

## 寒区隧道轴向及径向温度分布理论解

张国柱<sup>1,2</sup>, 夏才初<sup>1,2</sup>, 殷卓<sup>3</sup>

(1. 同济大学 地下建筑与工程系, 上海 200092; 2. 同济大学 岩土工程教育部重点实验室, 上海 200092;  
3. 长安大学 地球科学与国土资源学院, 陕西 西安 710054)

**摘要:** 考虑与隧道纵向深度及时间相关的非齐次对流边界条件, 建立寒区圆形隧道传热模型, 利用叠加原理及贝塞尔特征函数的正交及展开定理, 得到了寒区隧道围岩径向温度的理论解. 利用能量守恒法及经验公式求得寒区隧道洞内气体年平均气温及年温度振幅沿隧道轴向随时间变化的解析表达式, 并得出年平均温度在隧道轴线方向呈指数增长, 而年温度振幅呈负指数增长. 将隧道围岩轴向和径向温度场理论计算结果与实测值进行比较, 两者吻合得非常好. 在确定洞口外气温分布规律、风速及围岩的热物性参数后, 通过围岩轴向及径向温度场理论解便可计算隧道洞内及围岩温度分布规律, 并确定寒区隧道防寒保暖段的设防长度. 同时, 该解析法可用于验证其他数值方法的计算结果, 也便于工程设计和施工人员对同类寒区隧道温度场的计算, 因而具有一定的工程应用价值.

**关键词:** 寒区隧道; 非齐次; 对流; 轴向及径向温度场; 解析解

**中图分类号:** TU 445

**文献标识码:** A

### Analytical Solution to Axial and Radial Temperature of Tunnel in Cold Region

ZHANG Guozhu<sup>1,2</sup>, XIA Caichu<sup>1,2</sup>, YIN Zhuo<sup>3</sup>

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3. School of Earth Science and Resources, Chang'an University, Xi'an 710054, China)

**Abstract:** Based on superposition principle and the orthogonal expansions of Bessel eigenfunction, the analytical solution to radial temperature of circle tunnel in cold region was obtained subject to time and distance dependent boundary changes of the third kind. The analytical solutions of the annual mean temperature and temperature amplitude were obtained by

energy balance method and experiential method with a consideration of heat conduction/convection between the tunnel ground and the air flow in the tunnel. The annual mean temperature presented an exponential growth with the increasing distance from entry of tunnel, the annual temperature amplitude a negative exponential growth. Applicability and accuracy of the equation were examined by comparing the calculated results with the measured results. It is found that the calculated values agree well with those measured in the field. In determining the temperature distribution outside the tunnel, wind speed and thermal properties parameters of surrounding rock, the axial and radial temperature can be calculated with the analytical solution. The necessary length of anti-icicle treatment from tunnel entrance area can also be determined. The analytical solution proves to be useful for engineers and technicians.

**Key words:** tunnel in cold regions; non-homogeneous; convection; axial and radial temperature; analytical solution

中国的季节性冻土面积达  $5.14 \times 10^6 \text{ km}^2$ , 占全国总面积的 53.5%. 在这些地区修筑隧道是基础设施建设中的一项特殊工程, 寒区隧道面临的最大问题是隧道冻害, 而隧道温度场的研究是解决隧道冻害问题的突破口. 对国内多条寒区隧道进行了温度场的现场监测及研究, 并获得了寒区隧道径向、轴向温度变化规律, 及隧道洞内温度变化规律. 这些研究成果为寒区隧道温度场理论解的求解提供了指导, 为验证理论解提供了依据. 但寒区隧道温度场监测存在滞后性、监测费用高等缺点, 需对寒区隧道轴向及径向温度的分布规律进行研究, 为工程设计提供依据和指导.

Lu X<sup>[1-2]</sup>, Prashantk<sup>[3-4]</sup> 等人利用叠加原理和

收稿日期: 2009-10-28

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50878150); 交通部西部交通建设科技项目资助(2009318822047); 内蒙古自治区交通科技项目(NJ-2008-25)

作者简介: 张国柱(1982—)男, 博士生, 主要研究方向为隧道及地下建筑工程, 能源地下工程. E-mail: zhangguozhu240101@163.com  
夏才初(1963—)男, 教授, 工学博士, 博士生导师, 主要研究方向为隧道及地下建筑工程. E-mail: tjxiacch@126.com

分离变量法获得了考虑温度随坐标变化的对流边界条件下圆形断面瞬态温度场的解析解. 赖远明<sup>[5]</sup>根据冻土地区的实际情况对圆形隧道的热传导方程进行简化, 应用量纲一量和摄动技术对简化方程进行求解, 给出了圆形隧道温度场的近似解析解. 张耀<sup>[6]</sup>根据隧道现场实测的气温资料, 考虑正弦曲线规律变化的对流换热边界条件, 建立了圆形隧道热传导方程, 运用微分方程求解方法和贝赛尔特征函数的正交和展开定理, 得到了寒区有隔热层的圆形隧道温度场解析解. 但上述研究都是建立在已知边界条件下进行求解的, 对于尚未进行开挖的隧道或已开挖但未进行温度监测的隧道, 则无法进行温度场的计算.

Shamsundar<sup>[7]</sup>提出了沿管道轴向变温边界条件下, 圆形管道外侧温度的解析解. Jacovides<sup>[8]</sup>开展了地下埋管的温度场解析解的研究. Krarti<sup>[9]</sup>利用能量守恒原理获得了地下风洞温度场的平均温度和温度振幅的解析解, 这些成果仅适用于小口径的管道, 并不能直接应用于大断面隧道的温度场理论解的研究.

利用叠加原理及贝赛尔特征函数的正交及展开定理导出圆形截面隧道在温度随隧道轴向长度及时间变化的非齐次边界条件下温度场的理论解. 利用能量守恒法及经验公式法获得隧道轴向温度的理论解, 并将理论解与实测值进行对比分析, 确定理论解的可靠性及精度. 并利用验证后的理论计算公式确定鹫鹑山隧道的防寒保暖段的长度.

## 1 寒区隧道围岩径向传热模型

隧道是一个复杂的结构体, 为获得完备的隧道围岩传热解析解, 需做如下几点假设: ①隧道横断面为圆形; ②隧道围岩为均匀介质; ③洞内气温只沿隧道轴线方向变化; ④洞内气体的流速为恒定值.

### 1.1 寒区隧道围岩径向热传导方程

寒区隧道围岩的传热过程如图1所示,  $T_0(t)$ 表示洞口温度;  $T_d(z, t)$ 表示洞壁温度;  $f(z, t)$ 表示洞内气体温度;  $T_0$ 表示围岩初始温度;  $h_f$ 为洞内气体与洞壁的对流换热系数;  $d$ 为隧道的等效半径;  $l$ 为隧道围岩温度场影响半径<sup>[10]</sup>;  $L$ 为隧道的轴向长度.

寒区隧道围岩的传热微分方程为

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad d \leq r \leq l, 0 \leq \theta \leq 2\pi, 0 < z < l, t > 0 \quad (1)$$

式中:  $T$ 为隧道围岩温度;  $\alpha$ 为岩石的热扩散系数;  $r$ 为围岩径向深度.

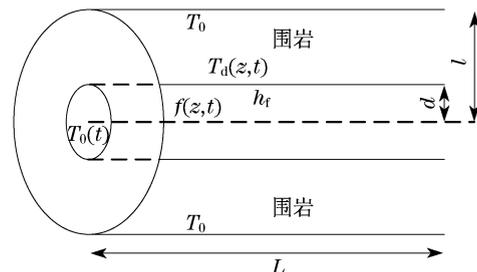


图1 寒区隧道围岩传热模型

Fig.1 Heat conduction model of tunnel surrounding rock in cold regions

由于围岩在径向传递的热量远大于轴向, 可忽略围岩轴向热传导, 洞内气温只沿隧道轴线方向变化, 因此隧道围岩仅在径向发生热传导. 洞壁围岩与洞内气体发生对流换热, 影响范围以外的围岩温度等于原始地温. 围岩的初始温度为原始地温. 故隧道围岩径向传热方程如下:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad d \leq r \leq l, t > 0 \quad (2)$$

边界条件:

$$-k_s \frac{\partial T}{\partial r} + h_f T = h_f f(z, t) \quad r = d, t > 0 \quad (3)$$

$$T = T_0 \quad r = l, t > 0 \quad (4)$$

式中:  $k_s$ 为岩石的导热系数.

初始条件:

$$T = T_0 \quad t = 0, \quad d < r < l, \quad 0 < \theta < 2\pi, \quad 0 < z < l \quad (5)$$

### 1.2 寒区隧道围岩径向温度场求解

由围岩径向热传导方程可知, 隧道围岩传热属于瞬态非齐次边界条件传热问题. 通过叠加原理将非齐次边界条件转化成齐次边界条件<sup>[11]</sup>, 从而获得围岩温度场的理论解. 转化过程如下:

首先, 对方程(2)至(5)做变量代换, 令  $U = T - T_0$ , 则

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial U}{\partial t} \quad (6)$$

边界条件:

$$-k_s \frac{\partial U}{\partial r} + h_f U = h_f (f(z, t) - T_0) \quad r = d, \quad t > 0 \quad (7)$$

$$U = 0 \quad r = l, \quad t > 0 \quad (8)$$

初始条件:

$$U = 0 \quad t = 0, \quad d < r < l,$$

$$0 < \theta < 2\pi, \quad 0 < z < l \quad (9)$$

利用叠加原理对式(6)做如下变化:

$$U(r, z, t) = \theta(r, z, t) + \phi(r, z)(f(z, t) - T_0) \quad (10)$$

### 1.2.1 $\phi(r, z)$ 的确定

函数  $\phi(r, z)$  与原问题有相同的定义域,但在  $r = d$  处有一非齐次边界条件的稳定问题的解:

$$\frac{\partial^2 \phi(r, z)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi(r, z)}{\partial r} = 0, d < r < l \quad (11)$$

边界条件:

$$-k_s \frac{\partial \phi(r, z)}{\partial r} + h_f \phi(r, z) = h_f, r = d \quad (12)$$

$$\phi(r, z) = 0, r = l \quad (13)$$

问题(11)的解析解为

$$\phi(r, z) = \frac{dh_f \ln(r/l)}{dh_f \ln(d/l) - k_s} \quad (14)$$

### 1.2.2 $\theta(r, z, t)$ 的确定

函数  $\theta(r, z, t)$  与原问题有相同的定义域,具有齐次边界条件的非稳态热传导问题的解:

$$\frac{\partial^2 \theta(r, z, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta(r, z, t)}{\partial r} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \theta}{\partial t}, d < r < l \quad (15)$$

边界条件:

$$-k_s \frac{\partial \theta(r, z, t)}{\partial r} + h_f \theta(r, z, t) = 0, r = d \quad (16)$$

$$\theta(r, z, t) = 0, r = l \quad (17)$$

初始条件:

$$\theta(r, z, t) = \frac{dh_f \ln(r/l)}{dh_f \ln(d/l) - k_s} (T_0 - f(z, 0)) \quad (18)$$

问题(15)的解为

$$\theta(r, z, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_0(\beta_m, r)}{\beta_m N(\beta_m)} e^{-\alpha \beta_m^2 t} (T_0 - f(r, 0)) \cdot (A_1 C(\beta_m) + B_1 D(\beta_m)) \quad (19)$$

$$\text{其中: } A_1 = \frac{dh_f}{dh_f \ln(d/l) - k_s}, B_1 = -\frac{dh_f \ln(l)}{dh_f \ln(d/l) - k}$$

$$C(\beta_m) = l \ln(l) (J_1(\beta_m l) Y_0(\beta_m l) - J_0(\beta_m l) Y_1(\beta_m l)) - d \ln(d) (J_1(\beta_m d) Y_0(\beta_m d) - J_0(\beta_m d) Y_1(\beta_m d))$$

$$D(\beta_m) = l (J_1(\beta_m l) Y_0(\beta_m l) - J_0(\beta_m l) Y_1(\beta_m l)) - d (J_1(\beta_m d) Y_0(\beta_m d) - J_0(\beta_m d) Y_1(\beta_m d))$$

$$R_0(\beta_m, r) = \frac{Y_0(\beta_m l) - J_0(\beta_m l) Y_1(\beta_m d)}{J_0(\beta_m r) Y_0(\beta_m l) - J_0(\beta_m l) Y_0(\beta_m r)} \frac{1}{N(\beta_m)} =$$

$$\frac{\pi^2 \beta_m^2 (k_s \beta_m J_1(\beta_m d) - h_f J_0(\beta_m d))^2}{2(k_s \beta_m J_1(\beta_m d) - h_f J_0(\beta_m d))^2 - h_f k_s J_0^2(\beta_m l)}$$

式中:  $J_0(z)$  和  $J_1(z)$  为第一类贝塞尔函数;  $Y_0(z)$  和  $Y_1(z)$  为第二类贝塞尔函数. 特征值  $\beta_m$  确定如下:

$$(k_s \beta_m J_1(\beta_m d) + h_f J_0(\beta_m d)) Y_0(\beta_m l) -$$

$$(k_s \beta_m Y_1(\beta_m d) + h_f Y_0(\beta_m d)) J_0(\beta_m l) = 0$$

由式(10),式(14)和式(19)即可获得围岩径向温度场的理论解:

$$T(r, z, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_0(\beta_m, r)}{\beta_m N(\beta_m)} e^{-\alpha \beta_m^2 t} (T_0 - f(r, 0)) \cdot (A_1 C(\beta_m) + B_1 D(\beta_m)) + \frac{dh_f \ln(r/l)}{dh_f \ln(d/l) - k_s} \cdot (f(z, t) - T_0) + T_0 \quad (20)$$

由式(20)可知,为获得完整的围岩温度场解析解,还需要确定隧道洞内轴向温度分布  $f(z, t)$ .

## 2 寒区隧道洞内轴向传热模型

隧道洞内轴向温度  $f(z, t)$  可通过现场监测和理论计算两种方法确定. 现场监测可以真实地反映隧道洞内温度的分布情况,但该方法只适用于已开挖隧道. 而理论计算则不受隧道施工的影响,只需洞口处气温、风速以及围岩的热物性等参数即可确定洞内气温的分布情况.

### 2.1 隧道洞内轴向温度分布规律

通过多条寒区隧道洞内温度监测数据统计分析,隧道洞内气温沿轴向的分布规律<sup>[12-13]</sup>为

$$f(z, t) = T_m + T_v \sin(\omega t + d_0) \quad (21)$$

式中:  $T_m$  为洞内年平均气温;  $T_v$  为洞内温度振幅;  $\omega = 2\pi/\phi$ ,  $\phi$  为气温变化周期;  $d_0$  为相位.

为确定寒区隧道洞内温度的理论解,需要确定  $T_m, T_v, d_0$  三个参数. 由于  $d_0$  沿隧道轴向变化很小,计算时假定  $d_0$  为定值,故只需确定  $T_m$  和  $T_v$ .

为便于求解,将  $f(z, t)$  取如下形式:

$$f(z, t) = T_m + \text{Re}(T_v e^{i(\omega t + d_0)}) \quad (22)$$

### 2.2 年平均温度 $T_m$ 和年温度振幅 $T_v$ 的确定

洞内轴向传热过程如图2所示. 图2中  $V_f$  为洞内气体的流速;  $q_z$  为围岩与洞内气体传递的热量.

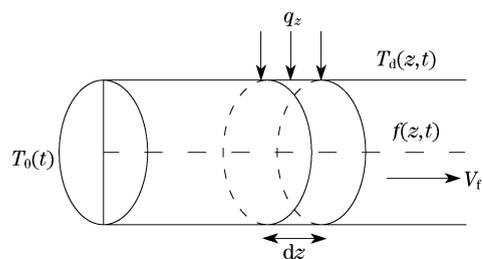


图2 隧道洞内气温轴向传热模型

Fig.2 Heat conduction model of air flow in tunnel

隧道洞内  $dz$  微元体的能量守恒方程如下:

$$\rho A c_p \frac{\partial f(z, t)}{\partial t} = -\rho V_f A c_p \frac{\partial f(z, t)}{\partial z} + \left[ \int_p h_f (T_d(z, t) - f(z, t)) dp \right] \quad (23)$$

式中:  $c_p$  为隧道内气体的比热容;  $\rho$  为洞内气体的密度;  $A$  为隧道断面的截面积;  $p$  为隧道环向弧长。

经过对式(23)整理可得:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + V_f \frac{\partial f}{\partial z} = -\frac{p h_f}{\rho A c_p} (f - T_d) \quad (24)$$

$T_d$  由式(20)获得:

$$T_d = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_0(\beta_m, d)}{\beta_m N(\beta_m)} e^{-\alpha^2 \beta_m^2 t} (T_0 - f(z, 0)) \cdot (A_1 C(\beta_m) + B_1 D(\beta_m)) + \frac{d h_f \ln(d/l)}{d h_f \ln(d/l) - k_s} \cdot (f(z, t) - T_0) + T_0 \quad (25)$$

### 2.2.1 年平均温度 $T_m$ 的确定

将式(22)和式(25)代入式(24)得:

$$\frac{dT_m}{dz} - \frac{2k_s h_f}{\rho c_p d (h_f \ln(d/l) - k_s)} (T_m - T_0) = 0 \quad (26)$$

边界条件:

$$T_m = T_{m0}, \quad z = 0 \quad (27)$$

由式(26)和(27)得:

$$T_m = T_0 + (T_{m0} - T_0) e^{\frac{2k_s h_f}{\rho c_p d (d h_f \ln(d/l) - k_s)} z} \quad (28)$$

### 2.2.2 年温度振幅 $T_v$ 的确定

将式(22)和式(25)代入式(24)还可得:

$$\frac{dT_v}{dz} + \frac{i\omega}{V_f} T_v + C_v T_v + R_1(\beta_m, a) T_0 + R_1(\beta_m, a) T_v + R_1(\beta_m, a) T_m = 0 \quad (29)$$

$$\text{其中: } C_v = \frac{2h_f k_s}{\rho c_p d (d h_f \ln(d/l) - k_s)}$$

$$R_1 = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_0(\beta_m, a)}{\beta_m N(\beta_m)} (A_1 C(\beta_m) + B_1 D(\beta_m))$$

边界条件:

$$T_v = T_{v0}, \quad z = 0 \quad (30)$$

由式(29)和式(30)得:

$$T_v = \frac{T_0(R_1 + 1)}{i\omega/V_f - C_v + R_1} + \frac{T_{m0} - T_0}{i\omega/V_f + R_1} e^{C_v z} + (T_{v0} - \frac{T_{m0} - T_0}{i\omega/V_f + R_1} + \frac{T_0(R_1 + 1)}{i\omega/V_f - C_v + R_1}) \cdot e^{-(i\omega/V_f - C_v + R_1)z} \quad (31)$$

## 3 温度场理论解与实测值对比

国道317线鹧鸪山隧道所在地区属川西北高原气候区,历年极端最高气温为28.2℃;历年极端最低气温-31.1℃.鹧鸪山隧道进行了隧道外大气温、隧道内空气温度及隧道围岩温度场等现场监测项目,监测时间长达两年,获得了大量的监测数据<sup>[14]</sup>.为验证解析解的合理性,将解析解结果与实测值进行比较分析.

### 3.1 隧道轴向温度理论计算值与实测值

鹧鸪山隧道进口段隧道年平均温度及年温度振幅实测值见表1.

表1 鹧鸪山隧道进口段隧道年平均温度及年温度振幅  
Tab.1 Annual mean temperature and temperature amplitude of Zhegushan tunnel entrance

距洞口距离/m	年平均温度/℃	年温度振幅/℃
80	6.2	5.6
180	6.8	4.9
280	7.2	4.6
380	7.8	4.1
490	8.5	3.4
589	8.8	3.2
690	9.3	3.0

通过搜集隧址区的历年气温监测资料和开展现场前期勘察,可获得公式所需的计算参数,各计算参数取值见表2.

表2 温度场理论解的计算参数取值

Tab.2 Parameter value for temperature analytical solution

$T_0/^\circ\text{C}$	$D/\text{m}$	$h_f/(\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot ^\circ\text{C}^{-1})$	$k_s/(\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1})$	$V_f/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	$c_p/(\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1})$	$\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	$l/\text{m}$	$T_m/^\circ\text{C}$	$T_v/^\circ\text{C}$	
参数取值	10.00	4.60	15.00	3.42	0.30	1 000.00	1.29	10.00	3.00	6.20

将各参数值代入式(28)和(31)便可获得年平均温度和年温度振幅. 理论计算值与实测值对比结果如图3和图4所示.

由图3可得,在洞口至洞内260 m处,年平均温度解析解与监测值存在一定的误差,当监测断面距洞口的距离大于260 m时,理论计算值与实测值重合,吻合得非常好. 洞口处存在误差主要是由于未考虑相变<sup>[15]</sup>及简化的边界条件所导致的. 随着监测断面距洞口距离的增加,年平均气温呈指数增长趋势,在洞口处增长的幅度最大,随着距离的增加逐渐趋于平缓.

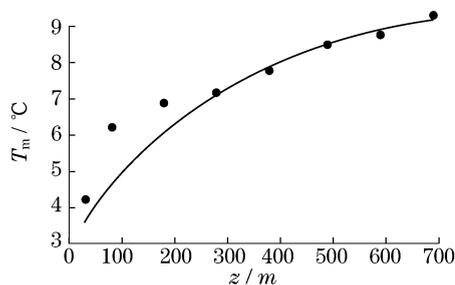


图3 年平均温度  $T_m$  理论值与实测值

Fig.3 Analytical solution of annual mean temperature in comparison with monitoring data

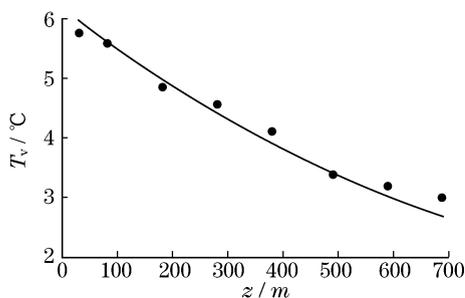


图4 年温度振幅解  $T_v$  析解与监测值对比图

Fig.4 Analytical solution of annual temperature amplitude in comparison with monitoring data

年温度振幅的理论计算值与实测值如图4所示,年温度振幅理论计算值与实测值吻合得非常好.

随着监测断面距洞口距离的增加,年温度振幅呈负指数增长,即距离洞口越远,温度在变化周期内波动的幅度越小.

### 3.2 隧道围岩径向温度理论计算值与实测值

通过上述对比分析,验证了隧道轴向温度理论计算值的正确性,接下来可利用隧道轴向温度确定鹧鸪山隧道围岩径向温度.

根据鹧鸪山隧道的传热边界条件,确定的特征值  $\beta_m$  值见表3.

表3 鹧鸪山隧道温度场特征值

Tab.3 Eigenvalue of Zhegushan tunnel temperature

特征值	取值	特征值	取值
$\beta_1$	0.301 3	$\beta_{11}$	3.385 3
$\beta_2$	0.610 2	$\beta_{12}$	3.695 1
$\beta_3$	0.918 0	$\beta_{13}$	4.005 0
$\beta_4$	1.225 5	$\beta_{14}$	4.315 7
$\beta_5$	1.533 1	$\beta_{15}$	4.626 5
$\beta_6$	1.841 0	$\beta_{16}$	4.937 5
$\beta_7$	2.149 2	$\beta_{17}$	5.248 7
$\beta_8$	2.457 7	$\beta_{18}$	5.560 1
$\beta_9$	2.766 5	$\beta_{19}$	5.871 7
$\beta_{10}$	3.075 7	$\beta_{20}$	6.183 5

可借助 Matlab, Maple 及 Mathematics 等数值计算软件来完成隧道围岩温度场的求解,由参数值表2和特征值表3,根据式(20)即可确定距洞口不同距离处围岩的径向温度.

为验证理论解的正确性,将鹧鸪山隧道 K0 + 710(距离隧道进口 550 m)处的围岩径向温度实测值与理论值进行对比分析,对比结果如图5所示.

图5为围岩径向深度  $r$  分别为 0.5, 1.5 和 3.5 m 处的围岩温度随时间变化的理论计算值与实测值的对比图. 理论计算值与监测值吻合得非常好.

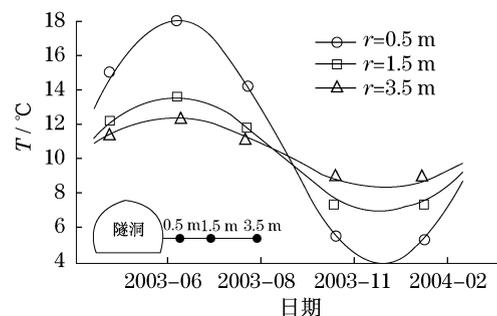


图5 围岩径向温度理论值与实测值

Fig.5 Analytical solution and monitoring data of radial temperature of surrounding rocks

由理论公式可得,不同深度处围岩的温度随时间呈简谐运动周期变化. 随着围岩径向深度的增加,温度振幅成负指数增长,平均温度则呈正指数增加;在洞壁至 0.5 m 深处围岩温度振幅和平均温度增长最为显著;在 0.5 m 至 1.5 m 深处围岩温度振幅和平均温度增长较显著;在 1.5 m 至 5.0 m 深处围岩温度振幅和平均温度增长逐渐趋于平缓;在 5.0 m 至 8.0 m 深处围岩温度振幅和平均温度增长趋势平缓;当围岩深度大于 8.0 m 时,围岩温度恢复到隧道未开挖时的初始温度场.

### 3.3 鹧鸪山隧道防寒保暖段长度

由隧道围岩径向温度计算公式即可确定鹧鸪山隧道防寒保暖段的长度. 为保证隧道衬砌不产生冻胀, 应确保隧道防排水系统所在位置的温度在冰点以上, 即二衬与初衬之间的温度应大于零度.

由围岩径向温度理论解计算公式(20)可得, 隧道防冻保暖段的长度  $L$  应该满足如下关系式:

$$T(r_1, L, t) > 0 \quad (32)$$

式中:  $r_1$  为排水系统与二衬内表面的径向距离.

围岩径向温度理论解所需的计算参数由表1和表2提供, 式(32)中仅有  $L$  为未知参数. 通过求解式(32)可得, 在距洞口 600 m (K0 + 820) 处, 防水层以内任意深度处围岩的径向温度在变化周期内均在冰点以上. 计算结果如图6所示. 因此, 由围岩径向温度理论解确定的防冻保温段长度为 600 m, 即 K0 + 220 至 K0 + 820 段的隧道衬砌需要采取防冻保温措施.

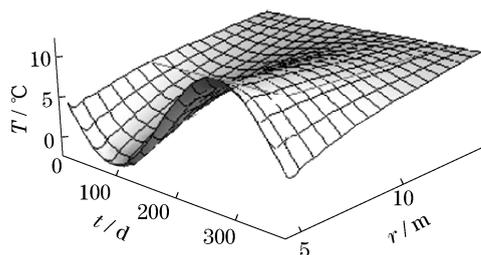


图6 距洞口 600 m 处, 鹧鸪山隧道不同深度围岩径向温度

Fig. 6 Surrounding rock temperature ditancing form entry 600 m varying with time and depth in Zhegushan tunnel

## 4 结论

通过对寒区圆形截面隧道轴向及径向温度分布解析解的研究可以得到以下认识和结论:

(1) 利用叠加原理及贝赛尔特征函数的正交及展开定理导出圆形截面隧道在温度随隧道轴向长度及时间变化的非齐次边界条件下温度场的理论解. 通过与实测值的对比分析可得, 该理论解与实测值吻合得非常好.

(2) 利用能量守恒法和经验公式法获得了隧道洞内轴向温度的理论解, 通过与实测值对比分析可得, 该理论解满足工程精度要求.

(3) 随着距洞口距离的增加, 寒区隧道洞内气体年平均气温呈指数增加, 年温度振幅呈负指数增长. 在距洞口不同深度处, 围岩径向温度呈周期变

化, 并且随着深度的增加, 围岩平均温度呈增加趋势, 年温度振幅则逐渐减小.

(4) 隧道围岩的热物性参数、地温及洞口处气温是寒区隧道防冻保暖设计的重要参数, 因此, 在寒区隧道勘察时, 需要进行这些参数的测试及监测. 有了上述参数, 在隧道开挖之前, 便可计算隧道洞内及围岩的温度场的分布情况, 确定隧道防寒保暖段长度, 从而可采取合理的防寒抗冻措施.

### 参考文献:

- [1] LU X, Tervolva P, Viljanen M. Transient analytical solution to heat conduction in multi-dimensional composite cylinder slab [J]. *Int J Heat Mass Transfer*, 2006, 49:1107.
- [2] LU X, Viljanen M. An analytical method to solve heat conduction in layered spheres with time-dependent boundary conditions [J]. *Physics Letters A*, 2006, 365:274.
- [3] Prashantk J, Suneet S, Rizwan-uddin. Analytical solution to transient asymmetric heat conduction in a multilayer annulus [J]. *Journal of Heat Transfer*, 2009, 131:1.
- [4] Suneet S, Prashantk J, Rizwan-uddin. Analytical solution to transient heat conduction in polar coordinates with multiple layers in radial direction [J]. *International Journal of Thermal Sciences*, 2008, 47:261.
- [5] 赖远明, 喻文兵, 吴紫汪, 等. 寒区圆形截面隧道温度场的解析解 [J]. *冰川冻土*, 2001, 23(2): 126.  
LAI Yuanming, YU Wenbing, WU Ziwan, et al. Approximate analytical solution for the temperature fields of a circular tunnel in cold regions [J]. *Journal of Glaciology and Geocryology*, 2001, 23(2): 126.
- [6] 张耀, 何树生, 李靖波. 寒区有隔热层的圆形隧道温度场解析解 [J]. *冰川冻土*, 2009, 31(1): 114.  
ZHANG Yao, HE Shusheng, LI Jingbo. Analytic solutions for the temperature fields of a circular tunnel with insulation layer in cold region [J]. *Journal of Glaciology and Geocryology*, 2009, 31(1): 114.
- [7] Shamsundar N. Formulae for freezing outside a circular tube with axial variation of coolant temperature [J]. *Int J Heat Mass Transfer*, 1982, 25(10): 1614.
- [8] Jacovides C P, Mihalak G. An underground pipe system as an energy source for cooling/heating purposes [J]. *Renewable Energy*, 1995, 6(8): 893.
- [9] Krarti M, Kreider J F. Analytical model for heat transfer in an underground air tunnel [J]. *Energy Convers*, 1995, 37(10): 1561.
- [10] Kawamura T, Mikami T, Fukumoto K. An estimation of inner temperatures at cold region tunnel for heat insulator design [J]. *Structural Engineering Symposium*, 2008, 54A: 32.
- [11] Ozisik M N. *Heat conduction* [M]. New York: John Wiley and Sons, 1980.
- [12] 陈建勋, 罗彦斌. 寒冷地区隧道温度场的变化规律 [J]. *交通运输工程学报*, 2008, 8(2): 44.

(下转第 1160 页)