

基于PI模型的加速可靠性增长试验统计分析

罗敏¹, 王立志², 姜同敏²

(1. 上海同济大学 铁道与城市轨道交通研究院, 上海 200092;

2. 北京航空航天大学 工程系统工程系, 北京 100191)

摘要: 针对加速可靠性增长试验中需要通过加速应力试验条件获得的故障信息, 定量评价正常应力下产品可靠性增长所达到的可靠性水平问题. 首先阐述恒定应力加速可靠性增长试验实施过程. 其次, 基于用于随机点过程的统计回归模型——PI(比例强度)模型, 结合工程实际中广泛应用的可靠性增长模型—AMSAA, 提出了模型和数据分析假设, 建立了恒定应力加速可靠性增长试验的统计评估模型, 给出了未知参数的极大似然估计方法. 进一步, 根据非齐次泊松过程的性质, 得到了恒定应力加速可靠性增长试验故障数据的仿真抽样公式, 通过对不同时间截尾下的仿真算例的统计分析, 验证了该方法的可用性和合理性.

关键词: 加速可靠性增长试验; 比例强度模型; 蒙特卡罗仿真; 参数估计

中图分类号: TB 114

文献标识码: A

Statistic Analysis of Accelerated Reliability Growth Testing Based on Proportional Intensity Model

LUO Min¹, WANG Lizhi², JIANG Tongmin³

(1. Railway & Urban Transit Institute, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Department of System Engineering of Engineering Technology, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: To solve the question of reliability evaluation for accelerated reliability growth testing (ARGT), firstly the test procedure of constant stress ARGT is described. Secondly, by combining proportional intensity model which is a nonparametric statistical regression model for stochastic point process with AMSAA model for reliability growth, assumptions of data analysis are proposed. Then the statistical analysis model of CSARGT is established and the maximum likelihood estimation method of unknown parameters is given. Furthermore, according to characteristic of non-homogeneous

poisson process, a simulation sampling formula that can simulate failure data of CSALT is derived, and simulation examples under different stress levels are discussed. Finally the availability and reasonableness of the proposed statistical method are verified.

Key words: accelerated reliability growth testing; proportional intensity model; Monte Carlo simulation; parameter estimation

可靠性增长试验 (reliability growth testing, RGT) 是产品研制阶段一个重要的可靠性工作项目, 是提高产品可靠性的有效途径. 传统的可靠性增长试验将产品置于模拟真实工作环境的试验条件下来激发产品的潜在缺陷, 根据对故障机理的分析采取纠正措施, 并在试验条件下验证纠正措施的有效性, 即通过试验、分析、改进、再试验 (test, analyze and fix, TAAF) 过程, 解决设计缺陷, 确实提高产品可靠性, 实现产品可靠性的增长, 并对产品可靠性所达到的水平合理评价和分析^[1].

然而, 随着现代科技的发展, 长寿命、高可靠性产品的不断涌现, 给传统可靠性增长试验带来了新的挑战: 过长的试验周期耗费大量的人力和物力, 使得时间和费用相当有限的工程难以接受. 为了能够在缩短试验时间、节省研制费用的同时, 通过 TAAF 过程提高产品可靠性, 在 20 世纪 90 年代中期, 开始出现对产品施加比正常应力更严酷的应力, 以实现可靠性快速增长的加速可靠性增长试验 (accelerated reliability growth testing, ARGT) 的新方向^[2-8]. 通过在加速应力试验条件下获得的产品故障信息, 对产品在实际应力条件下的可靠性增长所达到的可靠性水平做出定量的分析和评价, 是研究

收稿日期: 2010-12-24

基金项目: “十一五”国防科研项目 (2132007B004)

第一作者: 罗敏 (1980—), 女, 讲师, 工学博士, 主要研究方向为可靠性试验技术. E-mail: luomin@tongji.edu.cn

中急需解决的问题.然而,从 1995 年至今,有关 ARG T 试验数据统计分析的研究报道寥寥无几,相关理论研究还很不完善^[2-9].

比例强度(proportional intensity, PI)模型是比例危险(proportional hazard, PH)模型扩展处理可修产品反复故障数据的一种统计回归模型,在生物、临床医学领域中,受到了广泛重视和大量应用.由于处理问题的灵活性,近些年来,PI 模型逐渐引起工程领域研究人员的注意^[11-14].为了更好地给 ARG T 工程应用提供理论依据,笔者尝试将 PI 模型引入到 ARG T 的统计分析研究之中.首先阐述了工程实际中最易开展的恒定应力加速可靠性增长试验(constant stress accelerated reliability growth testing, CSARG T)实施过程.其次,从当今工程实际中应用最为广泛的可靠性增长模型——AMSAA 模型出发,结合可用于随机点过程情形的统计回归模型——PI 模型,提出了模型和数据分析的假设,建立了用于 CSARG T 的评估模型,给出了未知参数的极大似然估计方法.最后,利用蒙特卡罗仿真方法,对所建立的 CSARG T 评估模型进行了仿真研究,提出了 CSARG T 仿真数据的产生方法.根据这一方法所产生的产品故障时刻数据,得到了较为合理的模型参数点估计值,并给出了产品在正常应力水平下的可靠性增长曲线,从而验证了本方法的可用性和合理性.

1 加速可靠性增长试验过程

试验过程如下:选择 k 个应力水平 $Z_1 < Z_2 < \dots < Z_k$, 对 $m \geq 1$ 台同型产品进行单应力定时截尾的加速可靠性增长试验(CSARG T). 设每一个应力水平下试验的持续时间为 τ_i , 在此应力下观察到的产品出现故障的次数为 r_i , $i = 1, \dots, k$, 则整个试验中故障数为 $n = \sum_{i=1}^k r_i$. 设在第 i 个应力水平 Z_i 下发生第 j 个故障的时刻为 t_{ij} , 则在 Z_i 下的故障时刻为 $t_{i1} \leq t_{i2} \leq \dots \leq t_{ij} \leq t_{i,r_i} \leq \tau_i$, $i = 1, \dots, k$, $j = 1, \dots, r_i$. 分析与纠正每一应力下的产品,即在每一应力水平下,产品都经历试验(test)—分析(analyze)—纠正(fix)的循环过程(TAAF). 每一应力下的故障时刻数据形式如图 1 所示.

2 模型及数据统计评估的假设

(1)加速可靠性增长试验为单台产品的定时截尾恒定应力试验,各应力水平下的试验截尾时间为 τ_i .

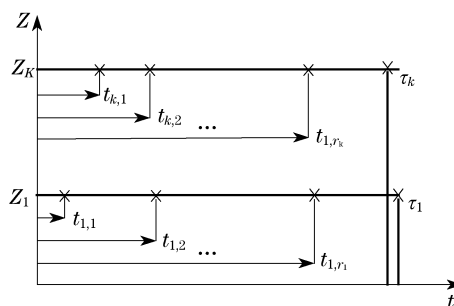


图 1 定时截尾 CSARG T 失效数据形式

Fig. 1 Failure data of time-censored CSARG T

(2)试验为单个加速应力,可以认为是温度应力,即协变量为温度应力.产品的正常工作应力水平为 25°C ,即 $Z_0 = 298 \text{ K}$.

(3)在不同应力水平下,用于描述产品可靠性增长的可靠性增长模型不变.即产品在不同应力水平下,其可靠性增长规律服从同一个可靠性增长模型.

(4)不同 Z_i 下的故障强度函数成比例,即

$$\rho(t; Z_i) = \rho_0(t) e^{\beta Z_i} \quad (1)$$

式中, β 为比例强度模型的回归系数.

(5) $Z = 0$ 时的故障强度函数为产品基本故障强度函数 $\rho_0(t)$, 其表达形式取决于产品的可靠性增长模型.

3 参数估计

根据数据分析的假设和 CSARG T 过程, k 个应力水平 CSARG T 的极大似然函数为

$$L = \prod_{i=1}^k \left[\prod_{j=1}^{r_i} \rho(t_{ij}; Z_i) \cdot \exp(-\gamma(\tau_i; Z_i)) \right] = \prod_{i=1}^k \left[\prod_{j=1}^{r_i} \rho(t_{ij}; Z_i) \cdot \exp\left(-\int_0^{\tau_i} \rho(u; Z_i) du\right) \right] \quad (2)$$

式中: $\gamma(t; Z_i) = \int_0^t \rho(u; Z_i) du$, 为产品在 Z_i 下在时间区间 $[0, t]$ 上的累积强度函数.

根据第 2 节的假设,有

$$L = \prod_{i=1}^k \left[\left(\prod_{j=1}^{r_i} \rho_0(t_{ij}) + e^{\beta Z_i} \right) \cdot \exp\left(-\int_0^{\tau_i} \rho_0(u) e^{\beta Z_i} du\right) \right] \quad (3)$$

式中, r_i 为应力水平 Z_i 下全部的故障次数.

对数似然函数为

$$\ln L = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{r_i} (\ln \rho_0(t_{ij}) + \beta Z_i) - \sum_{i=1}^k \int_0^{\tau_i} \rho_0(u) e^{\beta Z_i} du \quad (4)$$

对于 AMSAA 模型,基本故障强度函数为

$$\rho_0(t) = \eta\gamma t^{\gamma-1} \quad (5)$$

式中: $\eta > 0$, 为强度参数; $\gamma > 0$ 为形状参数.

所以, 对数似然函数就可写为

$$\begin{aligned} \ln L &= \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{r_i} \ln \rho_0(t_{ij}) + \beta Z_i - \\ &\sum_{i=1}^k \int_0^{\tau_i} \rho_0(u) e^{\beta Z_i} du = \prod_{i=1}^k \prod_{j=1}^{r_i} (\ln(\eta\gamma(t_{ij})^{\gamma-1}) + \\ &\beta Z_i) - \sum_{i=1}^k \int_0^{\tau_i} \eta\gamma u^{\gamma-1} e^{\beta Z_i} du = \\ &n \ln(\eta\gamma) + (\gamma - 1) \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{r_i} \ln(t_{ij}) + \\ &\sum_{i=1}^k (r_i \beta Z_i) - \eta \sum_{i=1}^k (\tau_i^\gamma e^{\beta Z_i}) \end{aligned}$$

式中, η , γ 和 β 皆为待估参数.

分别对对数极大似然函数求偏导, 并令其为零, 即得方程组为

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \eta} = 0, \quad \frac{\partial \ln L}{\partial \gamma} = 0, \quad \frac{\partial \ln L}{\partial \beta} = 0 \quad (6)$$

对这一非线性方程组求解, 就可得未知参数的极大似然点估计. 因此, 对多水平 CSARGT 的统计分析, 变成了求解非线性方程组. 利用 CSARGT 所得试验数据, 代入非线性方程组求解未知参数, 得到相应的参数估计值后, 就可外推获得产品在设计或工作应力下的寿命与可靠性指标的估计值, 从而得到正常应力下产品可靠性水平的增长变化趋势.

4 仿真算例

4.1 仿真数据的生成方法

从非齐次泊松过程性质的角度研究 CSARGT 故障发生时间的抽样方法. 对于 AMSAA 模型, 根据其故障强度函数, 首次故障时间 t_1 可靠度函数为

$$\begin{aligned} P(t_i > t) &= P(n(t) = 0) = \\ \exp(-\gamma(t; Z_i)) &= \exp(-\eta t^\gamma e^{\beta Z_i}) \end{aligned} \quad (7)$$

所以, t_1 失效分布函数即为

$$P(t_i \leq t) = 1 - \exp(-\eta t^\gamma e^{\beta Z_i}) = F(t) \quad (8)$$

根据蒙特卡罗抽样思想, 产生随机数 $\varepsilon_1 = F(t)$, 则首次故障时间为^[15]

$$t_1 = (\ln(1 - \varepsilon_1) / -\eta e^{\beta Z_i})^{1/\gamma} \quad (9)$$

根据引理——对于 NHPP 过程, 在事件 j 发生时刻为 $T_j = t$ 的条件下, 两个相邻事件 $j, j+1$ 发生时间的间隔 X_{j+1} 的条件概率函数为^[16]

$$\begin{aligned} P(x_{j+1} > x | T_j = t) &= \\ \exp(-(\gamma(t+x) - \gamma(t))) &, \quad x \geq 0 \end{aligned} \quad (10)$$

而对于结合了 PI 模型和 AMSAA 模型的 CSARGT 评估模型, 就有

$$P(x_{j+1} | T_j = t) = \exp(-(\eta(t+x)^\gamma e^{\beta Z_i})) \quad (11)$$

对于 t_j , 有 $t_{j+1} = t_j + x$, 则

$$\begin{aligned} F(T_{j+1} | T_j = t) &= P\{x_{j+1} \leq x | T_j = t\} = \\ 1 - \exp(-(\eta(t+x)^\gamma e^{\beta Z_i} - \eta t^\gamma e^{\beta Z_i})) &\quad (12) \end{aligned}$$

由于 $F(T_{j+1} | T_j = t)$ 的取值范围为 $(0, 1)$, 则有随机数

$$\varepsilon_{j+1} = F(T_{j+1} | T_j = t) \quad (13)$$

从而 $\varepsilon_{j+1} = 1 - \exp(-(\eta(t+x)^\gamma e^{\beta Z_i} - \eta t^\gamma e^{\beta Z_i}))$. 因此, 已知 t_1 , 以及 t_{j+1}, t_j 的关系, 应用迭代递推的方法, 可以得到 CSARGT 在各应力水平下各故障发生时间的抽样公式, 如表 1

表 1 CSARGT 抽样公式
Tab.1 Sample formula of CSARGT

顺序号	随机数	k	t_k
1	ε_1	1	$t_1 = (\ln(1 - \varepsilon_1) / -\eta e^{\beta Z_i})^{1/\gamma}$
2	ε_2	2	$t_2 = (\ln(1 - \varepsilon_1) + \ln(1 - \varepsilon_2) / -\eta e^{\beta Z_i})^{1/\gamma}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
k	ε_k	m	$t_m = (\sum_{i=1}^m \ln(1 - \varepsilon_i) / -\eta e^{\beta Z_i})^{1/\gamma}$

4.2 评估结果与分析

通过 4.1 节的仿真数据, 对 4 个应力水平的 CSARGT 进行仿真统计分析. 根据试验截尾时间的不同情形, 分别讨论各应力水平截尾时间都相同和不同两种情形. 试验条件分别见表 2, 3, 产品参数如表 3, 5, 仿真的不同应力下的故障时间见表 4, 仿真数据评估结果表 5.

表 2 CSARGT 试验条件
Tab.2 Conditions of CSARGT

应力水平	截尾时间相同		截尾时间不同	
	绝对温度/K	截尾时间/h	绝对温度/K	截尾时间/h
1	333	1 000	333	1 000
2	353	1 000	353	800
3	373	1 000	373	600
4	393	1 000	393	400

表 3 产品参数
Tab.3 Parameters of products

截尾时间相同			截尾时间不同		
η	γ	β	η	γ	β
0.002	0.6	1.1	0.001	0.8	0.8

在实际的情形中, 未知参数的真值是无法获得的, 只能通过统计估计的方式获得. 由于采取了工程中应用最为广泛的定时截尾方式, 所获得的产品故障时刻数据(样本量)非常有限. 样本量直接影响极

大似然估计的结果,本文采用标准差描述未知参数估计的精度.根据仿真数据参数评估的结果可知,精度还是比较理想的.计算得到产品正常应力 $Z_D = 298\text{ K}$ 下 $[0, 2\ 000]$ 小时时间区间上的瞬时平均故障间隔时间 t_m 的变化趋势,即产品的可靠性增长曲线,如图 2.

表 4 故障时刻仿真数据
Tab.4 Simulation failure data

结尾 条件	故障 数	温度应力条件			
		333 K	353 K	373 K	393 K
时间 相同	1	37.545 1	138.659 5	3.806 6	1.871 9
	2	153.721 4	193.856 5	220.673 6	25.628 8
	3	156.613 2	245.462 7	370.492 4	55.374 2
	4	216.530 4	516.143 1	811.523 7	262.711 8
	5	397.322 5	971.664 5	827.955 1	524.798 1
	6	707.223 4	1 000.000 0	874.034 5	778.683 2
	7	1000.000 0		1000.000 0	813.096 5
	8				877.248 9
	9				894.573 4
	10				963.302 1
	11				1 000.000 0
时间 不同	1	38.064 1	382.085 6	102.587 3	25.101 2
	2	173.579 7	800.000 0	226.874 1	48.657 5
	3	256.360 4		363.559 3	73.936 0
	4	324.743 3		600.000 0	160.108 7
	5	791.947 3			400.000 0
	6	1 000.000 0			

注:粗线数字表示结尾时间.

表 5 仿真数据的评估结果
Tab.5 Estimation results of simulation failure data

待估参数	截尾时间相同		截尾时间不同	
	估计值	标准差	估计值	标准差
η	0.001 8	0.005 9	0.001 9	0.009 5
γ	0.680 4	0.130 9	0.669 3	0.185 5
β	0.973 3	0.874 5	0.858 1	1.287 1

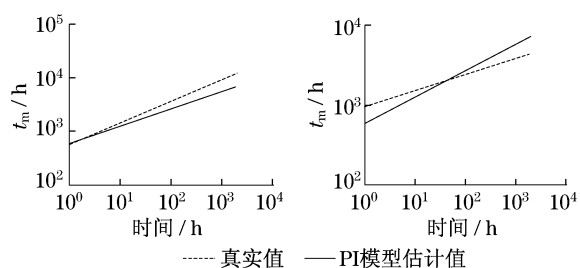


图 2 正常应力条件下产品可靠性增长曲线

Fig.2 Reliability growth of product under normal stress

5 结语

加速可靠性增长试验是将可靠性增长试验与加

速寿命试验等可靠性加速试验方法相结合而产生的一种新的试验技术.由于具有缩短试验时间、实现产品可靠性快速增长的显著特点,工程应用前景广泛.

对于加速可靠性增长试验,受试产品的数量,尤其是多台产品同时受试时,异步还是同步的纠正措施策略会对产品可靠性的评估带来很大的影响.笔者只是针对单台产品加速可靠性增长试验情形进行了初步的研究,而如何在加速应力的情形下,处理多台产品加速可靠性增长试验可靠性评估问题,国内外相关研究报道还是空白.因此,在今后的研究中需要进一步地深入探讨.另外,与恒定应力加速可靠性增长试验相比,步进加速可靠性增长试验具有进一步缩短试验时间的优势.但是,应力步进式的变化,必然给数据的分析和评估带来更大难度.如何在加速应力的情形下,处理步进应力加速可靠性增长试验的可靠性评估问题,需要进一步的深入研究.

参考文献:

- [1] 梅文华.可靠性增长试验[M].北京:国防工业出版社,2003.
MEI Wenhua. Reliability growth test [M]. Beijing: National Defense Industry Press. 2003.
- [2] 周源泉,朱新伟.论加速可靠性增长试验(I):新方向的提出[J].推进技术,2000,21(6):6.
ZHOU Yuanquan, ZHU Xinwei. Research on accelerated reliability growth test (I) presentment of a new direction [J]. Propulsion Technology, 2000, 21(6):6.
- [3] 周源泉,朱新伟.论加速可靠性增长试验(II):理论基础[J].推进技术,2001,22(1):1.
ZHOU Yuanquan, ZHU Xinwei. Research on accelerated reliability growth testing (II) theoretic basics [J]. Propulsion Technology, 2001, 22(1):1.
- [4] 周源泉,朱新伟.论加速可靠性增长试验(III):分组数据的图方法[J].推进技术,2001,22(2):92.
ZHOU Yuanquan, ZHU Xinwei. Research on accelerated reliability growth testing (III) graphical methods for grouped data [J]. Propulsion Technology, 2001, 22(2):92.
- [5] 周源泉,朱新伟.论加速可靠性增长试验(IV):分组数据数值方法[J].推进技术,2001,22(3):177.
ZHOU Yuanquan, ZHU Xinwei. Research on accelerated reliability growth testing (IV) numerical methods for grouped data [J]. Propulsion Technology, 2001, 22(3):177.
- [6] 周源泉,朱新伟.论加速可靠性增长试验(V):单独故障时间数据的统计方法[J].推进技术,2001,22(4):265.
ZHOU Yuanquan, ZHU Xinwei. Research on accelerated reliability growth testing (V) statistical methods for individual failure time data [J]. Propulsion Technology, 2001, 22(4):265.
- [7] 周源泉,朱新伟.论加速可靠性增长试验(VI):步进应力试验方案[J].推进技术,2003,24(4):289.

(下转第 619 页)