

基于小波方法的空间风速场模拟

孙芳锦^{1,2}, 顾明¹

(1. 同济大学 土木工程防灾国家重点实验室, 上海 200092; 2. 辽宁工程技术大学 建筑工程学院, 辽宁 阜新 123000)

摘要: 为克服随时间变化模型基于适应过滤器和窗口估计方法中窗口长度不宜过大, 产生的短时时间序列模拟准确性不够高的缺点, 应用小波分解方法, 结合线性滤波器法的向量过程自回归(AR)模型, 给出了模拟空间脉动风场的一种新方法. 该方法对于 AR 模型自回归系数在空间上进行小波扩展, 采用最小二乘法来估计 AR 模型的自回归系数, 并给出了该方法模拟空间风速场的实现步骤. 将该方法应用于一空间结构的风速场模拟, 并给出了模拟结果与目标值的对比, 以及与向量过程 AR 模型模拟结果的对比, 结果证实该方法可以减少风速时程分析在频域上的信息损失, 对短时时间序列模拟具有较高的准确性, 并具有较高的计算效率.

关键词: 小波分解; 空间风速场模拟; 向量过程自回归(AR)模型; 最小二乘法

中图分类号: TU 973.2

文献标识码: A

Spatial Wind Field Simulation Based on Wavelet Method

SUN Fangjin^{1,2}, GU Ming¹

(1. State Key Laboratory for Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Institute of Civil Engineering & Architecture, Liaoning Technical University, Fuxin 123000, China)

Abstract: To overcome inadequacy of time-varying models based on adaptive filters and windowed estimation for short time series, a wavelet decomposition method is employed to present a new method for simulating fluctuating wind field, combined with vector AR model of linear filter method. Wavelet expansion is performed for autoregressive coefficients of AR model in adequate space, adopting least square method to estimate the above autoregressive coefficients. Simulating procedure for spatial wind field based on the method is given. The method is applied to simulating the fluctuating wind field of a spatial structure. And comparison between the simulating results and target values, results obtained from vector AR

model are made. The results show that the proposed method diminishes information loss in frequency domain, and can accurately simulate short time series with a fairly high calculating efficiency.

Key words: wavelet decomposition; spatial fluctuating wind field simulating; vector autoregressive model; least square method

三维空间风场的数值模拟一直是结构抗风研究关注的问题. 目前风场模拟中广泛应用的主要有两种模型: 谐波叠加法和线性滤波器法. 前者计算量大. 特别是当模拟的点数较多时, 相当耗费机时. 而后者中的自回归(AR)模型直接从时域的角度入手对随机过程进行模拟, 因而计算量小、模拟速度快, 尤其是在对大型复杂结构进行风场模拟时, 应用更广泛. AR 模型又将其归为两类: 标量过程的 AR 模型^[1]和向量过程的 AR 模型^[2-3]. 向量过程的 AR 模型因其平稳性、参数插值的简单性在多变量的时间序列分析中十分常用, 但向量过程 AR 模型的缺点在于它不适用于非均一网格的随机场模拟. 且这些过程很难加强随机场样本的局部求解, 而小波变换正是具有非均一网格并能检测时间历程局部相似性的一种恰当方法^[4], 因其在时域和频域同时具有良好的局部化特性, 故在风工程应用领域具有广阔应用前景. 本文基于自回归系数的小波扩展, 给出了向量过程 AR 模型的估计方法来对空间风速场进行模拟.

关于小波分析在风场模拟方面应用的研究文献比较多, 应用 AR 模型模拟风场的文献也比较多, 但将二者结合起来进行风场模拟的文献还很有限. Zeldin 等^[5]基于线性估计原理, 利用 Daubechies 正交小波重构产生一维单变量随机过程的方法. 周岱等^[6]使用小波技术对模拟风速时程进行了时频分

收稿日期: 2010-08-26

基金项目: 国家自然科学基金重大研究计划重点项目(90715040); 国家自然科学基金青年科学基金项目(51108345)

第一作者: 孙芳锦(1981—), 女, 博士后, 副教授, 主要研究方向为大跨度结构抗风. E-mail: e_dm@163.com

析,采用离散小波变换分解和重构风速时程.

为克服随时间变化模型基于适应过滤器和窗口估计方法中窗口长度不宜过大,产生的短时时间序列模拟准确性不够高的缺点,本文结合线性滤波器法中的向量过程自回归(AR)模型,应用小波分解方法,给出了模拟空间脉动风场的一种新方法.该方法对于向量过程 AR 模型自回归系数在空间上进行小波扩展,采用最小二乘法来估计 AR 模型的自回归系数并给出了空间风场模拟的实现步骤.

1 基于小波方法的向量过程 AR 模型

1.1 向量过程 AR 模型的风荷载模拟

自回归(AR)模型在风荷载模拟中比较常用,这里仅简要介绍将向量过程 AR 模型的公式,为后面采用小波方法进行分析奠定基础.

N 个相关脉动风速时程 $\mathbf{v}(t) = [v_1(t) v_2(t) \dots v_n(t)]^T$ 可由式(1)生成:

$$\mathbf{v}(t) = \sum_{k=1}^p \boldsymbol{\psi}_k \mathbf{v}(t - k \cdot \Delta t) + \mathbf{N}(t) \quad (1)$$

式中: p 为 AR 模型的回归阶数; $\boldsymbol{\psi}_k$ 为 $N \times N$ 阶的自回归系数矩阵; $\mathbf{N}(t) = [N_1(t) N_2(t) \dots N_N(t)]^T$; $N_j(t)$ 为零均值、协方差待定的独立随机过程.

由平稳随机过程的性质得 AR 模型正则方程:

$$\mathbf{R} \cdot \boldsymbol{\psi} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_N \\ \mathbf{O}_p \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: $\boldsymbol{\psi} = [I, \psi_1, \dots, \psi_p]^T$ 为 $[(p+1)M] \times M$ 阶矩阵; I 是 M 阶单位矩阵; \mathbf{O}_p 为 $(pM) \times M$ 阶矩阵,其元素全部为零; \mathbf{R} 为 $[(p+1)M] \times [(p+1)M]$ 阶自相关矩阵.

相关函数 $\mathbf{R}(k\Delta t)$ 是 $M \times M$ 阶方阵, $k = 0, \dots, p$, 由 Wiener-Khintchine 公式确定,一般空间结构矢跨比较小,节点高度变化不大,可采用 Davenport 风速,并考虑风速的空间相关性^[7].

1.2 基于小波方法的 AR 模型参数估计

这里采用小波分解方法对上述 AR 模型自回归系数进行空间扩展.采用了在充足空间上对向量过程 AR 模型系数进行小波扩展的方法.对于任意函数 $f(x) \in L^2$, 可用小波方法扩展为

$$f(x) = \sum_{j=-1}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \beta_{j,k} \psi_{j,k}(x) \quad (3)$$

式中, $\psi_{j,k}(x)$ 为母小波, $\beta_{j,k} = \langle f(x); \psi_{j,k} \rangle$

将以上的多维 AR 模型看成是时间的函数且属于 L^2 , 借鉴文献[8]中的表示法,则该模型表示为

$$\mathbf{v}_t = \sum_{j=-1}^J \sum_{k=0}^{2^j-1} \mathbf{u}_{j,k} \psi_{j,k}(t) + \sum_{l=1}^p \sum_{j=-1}^J \sum_{k=0}^{2^j-1} \mathbf{A}_{j,k}^l \cdot \psi_{j,k}(t) x_{t-l} + \delta_t \quad (4)$$

式中: $\mathbf{u}_{j,k}$ 是截距向量; $\mathbf{A}_{j,k}^l$ ($l = 1, 2, \dots, j = 1, 2, \dots, k = 1, 2, \dots$) 是包含小波扩展系数的矩阵; ζ_t 是截断误差; $\mathbf{u}_{j,k}$ 和 $\mathbf{A}_{j,k}^l$ 中所包含了待估计的系数.

$$\delta_t = \sum_{j>J} \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{u}_{j,k} \psi_{j,k}(t) + \sum_{l=1}^p \sum_{j>J} \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{A}_{j,k}^l \cdot \psi_{j,k}(t) x_{t-l} + \eta_t = \zeta_t + \eta_t \quad (5)$$

其中 η_t 是独立零均值变量.

本文采用最小二乘法来确定 AR 模型的自回归系数,即 $\mathbf{u}_{j,k}$ 和 $\mathbf{A}_{j,k}^l$ 中包含的系数.首先假定协方差矩阵 $\mathbf{C}(t)$ 为已知,则可将式(2)改写为

$$\mathbf{v}_t = \mathbf{H}[\boldsymbol{\Theta} \otimes \boldsymbol{\Gamma}(t)]^T + \delta_t \quad (6)$$

式中: \otimes 表示 Kronecker 乘积; $\boldsymbol{\Theta}$ 是包含 v_t 的列向量, $\boldsymbol{\Theta} = [v_{t-1} v_{t-2} \dots v_{t-p}]^T$; $\boldsymbol{\Gamma}(t)$ 是包含小波函数的 1×2^J 阶向量; $\boldsymbol{\Gamma}(t) = [\gamma_{-1,0}(t), \gamma_{0,0}(t), \dots, \gamma_{J,2^J-1}(t)]$; \mathbf{H} 为包含所有小波扩展系数矩阵.

1.3 基于小波方法 AR 模型模拟空间风场的步骤

本文假定了协方差矩阵 $\mathbf{C}(t)$ 为已知,但实际采用最小二乘法中协方差矩阵通常是未知的,为此假设 η_k 具有零均值和随时间变化的方差 $\sigma^2(t)$, 则:

$$\begin{aligned} E(\eta_k^2) &= \text{Var}(\eta_k^2) + E(\eta_k)^2 = \\ &= \text{Var}(\eta_k^2) = \sigma^2(t) \end{aligned} \quad (7)$$

对于 $\sigma^2(t)$ 的合理估计是平方残差^[9], 因此对于随时间变化的两时间序列 x_{lt} 和 x_{mt} 的协方差 $\sigma_{lm}^2(t)$ 的估计由小波扩展获得:

$$\sigma_l^2(t) = \sum_j \sum_k v_{j,k} \psi_{j,k}(x) \quad (8)$$

$$\sigma_{lm}(t) = \sum_j \sum_k c_{j,k} \psi_{j,k}(x) \quad (9)$$

其中系数 $v_{j,k}$ 和 $c_{j,k}$ 可由平方残差的经典小波平滑处理获得^[10], 由此即得到协方差矩阵 $\mathbf{C}(t)$ 的估计.

基于小波方法 AR 模型模拟空间风场的实现步骤总结如下:①初步假设协方差矩阵 $\mathbf{C} = \mathbf{I}$, 估计广义最小二乘估计系数;②应用式(8)~(9)获得方差和协方差的估计;③应用上面得到的协方差矩阵,再应用前面介绍的最小二乘法估计 AR 模型的自回归系数 $\mathbf{u}_{j,k}$ 和 $\mathbf{A}_{j,k}^l$;④返回步骤②直至结果收敛.

2 算例分析

2.1 模拟结果

本文利用上述方法对一大跨度矩形平屋盖结构的脉动风场进行模拟.按以上步骤采用 Matlab 语言

编制了计算程序,通过该算例分析,验证了本文方法的模拟精度,并与向量过程 AR 方法进行了精度和模拟效率的对比.该屋面上共有 444 个节点,屋面几何尺寸见图 1.屋面离地高度 20 m,地貌类型:B 类;模拟时取回归阶数 $p = 4$,时间步长 $\Delta t = 0.1$ s,模拟时间 $t = 500$ s;模拟 B 类地貌,地面粗糙度 $k = 0.03$,10 m 高度处的风速为 $V_{10} = 30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$,以 Davenport 谱为目标谱,采用 db3 小波,考虑 4 个小波的函数扩展(24 个系数),计算得到考虑时间和空间相关性的结构上所有节点的风速时程.这里仅模拟出水平方向的相关性风场,竖向相关性风场的模

拟同理.这里给出了具有代表性节点 A、D、G、J、E、F 的模拟风速时程,受篇幅所限,只给出点 A、D、G、J 的模拟曲线(图 2).

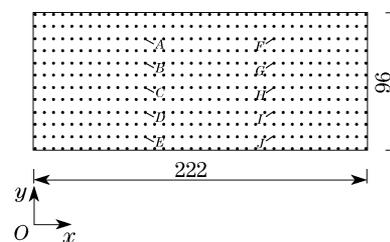


图 1 大跨度空间结构示意图(单位:m)

Fig.1 Location of the nodes on a flat roof (unit:m)

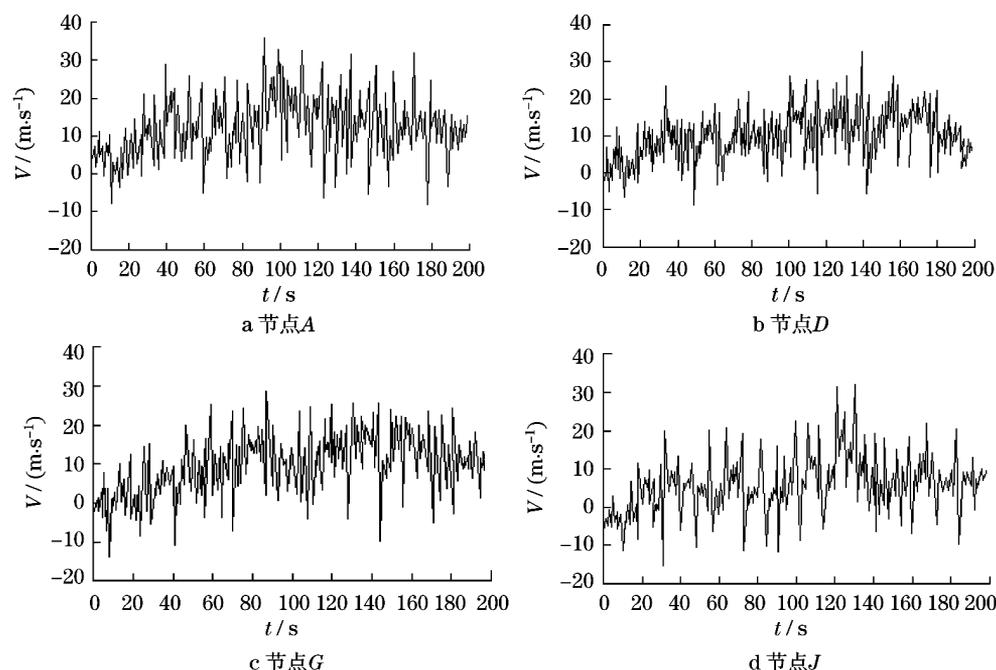


图 2 屋盖上不同节点的风速时程曲线

Fig.2 Wind velocity history of different nodes on the roof

为验证本文方法的正确性,给出了节点 A、G 的模拟风速时程功率谱与目标谱的对比结果,如图 3 所示,结果表明两者吻合良好.为了验证样本的统计特性,通过时间平均获得了节点 D、J 的风速过程自相关和互相关函数,并与相应的目标相关函数进行对比,结果显示两者吻合良好,如图 4~图 5 所示.

同时为验证本文采用最小二乘法估计 AR 模型参数的正确性,对参数的估计值与理论值进行了比较,这里只给出矩阵 $\mathbf{A}_{j,k}^l$ 中系数 a_{11} 、 a_{22} 、 $\mathbf{u}_{j,k}$ 向量中系数 u_{11} 的估计平均值与理论值的比较结果(图 6).

为进一步说明本文方法的精度和效率,还单独采用 AR 模型模拟点 A 和点 G 风速时程,并和目标谱对比(图 7).表 1 给出了结构上节点 A~J 分别采

用向量过程 AR 模型与本文方法模拟相关函数与目标值、模拟风速均方值与目标值的偏差统计.其中采用向量过程 AR 模型模拟总耗时 12 684 s,本文方法总耗时 10 247 s.图 8 为采用本文方法得到的节点平均频率随时间变化规律.

2.2 结果分析

(1) 从图 7 得到的模拟风速时程功率谱与目标谱对比可知,模拟风速功率谱值与相对应标高处的目标风谱值之间的差值较小,高频部分吻合较好;而模拟风速功率谱在低频部分与目标谱相比有误差,计算模拟发现风速时程在时域上精度较高,但在频域上有信息损失.而从图 8 的采用本文方法模拟得到的节点平均频率随时间变化规律中可知,本文提

出的模拟方法可将频率的时间演化性进行很好地刻画,证实了本文方法可较好地保存模拟风速时程在频域上的完整性.

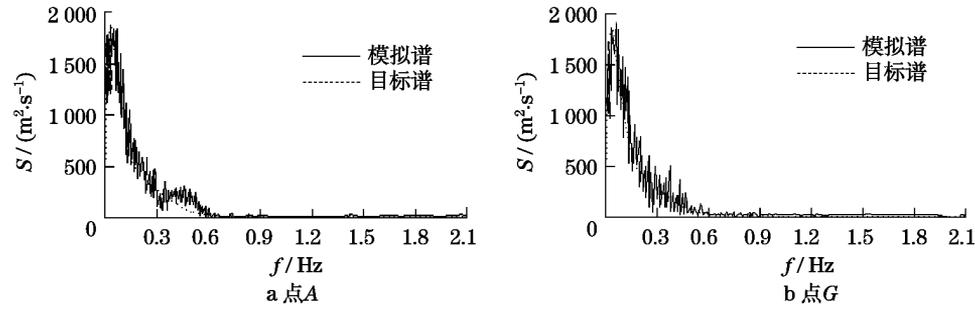


图 3 模拟风速功率谱与目标谱对比 (本文方法)

Fig. 3 Comparison between simulated and target power spectral density (the method proposed)

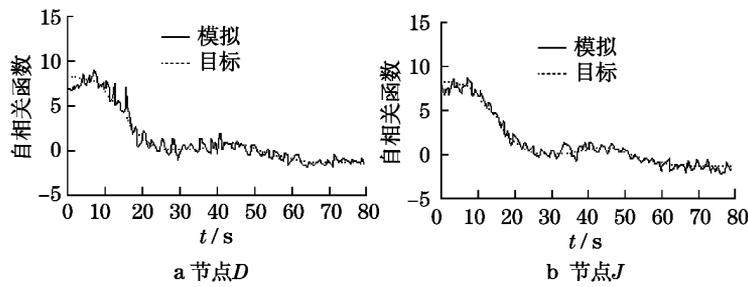


图 4 不同节点自相关函数对比

Fig. 4 Comparison between the simulated and target autocorrelation function

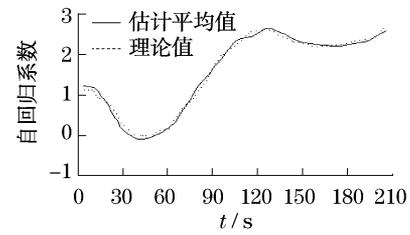


图 5 节点 D、J 的互相关函数对比

Fig. 5 Comparison between the simulated and target cross-correlation function

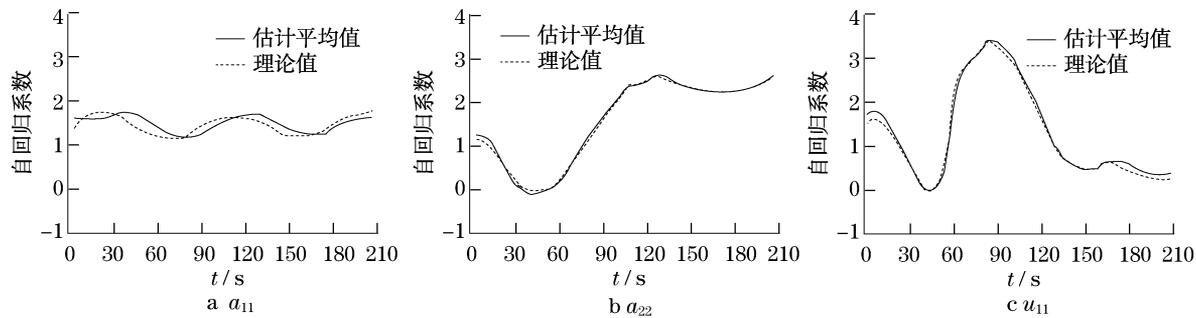


图 6 自回归系数估计平均值与理论值对比

Fig. 6 Comparison of autoregressive coefficients between the estimated and target function

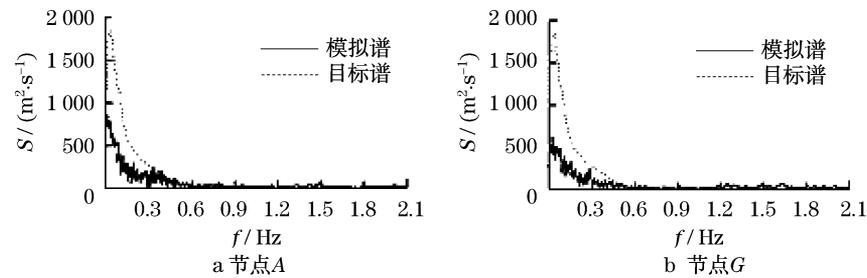


图 7 模拟风速功率谱与目标谱对比 (AR 模型)

Fig. 7 Comparison between the simulated and target power spectral density (AR model)

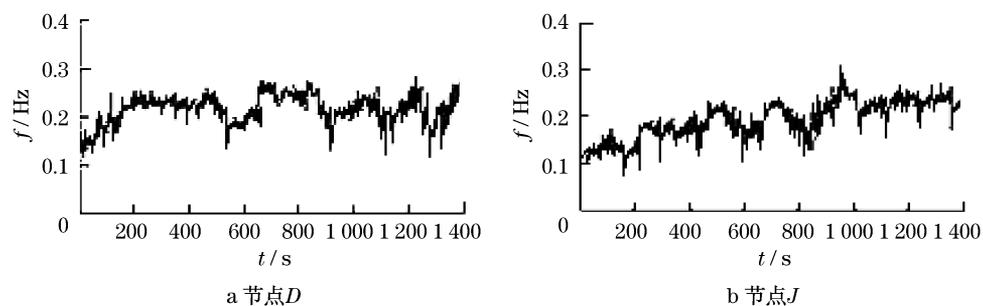


图 8 屋面不同节点平均频率随时间变化

Fig.8 Time-varying average frequency of different nodes

表 1 两种方法相关函数和风速均方值偏差比较
Tab.1 Comparison of statistic deviation of correlation function and mean square value of wind velocity between the two methods

节点	相关函数偏差		风速均方值偏差	
	向量过程 AR 模型	本文方法	向量过程 AR 模型	本文方法
A	0.148	0.052	0.591	0.186
B	0.112	0.043	0.615	0.204
C	0.227	0.164	0.474	0.139
D	0.185	0.091	0.537	0.193
E	0.166	0.082	0.658	0.235
F	0.197	0.103	0.493	0.137
G	0.173	0.098	0.472	0.108
H	0.184	0.085	0.574	0.164
I	0.203	0.110	0.523	0.209
J	0.167	0.093	0.461	0.120

(2) 图 3 采用本文方法的模拟风速功率谱与目标风谱值吻合良好,进一步证实了本文方法减少了风速时程分析在时-频域上的信息损失,可较准确地模拟空间风速场,对短时时间序列的模拟具有较高的准确性.图 4 和图 5 的模拟相关函数与目标相关函数的一致性也进一步证实本文模拟方法的正确性.

(3) 从图 6 的自回归系数估计平均值与理论值的对比可以看出,估计值与理论值十分吻合,证明了本文所采用的小波扩展函数以及所采用最小二乘法进行参数估计的正确性.

(4) 从表 1 可知,采用本文方法的相关函数偏差和风速均方差偏差都有较大改进,其中相关函数偏差比采用向量过程 AR 模型的精确度平均提高了 50%,风速均方差偏差精度平均提高了 69.4%,说明本文方法的模拟精度较高;此外从模拟总耗时上看,本文方法所需时间少于 AR 模型模拟所需时间,运行时间减少了约 20%.说明本文方法的效率较高.

3 结论

本文提出采用最小二乘法对小波扩展的 AR 模型进行参数估计,得到参数表达,实现对空间脉动风场的模拟.得到的主要结论有:①基于小波方法的 AR 模型模拟空间风场可以减少风速时程分析在频域上的信息损失,可较好地保存模拟风速时程在频域上的完整性,提高了空间风场模拟的准确性;②基于小波方法的 AR 模型模拟空间风场的方法对短时时间序列的模拟具有较高的准确性和较高的计算效率;③充足空间上的小波函数扩展可克服随时间变化模型基于适应过滤器和窗口估计方法中窗口长度不宜过大的缺点,是模拟短时时间序列的有效手段.

参考文献:

- [1] 黄国辉,徐国彬.基于数值模拟法的张力膜结构风振响应分析[J].空间结构,2005,11(3):56.
HUANG Guohui, XU Guobin. Analysis of wind-induced response of tensile membrane structure based on digital simulation method[J]. Spatial Structures, 2005, 11(3): 56.
- [2] 舒新玲,周岱.风速时程 AR 模型及其快速实现[J].空间结构,2003,12(9):27.
SHU Xinling, ZHOU Dai. AR model of wind speed time series and its rapid implementation[J]. Spatial Structures, 2003, 12(9): 27.
- [3] 李元齐,董石麟.大跨度空间结构风荷载模拟技术研究及程序编制[J].空间结构,2001,7(3):3.
LI Yuanqi, DONG Shiling. Random wind load simulation and computer program for large-span spatial structures[J]. Spatial Structures, 2001, 7(3): 3.
- [4] 陈艾荣,王毅.基于小波方法的随机脉动风模拟[J].同济大学学报:自然科学版,2005,33(4):427.
CHEN Airong, WANG Yi. Simulation of random fluctuating wind speed based on wavelet method [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2005, 33(4): 427.

(下转第 1651 页)