

基于 Cosserat 弹性理论的直接均匀化方法

赵 勇, 张若京

(同济大学 航空航天与力学学院, 上海 200092)

摘要: 运用细观力学中的直接均匀化方法研究了具有周期微结构的非均匀材料的均匀化问题, 得到了基于 Cosserat 理论的直接均匀化方法, 并对具有周期微结构的非均匀材料的平面问题进行了研究, 研究结果验证了均匀化方法的正确性.

关键词: Cosserat 理论; 非均匀材料; 直接均匀化方法; 有效弹性模量

中图分类号: O 345

文献标识码: A

Direct Homogenization Method Based on Cosserat Elastic Theory

ZHAO Yong, ZHANG Ruojing

(College of Aerospace Engineering and Applied Mechanic, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: An analysis is made of the heterogeneous material with periodic internal structure with the mesomechanics direct homogenization method. Based on Cosserat theory, direct homogenization method is presented. The method is applied to the analysis of the plane homogenization problem of heterogeneous material with periodic internal structure, which verifies the method.

Key words: Cosserat theory; heterogeneous materials; direct homogenization method; effective modulus of elasticity

作用. 应力与应变、偶应力与曲率互为功共轭. Cosserat 理论可以很好地解释尺度效应现象. 因为该理论过于繁杂, Mindlin^[2], Topin^[3], Eringen^[4] 等人对该理论作了简化和发展, 形成了不同的高阶连续介质力学理论.

随着连续介质高阶理论的出现, 基于高阶连续介质力学的细观力学方法越来越多受关注. 1970 年, Beran 和 McCoy^[5] 通过统计弹性力学分析得到了复合材料的非局部本构关系. Luciano 和 Willis^[6] 分析了夹杂基体型复合材料的非局部应力应变关系. Zuiker 和 Dvorkin^[7] 通过在复合材料单胞边界上施加线性应变条件, 得到了含有应力、应力梯度及应变和应变梯度的复合材料高阶本构关系. Bouygues 等^[8] 研究了宏观复合材料为高阶连续介质时有效弹性模量与单胞组成材料的性质和微观结构的关系. 胡更开等建立了从非均匀材料为高阶连续介质到 Cauchy 介质的解析的过渡方法, 将传统细观力学的弹塑性分析方法推广到微极复合材料有效性质的分析^[9].

本文主要研究基于 Cosserat 弹性理论的直接均匀化方法, 并运用该方法对具有周期性微结构的非均匀材料的平面有效弹性模量问题进行了研究.

1 Cosserat 基本理论

在 Cosserat 弹性理论中, 定义了一个独立的微观转动向量 ϕ_i , 这使得应变张量 ϵ_{ij} 不仅与位移向量有关系, 还与微观转动向量有关. 相应的几何方程为

$$\epsilon_{ij} = u_{j,i} - e_{ijk}\phi_k, \quad \chi_{ij} = \phi_{j,i} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (1)$$

式中: e_{ijk} 为置换张量; u_i 为位移向量; χ_{ij} 为微观曲率张量. 平衡方程为

$$\sigma_{ji,j} + f_i = 0, \quad m_{ji,j} + e_{ijk}\sigma_{jk} + d_i = 0$$

细观力学的发展和对材料尺度效应的深入研究使得 Cosserat 理论重新受到了关注. 1909 年, Cosserat^[1] 兄弟最先提出了完整的偶应力理论, 被称为 Cosserat 理论. 在该理论中, 假设材料点具有 6 个自由度, 即除了 3 个平动自由度(线位移)以外, 还有 3 个转动自由度(角位移). 应变不仅来自线位移梯度, 角位移也有贡献. 变形由应变和单元的弯曲曲率共同刻画. 又假设材料内部不仅有应力, 还有偶应力

收稿日期: 2009-12-04

基金项目: 国家自然科学基金(10772136, 11072178); 教育部博士点基金(20060247016); 上海市重点学科建设项目(B302)

第一作者: 赵 勇(1972—), 男, 博士生, 主要研究方向为复合材料性能和动力学研究. E-mail: zhy15888@gmail.com;

通讯作者: 张若京(1946—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为多场耦合及跨尺度力学分析. E-mail: zhangrj@mail.tongji.edu.cn

$$(i, j, k = 1, 2, 3) \quad (2)$$

其中: σ_{ij} 为应力张量; m_{ij} 为偶应力张量; f_i 为体力向量; d_i 为体力偶向量. 对于各向同性线弹性 Cosserat 材料, 本构方程为

$$\sigma_{ij} = a_{ijkl} \epsilon_{kl}, \quad m_{ij} = c_{ijkl} \chi_{kl} \quad (3)$$

其中

$$\begin{aligned} a_{ijkl} &= \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + (\mu + \kappa) \delta_{ik} \delta_{jl} + (\mu - \kappa) \delta_{il} \delta_{jk} \\ c_{ijkl} &= \alpha \delta_{ij} \delta_{kl} + \beta \delta_{ik} \delta_{jl} + \gamma \delta_{il} \delta_{jk} \\ a_{ijkl} &= a_{klij}, \quad c_{ijkl} = c_{klij}, \\ a_{ijkl} &= a_{jilk}, \quad c_{ijkl} = c_{jilk} \end{aligned} \quad (4)$$

式中: a_{ijkl} 和 c_{ijkl} 为弹性模量; $\lambda, \mu, \kappa, \alpha, \beta, \gamma$ 是 Cosserat 理论中的弹性常数; λ, μ 是传统的拉梅系数; 当 $\kappa \rightarrow \infty$ 时, Cosserat 弹性理论退化为 Mindlin 偶应力理论. δ_{ij} 是 Kroneker Delta 符号. 对于二维情况, 弹性模量 α, γ 等于 0. S. Nakamura 等^[10] 定义了 Cosserat 材料的特征长度 l

$$l^2 = \frac{\beta}{4\mu} \quad (5)$$

2 直接均匀化方法

在经典力学理论的基础上, 秦庆华^[11] 等提出了求解非均匀材料有效模量的直接均匀化方法, 本文将该方法推广到 Cosserat 弹性理论范围.

在图 1 中, 认为非均匀材料由夹杂体与基体复合而成. 假设夹杂体与基体构成单胞, 并认为非均匀材料可以用该单胞重复排列构成. 又认为, 非均匀材料的整体弹性特性可以用某种均匀介质来“等效”, 原则是等效介质产生的弹性应变能与非均匀材料产生的真实弹性应变能相等. 称等效介质的弹性模量为非均匀材料的有效弹性模量.

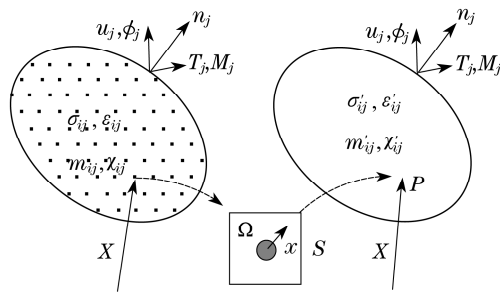


图 1 非均匀材料和与其等效的均匀材料

Fig.1 Heterogeneous materials and equivalent homogeneous materials

图 1 中: X 为整体坐标; x 为设在单胞中心的局部坐标; u_j 为远场边界位移; ϕ_j 为远场边界微旋转;

T_j 为远场边界力; M_j 为远场边界偶应力; n_j 为边界外法向量; σ_{ij} 和 ϵ_{ij} 为非均匀材料体内的应力和应变; m_{ij} 和 χ_{ij} 为非均匀材料体内的偶应力和微观曲率; σ'_{ij} 和 ϵ'_{ij} 为等效均匀材料体内的应力和应变; m'_{ij} 和 χ'_{ij} 为等效均匀材料体内的偶应力和微观曲率; Ω 为单胞区域; S 为单胞边界.

在 Cosserat 弹性理论中, 将应变张量 ϵ_{ij} 分解为对称张量部分 $\epsilon_{(ij)}$ 和反对称张量部分 $\epsilon_{\langle ij \rangle}$

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{(ij)} + \epsilon_{\langle ij \rangle} \quad (6)$$

其中

$$\begin{aligned} \epsilon_{(ij)} &= \frac{1}{2}(\epsilon_{ij} + \epsilon_{ji}) = \frac{1}{2}(u_{j,i} + u_{i,j}), \\ \epsilon_{\langle ij \rangle} &= \frac{1}{2}(\epsilon_{ij} - \epsilon_{ji}) = \frac{1}{2}(u_{j,i} - u_{i,j}) - e_{ijk} \phi_k \end{aligned} \quad (7)$$

与应变张量相对应, 应力张量 σ_{ij} 也可分解为对称部分 $\sigma_{(ij)}$ 和反对称部分 $\sigma_{\langle ij \rangle}$, 即

$$\sigma_{ij} = \sigma_{(ij)} + \sigma_{\langle ij \rangle} \quad (8)$$

其中

$$\sigma_{(ij)} = \frac{1}{2}(\sigma_{ij} + \sigma_{ji}), \quad \sigma_{\langle ij \rangle} = \frac{1}{2}(\sigma_{ij} - \sigma_{ji}) \quad (9)$$

这样, 式(3)的第 1 式变为

$$\sigma_{\langle ij \rangle} = a_{\langle ijkl \rangle} \epsilon_{\langle kl \rangle}, \quad \sigma_{\langle ij \rangle} = a_{\langle ijkl \rangle} \epsilon_{\langle kl \rangle} \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} a_{\langle ijkl \rangle} &= \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \\ a_{\langle ijkl \rangle} &= \kappa (\delta_{ik} \delta_{jl} - \delta_{il} \delta_{jk}) \\ a_{(ijkl)} &= a_{ijkl} \quad (i = j, k = l) \\ a_{(ijkl)} &= a_{ijkl} + a_{ijlk} \quad (i = k, j = l, i \neq j) \\ a_{\langle ijkl \rangle} &= a_{ijkl} - a_{ijlk} \quad (i = k, j = l, i \neq j) \end{aligned} \quad (11)$$

非均匀材料体的应变能 w 为

$$\begin{aligned} w &= \int_{\Omega} \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \epsilon_{ij} + m_{ij} \chi_{ij}) d\Omega = \\ &= \int_{\Omega} \frac{1}{2} [(\sigma_{(kl)} \epsilon_{(kl)} + \sigma_{\langle kl \rangle} \epsilon_{\langle kl \rangle}) + m_{ij} \chi_{ij}] d\Omega \end{aligned} \quad (12)$$

假设在与单胞对应的等效均匀材料体中, 应力和应变都是均匀分布的, 则应变能 w' 为

$$w' = V \frac{1}{2} [(\sigma'_{(kl)} \epsilon'_{(kl)} + \sigma'_{\langle kl \rangle} \epsilon'_{\langle kl \rangle}) + m'_{ij} \chi'_{ij}] \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} \sigma'_{\langle ij \rangle} &= a'_{\langle ijkl \rangle} \epsilon'_{\langle kl \rangle}, \quad \sigma'_{\langle ij \rangle} = a'_{\langle ijkl \rangle} \epsilon'_{\langle kl \rangle}, \\ m'_{ij} &= c'_{ijkl} \chi'_{kl} \end{aligned} \quad (14)$$

式中: $\sigma'_{(ij)}$, $\sigma'_{\langle ij \rangle}$ 和 m'_{ij} 分别为有效对称应力, 有效反对称应力和有效偶应力张量; $\epsilon'_{(ij)}$, $\epsilon'_{\langle ij \rangle}$ 和 χ'_{ij} 分别为

有效对称应变,有效反对称应变和有效微观曲率张量; $a'_{\langle ijkl \rangle}$, $a'_{\langle ijkl \rangle}$ 和 c'_{ijkl} 为有效弹性模量; V 为单胞体积.

直接均匀化方法认为,由于单胞的几何周期性,单胞内部的局部位移也应该具有周期性.因此要用周期性条件与连续性条件来约束单胞的边界变形.如果单胞具有几何对称性,则周期性边界条件还可以进一步简化,在有限元分析中,周期边界条件往往采用多点约束条件来实现^[12].

假设单胞的平均应变为 ϵ_{kl}^0 , 平均曲率为 χ_{ij}^0 , 平均转角为 ϕ_j^0 , 单胞内部的局部位移是 $u_l = \epsilon_{\langle kl \rangle}^0 x_k$

$$w = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left\{ \sigma_{\langle kl \rangle} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_l}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \right) \right\} d\Omega + \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left\{ \sigma_{\langle kl \rangle} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_l}{\partial x_k} - \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \right) - e_{klj} \phi_j \right] + m_{ij} \frac{\partial \phi_j}{\partial x_i} \right\} d\Omega$$

由散度定理和平衡方程(2)得

$$w = \frac{1}{2} \int_S \left[\frac{1}{2} \sigma_{\langle kl \rangle} (u_l n_k + u_k n_l) + \frac{1}{2} \sigma_{\langle kl \rangle} (u_l n_k - u_k n_l) + m_{ij} \phi_j n_i \right] dS$$

将边界条件式(15)代入上式得

$$\begin{aligned} w &= \frac{1}{2} \int_S \left[\frac{1}{2} \sigma_{\langle kl \rangle} (\epsilon_{\langle rl \rangle}^0 x_r n_k + \epsilon_{\langle tk \rangle}^0 x_t n_l) + \frac{1}{2} \sigma_{\langle kl \rangle} (\epsilon_{\langle pk \rangle}^0 x_p n_l - \epsilon_{\langle ql \rangle}^0 x_q n_k) \right] dS \\ &+ \frac{1}{2} \int_S m_{ij} \left(-\frac{e_{jpk} \epsilon_{\langle pq \rangle}^0}{2} + \chi_{ij}^0 x_g \right) n_i dS = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left[\frac{1}{2} \sigma_{\langle kl \rangle} (\epsilon_{\langle rl \rangle}^0 \delta_{rk} + \epsilon_{\langle tk \rangle}^0 \delta_{tl}) + \right. \\ &\frac{1}{2} \sigma_{\langle kl \rangle} (\epsilon_{\langle pk \rangle}^0 \delta_{pl} - \epsilon_{\langle ql \rangle}^0 \delta_{qk}) + m_{ij, i} \left(-\frac{e_{jkl} \epsilon_{\langle kl \rangle}^0}{2} + \chi_{ij}^0 x_g \right) + m_{ij} \chi_{ij}^0 \delta_{ji} \left. \right] d\Omega = \\ &\frac{1}{2} \int_{\Omega} \left[\sigma_{\langle kl \rangle} \epsilon_{\langle kl \rangle}^0 + e_{jkl} \sigma_{\langle kl \rangle} \frac{e_{jkl} \epsilon_{\langle kl \rangle}^0}{2} + \chi_{ij}^0 (-e_{jkl} \sigma_{\langle kl \rangle} x_i + m_{ij}) \right] d\Omega = \\ &\frac{1}{2} \int_{\Omega} [\sigma_{\langle kl \rangle} \epsilon_{\langle kl \rangle}^0 + \sigma_{\langle kl \rangle} \epsilon_{\langle kl \rangle}^0 + \chi_{ij}^0 (-e_{jkl} \sigma_{\langle kl \rangle} x_i + m_{ij})] d\Omega = \\ &\frac{1}{2} \epsilon_{\langle kl \rangle}^0 \int_{\Omega} \sigma_{\langle kl \rangle} d\Omega + \frac{1}{2} \epsilon_{\langle kl \rangle}^0 \int_{\Omega} \sigma_{\langle kl \rangle} d\Omega + \frac{1}{2} \chi_{ij}^0 \int_{\Omega} (-e_{jkl} \sigma_{\langle kl \rangle} x_i + m_{ij}) d\Omega \end{aligned}$$

在式(15)边界条件下,均匀材料体产生的弹性应变能 w' 为

$$w' = \frac{V}{2} (\epsilon_{\langle kl \rangle}^0 \sigma'_{\langle kl \rangle} + \epsilon_{\langle kl \rangle}^0 \sigma'_{\langle kl \rangle} + \chi_{ij}^0 m'_{ij}) \quad (16)$$

由于 $w = w'$, 则

$$\begin{aligned} \sigma'_{\langle kl \rangle} &= \frac{1}{V} \int_{\Omega} \sigma_{\langle kl \rangle} d\Omega, \quad \sigma'_{\langle kl \rangle} = \frac{1}{V} \int_{\Omega} \sigma_{\langle kl \rangle} d\Omega, \\ m'_{ij} &= \frac{1}{V} \int_{\Omega} (m_{ij} - e_{jkl} \sigma_{\langle kl \rangle} x_i) d\Omega \quad (17) \end{aligned}$$

根据式(15)位移边界条件,可以假定位移边界条件

$$u_l(S) = \epsilon_{\langle kl \rangle}^0 x_k, \quad \phi_j(S) = 0 \quad (18)$$

可以通过有限元方法求得 w , 由 $w = w'$, 可得有效弹性模量 $a'_{\langle ijkl \rangle}$

$$a'_{\langle ijkl \rangle} = \frac{2w}{V \epsilon_{\langle kl \rangle}^0 \epsilon_{\langle kl \rangle}^0} \quad (i = j, k = l, i = k)$$

和 $\phi_j = -\frac{e_{klj} \epsilon_{\langle kl \rangle}^0}{2} + \chi_{ij}^0 x_i$. 从而,单胞的边界上有如下位移

$$\begin{aligned} u_l(S) &= \epsilon_{\langle kl \rangle}^0 x_k(S), \\ \phi_j(S) &= -\frac{e_{klj} \epsilon_{\langle kl \rangle}^0}{2} + \chi_{ij}^0 x_i(S) \quad (15) \end{aligned}$$

式中: $u_l(S)$ 为边界位移向量; $\phi_j(S)$ 为边界微观转动向量.因为局部坐标具有周期性,所以,这就是单胞边界上的周期位移条件.也称均匀应变和均匀微观曲率边界条件.

将式(1)代入式(12)得非均匀材料应变能 w 为

$$\begin{aligned} a'_{\langle ijkl \rangle} &= \frac{2w - \epsilon_{\langle ij \rangle}^0 a'_{ijij} \epsilon_{\langle ij \rangle}^0 - \epsilon_{\langle kl \rangle}^0 a'_{klkl} \epsilon_{\langle kl \rangle}^0}{2V \epsilon_{\langle ij \rangle}^0 \epsilon_{\langle kl \rangle}^0} \\ &\quad (i = j, k = l, i \neq k) \\ a'_{\langle ijkl \rangle} &= \frac{w}{V \epsilon_{\langle kl \rangle}^0 \epsilon_{\langle kl \rangle}^0} \quad (i \neq j, k \neq l, i = k, j = l) \quad (19) \end{aligned}$$

式(19)括号中的指标不求和.

同理,根据式(15)位移边界条件,可以假定位移边界条件为

$$u_l(S) = 0, \quad \phi_j(S) = -\frac{e_{jkl} \epsilon_{\langle kl \rangle}^0}{2} \quad (20)$$

可得有效弹性模量 $a'_{\langle ijkl \rangle}$

$$a'_{\langle ijkl \rangle} = \frac{w}{V \epsilon_{\langle kl \rangle}^0 \epsilon_{\langle kl \rangle}^0} \quad (i \neq j, k \neq l, i = k, j = l) \quad (21)$$

式(21)括号中的指标不求和,根据式(19),式(21)和式(11)求出有效弹性模量 a'_{ijkl} .

同理,根据式(15)位移边界条件,可以假定位移边界条件为

$$u_i(S) = 0, \quad \phi_j(x) = \chi_{ij}^0 x_i \quad (22)$$

可得有效弹性模量 c'_{ijkl}

$$\begin{aligned} c'_{ijkl} &= \frac{2w}{V\chi_{ij}^0\chi_{kl}^0} \quad (i=j, k=l, i=k) \\ c'_{ijkl} &= \frac{2w - \chi_{ij}^0 a'_{ijij}\chi_{ij}^0 - \chi_{kl}^0 a'_{klkl}\chi_{kl}^0}{2V\chi_{ij}^0\chi_{kl}^0} \quad (i=j, k=l, i \neq k) \end{aligned} \quad (23)$$

$$c'_{ijkl} = \frac{w}{V\chi_{ij}^0\chi_{kl}^0} \quad (i \neq j, k \neq l, i=k, j=l)$$

式(23)括号中的指标不求和.

3 算例

基于 Mindlin 偶应力弹性理论,文献[13]计算了夹杂体与基体杨氏弹性模量比 E_f/E_m 对有效弹性模量(a'_{1111} 、 a'_{1122} 和 a'_{1212})和材料有效特征长度的影响.为了与文献[13]结果比较,本文对于平面应变问题,假设非均匀材料具有周期性微结构,基体材料和夹杂体材料为 Cosserat 介质,如图2,圆内为夹杂体.夹杂体半径 $r = 0.242$ mm;单胞边长 $L = 1.0$ mm.基体的材料常数为:杨氏弹性模量 $E_m = 1.0 \times 10^5$ N \cdot mm $^{-1}$;泊松比 $\nu_m = 0.3$;Cosserat 介质弹性常数 $\mu_m = E_m/2(1 + \nu_m)$;Cosserat 介质弹性常数 $k_m = 100E_m/2(1 + \nu_m)$.夹杂体的材料常数为:泊松比 $\nu_f = \nu_m$;材料特征长度 $l_f = l_m = 0.2$ mm;Cosserat 介

质弹性常数 $\mu_f = E_f/2(1 + \nu_f)$;Cosserat 介质弹性常数 $k_f = 100E_f/2(1 + \nu_f)$.用 Fortran 编写有限元程序,计算杨氏弹性模量比对有效弹性模量(a'_{1111} 、 a'_{1122} 和 a'_{1212})和材料的有效特征尺度 l' 的影响.单胞的有限元网格如图3所示.

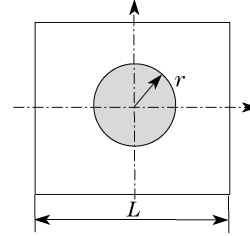


图2 单胞

Fig.2 Unit cell

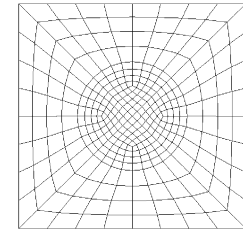


图3 有限元

Fig.3 Finite element

从图4~7可以看出,本文对有效弹性模量 a'_{1212} 和材料的有效特征尺度 l' 的计算结果与文献[13]结果一致,对有效弹性模量 a'_{1111} 和 a'_{1122} 的计算结果与文献[13]中结果存在一定的偏差,这可能是由以下原因造成的:在 Cosserat 弹性理论中,当 $\kappa \rightarrow \infty$ 时, Cosserat 弹性理论退化为 Mindlin 偶应力理论,但在具体计算中 $\kappa \rightarrow \infty$ 只能取具体的数值,所以通过 Cosserat 弹性理论得到的结果与通过 Mindlin 偶应力理论计算得到的结果存在误差;数值计算中的误差也会引起计算结果不准确.在上述算例条件下,夹杂体的弹性模量 a_{1122} 大于基体的弹性模量 a_{1122} ,均匀化后得到的等效弹性模量 a'_{1122} 应大于基体的弹性模量 a_{1122} ,在基体中 $a_{1122}/E_m = 0.576$,所以, a'_{1122}/E_m 的计算结果不应小于 0.576.而文献中 a'_{1122}/E_m 的计算结果最大值为 0.506,存在一定的计算误差.

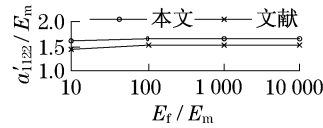


图4 E_f/E_m 对 a'_{1111}

Fig.4 Impact of E_f/E_m on a'_{1111}

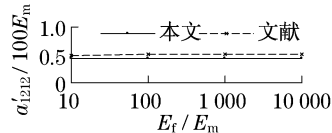


图6 E_f/E_m 对 a'_{1212}

Fig.6 Impact of E_f/E_m on a'_{1212}

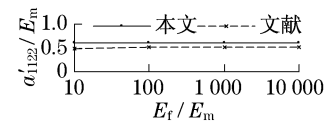


图5 E_f/E_m 对 a'_{1122}

Fig.5 Impact of E_f/E_m on a'_{1122}

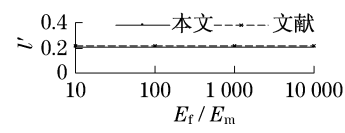


图7 E_f/E_m 对 l'

Fig.7 Impact of E_f/E_m on l'

4 结语

基于 Cosserat 理论,使用直接均匀化方法研究

了具有周期性微结构的非均匀材料的均匀化问题,得到了基于 Cosserat 理论的直接均匀化方法.使用此方法对具有周期性微结构的非均匀材料的平面问

题进行了研究,计算结果与文献[13]结论基本一致,从而验证了本文的均匀化方法.

参考文献:

[1]

Cosserat E, Cosserat F. Théorie des corps déformables[M]. Paris: Herman et Fils, 1909.

[2]

Mindlin R D, Tiersten H F. Effects of couple stresses in linear elasticity[J]. Arch Rational Mech Anal, 1962(11): 415.

[3]

Truesdell R A. Elastic materials with couple stresses[J]. Arch Rational Mech Anal, 1962(11): 385.

[4]

Fleck N A, Muller G M, Ashby M F, et al. Strain gradient plasticity: theory and experiment[J]. Acta Metall Mater, 1994, 42: 475.

[5]

Beran M J, McCoy J. Mean field variations in a statistical sample of heterogeneous linearly elastic solids [J]. Int J Solids Structures, 1970(6): 1035.

[6]

Luciano R, Willis J R. Bounds on non-local effective relations for random composites loaded by configuration dependent body force[J]. J Mech Phys of Solids, 2000(8): 1827.

[7]

Zuiker J, Dvorkin G J. The properties of functionally graded composites-I: extension of the Mori – Tanaka method to linearly varying fields. [J]. Composite Engineering, 1994(4): 19.

[8]

Bouyge F, Jasiuk I, Boccara S, et al. A micromechanically based couple-stress model of an elastic orthotropic two – phase composite[J]. Eur J Mech A/Solids, 2002(21): 465.

[9]

CHEN Huan, HU Gengkai, HUANG Zhuping. Effective moduli for micropolar composite with interface effect[J]. International Journal of Solids and Structures, 2007, 44: 8106.

[10]

Nakamura S, Benedict R, Lakes R. Finite element method for orthotropic micropolar elasticity [J]. International Journal of Engineering Science, 1984, 22(3): 319.

[11]

秦庆华, 杨庆生. 非均匀材料多场耦合行为的宏细观理论 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.
QIN Qinghua, YANG Qingsheng. Macro-micro-theory on multi-field coupling behavior of heterogeneous materials [M]. Beijing: Higher Education Press, 2006.

[12]

Yang Q S, Becker W. A comparative investigation of different homogenization methods for prediction of the macroscopic properties of composites [J]. Computer Modeling in Engineering & Science, 2004(6): 319.

[13]

Bouyge F, Jasiuk I, Boccara S, et al. A micromechanically-based couple-stress model of an elastic orthotropic two-phase composite[J]. European Journal of Mechanics/A: Solids, 2002, 21(3): 465.

• 下期发表论文摘要预告 •

风力发电高塔系统抗风动力可靠度分析

贺广零, 李 杰

介绍了一种基于广义概率密度演化理论的动力可靠度分析方法. 结合随机脉动风场物理模型和“桨叶—机舱—塔体—基础”一体化有限元模型, 分别对 1.25 MW 风力发电钢塔和钢筋混凝土风力发电高塔进行了抗风动力可靠度分析. 研究表明, 广义概率密度演化方法可以有效地分析风力发电高塔系统抗风动力可靠度. 相比风力发电钢塔, 钢筋混凝土风力发电高塔具有更高的可靠度.

低磁纬度磁界面反演

雷文敏, 吴健生

指出了低磁纬度地区化极存在误差的问题, 研究了磁异常数据的模拟退火反演方法, 以立方体单元剖分网格充填磁场参数后模拟磁界面, 同时反演磁界面, 并结合模拟退火非线性算法的特点, 研究易于加入的约束条件的方式灵活的建模方法, 设计磁异常结构较复杂的模型. 通过模型试验和实际资料处理, 验证了该方法的正确性.