ \varphi e_{22} & e_{22} & 0 \\ 0 & 0 & e_{33} \end{pmatrix}$$

于是其效用函数可以表达如下:

$$\begin{pmatrix} U_{\alpha_1}(\boldsymbol{\xi}) \\ U_{\alpha_2}(\boldsymbol{\xi}) \\ U_{\alpha_3}(\boldsymbol{\xi}) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} e_{11} & \varphi e_{11} & 0 \\ \varphi e_{22} & e_{22} & 0 \\ 0 & 0 & e_{33} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \xi_1/\alpha \\ \xi_2/\alpha \\ \xi_3/\alpha \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{pmatrix}$$

为得 Nash 均衡解,对 $U_i(\boldsymbol{\xi})$ 求偏导得均衡解为

$$\xi_1=\frac{2e_{11}e_{22}e_{33}[e_{11}e_{33}-e_{22}e_{33}+e_{11}e_{22}(1-\varphi)]}{(1-\varphi)(e_{11}e_{22}+e_{22}e_{33}+e_{11}e_{33}+\varphi e_{11}e_{22})^2} \tag{3}$$

$$\xi_2=\frac{2e_{11}e_{22}e_{33}[e_{22}e_{33}-e_{11}e_{33}+e_{11}e_{22}(1-\varphi)]}{(1-\varphi)(e_{11}e_{22}+e_{22}e_{33}+e_{11}e_{33}+\varphi e_{11}e_{22})^2} \tag{4}$$

$$\xi_3=\frac{2e_{11}e_{22}e_{33}[e_{22}e_{33}+e_{11}e_{33}-e_{11}e_{22}(1-\varphi)]}{(e_{11}e_{22}+e_{22}e_{33}+e_{11}e_{33}+\varphi e_{11}e_{22})^2} \tag{5}$$

$$\alpha=\frac{2e_{11}e_{22}e_{33}}{e_{11}e_{22}+e_{22}e_{33}+e_{11}e_{33}+\varphi e_{11}e_{22}} \tag{6}$$

从式(3)～(6)可以看出,只有所有开发商参与才能形成一个有效的均衡.若式(3)～(5)中有负值存在,则该开发商不会参与寻租博弈,所以必须确保式(3),(4),(5)为正值.在这里需要进一步分析在何种情况下开发商都会加入寻租博弈中,这里分两种情况进行讨论:

(1) 情况一:假设此时 α_1 和 α_2 已参与寻租博弈中,而 α_3 正考虑是否参与其中,如果 α_3 的期望的边际收益为正,即 $\partial U_{\alpha_3}(\xi_1,\xi_2,\xi_3)/\partial\xi_3>0$,$\alpha_3$ 会认为付出努力是值得的.则 α_3 愿意参与的条件是:

$$\frac{\partial U_{\alpha_3}(\xi_1,\xi_2,\xi_3)}{\partial\xi_3}=\frac{e_{33}(\xi_1+\xi_2)}{\alpha^2}-1=\frac{e_{33}(\alpha-\xi_3)}{\alpha^2}-1>0$$

如果 α_3 不愿意加入博弈,则有 $\xi_3=0$,于是由式(5)有 $e_{33}=\frac{e_{11}e_{22}(1-\varphi)}{e_{11}+e_{22}}$,而 $\alpha=\frac{e_{11}e_{22}(1-\varphi)}{e_{11}+e_{22}}$ 为 α_1 和 α_2 博弈均衡的总期望值.在这种情况下,如果要吸引 α_3 加入寻租博弈中来,则必需有:$e_{33}>\frac{e_{11}e_{22}(1-\varphi)}{e_{11}+e_{22}}$,当 $\varphi=0$ 时,可以看出 α_3 只有在其预期值大于 α_1 和 α_2 估值的平均值时才愿意加入.

(2) 情况二:假设此时 α_1 和 α_3 已参与寻租博弈中,而 α_2 正考虑是否参与,如果 α_2 的期望的边际收益为正,即 $\partial U_{\alpha_2}(\xi_1,\xi_2,\xi_3)/\partial\xi_2>0$,$\alpha_2$ 会认为付出的努力是值得的.则 α_2 愿意参与的条件是:

$$\frac{\partial U_{\alpha_2}(\xi_1,\xi_2,\xi_3)}{\partial\xi_2}=\frac{e_{22}[\xi_1(1-\varphi)+\xi_3]}{\alpha^2}-1>0$$

$$\Rightarrow e_{22}(\alpha-\xi_2)-\varphi e_{22}\xi_1>\alpha^2$$

如果 α_2 不愿意加入博弈,则有 $\xi_2=0$,于是由式(4)有 $e_{22}=\frac{e_{11}e_{33}}{e_{33}+e_{11}(1-\varphi)}$,而 $\alpha=\frac{e_{11}e_{33}}{e_{11}+e_{33}}$ 为 α_1 和 α_3 博弈均衡的总期望值.在这种情况下,如果要吸引 α_2 加入寻租博弈中来,则必需有:$e_{22}>\frac{e_{11}e_{33}}{e_{33}+e_{11}(1-\varphi)}$,当 $\varphi=0$ 时,可以看出 α_2 只有在其预期值大于 α_1 和 α_3 估值的平均值时才愿意加入.如果 α_1 和 α_3 对寻租博弈的期望值有所提高,则 α_2 也必需提高期望值来达到加入博弈的目的.

从差异估值的分析可以看出,当市场上存在两位开发商参与寻租博弈时,只有当第三者对于土地价值的期望值大于前两位开发商的平均值时,他才会愿意加入博弈.也就是说,第三者的加入受到前两位开发商期望值的约束.同理可以推广到第 N 位开发商的情况,其加入博弈的条件受到前 $N-1$ 位开发商的平均期望值的约束.

3 寻租博弈均衡策略

从上面的分析可以看出,$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 对于主动参与博弈的最小期望值分别为

$$e_{11}^*=\frac{e_{22}e_{33}}{e_{33}+e_{22}(1-\varphi)} \tag{7}$$

$$e_{22}^*=\frac{e_{11}e_{33}}{e_{33}+e_{11}(1-\varphi)} \tag{8}$$

$$e_{33}^*=\frac{e_{11}e_{22}(1-\varphi)}{e_{11}+e_{22}} \tag{9}$$

于是每位开发商的均衡策略可表示为

(1) 开发商 α_1 的均衡策略如下:

① 当 $e_{ii}>e_{ii}^*$, $i\in\{1,2,3\}$时,

$$\xi_1^* = \frac{2e_{11}e_{22}e_{33}[e_{11}e_{33}-e_{22}e_{33}+e_{11}e_{22}(1-\varphi)]}{(1-\varphi)(e_{11}e_{22}+e_{22}e_{33}+e_{11}e_{33}+\varphi e_{11}e_{22})^2} \tag{10}$$

② 当 $e_{22}\leqslant e_{22}^*$时, $\xi_1^*=\dfrac{e_{11}^2e_{33}}{(e_{11}+e_{33})^2}$;

③ 当 $e_{33}\leqslant e_{33}^*$时, $\xi_1^*=\dfrac{e_{11}^2e_{22}(1-\varphi)}{(e_{11}+e_{22})^2}$;

④ 当 $e_{11}\leqslant e_{11}^*$时, $\xi_1^*=0$.

(2) 开发商 α_2 的均衡策略如下:

① 当 $e_{ii}>e_{ii}^*$, $i\in\{1,2,3\}$时,

$$\xi_2{}^* = \frac{2e_{11}e_{22}e_{33}[e_{22}e_{33}-e_{11}e_{33}+e_{11}e_{22}(1-\varphi)]}{(1-\varphi)(e_{11}e_{22}+e_{22}e_{33}+e_{11}e_{33}+\varphi e_{11}e_{22})^2} \tag{11}$$

② 当 $e_{11}\leqslant e_{11}^*$时, $\xi_2^*=\dfrac{e_{22}^2e_{33}}{(e_{22}+e_{33})^2}$;

③ 当 $e_{33}\leqslant e_{33}^*$时, $\xi_2^*=\dfrac{e_{22}^2e_{11}(1-\varphi)}{(e_{11}+e_{22})^2}$;

④ 当 $e_{22}\leqslant e_{22}^*$时, $\xi_2^*=0$.

(3) 开发商 α_3 的均衡策略如下:

① 当 $e_{ii}>e_{ii}^*$, $i\in\{1,2,3\}$时,

$$\xi_3{}^* = \frac{2e_{11}e_{22}e_{33}[e_{22}e_{33}+e_{11}e_{33}-e_{11}e_{22}(1-\varphi)]}{(e_{11}e_{22}+e_{22}e_{33}+e_{11}e_{33}+\varphi e_{11}e_{22})^2} \tag{12}$$

② 当 $e_{11}\leqslant e_{11}^*$时, $\xi_3^*=\dfrac{e_{33}^2e_{22}}{(e_{22}+e_{33})^2}$;

③ 当 $e_{22}\leqslant e_{22}^*$时, $\xi_3^*=\dfrac{e_{11}e_{33}^2}{(e_{11}+e_{33})^2}$;

④ 当 $e_{33}\leqslant e_{33}^*$时, $\xi_3^*=0$.

在此寻租博弈中,若假设所有开发商都会积极加入竞争,于是对 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 的行动进行比较,可以发现,若 α_1 和 α_2 认为对方获胜的概率比较大,即:增大 φ 值,则对于竞争中所产生的期望支付 ξ_1^*, ξ_2^*, α^* 则会减小,而此时 α_3 的期望支付 ξ_3^* 则会增加.

由于:

$$\frac{\xi_1^*+\xi_2^*}{\xi_3^*} = \frac{2e_{11}e_{22}}{e_{33}(e_{11}+e_{22})+e_{11}e_{22}(\varphi-1)} = \frac{2}{e_{33}\left(\dfrac{1}{e_{11}}+\dfrac{1}{e_{22}}\right)+(\varphi-1)} \tag{13}$$

从式(13)中可以看出, $\xi_1^*+\xi_2^*$ 与 e_{11}, e_{22}成正比,而与 e_{33}, φ 成反比;而 ξ_3^* 与 e_{11}, e_{22}成反比,而与 e_{33}, φ 成正比.

目前对寻租博弈研究的应用模型通常为古诺模型及 Stackelberg 模型,古诺寻租博弈在假定租金严格为正,博弈双方对于可竞争租金具有相同估值,通过区分各自的支付函数,在一阶效用最大化条件下完成古诺均衡的策略选择,而 Stackelberg 寻租博弈中的博弈双方对于租金拥有不对称估值,通过比较无差异曲线的斜率发现,率先行动者将可能有一个更高的期望支付.相比之下,Stackelberg 模型对于不完全信息条件下的寻租博弈分析具有更为重要的现实意义.本文所使用的方法则是基于 Stackelberg 寻租博弈思想的延伸,在拓展 Tullock 模型的基础上,基于土地开发的不同效益期望,得到了寻租博弈的有效均衡策略,通过改变 φ 值可以实现寻租博弈均衡的转移,从而有选择地引导博弈均衡策略的实现.

4　实例分析

假设一个区域内有三家房地产开发商 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$,他们认为自己能获胜的期望值分别为: $e_{11}=6$, $e_{22}=8$, $e_{33}=10$,而 α_1 认为 α_2 能获得开发权的期望值为 $\varphi e_{11}=0.5\times6=3(\varphi=0.5)$, α_2 认为 α_1 能获得开发权的期望值为 $\varphi e_{22}=0.5\times8=4(\varphi=0.5)$, α_3 认为 α_1和 α_2 获胜的期望值为零,于是便形成了不同环境下的对称寻租博弈,可以得到期望值矩阵为

$$\boldsymbol{E}=\begin{pmatrix} e_{11} & \varphi e_{11} & 0 \\ \varphi e_{22} & e_{22} & 0 \\ 0 & 0 & e_{33}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 6 & 3 & 0 \\ 4 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 10\end{pmatrix}$$

由式(7)～(9)可得:

$$e_{11}^* = \frac{e_{22}e_{33}}{e_{33}+e_{22}(1-\varphi)} = \frac{8\times10}{10+8(1-0.5)} = 5.71$$

$$e_{22}^* = \frac{e_{11}e_{33}}{e_{33}+e_{11}(1-\varphi)} = \frac{6\times10}{10+6(1-0.5)} = 4.62$$

$$e_{33}^* = \frac{e_{11}e_{22}(1-\varphi)}{e_{11}+e_{22}} = \frac{6\times8(1-0.5)}{6+8} = 1.71$$

由于 $e_{11}>e_{11}^*$, $e_{22}>e_{22}^*$, $e_{33}>e_{33}^*$,所以通过式(10)～(12)得到 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 的寻租博弈均衡分别为

$$\xi_1{}^*=\frac{2e_{11}e_{22}e_{33}[e_{11}e_{33}-e_{22}e_{33}+e_{11}e_{22}(1-\varphi)]}{(1-\varphi)(e_{11}e_{22}+e_{22}e_{33}+e_{11}e_{33}+\varphi e_{11}e_{22})^2}=0.17$$

$$\xi_2{}^*=\frac{2e_{11}e_{22}e_{33}[e_{22}e_{33}-e_{11}e_{33}+e_{11}e_{22}(1-\varphi)]}{(1-\varphi)(e_{11}e_{22}+e_{22}e_{33}+e_{11}e_{33}+\varphi e_{11}e_{22})^2}=1.88$$

$$\xi_3{}^*=\frac{2e_{11}e_{22}e_{33}[e_{22}e_{33}+e_{11}e_{33}-e_{11}e_{22}(1-\varphi)]}{(e_{11}e_{22}+e_{22}e_{33}+e_{11}e_{33}+\varphi e_{11}e_{22})^2}=2.48$$

由以上计算可知:在 α_1, α_2, α_3 组成的开发商中,α_1, α_2, α_3 都会积极地加入寻租博弈中来,而 α_1 的期望支付最小,α_3 的期望支付最大,$\xi_3^* > \xi_2^* > \xi_1^*$,由 $\frac{\xi_1^* + \xi_2^*}{\xi_3^*} = \frac{72}{87} < 1$ 可知:在同等期望支付的条件下,α_3 获胜的概率较小,而 α_1 获胜的概率较大.

接下来改变 φ 值,博弈的均衡策略将发生重大变化.假设开发商 α_1 存在诚信问题,而开发商 α_2 对社会的贡献较突出,此时希望寻租博弈均衡向 α_2 倾斜,则可增大 φ 值,取 $\varphi = 0.8$,期望值矩阵变化如下:

$$\boldsymbol{E} = \begin{pmatrix} e_{11} & \varphi e_{11} & 0 \\ \varphi e_{22} & e_{22} & 0 \\ 0 & 0 & e_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 4.8 & 0 \\ 6.4 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}$$

由式(7)~(9)可得:$e_{11}^* = 6.90$, $e_{22}^* = 5.36$, $e_{33}^* = 0.69$.由于,$e_{11} \leqslant e_{11}^*$,由前面第3节的分析可知:$\xi_1^* = 0$; $\xi_2^* = \frac{e_{22}^2 e_{33}}{(e_{22} + e_{33})^2} = 1.98$; $\xi_3^* = \frac{e_{33}^2 e_{22}}{(e_{22} + e_{33})^2} = 2.47$.可以看出,在该寻租博弈中实际的支付总值 $\xi_1^* + \xi_2^* + \xi_3^*$ 下降了,社会资源得到节约.由于开发商 α_1 的实际期望值达不到参与博弈的最小期望值,即:$e_{11} \leqslant e_{11}^*$,故 α_1 将淡出寻租竞争,而在开发商 α_2 与 α_3 的竞争中,$\xi_2^* < \xi_3^*$,故在同等期望支付的条件下,α_3 获胜的概率较小,而 α_2 获胜的概率较大.可见,通过增大 φ 值,使寻租博弈的均衡策略发生转移,有利于社会公平的实现.

5 结论

在房地产领域,开发商以自身利益最大化为目标,为获取土地的开发权而实施寻租,开发商的寻租行为会带来利益竞争,损害社会公平,最终会将寻租成本传递到房地产的市场定价上.本文在经典 Tullock 寻租博弈模型的基础上,考虑到开发商对于土地价值期望的不同,利用期望矩阵扩展了寻租博弈的应用范围.并分析了均一估值和差异估值下的博弈均衡的变化,得到了寻租博弈的有效均衡策略.该模型是对房地产开发商土地寻租博弈的有益尝试,可以预测博弈的结果,通过改变 φ 值可以改变寻租博弈的均衡,从而有选择地引导博弈均衡策略向有利于社会公平方向转移.

参考文献:

[1] Tullock G. Efficient rent-seeking: toward a theory of the rent-seeking society [M]. [S. l.]: Texas A & M University Press, 1980.

[2] Perez-Castrillo J D, Verdier T. A general analysis of rent-seeking games[J]. Public Choice, 1992, 73(3): 335.

[3] Bruce G L. Stackelberg rent-seeking[J]. Public Choice, 1993, 77(2): 307.

[4] Bruce G L. Cooperative rent-seeking[J]. Public Choice, 1994, 81(1-2): 23.

[5] Skaperdas S, Gan L. Risk aversion in contests [J]. The Economic Journal, 1995, 105: 951.

[6] Szidarovszky F, Okuguchi K. On the existence and uniqueness of pure Nash equilibrium in rent-seeking games[J]. Games and Economic Behavior, 1997, 18(1): 135.

[7] William E S. Asymmetric rent-seeking with more than two contestants[J]. Public Choice, 2002, 113(3-4): 325.

[8] Cornes R, Hartley R. Risk aversion, heterogeneity and contests [J]. Public Choice, 2003, 117(1-2): 1.

[9] David A M, Andrew J Y. Equilibria in rent-seeking contests with homogeneous success functions [J]. Economic Theory, 2006, 27(3): 719.

[10] Matros A. Rent-seeking with asymmetric valuations: addition or deletion of a player[J]. Public Choice, 2006, 129(3-4): 369.

[11] Riechmann T. An analysis of rent-seeking games with relative-payoff maximizers[J]. Public Choice, 2007, 133(1-2): 147.

[12] Yamazaki T. The uniqueness of pure-strategy Nash equilibrium in rent-seeking games with risk-averse players [J]. Public Choice, 2009, 139(3-4): 335.

[13] Yamazaki T. On the existence and uniqueness of pure-strategy Nash equilibrium in asymmetric rent-seeking contests [J]. Journal of Public Economic Theory, 2008, 10: 317.

[14] Matros A, Armanios D. Tullock's contest with reimbursements [J]. Public Choice, 2009, 141(1-2): 49.

[15] Schoonbeek L. Bribing potential entrants in a rent-seeking contest[J]. Public Choice, 2009, 139(1-2): 153.

[16] 王斌,徐寅峰,李志敏.寻租现象监督治理的不完全信息动态博弈分析[J].系统工程,2005,23(10):81.
WANG Bin, XU Yinfeng, LI Zhimin. A dynamic game analysis on disposal of rent-seeking phenomina with incomplete information [J]. Systems Engineering, 2005, 23(10): 81.

[17] 华武,缪柏其.战略联盟寻租博弈分析[J].中国管理科学,2002,10(3):18.
HUA Wu, MIAO Baiqi. Analysis on stackelberg rent-seeking games in the strategic alliance [J]. Chinese Journal of Management Science, 2002, 10(3): 18.

[18] David A M, Andrew J Y. Equilibria in rent-seeking contests with homogeneous success functions [J]. Economic Theory, 2006, 27(3): 719.

[19] Skaperdas S. Contest success functions[J]. Economic Theory, 1996, 7(2): 283.