第 39 卷第 8 期
2011 年 8 月
同济大学学报(自然科学版)
JOURNAL OF TONGJI UNIVERSITY(NATURAL SCIENCE)
Vol. 39 No. 8
Aug. 2011

文章编号：0253-374X(2011)08-1238-05 DOI：10.3969/j.issn.0253-374x.2011.08.026

低相关区屏蔽序列偶集的构造

史仍辉，赵晓群，李立志
（同济大学 电子与信息工程学院，上海 201804）

摘要：将伪随机屏蔽序列偶应用于低相关区（LCZ）序列偶集的构造中，提出一种低相关区屏蔽序列偶集的构造方法. 基于伪随机屏蔽序列偶，通过不同的移位序列和正交矩阵，采用交织方法生成具有一定长度、序列偶数目和低相关区长度的 LCZ 屏蔽序列偶集，对构造方法进行了理论证明和举例说明. 该构造方法也可基于广义伪随机屏蔽二进序列偶构造 LCZ 屏蔽序列偶集. 由于 LCZ 序列偶集存在的范围更加广阔，可为实际的工程应用提供更多的选择.

关键词：低相关区；序列偶集；交织方法；正交矩阵；伪随机屏蔽序列偶
中图分类号：TN 911.22 **文献标识码**：A

Construction of Low Correlation Zone Punctured Sequence Pairs Set

SHI Renghui, *ZHAO Xiaoqun*, *LI Lizhi*
(College of Electronics and Information Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: Pseudorandom punctured sequence pairs were applied to the construction of low correlation zone (LCZ) sequence pairs set; a new construction method for LCZ punctured sequence pairs set was presented. According to different shift sequences and orthogonal matrix, LCZ punctured sequence pairs set with a certain length, sequence pairs number, and low correlation zone could be generated through interleaved technique based on pseudorandom punctured sequence pairs. The construction method was theoretically proved and some examples were given. This method could also be used for constructing LCZ punctured sequence pairs set based on generalized pseudorandom punctured binary sequence pairs. There were more choices for engineering application because the LCZ sequence pairs exist in a larger scope.

Key words: low correlation zone; sequence pairs set; interleaved technique; orthogonal matrix; pseudorandom punctured sequence pairs

在准同步 CDMA（quasi-synchronous code division multiple access，QS-CDMA）系统中，系统的同步可以适当放宽，允许其同步误差控制在 1 个码片或几个码片的范围内. 这样就要求作为区分用户的地址码在同步误差范围内（1 个或几个码片周期）具有理想的相关特性. 范平志等学者提出了零相关区（zero correlation zone，ZCZ）序列集[1-2]的概念，并将其应用在 QS-CDMA 系统中. 在 QS-CDMA 系统中，采用 ZCZ 序列集作为其扩频序列集，可以降低或消除系统中如共信道干扰等一些干扰. 唐小虎等将零相关区概念推广到低相关区（low correlation zone，LCZ）[3]，LCZ 序列集的相关函数在零时延附近的一定区域内取极小值而不是等于零，利用 LCZ 序列集可以实现低共信道干扰. 显然，LCZ 序列集的范围更广，ZCZ 序列集是 LCZ 序列集的特例.

零、低相关区序列都可作为 QS-CDMA 系统的地址码. 但是这些序列的设计仍然在一定程度上受到相关性、理论界的限制. 赵晓群等提出了序列偶（阵列偶）相关的概念[4]，相应的研究成果有最佳二进阵列偶[4]、差集偶[5]、准最佳二进阵列偶[6]、最佳屏蔽二进阵列偶[7]、ZCZ 阵列偶[8]等，这进一步扩大了地址码的可选范围.

本文在序列偶的基础上，将伪随机屏蔽序列偶应用到 LCZ 序列偶集的构造中，通过使用交织技术[9]，构造了一类 LCZ 屏蔽序列偶集，对构造方法进行了理论证明并举例说明. 由于 LCZ 序列偶集的存在范围更加广阔，可为实际的工程应用提供更多的选择.

收稿日期：2010-05-07
第一作者：史仍辉(1981—)，男，博士生，主要研究方向为最佳信号理论、扩频序列设计. E-mail:srh2004@126.com
通讯作者：赵晓群(1962—)，男，教授，博士生导师，工学博士，主要研究方向为信息论、最佳信号理论、阵列偶理论和数字信号处理等. E-mail:zhao_xiaoqun@tongji.edu.cn

1　基本定义和引理

定义 1　设序列 $x=(x_0,x_1,\cdots,x_{L-1})$ 和 $y=(y_0,y_1,\cdots,y_{L-1})$ 分别是周期为 L 的 2 个序列,则序列 x 和 y 构成 1 个序列偶,记为 (x,y),若其中 $x_i\in\{+1,-1\}$,$y_i\in\{+1,-1\}$,$i=0,1,2,\cdots,L-1$,则称序列偶 (x,y) 为二进(二元)序列偶,序列偶 (x,y) 的周期自相关函数 $R_{(x,y)}(\tau)$ 定义为[4]

$$R_{(x,y)}(\tau)=\sum_{i=0}^{L-1}x_i\,y_{(i+\tau)} \tag{1}$$

式中,τ 为序列的时延,$(i+\tau)=(i+\tau)\bmod L$,当 $\tau=0$ 时,$R_{(x,y)}(0)$ 称为自相关函数的主峰,当 $\tau\neq0$ 时,$R_{(x,y)}(\tau)$ 称为自相关函数的副峰.

定义 2　L 长序列 $x=(x_0,x_1,\cdots,x_{L-1})$ 的 p-屏蔽序列 $y=(y_0,y_1,\cdots,y_{L-1})$ 定义为

$$y_i=\begin{cases}0 & i\in p\text{ 个屏蔽位}\\ x & i\in L-p\text{ 个非屏蔽位}\end{cases} \tag{2}$$

其中,p 为序列 x 的屏蔽位数,若 $x_i\in\{+1,-1\}$,则 p-屏蔽序列 y 称为 p-屏蔽二进序列,序列偶 (x,y) 称为屏蔽二进序列偶[10].

定义 3　若 L 长屏蔽二进序列偶 (x,y) 的周期自相关函数满足

$$R_{(x,y)}(\tau)=\begin{cases}E & \tau=0\bmod L\text{ 且 }E\neq0,E\neq-1\\ -1 & \tau\neq0\end{cases} \tag{3}$$

则称序列偶 (x,y) 为伪随机屏蔽序列偶[10];若屏蔽二进序列偶 (x,y) 的周期自相关函数满足

$$R_{(x,y)}(\tau)=\begin{cases}E & \tau=0\bmod L\text{ 且 }E\neq0,E\neq\pm1\\ \pm1 & \tau\neq0\end{cases} \tag{4}$$

则称序列偶 (x,y) 为广义伪随机屏蔽二进序列偶[11].

定义 4　L 长 p 个屏蔽位屏蔽二进序列偶的能量效率 η 定义为[11]

$$\eta=(L-p)/L \tag{5}$$

定义 5　任意 2 个 L 长序列偶 (x,y) 与 (u,v) 的周期互相关函数定义为[8]

$$R_{(x,y)(u,v)}(\tau)=R_{(x,v)}(\tau)=\sum_{i=0}^{L-1}x_i\,v_{(i+\tau)\bmod L} \tag{6}$$

式中,$u=(u_0,u_1,\cdots,u_{L-1})$,$v=(v_0,v_1,\cdots,v_{L-1})$.

定义 6　设序列偶集合 $C=\{C_i\}=\{(X_i,Y_i)\}$,$X_i=(x_{0,i},x_{1,i},\cdots,x_{N-1,i})$,$Y_i=(y_{0,i},y_{1,i},\cdots,y_{N-1,i})$,$i=0,1,2,\cdots,M-1$,$C$ 由 M 个 N 长序列偶组成,定义 C 的低相关区[12] L_{CZ} 为

$$L_{\mathrm{CZ}}=\max\left\{\begin{array}{l}T\,|\,|R_{(X_j,Y_j)(X_k,Y_k)}(\tau)|\leqslant\\ \delta,(|\tau|\leqslant T,C_j\neq C_k)\text{ 或}\\ (0<|\tau|\leqslant T,C_j=C_k)\end{array}\right\} \tag{7}$$

式中,$j=0,1,2,\cdots,M-1$,$k=0,1,2,\cdots,M-1$,δ 为一个较小的值,则称该序列偶集合为一个低相关区序列偶集,简称为 LCZ$(N,M,L_{\mathrm{CZ}},\delta)$ 序列偶集;当 $M=1$ 时,称为 LCZ$(N,1,L_{\mathrm{CZ}},\delta)$ 序列偶. 当 C 中序列偶为屏蔽序列偶时,称为 LCZ 屏蔽序列偶集.

定义 7　交织序列[9,13]:设一长为 LN 的序列 $u=(u_0,u_1,\cdots,u_{LN-1})$,可由一个 L×N 矩阵表示

$$\boldsymbol{u}_{L\times N}=\begin{bmatrix}u_0 & u_1 & \cdots & u_{N-1}\\ u_N & u_{N+1} & \cdots & u_{2N-1}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ u_{(L-1)N} & u_{(L-1)N+1} & \cdots & u_{LN-1}\end{bmatrix}$$

若 $\boldsymbol{u}_{L\times N}$ 中的每一列等于一个 L 长序列 x 的移位序列,则称 $\boldsymbol{u}$ 为一个 (L,N) 交织序列. 若用 $\boldsymbol{u}_j$ 表示上面矩阵的第 j 列,则有 $u_j=L_{e_j}(x)$,$0\leqslant j<N$,其中,$L_{e_j}(x)$ 表示序列 x 的左循环 e_j 移位,$e=(e_0,e_1,\cdots,e_{N-1})$ 称为移位序列,$0\leqslant e_j<L$,$u=I(L_{e_0}(x),L_{e_1}(x),\cdots,L_{e_{N-1}}(x))$ 表示交织序列.

定义 8　给定 L 长序列 x 和 y,$x=(x_0,x_1,\cdots,x_{L-1})$ 和 $y=(y_0,y_1,\cdots,y_{L-1})$,$N$ 长移位序列 $e=(e_0,e_1,\cdots,e_{N-1})$,$\boldsymbol{f}=(f_0,f_1,\cdots,f_{N-1})$,通过交织方法可以生成 2 个 (L,N) 交织序列 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$,它们的矩阵表示形式分别为

$$\boldsymbol{a}_{L\times N}=\boldsymbol{I}(L_{e_0}(x),L_{e_1}(x),\cdots,L_{e_{N-1}}(x))=\begin{bmatrix}x_{0+e_0} & x_{0+e_1} & \cdots & x_{0+e_{N-1}}\\ x_{1+e_0} & x_{1+e_1} & \cdots & x_{1+e_{N-1}}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ x_{L-1+e_0} & x_{L-1+e_1} & \cdots & x_{L-1+e_{N-1}}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{b}_{L\times N}=\boldsymbol{I}(L_{f_0}(y),L_{f_1}(y),\cdots,L_{f_{N-1}}(y))=\begin{bmatrix}y_{0+f_0} & y_{0+f_1} & \cdots & y_{0+f_{N-1}}\\ y_{1+f_0} & y_{1+f_1} & \cdots & y_{1+f_{N-1}}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ y_{L-1+f_0} & y_{L-1+f_1} & \cdots & y_{L-1+f_{N-1}}\end{bmatrix}$$

引理 1[9,13]　对于由上述定义 8 生成的交织序列 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$,令 $\tau=N\tau_1+\tau_2$,$0\leqslant\tau_2<N$,则序列 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 的互相关函数满足下式:

$$R_{(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})}(\tau)=\sum_{i=0}^{N-\tau_2-1}R_{(L_{e_i}(x),L_{f_{i+\tau_2}}(y))}(\tau_1)+$$

$$\sum_{i=N-\tau_2}^{N-1} R_{(L_{e_i}(x),L_{f_{i+\tau_2}-N}(y))}(\tau_1)=\sum_{i=0}^{N-\tau_2-1} R_{(x,y)}(f_{i+\tau_2}-e_i+\tau_1)+\sum_{i=N-\tau_2}^{N-1} R_{(x,y)}(f_{i+\tau_2-N}-e_i+\tau_1+1) \quad (8)$$

2 基于伪随机屏蔽序列偶的LCZ屏蔽序列偶集的交织构造

给定周期为 L 的伪随机屏蔽序列偶(x,y)，N 长移位序列e，以及 $N\times N$ 阶正交矩阵$\boldsymbol{H}_N$，$x=(x_0, x_1,\cdots,x_{L-1})$，$y=(y_0,y_1,\cdots,y_{L-1})$，$e=(e_0,e_1,\cdots,e_{N-1})$，通过交织方法可以生成 LN 长序列偶$(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$. 通过利用$\boldsymbol{H}_N$中的的第$\boldsymbol{i}$ 行$\boldsymbol{h}_i$分别与$\boldsymbol{a}$ 和$\boldsymbol{b}$ 相乘，可以得到序列偶集 $D=(D_0,D_1,\cdots,D_{N-1})$，其中，$D_i=(X_i,Y_i)=(h_i\boldsymbol{a},h_i\boldsymbol{b})$，$h_i\boldsymbol{a}$ 表示如下：

$$h_i\boldsymbol{a}=\begin{bmatrix} h_{i0}\ x_{0+e_0} & h_{i1}\ x_{0+e_1} & \cdots & h_{i(N-1)}\ x_{0+e_{N-1}} \\ h_{i0}\ x_{1+e_0} & h_{i1}\ x_{1+e_1} & \cdots & h_{i(N-1)}\ x_{1+e_{N-1}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ h_{i0}\ x_{L-1+e_0} & h_{i1}\ x_{L-1+e_1} & \cdots & h_{i(N-1)}\ x_{L-1+e_{N-1}} \end{bmatrix}$$

$h_i\boldsymbol{b}$ 表示与$h_i\boldsymbol{a}$ 类似，则 D 为一个LCZ屏蔽序列偶集，显然，集合 D 内各屏蔽序列偶的能量效率与伪随机屏蔽序列偶(x,y)的能量效率相等. 当选取不同的移位序列时，可以得到不同低相关区长度的LCZ屏蔽序列偶集，移位序列的选择可以由定理1～3得到.

设(x,y)为周期为 L 的伪随机屏蔽序列偶，其周期自相关函数满足式(3)，$e=(e_0,e_1,\cdots,e_{N-1})$为 N 长移位序列，运用交织方法生成 LN 长序列偶$(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$.

定理1 若 $\gcd(N,L)=1$，且 $e_t=N^{-1}\cdot t(\mathrm{mod}\ L)$，则$(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$为LCZ$(LN,1,L-1,N)$屏蔽序列偶.

证明 若 $\gcd(N,L)=1$，且 $e_t=N^{-1}t(\mathrm{mod}\ L)$，则由式(8)可得

$$R_{(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})}(\tau)=\sum_{i=0}^{N-\tau_2-1} R_{(x,y)}(e_{i+\tau_2}-e_i+\tau_1)+\sum_{i=N-\tau_2}^{N-1} R_{(x,y)}(e_{i+\tau_2-N}-e_i+\tau_1+1)=\sum_{i=0}^{N-1} R_{(x,y)}(N^{-1}\tau_2+\tau_1)=NR_{(x,y)}(N^{-1}\tau_2+\tau_1)$$

(1) 当 $0<\tau=N\tau_1+\tau_2<L$ 时，$N\tau_1+\tau_2\neq 0(\mathrm{mod}\ L)$，又因 $\gcd(N,L)=1$，所以 $\tau_1+N^{-1}\tau_2\neq 0(\mathrm{mod}\ L)$，$R_{(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})}(\tau)=N(-1)=-N$.

(2) 当 $\tau=N\tau_1+\tau_2=L$ 时，$\tau_1+N^{-1}\tau_2=0(\mathrm{mod}\ L)$，$R_{(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})}(\tau)=NR_{(x,y)}(0)=NE$.

由以上结果和定义6可知，序列偶$(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$的低相关区长度 $L_{\mathrm{CZ}}=L-1$，$\delta=N$，$(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$为LCZ$(LN,1,L-1,N)$屏蔽序列偶.

定理2 若 $N|L$，且 $e_t=(L/N)t(\mathrm{mod}\ L)$，则$(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$为LCZ$(LN,1,L-2,N)$屏蔽序列偶.

证明 若 $N|L$，且 $e_t=(L/N)t(\mathrm{mod}\ L)$，则由式(8)可得

$$R_{(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})}(\tau)=\sum_{i=0}^{N-\tau_2-1} R_{(x,y)}((L/N)\tau_2+\tau_1)+\sum_{i=N-\tau_2}^{N-1} R_{(x,y)}((L/N)\tau_2+\tau_1+1)$$

(1) 当 $0<\tau=N\tau_1+\tau_2\leqslant L-2$ 时，$0\leqslant\tau_1<(L/N)-1$，或 $\tau_1=(L/N)-1$，$0\leqslant\tau_2<N-1$，所以$(L/N)\tau_2+\tau_1\leqslant L-2$，且当 $\tau_1=(L/N)-2$，$\tau_2=N-1$ 时等号成立，即当 $0<\tau=N\tau_1+\tau_2\leqslant L-2$ 时，$R_{(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})}(\tau)=-N$.

(2) 当 $\tau=N\tau_1+\tau_2=L-1$ 时，即 $\tau_1=(L/N)-1$，$\tau_2=N-1$ 时，有$(L/N)\tau_2+\tau_1=L-1$，则 $R_{(x,y)}((L/N)\tau_2+\tau_1+1)=R_{(x,y)}(L)=E$，$R_{(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})}(\tau)=R_{(x,y)}(L-1)+(N-1)R_{(x,y)}(L)=-1+(N-1)E$.

由以上结果和定义6可知，序列偶$(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$的低相关区长度 $L_{\mathrm{CZ}}=L-2$，$\delta=N$，$(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$为LCZ$(LN,1,L-2,N)$屏蔽序列偶.

定理3 若 $L|N$，且 $e_t=t(\mathrm{mod}\ L)$，则$(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$为LCZ$(LN,1,L-2,N)$屏蔽序列偶.

证明 若 $L|N$，且 $e_t=t(\mathrm{mod}\ L)$，则由式(8)可得

$$R_{(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})}(\tau)=\sum_{i=0}^{N-\tau_2-1} R_{(x,y)}(\tau_2+\tau_1)+\sum_{i=N-\tau_2}^{N-1} R_{(x,y)}(\tau_2+\tau_1+1)$$

(1) 当 $0<\tau=N\tau_1+\tau_2\leqslant L-2$ 时，$\tau_1=0$ 且 $0\leqslant\tau_2\leqslant L-2$，即当 $0<\tau=N\tau_1+\tau_2\leqslant L-2$ 时，$R_{(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})}(\tau)=-N$.

(2) 当 $\tau=N\tau_1+\tau_2=L-1$ 时，即 $\tau_1=0$ 且 $\tau_2=L-1$，则 $R_{(x,y)}(\tau_2+\tau_1+1)=R_{(x,y)}(L)=E$，$R_{(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})}(\tau)=(N-L+1)R_{(x,y)}(L-1)+(L-1)\cdot$

$R_{(x,y)}(L) = -(N-L+1)+(L-1)E$.

由以上结果和定义 6 可知，序列偶$(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$的低相关区长度 $L_{\mathrm{CZ}} = L-2$，$\delta = N$，$(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$为 LCZ$(LN,1,L-2,N)$屏蔽序列偶.

同理可证，当$-L<\tau<0$时，上述定理也成立．当将此 LCZ 屏蔽序列偶与 N 阶正交矩阵各行相乘后就可以得到序列偶数为 N 的 LCZ 屏蔽序列偶集，且该 LCZ 屏蔽序列偶集中各屏蔽序列偶的能量效率与用来产生交织序列偶的伪随机屏蔽序列偶(x,y)的能量效率相等.

若(x,y)为周期为 L 的广义伪随机屏蔽二进序列偶，其周期自相关函数满足式(4)，$e=(e_0,e_1,\cdots,e_{N-1})$为 N 长移位序列，运用交织方法生成 LN 长序列偶$(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$，则有推论 1～3 成立.

推论 1　若 $\gcd(N,L)=1$，且 $e_t = N^{-1}\cdot t(\bmod L)$，则$(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$为 LCZ$(LN,1,L-1,N)$屏蔽序列偶.

推论 2　若 $N|L$，且 $e_t=(L/N)t(\bmod L)$，则$(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$为 LCZ$(LN,1,L-2,N)$屏蔽序列偶.

推论 3　若 $L|N$，且 $e_t = t(\bmod L)$，则$(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$为 LCZ$(LN,1,L-2,N)$屏蔽序列偶.

推论 1～3 的证明与定理 1～3 的证明过程类似，在此省略.

定理 4　设(x,y)为周期为 L 的伪随机屏蔽序列偶(或为广义伪随机屏蔽二进序列偶)，$e=(e_0,e_1,\cdots,e_{N-1})$为 N 长移位序列，H_N为$N\times N$阶正交矩阵，运用交织方法生成 LN 长交织序列偶$(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$，将 H_N的的第 i 行分别乘以 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$，可以得到一个扩展的序列偶集合 D，其中：

(1) 若 $\gcd(N,L)=1$，且 $e_t=N^{-1}t(\bmod L)$，则 D 为 LCZ$(LN,N,L-1,N)$屏蔽序列偶集.

(2) 若 $N|L$，且 $e_t=(L/N)t(\bmod L)$，则 D 为 LCZ$(LN,N,L-2,N)$屏蔽序列偶集.

(3) 若 $L|N$，且 $e_t=t(\bmod L)$，则 D 为 LCZ$(LN,N,L-2,N)$屏蔽序列偶集.

证明 对于 D 中的任意 2 个序列偶 $D_i=(X_i,Y_i)$和 $D_j=(X_j,Y_j)$的互相关函数为

$$R_{(D_i,D_j)}(\tau) = R_{(X_i,Y_i)(X_j,Y_j)}(\tau) = \sum_{k=0}^{N-\tau_2-1} h_{ik}h_{j(k+\tau_2)}R_{(x,y)}(e_{k+\tau_2}-e_k+\tau_1) + \sum_{k=N-\tau_2}^{N-1} h_{ik}h_{j(k+\tau_2)}R_{(x,y)}(e_{k+\tau_2-N}-e_k+\tau_1+1)$$

当 $\tau=0$ 时，如果 $i\neq j$，由于 h_i，h_j 正交，则 $R_{(D_i,D_j)}(0)=0$.

当$|\tau|>0$时，由定理 1～3 及推论 1～3 可知，在序列偶$(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$的低相关区内，集合 D 内序列偶的自相关函数和互相关函数满足低相关区序列偶集的定义．该 LCZ 屏蔽序列偶集中的各屏蔽序列偶的能量效率与屏蔽序列偶(x,y)的能量效率相等.

以上为采用行交织方法得到的 LCZ 屏蔽序列偶集，此方法还可以推广为列交织或者行列均交织的方法，通过选择适当的移位序列和伪随机屏蔽序列偶可以生成体积更大的 LCZ 屏蔽序列偶集.

3　构造实例

例 1　8 长伪随机屏蔽序列偶(x,y)，$x=(1,1,-1,1,-1,-1,-1,-1)$，$y=(1,1,-1,1,0,0,-1,0)$，其周期自相关函数主峰值为 5，副峰值为-1，能量效率为 62.5%．$\boldsymbol{H}_4$为一个 4×4 阶正交矩阵，移位序列为 $e=(0,2,4,6)$，根据定理 2 和定理 4，可得 LCZ 屏蔽序列偶集 $D=\{D_i\}=\{(X_i,Y_i)\}$，其中，“+”表示 1，“−”表示−1，$i=0,1,2,3$.

D_0=(+ − − − + + − − − − − + + − − + − − + − − − + + − + − − − + + −,+ − 0 − + + 0 0 − 0 − + + 0 0 + 0 − + − 0 0 + + − + − 0 0 + + 0)

D_1=(+ + − + + − − + − + − − + + − − − + + + − + + − − − − + − − + +,+ + 0 + + − 0 0 − 0 − − + 0 0 − 0 + + + 0 0 + − − − − 0 0 − + 0)

D_2=(+ − + + + + + + − − + − + − + − − − − + − − − − − + + + − + − +,+ − 0 + + + 0 0 − 0 + − + 0 0 − 0 − − + 0 0 − − − + + 0 0 + − 0)

D_3=(+ + + − + − + − − + + + + + + + − + − − − + − + − − + − − − − −,+ + 0 − + − 0 0 − 0 + + + 0 0 + 0 + − − 0 0 − + − − + 0 0 − − 0)

计算集合 D 内各序列偶的自相关函数和互相关函数，限于篇幅下面只列出 D_0的自相关函数值及 D_0与 D_1，D_0与 D_2，D_0与 D_3的互相关函数值，可以验证 D 为 LCZ(32,4,6,4)屏蔽序列偶集，能量效率为 62.50%.

$$R_{(D_0,D_0)}(\tau) = (20,-4,-4,-4,-4,-4,-4,14,-4,-4,-4,2,-4,-4,8,-4,-4,-4,8,-4,-4,2,-4,-4,-4,14,-4,-4,-4,-4,-4,-4)$$

$$R_{(D_0,D_1)}(\tau) = (0,0,0,0,0,0,0,6,0,0,0,-6,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,6,0,0,0,-6,0,0,0,0,0,0)$$

$$R_{(D_0,D_2)}(\tau) = (0,0,0,0,0,0,0,6,0,0,0,-6,0,0,12,0,0,0,-12,0,0,6,0,0,0,-6,0,0,0,0,0,0)$$

$$R_{(D_0,D_3)}(\tau) = (0,0,0,0,0,0,0,-6,0,0,0,6,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,6,0,0,0,-6,0,0,0,0,0,0)$$

例2 12长广义伪随机屏蔽二进序列偶(x, y)，$x=(1,1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,1,-1,1,-1)$，$y=(1,1,-1,-1,0,-1,-1,0,1,-1,0,-1)$，$R_{(x,y)}(\tau)=(9,-1,1,1,1,-1,-1,1,1,-1,1,1)$，$\tau=0,1,2,\cdots,11$，其周期自相关函数满足式(4)，能量效率为75%. $\boldsymbol{H}_4$为一个4×4阶正交矩阵，移位序列为e=(0,3,6,9)，根据推论2和定理4，可得$LCZ(48,4,10,4)$屏蔽序列偶集，能量效率为75.00%.

例3：16长广义伪随机屏蔽二进序列偶(x, y)，$x=(1,1,-1,-1,1,1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,1,-1,1,-1)$，$y=(0,1,-1,-1,1,1,0,-1,-1,-1,-1,0,1,-1,1,-1)$，$R_{(x,y)}(\tau)=(13,1,-1,-1,1,1,-1,1,1,-1,-1,-1,1,1,-1,-1)$，$\tau=0,1,2,\cdots,15$，其周期自相关函数满足式(4)，能量效率为81.25%. 使用一个8×8阶正交矩阵$\boldsymbol{H}_8$和8长移位序列$e=(0,2,4,6,8,10,12,14)$，可得LCZ(128,8,14,8)屏蔽序列偶集，能量效率为81.25%.

4 结语

给出了基于伪随机屏蔽序列偶的低相关区屏蔽序列偶集的构造方法，基于伪随机屏蔽序列偶和正交矩阵，通过选择不同的移位序列，经过交织变换可以生成具有一定长度、序列偶数目和低相关区长度的LCZ屏蔽序列偶集. 该方法可同样基于广义伪随机屏蔽二进序列构造LCZ屏蔽序列偶集. 生成的LCZ屏蔽序列偶集的能量效率与用来产生交织序列偶的屏蔽序列偶能量效率相等. 由于LCZ序列偶集存在的范围更加广阔，可为实际的工程应用提供更多的选择.

参考文献：

[1] Fan P Z, Suehiro N, Kuroyanagi N, et al. Class of binary sequences with zero correlation zone[J]. IEE Electronic Letters, 1999, 35(10): 777.

[2] Fan P Z, Hao L, Generalized orthogonal sequences and their applications to synchronous CDMA systems[J]. IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, 2000, E83－A(11): 2054.

[3] Tang X H, Fan P Z. A class of pseudonoise sequences over GF(P) with low correlation zone[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2001, 47(4): 1644.

[4] 赵晓群，何文才，王仲文，等. 最佳二进阵列偶理论研究[J]. 电子学报，1999，27(1)：34.
ZHAO Xiaoqun, HE Wencai, WANG Zhongwen, et al. The theory of the perfect binary array pairs[J]. ACTA Electronica Sinica, 1999, 27(1): 34.

[5] 许成谦. 差集偶与最佳二进阵列偶的组合研究方法[J]. 电子学报，2001，29(1)：87.
XU Chengqian. Differences set pairs and approach for the study of perfect binary array pairs[J]. Acta Electronica Sinica, 2001, 29(1): 87.

[6] 蒋挺，赵晓群，李琦，等. 准最佳二进阵列偶[J]. 电子学报，2003，31(5)：751.
JIANG Ting, ZHAO Xiaoqun, LI Qi, et al. The quasi-perfect binary array pairs[J]. Acta Electronica Sinica, 2003, 31(5): 751.

[7] 蒋挺，侯蓝田，赵晓群. 最佳屏蔽二进阵列偶理论研究[J]. 电子学报，2004，32(2)：282.
JIANG Ting, HOU Lantian, ZHAO Xiaoqun. The theory of perfect punctured binary array pairs[J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(2): 282.

[8] 高军萍，李琦，戴居丰，等. ZCZ阵列偶及其构造方法研究[J]. 通信学报，2008，29(9)：62.
GAO Junping, LI Qi, DAI Jufeng, et al. Research of ZCZ array pair and its construction methods[J]. Journal on Communications, 2008, 29(9): 62.

[9] GONG Guang. New designs for signal sets with low cross correlation, balance property, and large linear span: GF(p) case[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2002, 48(11): 2847.

[10] 李兆斌，蒋挺，邹卫霞，等. 一种新的扩频序列偶的研究[J]. 电子与信息学报，2009，31(4)：889.
LI Zhaobin, JIANG Ting, ZOU Weixia, et al. Research on a new spread spectrum sequence pairs[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2009, 31(4): 889.

[11] 李琦，高军萍，赵晓群. 广义伪随机屏蔽二进序列偶理论研究[J]. 河北工业大学学报，2009，38(4)：61.
LI Qi, GAO Junping, ZHAO Xiaoqun. Research on generalized pseudorandom punctured binary sequence pairs[J]. Journal of Hebei University of Technology, 2009, 38(4): 61.

[12] ZHOU Zhengchun, TANG Xiaohu, GONG Guang. A new class of sequences with zero or low correlation zone based on interleaving technique[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2008, 54(9): 4267.

[13] 王龙业，唐小虎. 零相关区序列的交织构造[J]. 西南交通大学学报，2006，41(3)：319.
WANG Longye, TANG Xiaohu. Construction of sequences with zero correlation zone based on interleaved technique[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2006, 41(3): 319.