

基于响应面法的混凝土桥梁时变可靠度分析

田浩^{1,2}, 陈艾荣¹

(1. 同济大学桥梁工程系, 上海 200092; 2. 里海大学土木与环境工程系 ATLSS 研究中心, 伯利恒 18015)

摘要: 为了求解劣化环境作用时混凝土桥梁的时变可靠度, 建立了基于改进响应面法和确定性的混凝土桥梁退化过程分析方法相结合的混凝土桥梁时变可靠度分析方法. 利用 FORTRAN 95 分别编写了混凝土桥梁耐久性分析程序 CBDAS 和可靠度分析程序 PIRSM. 以一座预应力混凝土简支梁为对象, 分析了不同极限状态下结构力学性能指标的可靠度随时间的演变过程, 结果表明, 混凝土正应力的可靠度指标由成桥时刻的 2.16 减小到成桥 100 年后的 0.82, 预应力混凝土桥梁在正常使用极限状态下的力学性能指标更有可能出现耐久性不足的情况. 提出的时变可靠度计算方法克服了复杂体系结构极限状态方程通常是隐式的问题, 实现了混凝土桥梁时变可靠度的求解目标.

关键词: 混凝土桥梁; 时变可靠度; 响应面法; 劣化环境; 退化过程; 极限状态

中图分类号: TU 375.4

文献标识码: A

Time-dependent Reliability Analysis of Concrete Bridges Based on Response Surface Method

TIAN Hao^{1,2}, CHEN Airong¹

(1. Department of Bridge Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. ATLSS Center, Department of Civil and Environmental Engineering, Lehigh University, Bethlehem, PA 18015, USA)

Abstract: In order to solve time-dependent reliability of concrete bridges exposed to harsh environments, a computational methodology was developed with an improved response surface method and a deterministic degradation process analysis method of concrete bridges. Analysis programs named concrete bridge durability analysis system (CBDAS) and probability index by response surface method (PIRSM) were compiled by FORTRAN 95. The numerical method was implemented to a prestressed concrete simply

supported bridge. The variations of various reliability indices in different limit states were analyzed. The results show that reliability index of concrete stress changes from 2.16 at completion 0.82 after 100 years. Mechanical property indices in serviceability limit state of prestressed concrete bridges may even suffer durability problems. The objective of time-dependent reliability of concrete bridges is realized with the proposed computational methodology by overcoming the problem that the limit state equation of complex structure is always implicit.

Key words: concrete bridge; time-dependent reliability; Response Surface Method; harsh environment; degradation process; limit state

近年来, 世界各国特别是欧美等发达国家普遍发现, 桥梁使用性能差、耐久性低、服务寿命短等问题已经严重影响其正常服务功能的发挥, 并且给养护、维修等后期运营管理工作带来难以承受的巨大经济和社会负担, 混凝土桥梁的耐久性和安全性能不足已引起社会各界的高度关注. 20 世纪 50 年代以来, 世界各国陆续开展了以耐久性为基本要求的混凝土结构材料、设计方法和修复技术的研究, 形成了一些指南性的研究成果^[1]. 我国也开展了大量的混凝土结构耐久性研究, 但主要是针对材料和构件层面, 缺乏系统全面的混凝土结构耐久性分析方法的研究, 尤其是基于概率的混凝土桥梁耐久性分析方法则基本没有^[2].

求解混凝土桥梁时变可靠度的关键是选取合适的结构可靠度计算方法和建立确定性的能够准确反映劣化环境作用时混凝土桥梁结构性能演变的退化全过程分析方法. 响应面法 (response surface

收稿日期: 2009-09-25

基金项目: 国家自然科学基金(50878145); 国家“八六三”高技术研究发展计划(2007AA11Z104); 西部交通建设科技项目(2006 318 223 02-01)

第一作者: 田浩(1982—), 男, 工学博士, 主要研究方向为混凝土桥梁耐久性. E-mail: tianhao_8@163.com

通讯作者: 陈艾荣(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为混凝土桥梁耐久性、桥梁抗风. E-mail: a.chen@tongji.edu.cn

method)是一种用简单的显式函数逐步逼近实际的隐式(或显式)极限状态函数来求解结构可靠度的计算方法. 1985年 F. S. Wong^[3]首先用一次响应面法分析研究了土坡稳定的可靠度问题,随后各国学者在这一方面进行了大量深入的研究^[4-11],使该方法得到不断地改进和完善.劣化环境作用时混凝土桥梁的整体力学性能将发生显著变化,退化全过程分析是进行桥梁结构耐久性设计和加固的前提.但是,目前针对可考虑混凝土桥梁整体结构力学性能演变的退化全过程分析方法的研究还很少见到报道^[12].

笔者首先介绍了具有较好计算精度和速度的改进响应面法,然后通过分析劣化环境作用时混凝土桥梁性能演变过程的受力特点建立了确定性的基于数值模拟的混凝土桥梁退化全过程分析方法,最终建立了基于改进响应面法和确定性的退化全过程分析方法相结合的混凝土桥梁时变可靠度分析方法.在此基础上利用计算机高级语言 FORTRAN 95 编写了混凝土桥梁耐久性分析系统 CBDAS (concrete bridge durability analysis system)以及可靠度计算程序 PIRSM (probability index by response surface method).以一座预应力混凝土简支梁为对象,研究其在氯离子侵蚀作用时桥梁结构不同极限状态下力学性能指标的可靠度随时间的演变过程.

1 时变可靠度分析方法

1.1 结构可靠度计算的响应面法

在可靠度计算中,设极限状态方程为

$$Z = g(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad (1)$$

式中: Z 为功能函数; g 为极限状态方程; x_1, x_2, \dots, x_n 为随机变量. 该方程将 n 维随机空间分为失效区和安全区 2 部分. 结构失效概率 P_f 为

$$P_f = \int_{Z < 0} \dots \int f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (2)$$

式中: $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 为 n 维随机变量的联合概率密度函数.

对于混凝土桥梁这种大型、复杂的工程结构,不但极限状态方程都是高次非线性的,而且 n 维随机变量的联合概率密度函数难以得到,所以精确求解式(2)十分困难.同时由于混凝土桥梁的极限状态方程通常无法显式表示,因此其结构响应必须采用数值分析方法,无法利用传统的可靠度计算方法如一次二阶矩法求解结构可靠度.近年来提出并得到迅

速发展的结构可靠度计算的响应面法克服了复杂工程结构的极限状态方程为隐式的难题,同时可以直接应用确定性有限元分析程序计算结构可靠度,使可靠度分析工作更加简便易行,在大型复杂结构的可靠度分析中展现出良好的应用前景.

响应面法的基本内容是利用一个简单的显式函数代替结构原先复杂的隐式极限状态函数,通过求解显式函数的可靠度近似得到实际结构可靠度.设响应面函数为^[4]

$$g'(X) = a + \sum_{i=1}^n b_i X_i + \sum_{i=0}^n c_i X_i^2 \quad (3)$$

式中: a, b_i 和 c_i 为待定系数,需由 $2n + 1$ 个样本点确定; X_i 为第 i 个随机变量.

这一方法的计算过程为:①以均值 μ_X 为中心点,样本点在区间 $(\mu_X - f\sigma_X, \mu_X + f\sigma_X)$ 内选取,其中 σ_X 为标准差, f 为决定样本点选取区间上下限的参数;再用确定性分析方法求解 $g(X)$ 在 $2n + 1$ 个样本点处的函数值,以此求得式(3)中的待定系数;得到响应面函数 $g'(X)$ 以后,即可求出原极限状态上设计验算点的估计值 X_D 以及可靠度指标 β .②构建新的样本点,新的样本中心点 X_M 通过在均值点 μ_X 和验算点 X_D 之间的直线上线性插值求得,同时保证 $g(X)_M = 0$,即

$$X_M = \mu_X + (X_D - \mu_X) \frac{g(\mu_X)}{g(\mu_X) - g(X_D)} \quad (4)$$

这样选取新中心点的目的是为了所选取样本点包含原极限状态函数更多的信息.③再以 X_M 为新的中心点选取新的一组样本点,重复上述过程,直至前后求出的可靠度指标的误差满足要求为止.响应面法的逼近过程如图 1^[10]所示.图中, m_{X_1} 和 m_{X_2} 分别为随机变量 X_1 和 X_2 的均值, X_{M1} 和 X_{M2} 分别为每次迭代时新中心点中随机变量 X_1 和 X_2 的取值.

1.2 改进的响应面法

由 1.1 节给出的响应面法计算步骤来看,样本点均是以预先给定的点为中心沿着坐标轴选取的,没有利用到破坏面的几何意义,因此构建的响应面可能无法较精确地反映实际的极限状态面,同时可能需要较多的迭代次数.而每次迭代均需对结构进行 $2n + 1$ 次的有限元计算.所以,提高响应面法精度和效率的关键是构建的样本点能在尽量少的迭代次数下尽量多地包含实际极限状态面的信息.

S H Kim 和 S W Na^[8]利用矢量投影法改进了传统的响应面法,并证明了这种利用矢量投影技术改进的响应面法在计算速度和精度上都比传统的响应

面法有了很大的提高.

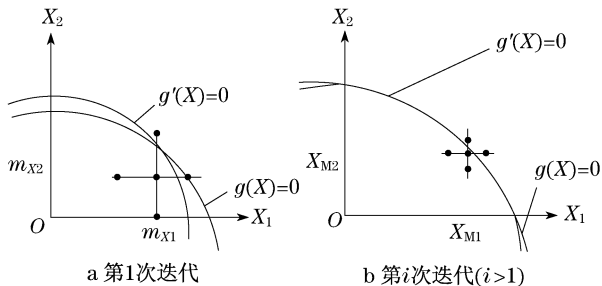


图1 响应面法的逼近过程

Fig.1 Approaching process of response surface method

响应面函数仍然采用式(3),整个分析流程如下所示:①确定初始响应面,假定迭代点为均值点,而相应的样本点为 $\mu_i + f_i\sigma_i$,其中 μ_i 为第 i 个随机变量的均值, σ_i 为标准差, f_i 为确定取值界限的选择参数,武清玺等^[11]建议取值为1~3,这里取 f_i 为2,在以后的迭代计算中取为1.这样可求出待定系数 a , b_i 和 c_i .②利用 Rackwitz - Fiessler 算法求解验算点 X_D 和可靠度指标 β .③以 X_D 作为新的迭代点,利用下述向量投影法求出一组新的样本点.首先,计算每个随机变量的单位投影向量

$$\delta_{j,i} = h_{j,i} \sqrt{\sum_{k=1}^n (h_{k,i})^2} \quad (5)$$

对于第 i 个随机变量

$$\mathbf{h}_i = \mathbf{u}_i - \Delta \mathbf{g}' \cdot (\Delta \mathbf{g}'^T \cdot \mathbf{u}_i) \quad (6)$$

$$\Delta \mathbf{g}'^T = \Delta \left[\frac{\partial g'}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial g'}{\partial x_k}, \dots, \frac{\partial g'}{\partial x_n} \right] \Big|_{X_D} \quad (7)$$

$$\mathbf{u}_i^T = [e_1, \dots, e_k, \dots, e_n] \begin{cases} e_k = 1 & k = i \\ e_k = 0 & k \neq i \end{cases} \quad (8)$$

其次,确定一组样本点如下所示:

$$X_{s,i} = X_{D,i} \pm f_i \sigma_i \sqrt{n-1} \boldsymbol{\varepsilon}_i^T \boldsymbol{\delta}_i \quad (9)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i^T = [\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_k, \dots, \varepsilon_n] \begin{cases} \varepsilon_k = 1.0 & k = i \\ \varepsilon_k = 0.9 & k \neq i \end{cases} \quad (10)$$

$\boldsymbol{\varepsilon}_i$ 使得样本点在原极限状态面周围扰动.④重复步骤②和③直至 $|\beta_k - \beta_{k+1}| < \varepsilon_\beta$, ε_β 为收敛精度.

1.3 混凝土桥梁耐久性分析系统

劣化环境作用时混凝土桥梁性能演变过程中的力学问题主要来自常规力学分析和退化力学分析.

1.3.1 常规力学分析

混凝土桥梁常规力学分析中难点为:施工过程模拟、预应力效应模拟及混凝土徐变收缩作用模拟.

混凝土桥梁的施工方法众多,例如:满堂支架

法、悬臂浇筑法、简支变连续法以及顶推法等.在这些方法中的关键力学问题主要包括:增加配筋混凝土构件、增加预应力钢筋、增加或删除临时约束条件、不同材料的截面组合以及挂篮的工作过程.针对以上问题各自的数值模拟方法笔者编写了相应的分析程序,建立了施工过程分析模块^[12].

预应力效应模拟采用等效荷载法.需要注意的是虽然笔者编写分析程序基于二维杆系结构,但预应力线形的输入却是三维空间的,这主要基于以下2方面考虑:①三维模拟可以考虑预应力钢筋的平弯线形,因此其预应力损失的计算会更加准确;②在退化分析中由于需要考虑预应力钢筋截面的削弱,因此必须知道其在混凝土截面中的准确位置,而不仅仅是上下相对位置.在理论分析的基础上,笔者编写了相应分析程序,建立了预应力效应分析模块^[12].

混凝土徐变收缩作用模拟的关键是通过混凝土截面内力和徐变收缩系数形成结构的等效荷载.具体的模拟方法和分析流程见文献^[12].

1.3.2 退化力学分析

混凝土桥梁退化力学分析中的主要力学问题为:材料力学性能退化、截面面积削弱以及结构整体力学性能演变.

1.3.2.1 材料力学性能退化

材料力学性能主要包括屈服强度、极限强度和弹性模量等性能指标.通过对试验和工程实践所得数据的分析,国内外学者建立了许多材料力学性能退化模型.根据现有研究成果,笔者在分析程序^[12]中建立了材料力学性能退化模型数据库,用户可根据自己的实际需要选取相应的退化模型.同时在分析程序中还预留接口,待今后出现更加合理的退化数学模型时可以对模型库进行补充和完善.

1.3.2.2 截面面积削弱

截面削弱分析主要包括混凝土截面、普通钢筋截面和预应力钢筋截面削弱过程的模拟.这里重点介绍混凝土截面削弱过程的模拟方法,普通钢筋和预应力钢筋截面削弱过程的模拟方法与之类似.

由于桥梁同一截面的不同方向可能拥有不同的环境条件和设计参数(如:混凝土表面氯离子浓度、保护层厚度、钢筋直径和钢筋根数等),因此混凝土截面形状信息以其边缘为基本单位生成.由图2上半部分可以看出对于混凝土桥梁常使用的箱形截面其边缘数量正好等于节点数量.所以,边缘信息将通过一组控制节点信息生成,截面的几何特征(如:面积、形心和惯性矩等)将利用控制节点的坐标得到.

这里注意截面外表面和内表面的节点和边缘序号顺序分别为逆时针和顺时针。

在以边缘为基本单位的基础上,混凝土截面的退化过程可以用边缘的移动来模拟:首先,根据结构某时刻的时间信息和钢筋锈蚀退化数学模型计算普通钢筋的锈蚀量;其次,根据普通钢筋的锈蚀量得到混凝土边缘的削弱深度;再次,根据边缘的移动距离得到一组新的控制节点;最后,利用新的控制节点计算削弱后的混凝土截面几何特征.图2的下半部分给出了混凝土截面的削弱过程。

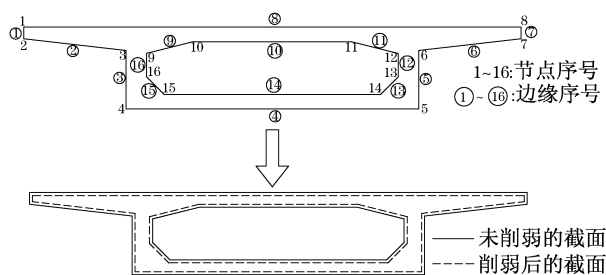


图2 混凝土截面削弱过程

Fig.2 Decrease process of concrete section

1.3.2.3 结构整体力学性能演变

结构整体力学性能演变分析的关键问题是:混凝土截面自重削弱作用和削弱的混凝土、普通钢筋以及预应力钢筋截面内力重分布作用。

混凝土截面自重削弱作用的模拟方法为考虑每个时间段剥落的混凝土形成的自重荷载反向作用在退化后的结构上来求解结构的响应.需要注意的是虽然所有混凝土边缘的移动都会引起截面面积的削弱,但是其外表面的顶部边缘和内表面所有边缘的移动将不会引起自重削弱,因为这些边缘削弱的混凝土仍将作为荷载作用在结构上。

内力重分布作用的模拟方法为将每个时间段削弱的混凝土、普通钢筋和预应力截面所承担的内力作为荷载施加在退化后的结构上以此求得结构响应.基本步骤为:首先,将混凝土截面的内力分解为削弱混凝土截面的内力和保留混凝土截面的内力;其次,生成由削弱混凝土截面内力引起的荷载,同理生成由削弱普通钢筋截面和预应力钢筋截面内力引起的荷载;最后,组合不同材料削弱截面内力引起的荷载形成总荷载.具体分析流程见文献[12].

1.3.3 分析程序

在解决以上力学问题数值模拟方法的基础上,笔者利用计算机高级语言 FORTRAN 95 编写了相应的分析程序——混凝土桥梁耐久性分析系统 CBDAS,其具体的分析流程见图3。

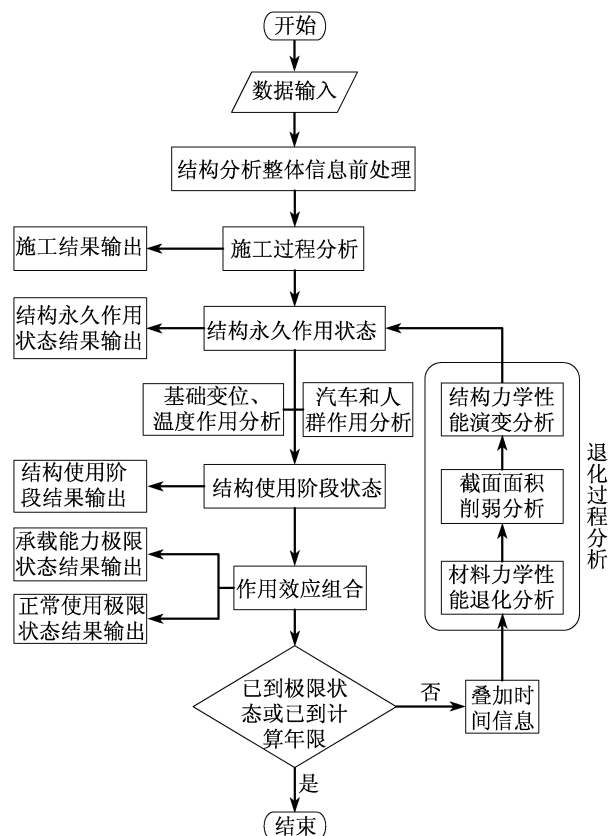


图3 CBDAS 分析流程

Fig.3 Analysis process of CBDAS

1.4 时变可靠度

将改进的响应面法与混凝土桥梁耐久性分析系统 CBDAS 相结合构成完整的混凝土桥梁时变可靠度分析方法,其核心环节为:利用确定性的耐久性分析程序 CBDAS 求解劣化环境作用时混凝土桥梁性能退化后的结构响应,再利用改进响应面法求解结构可靠度指标.时变可靠度分析方法的流程如图4。

2 数值算例

2.1 模型介绍

选取一座预应力混凝土简支梁为研究对象,桥梁全长 70.0 m,计算跨径 69.8 m,主梁为单箱单室直腹板箱形截面,选用 C50 级混凝土.预应力钢筋选用 15 股和 7 股公称直径为 15.2 mm 的钢绞线,普通钢筋选用 HRB335 钢筋.结构采用满堂支架施工法.主梁构造如图 5 所示。

2.2 随机变量选取

氯离子侵蚀作用时的耐久性设计参数主要有:大气温度 T 、大气湿度 H_R 、混凝土抗压强度标准值 f_{ck} 、混凝土的水灰比 w/c (w 和 c 分别为水和水泥质量)、钢筋锈蚀临界氯离子浓度 M_{cr} 、混凝土表面

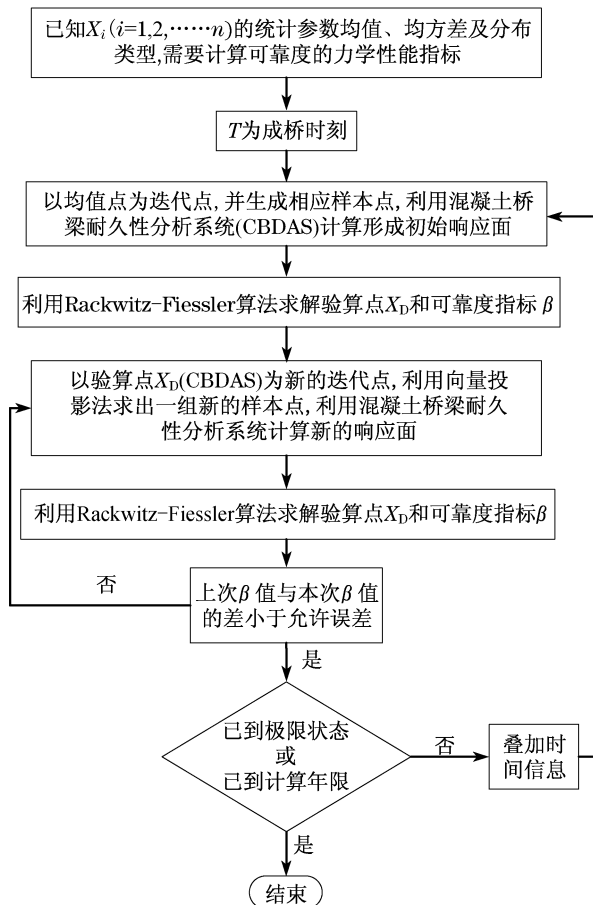


图 4 时变可靠度分析流程

Fig. 4 Analysis process of time-dependent reliability

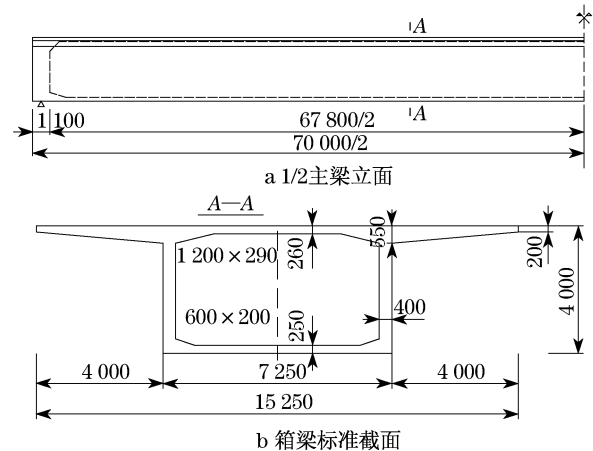


图 5 箱梁构造示意(单位:mm)

Fig. 5 Structure of box girder(unit:mm)

氯离子浓度 M_s 、混凝土保护层厚度 C 、钢筋直径 d 。表 1 给出了以上随机变量的分布形式和取值。表中, C_{bnom} 为混凝土截面某条边缘对应的保护层厚度,而 d_{nom} 为混凝土截面某条边缘对应的普通钢筋的直径, μ 和 σ 分别为随机变量的均值和标准差。

2.3 结果分析

给定设计使用寿命为 100 年,每 10 年为一个计算子步骤。以下分别考虑正常使用极限状态下的混凝土正应力和承载能力极限状态下的截面抗弯承载力 2 个力学性能指标的可靠度随时间的演变过程。

表 1 随机变量的分布类型与取值

Tab.1 Distribution types and values of random variables

随机变量	分布形式	参考取值	参考描述
$T/^\circ\text{C}$	确定	25	大气年平均温度
H_R	确定	70%	大气年平均湿度
$f_{\text{cuk}}^{[13-14]}$	对数正态分布	$\mu = 32.4 \text{ MPa}, \sigma = 5 \text{ MPa}$	混凝土抗压强度标准值
w/c	确定	0.5	混凝土水灰比
$M_{\text{cr}}^{[15-16]}$	正态分布	$\mu = 1.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}, \sigma = 0.15 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$	钢筋锈蚀临界氯离子浓度
$M_s^{[14]}$	正态分布	$\mu = 6.9 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}, \sigma = 0.69 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$	混凝土表面氯离子浓度
$C^{[16]}$	正态分布	$\mu = C_{\text{bnom}}, \sigma = 0.1C_{\text{bnom}}$	混凝土保护层厚度
$d^{[13]}$	正态分布	$\mu = d_{\text{nom}}, \sigma = 0.1d_{\text{nom}}$	普通钢筋直径

2.3.1 正常使用极限状态

简支梁跨中受力情况最不利,因此将以此处的混凝土正应力作为研究对象。

图 6a 给出了在正常使用极限状态下主梁跨中截面下缘混凝土正应力的可靠度随时间的演变过程,可见,混凝土正应力可靠度在成桥时刻为 2.16,文献[17]中建议在正常使用极限状态下的可靠度应为 1.20~2.00,所以混凝土正应力的可靠度满足要

求。而且在成桥初期由于混凝土徐变收缩作用的影响,可靠度增加到 3.18。但是,在成桥 30 年后,由于氯离子侵蚀作用导致材料力学性能退化和截面面积削弱,正应力的可靠度逐渐减小到成桥 100 年后的 0.82,比成桥时的 2.16 减小了 62%,环境作用明显。

2.3.2 承载能力极限状态

同样,简支梁跨中的截面的弯矩最大,因此这里仅考虑跨中截面的抗弯承载力的可靠度变化过程。

图6b给出了在承载能力极限状态下主梁跨中截面抗弯承载力的可靠度随时间的变化过程.由图6b可以看到,抗弯承载力的可靠度在成桥时刻为4.25,由于徐变不影响简支梁全截面的内力,因此成桥后20年内可靠度没有发生改变.在成桥20年后,由于氯离子侵蚀作用,抗弯承载力的可靠度开始逐渐减小,到成桥100年后减小到3.40,比成桥时刻的可靠度减小了20%.

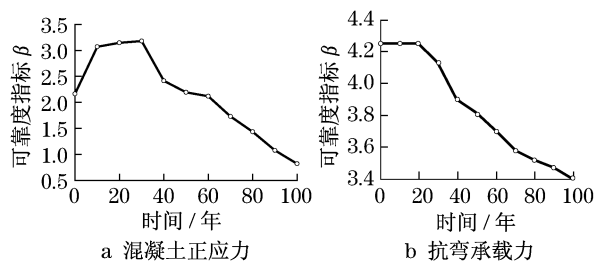


图6 可靠度的演变过程

Fig.6 Evolution of reliability

这里可以发现,抗弯承载力可靠度减小的幅度远小于混凝土正应力的幅度,通过查看CBDAS的结果文件发现,该模型梁由于预应力钢筋的保护层厚度比较大,在给定寿命100年内都没有发生锈蚀,因此其抗弯承载力减小的幅度并不十分明显.这说明在劣化环境作用时,常用后张预应力混凝土桥梁在给定寿命期内的承载能力极限状态一般仍能满足规范要求,而其正常使用极限状态下的力学性能指标则有可能出现耐久性不足的问题.

3 结论

笔者在对结构可靠度计算的响应面法和混凝土桥梁退化全过程的受力机理深入研究的基础上建立了基于改进响应面法和确定性的混凝土桥梁退化过程分析方法相结合的混凝土桥梁时变可靠度分析方法,利用计算机高级语言FORTRAN 95分别编写了确定性分析程序——混凝土桥梁耐久性分析系统CBDAS和可靠度计算程序PIRSM.最后,以一座预应力混凝土简支梁为对象,研究其在氯离子侵蚀作用时桥梁不同极限状态下力学性能指标的可靠度随时间的演变过程.得到以下结论:

(1) 数值算例中,在正常使用极限状态下,模型梁关键截面处混凝土正应力的可靠度由成桥时刻的2.16减小到成桥100年后的0.82,变化率达到62%;而在承载能力极限状态下,关键截面处抗弯承载力的可靠度由成桥时刻的4.25减小到成桥100

年后的3.40,变化率只有20%.因此在劣化环境作用时,常用后张预应力混凝土桥梁正常使用极限状态下的力学性能指标更有可能出现耐久性不足的情况,其可靠性分析的重点应放在正常使用极限状态.

(2) 数值算例中,在成桥初期混凝土正应力由于徐变作用其可靠度有所增加,其变化过程在寿命期内不是单调减小的.而如果不考虑徐变作用则无法反映出以上规律.同理,施工过程对时变可靠度也有影响.因此,混凝土桥梁时变可靠度分析必须考虑一个从施工到结构最终破坏的完整过程以及混凝土结构特有力学问题(预应力效应、混凝土徐变收缩等)对整体结构性能演变的影响.

(3) 笔者给出的混凝土桥梁时变可靠度计算方法通过改进的响应面法近似给出了显式的结构极限状态方程,较好地克服了复杂体系结构极限状态方程通常是隐式的问题;同时通过较真实地模拟混凝土桥梁常规力学分析和退化力学分析中的关键力学问题较好地解决了混凝土桥梁从施工到成型再到结构性能退化直至极限状态的全过程数值模拟问题.最终,从结构层面实现了混凝土桥梁时变可靠度的求解目标,同时其计算效率明显优于Monte-Carlo法,因此可以推广应用到实际混凝土桥梁的可靠度分析中.

参考文献:

- [1] Richardson M G. Fundamentals of durable reinforced concrete [M]. London: Spon Press, 2002.
- [2] 陈艾荣. 基于给定结构寿命的桥梁设计过程[M]. 北京: 人民交通出版社, 2009.
CHEN Airong. Design process of bridges based on given structural life[M]. Beijing: China Communications Press, 2009.
- [3] Wong F S. Slope reliability and response surface method[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1985, 111(1): 32.
- [4] Bucher C G, Bourgund U. Fast and efficient response surface approach for structural reliability problems [J]. Structural Safety, 1990, 7(1): 57.
- [5] Maymon G. Direct computation of the design point of a stochastic structure using a finite element code[J]. Structural Safety, 1994, 14(3): 185.
- [6] Faracelli L. Response-surface approach for reliability analysis [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1989, 115(12): 2736.
- [7] Rajashekhar M R, Ellingwood B R. A new look at the response surface approach for reliability analysis[J]. Structural Safety, 1993, 12(3): 205.
- [8] Kim S H, Na S W. Response surface method using vector projected sampling points[J]. Structural Safety, 1997, 19(1): 3.
- [9] Liu Y W, Moses F. A sequential response surface method and its application in the reliability analysis of aircraft structural systems[J]. Structural Safety, 1994, 16(1-2): 39.

(下转第198页)