

## 结构变形监测的单频 GPS 动态三差法

刘志平<sup>1</sup>, 何秀凤<sup>2</sup>, 张书毕<sup>1</sup>, 王 坚<sup>1</sup>

(1. 中国矿业大学 国土环境与灾害监测国家测绘局重点实验室, 江苏 徐州 221116;

2. 河海大学 卫星及空间信息应用研究所, 江苏 南京 210098)

**摘要:** 分析了单历元和似单差两种 GPS 监测方法的不足, 提出了适于工程结构快速、大变形监测的单频 GPS 动态三差法。该方法利用两个连续跟踪历元形成的三差相位值建模, 直接提取动态变形, 所建模型无整周模糊度, 伪距单点定位和单频载波相对定位即可分别满足其对基准点和基线向量的初值精度要求, 适用于动态变形量大于半个波长的量测实践。将单频动态三差法应用于南京长江三桥结构振动监测数据处理, 计算结果表明, 所提方法与双频单历元法解算的高程变形在 5 mm 均方误差意义下一致, 且基于该方法得到的动态变形序列准确地提取了三桥主梁一阶竖弯处的固有频率 0.25 Hz 及其响应信号, 验证了模型与方法的正确性。

**关键词:** GPS; 变形监测; 动态三差法; 经验模式分解; 桥梁  
**中图分类号:** P 228 **文献标识码:** A

### Dynamic Triple-difference Method for Single Frequency GPS Deformation Monitoring

LIU Zhiping<sup>1</sup>, HE Xiufeng<sup>2</sup>, ZHANG Shubi<sup>1</sup>, WANG Jian<sup>1</sup>

(1. Key Laboratory for Land Environment and Disaster Monitoring of SBSM, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China; 2. Institute of Satellite Navigation & Spatial Information System, Hohai University, Nanjing 210098, China)

**Abstract:** The shortcomings of both the single-epoch method and the similar single-difference approach for GPS deformation monitoring are analyzed, and then the dynamic triple-difference (DTD) method, which uses single frequency carrier phase observations of two epochs tracking continuously by triple-difference, is proposed for dynamic deformation estimation of the structural monitoring with single frequency GPS. The DTD method is characterized by its non-ambiguity resolution, lower accuracy requirements for initial values of reference station and baseline vectors, and unnecessary upper-bound restriction to the actual deformation. Thus, the DTD

method is expected to be superior to the existing methods for its dynamic features of real-time structural monitoring. Finally, structural vibration monitoring method is applied to the third bridge of Nanjing Yangtze River. Deformation by DTD method is consistent with that by single-epoch method in about 5 mm root mean square error. Moreover, with the empirical mode decomposition (EMD) and Fourier spectrum analysis, the spectrum of the bridge dynamic deformation derived from the proposed method exhibits a dominant peak at 0.25 Hz, which coincides with that obtained from finite element computation.

**Key words:** GPS; deformation monitoring; dynamic triple-difference (DTD) method; empirical mode decomposition (EMD); bridge

近年来, GPS 技术在烟囱、高塔、桥梁等高耸和大跨度工程结构变形监测得到了应用并取得了较好效果<sup>[1-2]</sup>, 尤其是一机多天线技术为大范围精密变形监测实践的广泛开展提供了新思路<sup>[3]</sup>。目前, GPS 精密变形监测一般利用双差观测值提取变形, 其关键难点是双差模糊度固定以及周跳探测与修复。为解决这些问题, 陈永奇等提出了双频单历元模糊度快速固定方法<sup>[4]</sup>。之后, 张小红、李征航及徐绍铨等针对不同监测对象特点分别研究了改进单历元方法和似单差方法<sup>[5]</sup>。但是, 改进单历元法对初始值精度、观测视场和接收机硬件要求较高; 似单差方法需对非差相位观测值进行钟差、大气误差等改正, 而在无约束条件下采用单频单历元观测值固定双差模糊度的可靠性低<sup>[6]</sup>。此外, 以上提及方法均是先利用精确的初始值求解双差模糊度, 为快速固定模糊度需经常更新初始值, 同时要求监测对象的实际变形范

收稿日期: 2010-04-07

基金项目: 国家自然科学基金(40974001, 40904004); 中央高校基本科研业务费专项基金(2010QNA20); 江西省数字国土重点实验室开放基金(DLLJ201002)

第一作者: 刘志平(1982—), 男, 讲师, 硕士生导师, 工学博士, 主要研究方向为精密卫星导航定位理论与应用. E-mail: zhpliu@cumt.edu.cn

围约半个波长,从而难以用于桥梁、高楼及烟囱等高耸和大跨度工程结构物的动态变形监测.

针对上述问题,本文提出了适合于高耸、大跨度结构等快速、大变形监测的单频 GPS 动态三差法.文中从函数模型、随机模型以及数学模型适用性分析三方面对该方法进行了详细阐述,其特点是三差值不存在模糊度参数,大气误差削弱更为彻底,基准点、基线向量分别采用伪距单点定位、单频相对定位即可满足动态三差模型的初始值精度要求,并可实时地估计动态三维变形.此外,对于三差值中的周跳影响,可采用抗差最小二乘法<sup>[7]</sup>处理,也利用时-频域转换方法<sup>[8-10]</sup>将其与结构信号进行分离.应用单频 GPS 动态三差法对南京长江三桥进行振动监测试验研究,计算结果显示,与双频单历元监测方法提取的变形序列基本吻合,且基于该方法求解的动态变形序列结合 Fourier 频谱分析和经验模式分解 EMD (empirical mode decomposition) 准确地提取了三桥主梁一阶竖弯处的固有频率 0.25 Hz 及其响应信号,表明新方法满足高精度动态变形监测的需要.

## 1 单频 GPS 动态三差法

### 1.1 函数模型

在图 1 所示的 GPS 动态三差法变形监测中,  $T_1$  为基准点,  $T_2, T_2'$  分别为监测点初始位置与历元  $t_i, t_{i+1}$  变形后的位置,且  $T_1, T_2$  初始坐标和基线向量  $\mathbf{b}$  已知,  $\rho_1^j(t_i)$  为某历元相应站点与卫星的距离,  $\mathbf{d}$  为历元  $t_i, t_{i+1}$  的变形向量,  $\delta\mathbf{d}$  为历元  $t_{i+1}$  相对历元  $t_i$  发生的动态变形.

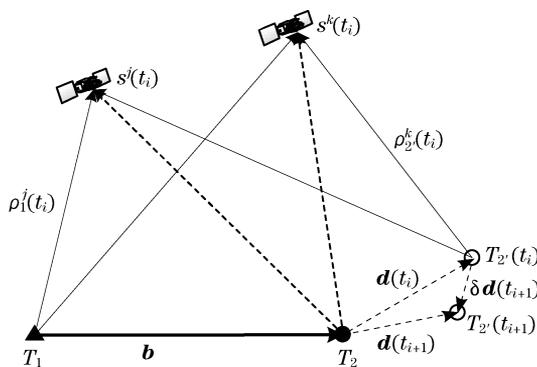


图 1 GPS 动态三差法变形监测示意图

Fig.1 Deformation monitoring with GPS dynamic triple-difference method

以  $s^j$  为参考卫星,若记波长为  $\lambda$ 、双差相位值为  $\varphi_{12}^{jk}$ ,则变形引起的双差距离为

$$\rho_{22'}^{jk}(t_i) = \lambda [\varphi_{12'}^{jk}(t_i) + N_{12'}^{jk}(t_i)] - \rho_{12}^{jk}(t_i) \quad (1)$$

式中:  $N_{12'}^{jk}$  为待求的双差整周模糊度;  $\rho_{12}^{jk}(t_i) = \rho_2^{jk}(t_i) - \rho_1^{jk}(t_i) - \rho_2^j(t_i) + \rho_1^j(t_i)$ .

同时,根据单历元方法原理<sup>[6]</sup>可得双差距离  $\rho_{22'}^{jk}(t_i)$  与变形向量  $\mathbf{d}(t_i)$  的关系式为

$$\rho_{22'}^{jk}(t_i) = - [l_2^{jk}(t_i) \ m_2^{jk}(t_i) \ n_2^{jk}(t_i)] \mathbf{d}(t_i) \quad (2)$$

式中:  $[l_2^{jk} \ m_2^{jk} \ n_2^{jk}]$  表示方向余弦的星间之差.

与式(2)类似,可得双差距离  $\rho_{22'}^{jk}(t_{i+1})$  与变形向量  $\mathbf{d}(t_{i+1})$  之间的关系式为

$$\rho_{22'}^{jk}(t_{i+1}) = - [l_2^{jk}(t_{i+1}) \ m_2^{jk}(t_{i+1}) \ n_2^{jk}(t_{i+1})] \mathbf{d}(t_{i+1}) \quad (3)$$

将式(3)减去式(2),并化为如下的函数关系式:

$$\begin{aligned} \delta\rho_{22'}^{jk}(t_{i+1}) = & - [\delta l_2^{jk}(t_{i+1}) \ \delta m_2^{jk}(t_{i+1}) \\ & \delta n_2^{jk}(t_{i+1})] \mathbf{d}(t_i) - [l_2^{jk}(t_{i+1}) \\ & m_2^{jk}(t_{i+1}) \ n_2^{jk}(t_{i+1})] \delta\mathbf{d}(t_{i+1}) \end{aligned} \quad (4)$$

式中:  $\delta$  表示历元间差分算子,  $\delta l_2^{jk}(t_i) = l_2^{jk}(t_{i+1}) - l_2^{jk}(t_i)$ ,  $\delta\mathbf{d}(t_{i+1}) = \mathbf{d}(t_{i+1}) - \mathbf{d}(t_i)$ .

当历元  $t_i, t_{i+1}$  为连续跟踪即  $\delta N_{12'}^{jk}(t_{i+1}) = 0$ , 此时顾及式(1)可得  $\delta\rho_{22'}^{jk}(t_{i+1})$  的观测值为

$$\delta\rho_{22'}^{jk}(t_{i+1}) = \lambda \delta\varphi_{12'}^{jk}(t_{i+1}) - \delta\rho_{12}^{jk}(t_{i+1}) \quad (5)$$

式中:  $\delta\varphi_{12'}^{jk}(t_{i+1}) = \varphi_{12'}^{jk}(t_{i+1}) - \varphi_{12'}^{jk}(t_i)$ ,  $\delta\rho_{12}^{jk}(t_{i+1}) = \rho_{12}^{jk}(t_{i+1}) - \rho_{12}^{jk}(t_i)$ .

因此,若在某两连续历元基准站  $T_1$  与监测站  $T_2$  同步观测  $n$  颗卫星,顾及式(4)右端第一项在动态变形监测应用中可忽略(见第 1.3 节),则基于式(4)~(5)可建立误差方程式如下:

$$\mathbf{V}(t_{i+1}) = \mathbf{B}(t_{i+1})\delta\mathbf{d}(t_{i+1}) + \mathbf{L}(t_{i+1}) \quad (6)$$

式中:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}(t_{i+1}) &= [V_1(t_{i+1}) \ \cdots \ V_{n-1}(t_{i+1})]^T \\ \mathbf{B}(t_{i+1}) &= \begin{bmatrix} l_2^{12}(t_{i+1}) & m_2^{12}(t_{i+1}) & n_2^{12}(t_{i+1}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ l_2^{1n}(t_{i+1}) & m_2^{1n}(t_{i+1}) & n_2^{1n}(t_{i+1}) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\mathbf{L}(t_{i+1}) = [\delta\rho_{22'}^{12}(t_{i+1}) \ \cdots \ \delta\rho_{22'}^{1n}(t_{i+1})]^T$$

由函数模型(6)可知,该模型采用两个连续跟踪历元的单频三差值避免了模糊度固定难题,可实时估计动态变形  $\delta\mathbf{d}$ .而且,模型参数  $\delta\mathbf{d}$  不会如单历元模型参数  $\mathbf{d}$  的求解受限于模糊度固定问题,没有“约半个波长”的上限约束.此外,模型中设计矩阵  $\mathbf{B}$  不同于常规静态三差模型设计矩阵,而与双差模型中基线参数的系数矩阵完全一致,建模极为方便.因此,称函数模型(6)为适于快速、大变形监测的单频 GPS 动态三差模型,相应的数据处理方法称为单频 GPS 动态三差法.

## 1.2 随机模型

大量的理论和实践研究表明,基于卫星高度角的正弦函数定权方案可较好地表示 GPS 观测值的先验方差.若某观测历元  $t_i$  同步观测卫星数为  $n$ ,则可将基准站  $T_1$ 、测站  $T_2$  至各卫星的非差相位观测值先验方差定义为

$$\mathbf{D}_{12'}(t_i) = \text{diag} \left\{ a^2 + b^2 \left( \frac{1}{\sin^2 E_1^1} \quad \frac{1}{\sin^2 E_2^1} \quad \cdots \right. \right. \\ \left. \left. \frac{1}{\sin^2 E_1^n} \quad \frac{1}{\sin^2 E_2^n} \right) \right\}_{t_i} \quad (7)$$

式中:一般取  $a = 3 \text{ mm}$ ,  $b = 5 \text{ mm}$ <sup>[5]</sup>;  $E$  为相应站点的卫星高度角.

设不同卫星、测站之间的相位观测值不相关,则利用误差传播定律可得某观测历元  $t_i$  双差相位观测值的方差协方差矩阵为( $s^1$  为参考卫星)

$$\begin{cases} \mathbf{D}_{\lambda\varphi_{12'}^{jk}}(t_i) = \mathbf{F} \mathbf{D}_{12'}(t_i) \mathbf{F}^T \\ \mathbf{F} = [\mathbf{I}_{n-1} \quad -\mathbf{I}_{n-1}] \otimes [\mathbf{1} \quad -\mathbf{1}] \end{cases} \quad (8)$$

式中: $\otimes$  为 Kronecker 积; $\mathbf{1}_{n-1}$  表示  $n-1$  维元素均为 1 的列向量; $\mathbf{I}_{n-1}$  为  $n-1$  阶单位矩阵.

进一步假设历元间的双差相位观测值不相关,则基于式(8)可得动态三差法随机模型为

$$\mathbf{D}_L(t_{i+1}) = \mathbf{D}_{\lambda\varphi_{12'}^{jk}}(t_i) + \mathbf{D}_{\lambda\varphi_{12'}^{jk}}(t_{i+1}) \quad (9)$$

## 1.3 适用性分析

### 1.3.1 对初始值精度的要求

分析式(5)可知,已知基准点和基线向量的误差对  $\delta\rho_{22}^{jk}$  的影响为

$$\sigma_L = -[\delta l_2^{jk} - \delta l_1^{jk} \delta m_2^{jk} - \delta m_1^{jk} \delta n_2^{jk} - \delta n_1^{jk}] \mathbf{m}_{x_1} - \\ [\delta l_2^{jk} \delta m_2^{jk} \delta n_2^{jk}] \mathbf{m}_b \quad (10)$$

式中: $\mathbf{m}_{x_1}$  表示基准点的误差列向量; $\mathbf{m}_b$  表示基线向量的误差列向量.

卫星至测站、卫星至地心的平均距离记为  $\tilde{\rho}$ ,  $\tilde{R}$ , 卫星平均角速度记为  $\tilde{\omega}$ , 假设  $\mathbf{m}_{x_1}$ ,  $\mathbf{m}_b$  在  $x, y, z$  这 3 个方向上的误差分别相等,同时顾及  $\|l_2^{jk} \quad m_2^{jk} \quad n_2^{jk}\|_2 \leq 2$ , 则式(10)满足如下条件:

$$|\sigma_L| \leq \frac{\tilde{R} \tilde{\omega} (t_{i+1} - t_i)}{\sqrt{3} \tilde{\rho}} (\sqrt{2} \|\mathbf{b}\|_2 \|\mathbf{m}_{x_1}\|_2 / \\ (\tilde{\rho} + \|\mathbf{m}_b\|_2)) \quad (11)$$

由式(11)可知,若要使得基准点和基线向量误差对  $\delta\rho_{22}^{jk}$  的影响忽略不计,只需式(11)第一项和第二项产生的误差影响均不超过  $0.01\lambda$  的观测噪声,取 3 倍中误差限值,即有

$$\begin{cases} \|\mathbf{m}_{x_1}\|_2 \leq \frac{\sqrt{6} \times 10^{-2} \lambda \tilde{\rho}^2}{6 \tilde{R} \tilde{\omega} (t_{i+1} - t_i) \|\mathbf{b}\|_2} \\ \|\mathbf{m}_b\|_2 \leq \frac{\sqrt{3} \times 10^{-2} \lambda \tilde{\rho}}{3 \tilde{R} \tilde{\omega} (t_{i+1} - t_i)} \end{cases} \quad (12)$$

对于 GPS 卫星系统,一般取  $\tilde{\rho} = 20\,000 \text{ km}$ ,  $\tilde{R} = 26\,000 \text{ km}$ ,  $\tilde{\omega} = 1.458 \times 10^{-4} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ . 由式(12)可得,初始值的精度要求与两个连续跟踪历元的时间间隔有关,且时间间隔越短精度要求越低.取时间间隔(采样间隔)为  $12 \text{ s}$ ,当基线长度不超过  $10 \text{ km}$  时,根据式(12)可得基准点误差  $\leq 3\,588.6 \lambda$ ,基线向量误差  $\leq 2.5 \lambda$ . 因此,基准点和基线向量分别采用伪距单点定位和单频载波相对定位即可满足高精度 GPS 动态三差法的初始值精度要求.

### 1.3.2 对双历元时间间隔的要求

基于式(4)和(6),在动态变形监测条件下忽略参数  $\mathbf{d}$ , 则与式(10), (11)同理可得动态三差模型误差  $\sigma_M$  满足下式:

$$|\sigma_M| = |(\delta l_2^{jk} \quad \delta m_2^{jk} \quad \delta n_2^{jk}) \mathbf{d}| \leq \\ \frac{\tilde{R} \tilde{\omega} (t_{i+1} - t_i)}{\sqrt{3} \tilde{\rho}} \|\mathbf{d}\|_2 \quad (13)$$

在结构变形监测应用中,一般满足  $\|\mathbf{d}\|_2 \leq 0.5 \text{ m}$ . 因此,分析式(13)可知,若要求模型误差  $\sigma_M$  可以忽略不计(即 3 倍中误差限值  $3|\sigma_M| \leq 0.01\lambda$ , 取  $2 \text{ mm}$ ), 按  $\tilde{\rho}$ ,  $\tilde{R}$ ,  $\tilde{\omega}$  的前述取值,只需两个连续跟踪历元的时间间隔满足下式

$$(t_{i+1} - t_i) \leq 12 \text{ s} \quad (14)$$

### 1.3.3 对共视卫星数的要求

在动态变形监测情况下仅考虑参数  $\delta\mathbf{d}$ , 综合函数模型(6)和随机模型(9)可得动态变形的最小二乘参数估计为

$$\hat{\delta\mathbf{d}} = -(\mathbf{B}^T \mathbf{D}_L^{-1} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{D}_L^{-1} \mathbf{L} \quad (15)$$

由式(15)可知,单频载波同步观测卫星 4 颗以上便可估计动态三差模型参数,对于双基准-动态三差模型,共视卫星数可降低为 3 颗.

### 1.3.4 载波相位周跳的影响分析

若某观测历元发生周跳,则利用该历元及其相邻历元观测值的动态变形进行求解将受影响.但对于三差观测值,载波相位周跳相当于粗差,只需采用抗差最小二乘法即可得到正确的动态变形<sup>[7]</sup>,而不必进行周跳探测与修复.而且,在桥梁、高楼以及工业烟囱等大跨度和高耸的工程结构物动态变形监测实践中,由

于对空观测视场开阔、信号信噪比高,长时间连续周跳的概率低.此时直接由式(15)获取整个连续监测时段内的三维动态变形序列,则该序列在频率域上表现为周跳发生的频率特征与振动监测信号频率特征的叠加.对此序列进一步分析可知,时序中振动信号的主频特性会贯穿整个时域,而周跳频率特性随环境变化不会固定不变地贯穿整个时域,在频域内表现出不同信号的频谱差异.因此,也可在后处理过程中采用时频分析工具分离周跳的影响<sup>[8]</sup>.

## 2 结构监测试验与结果分析

大型桥梁是在工程测量中较为常见的结构监测对象.为验证 GPS 动态三差法的正确性和有效性,将该方法应用于南京长江三桥结构振动监测试验研究.南京长江三桥全长约 15.6 km,其中跨江大桥长 4 744 m,主桥跨径 648 m.三桥振动监测试验采用三台接收机,其中两台分别设在主桥南侧和桥中心布索区作为监测点,另一台设在南岸防洪堤坝带有强制归心装置的观测墩上作为基准点.数据采集于 2008 年 5 月 19 日 10 时,分 3 个时段进行,卫星截止高度角设为  $10^\circ$ ,各采样时段长度约为 2 h,采样频率分别设置为 2,5 和 10 Hz.现采用动态三差法对桥中心测点 5 Hz 时段 L1 载波观测值按 0.2 s 时间间隔逐历元解算动态变形.图 2 显示了高程方向的动态变形计算结果(5 000 个历元).

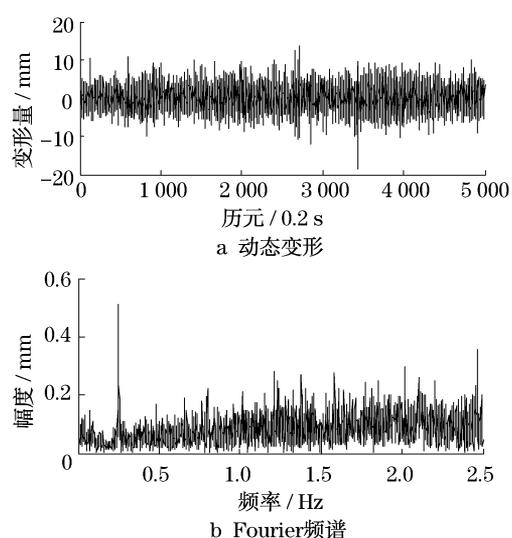


图 2 桥中心点高程动态变形时序及频谱分析

Fig.2 Vertical dynamic deformation and Fourier spectrum of the bridge center

图 2a 曲线表示三桥在车辆负荷、风力效应等条件下的高程方向变形序列,其中也包含了 GPS 相位

观测值各种误差影响.为分析该动态变形序列的频率特征,对该序列直接进行 Fourier 频谱分析,如图 2b 所示.由图 2b 频谱分析结果可知,三桥中心点(主梁一阶竖弯)垂直变形序列的主频约为 0.25 Hz,与有限元计算的固有频率 0.245 3 Hz<sup>[11]</sup>基本一致.

图 3 表示动态三差法和单历元法获取的单历元变形及其较差.图 3a 单历元变形由图 2a 动态变形序列进行一阶累加生成,图 3b 采用双频单历元方法解算并将后续变形减去第 1 个历元的变形而得,图 3c 表示以上两种方法所得的单历元变形差值.图 3a 正变形最大值为 36.5 mm、负变形最大为 -61.2 mm,分别对应第 335,1 979 个历元,图 3b 中相应历元的变形为 29.3 mm、-63.4 mm;图 3b 正变形最大值为 32.9 mm、负变形最大为 -64.1 mm,分别对应第 1 072,1 980 个历元,图 3a 中相应历元的变形为 30.2 mm、-56.9 mm,结果均比较吻合.图 3c 中,变形较差均值为 -1.2 mm,均方根值为 4.9 mm,且基本服从正态分布,与当前 GPS 载波观测精度水平一致.因此,在图 2 结论的基础上,图 3 进一步验证了文中 GPS 动态三差法的正确性和有效性.应说明的是,时段内可见卫星达 9~10 颗,为双频单历元方法确定三维变形和模糊度参数提供了良好数据条件,而文中动态三差法采用单频载波即可快速估计动态变形,且避免了模糊度固定的难题.

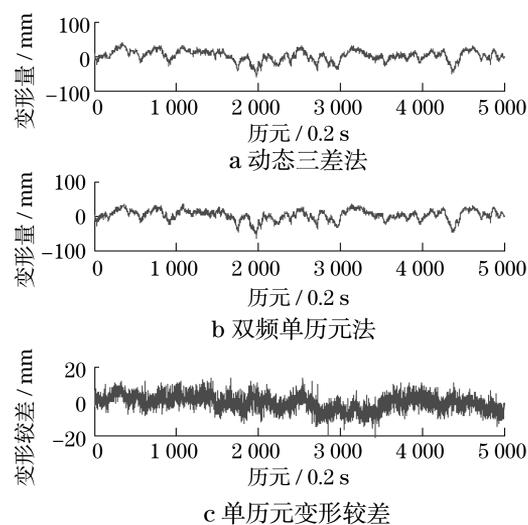


图 3 动态三差法与单历元法变形结果比较

Fig.3 Comparison of deformation by single-epoch method and dynamic triple-difference method

为从动态变形中识别和提取三桥固有模态响应信号,利用经验模式分解(EMD)法<sup>[10,12]</sup>和 Fourier 频谱分析对动态变形序列进行分解与频谱分析.为节省篇幅,仅显示了部分 EMD 分量及其频谱,见图

4. 比较图 4b 中 EMD 分量 imf4 与图 2b 频谱可知, 模态函数分量 imf4 与动态三差法变形时序的主频一致, 表明图 4a 中 EMD 分量 imf4 即为南京三桥中心点结构固有模态的响应信号. 此外, 现有研究表明多路径效应周期一般在数十秒至数十分钟之间, 初步判断 EMD 残余 res 包含了多路径效应等误差.

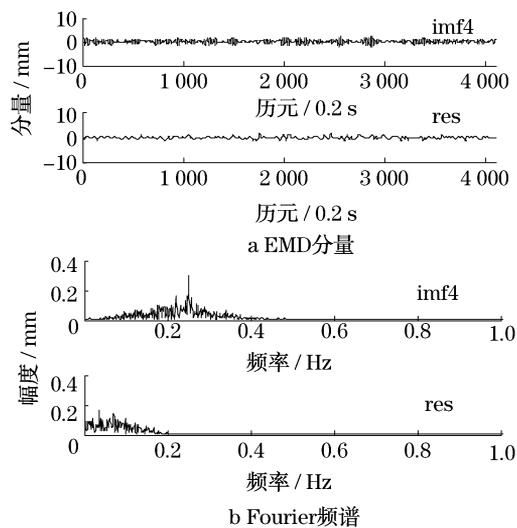


图 4 高程动态变形 EMD 分量及其 Fourier 频谱  
Fig. 4 EMD components and its Fourier spectrum of vertical dynamic deformation

### 3 结论

本文提出了适用于工程结构快速、大变形监测的单频 GPS 动态三差法. 该方法利用采样率约 0.1 Hz 以上动态数据, 仅考虑动态变形参数, 摒弃了单历元法和似单差法需正确固定模糊度的关键难题, 具有初始值精度要求低和实际动态变形无半个波长上限约束的特点. 结合南京长江三桥结构振动监测试验对所提出方法进行验证, 结果表明, 单频动态三差法与双频单历元方法所获单历元高程变形量在 5 mm 均方误差意义下一致, 且基于该方法得到的动态变形序列采用经验模式分解和频谱分析正确提取了三桥主梁一阶竖弯处的固有频率为 0.25 Hz 及其响应信号. 此外, 鉴于文中短基线、高采样率的应用情况, 未考虑电离层误差模型改正. 随着 GPS 现代化和 GALILEO 计划的完成, 若将单频动态三差法推广至双频、多频动态三差法, 可进一步提高动态三差法结构变形监测的精度及可靠性.

#### 参考文献:

[1] Li Xiaojing, Ge Linlin, Eliathamby Ambikairajah, et al. Full-scale

- structural monitoring using an integrated GPS and accelerometer system[J]. *GPS Solutions*, 2006, 10: 233.
- [2] Clement Ogaja, Li Xiaojing, Chris Rizos. Advances in structural monitoring with global positioning system technology: 1997—2006[J]. *Journal of Applied Geodesy*, 2007, 1(3): 171.
- [3] HE X F, YANG G, DING X L, et al. Application and evaluation of a GPS multi-antenna system for dam deformation monitoring [J]. *Earth, Planets and Space*, 2004, 56(12): 1035.
- [4] 陈永奇, James Lutes. 单历元 GPS 变形监测数据处理方法的研究[J]. *武汉测绘科技大学学报*, 1998, 23(4): 324.  
Chen Yongqi, James Lutes. Development of the methodology for single epoch GPS deformation monitoring[J]. *Journal of Wuhan Technical University of Surveying and Mapping*, 1998, 23(4): 324.
- [5] 刘志平. 基于 GNSS 精密定位方法的高边坡变形稳定性研究 [D]. 南京: 河海大学土木工程学院, 2009.  
LIU Zhiping. GNSS-based deformation monitoring and stability analysis of steep slopes[D]. Nanjing: Hohai University. College of Civil Engineering, 2009.
- [6] 胡丛玮, 刘大杰. 单历元确定 GPS 整周模糊度的分析[J]. *南京航空航天大学学报*, 2001, 33(3): 267.  
HU Congwei, LIU Dajie. Preliminary analysis on single epoch GPS ambiguity resolution[J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2001, 33(3): 267.
- [7] Yang Y, Song L, Xu T. Robust estimator for correlated observations based on bifactor equivalent weights[J]. *Journal of Geodesy*, 2002, 76: 353.
- [8] Hristopoulos D T, Mertikas S P, Arhontakis I, et al. Using GPS for monitoring tall-building response to wind loading, filtering of abrupt changes and low-frequency noise, variography and spectral analysis of displacements [J]. *GPS Solutions*, 2007, 11: 85.
- [9] 姚连璧, 姚平, 王人鹏, 等. 南浦大桥形变 GPS 动态监测试验及结果分析 [J]. *同济大学学报: 自然科学版*, 2008, 36(12): 1633.  
YAO Lianbi, YAO Ping, WANG Rengpeng, et al. GPS-based dynamic monitoring and analysis of Nanpu Bridge deformation [J]. *Journal of Tongji University: Natural Science*, 2008, 36(12): 1633.
- [10] 刘超, 王坚, 胡洪, 等. 动态变形监测多路径实时修正模型研究 [J]. *武汉大学学报: 信息科学版*, 2010, 35(4): 481.  
LIU Chao, WANG Jian, HU Hong, et al. Research on real-time correcting model of multipath in GPS dynamic deformation monitoring[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2010, 35(4): 481.
- [11] 朱乐东, 李超, 郭震山. 环境随机振动频域法全桥气弹模型模态识别[J]. *结构工程师*, 2005, 21(6): 38.  
ZHU Ledong, LI Chao, GUO Zhenshan. Modal identification of full bridge aeroelastic model with frequency-domain approach of ambient random vibration[J]. *Structural Engineers*, 2005, 21(6): 38.
- [12] Flandrin P, Rilling G, Goncalves P. Empirical mode decomposition as a filter bank [J]. *IEEE, Signal Processing Letters*, 2004, 11(2): 112.