

基于参数 L-系统的三维树木仿真

石银涛, 程效军, 张鸿飞

(同济大学 测量与国土信息工程系, 上海 200092)

摘要: 研究利用参数 L-系统对树木进行快速高效三维仿真的方法. 首先对树木的抽象模型及参数 L-系统进行简要分析, 然后利用参数 L-系统构建树木的初始骨架, 并通过 Hermite 曲线拟合获取树木的优化骨架, 在优化骨架与参数 L-系统生成的树枝半径的约束下, 利用 Frenet 标架与相关的三维几何理论重构树木的三维网格模型, 同时结合树叶的简化模型完成整个树木三维模型的仿真, 最后通过实验验证文中所提方法的可行性. 实验证明, 所提出的三维树木的仿真方法不仅有效地减少了模型的数据量, 且能灵活地模拟各种形态的树木.

关键词: 轴型树; 参数 L-系统; Hermite 曲线; 真实感

中图分类号: TP 391.9

文献标识码: A

Three Dimensional Trees Emulation Based on Parametric L-system

SHI Yintao, CHENG Xiaojun, ZHANG Hongfei

(Department of Surveying and Geo-infomatics, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: This paper describes a fast and efficient 3D method to emulate trees with parametric L-system. The emulation was performed in three stages. First, parametric L-system was employed to construct the initial skeleton of tree by analyzing the tree abstract model, and the tree skeleton was optimized by Hermite curve fitting. The second stage was 3D emulation of the tree. A 3D mesh model of the tree was reconstructed with the help of Frenet frame and the associated 3D geometric theory under the constraints of the optimized skeleton and branch radii generated by Parametric L-system. Finally the 3D model was completed in combination with the simplified model of leaves. Experimental results show that the proposed emulation method for 3D trees not only reduce the amount of tree model data effectively, but also can limberly emulate many kinds of trees models.

Key words: axial tree; parametric L-system; Hermite curve; reality

树木作为自然界中最普遍存在的景观之一, 构造其三维模型一直是植物学、计算机图形学、建筑学等领域长期研究的一个热点课题. 由于树木的形态结构复杂多样, 如何对树木进行有效的模拟是亟待解决的问题, 模型参数过少不足以表现植物的复杂特征, 参数过多则可能导致模型过于复杂, 从而实用性不大.

树木的三维建模主要有基于分形、粒子系统、二维枝干草图等方法, 其中基于分形的方法当前应用广泛且发展较成熟, 其核心是利用树木自身结构的随机性和自相似性构建树木的模型. 一般地, 这类模型多采用递归方式, 通过引进参数变量来反映细节的灵活多变, 其中 L-系统是众多分形方法之一^[1]. Lindenmayer 和 Prusinkiewicz 等最早利用 L-系统模拟了不同类型的植物、同一植物不同器官间的生长竞争以及周围环境对植物生长的影响^[2-3]. Aono 和 Kunii 引入枝间的相互吸引、抑制作用及其夹角的统计变化机制, 对子干在母干上的分布作了详细估算, 并利用 L-系统实现了树木的三维模拟^[4]. Weber 和 Penn 从树木的整体几何结构出发, 分析了树木(枝干、叶茎等)胸围之间的关系, 通过若干参数控制完成了树木的三维造型^[5]. Jirasek 将由 Schaffer 与 Fournier 等人创立的生物力学模型融入到利用 L-系统描述的植物生长模型中, 以此来获取重力、趋光性、植物结构之间的连接及枝干的遮挡等因素对植物生长的影响^[6]. 分形方法为模拟千姿百态的树木提供了新的途径, 且通过多年的研究, 不同类别的 L-系统相继被提出, 如 DOL-系统、随机 L-系统、参

收稿日期: 2010-12-17

基金项目: 国家自然科学基金(40971241)

第一作者: 石银涛(1984—), 男, 工学博士, 主要研究方向为树木的三维建模等. E-mail: shitou7630@163.com

通讯作者: 程效军(1964—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为数字城市与三维建模等. E-mail: cxj@tongji.edu.cn

数L-系统、开放式L-系统等.

本文主要探讨利用分形理论中的参数L-系统对树木进行三维仿真的方法,利用参数L-系统表达不规则物体的灵活操作性,在树木骨架的约束下对树木的网格模型进行优化,这不仅能逼真地表现树木的真实形态,且有效地减少了模型的数据量,拓展了仿真模型的应用领域.

1 抽象树木模型

L-系统理论认为每个植物个体都是一系列离散组件的集合,例如顶点、节间、叶子和花.为了对树木的结构及枝干之间的拓扑关系进行更好的研究,借助树木的抽象模型——轴型树(axial tree)进行分析,如图1所示.

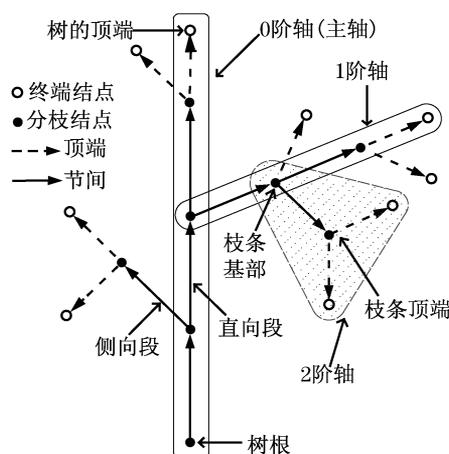


图1 抽象树木模型

Fig.1 Abstract tree model

形式上,一个轴型树就是图论概念中的一种特殊的有根树,其具有直向边或侧向边,并且形成一个从基部到终端结点的路径.在树木模型中,这些边称之为树枝段.结点按其延伸情况可以分为分枝结点与终端结点两类:分枝结点是在某路径上至少包含一个延伸段,而终端结点之后不再有延伸段,故终端结点有时也称为顶点,如图1所示,●表示分枝结点,○表示终端结点.

在轴型树中,当满足:①序列中第一个分段起始于根结点或者是某个侧向段的起始结点;②每一个后续分段都是直向段;③最后一个分段不能有任何的直向延伸段时,几个有序的分枝段就组成一个轴,如图1中的1阶轴、2阶轴所示.一个轴的起始结点与终端结点分别称为它的基部和顶端.一个轴和它的所有分枝称为一个枝干.轴和枝干都是有序的,起

源于整个植物基部的轴称为0阶轴.由一个阶数为 n 的父轴所延伸出的子轴的阶数为 $n+1$,一个分枝的阶数等于它的最低阶轴的阶数,这个轴的终端结点称为分枝的顶点.树的轴型模型有利于分析树木分枝之间的拓扑结构及其分枝之间的几何关系,这对树木的三维建模具有重要的指导意义.

2 参数L-系统

参数L-系统是一种基于字符串重写的并行系统,该系统根据植物对象生长过程的经验式概括和抽象,设计不同的初始状态与描述规则,在分形元和产生规则中加入参数,将每一个产生式规则都和一组参数联系起来,利用这些参数来改变在连续的迭代过程中规则的解释,即通过控制和改变这些参数实现植物的灵活三维建模^[7].形式上,参数L-系统是由字符表、形式参数、公理及改写规则所组成的四元数组 $G = \{V, s, \omega, p\}$,其中 V 为字符表,由字母或其他一些字符构成的一个形式符号的有限集合; s 为表征模块属性的参数集; ω 为公理,也称起始因子,它代表着系统的初始状态; p 为改写规则集,又称产生式,它描述了系统的发展规则.

改写规则是L-系统的核心部分,其控制着分形产生的结果.参数L-系统的产生式由前驱、条件和后继3部分组成,其一般形式为

$$\text{pred:cond} \rightarrow \text{succ}$$

其中, pred, cond, succ 分别表示产生式的前驱、条件和后继.当匹配的生成式对模块进行重写时,采用产生式的后继替换模块,并用模块中的实参替换产生式后继中相应位置上的形参.如果模块没有和它相匹配的显式产生式对其进行重写,则在字符串重写的过程中就用它自身进行恒等置换.根据参数取值的不同决定字符模块产生式的选择,可通过给参数赋予不同的值来控制分形图的生成,从而实现参数L-系统的灵活建模.

3 树木建模方法

树木模型主要由树枝和叶簇构成.树枝作为树木几何形状的主要构成,具有典型的轴变形特点,即树枝网格的形状与轴线的形状密切相关.因此,首先用参数L-系统构造树木的骨架,即树枝的中轴线,在此基础上,利用 Hermite 曲线对树枝进行曲线改进,生成优化的树木骨架模型.在树木骨架与半径的

约束下,拟合每个分枝的圆柱形网格,从而构建树木的整体网格模型.对于树叶模拟,采用简化几何模型替代,这在保留树木模型真实感表现力的同时极大地提高了模型的渲染速度.

3.1 树木骨架的构建

树木骨架主要基于参数化 L-系统进行构建,首先根据树木的类型选定合理的公理和产生式,然后通过不断迭代产生一系列字符串,最后从左到右逐一读取字符,按照不同字符执行不同的动作将字符串中的字符进行逐一解释^[8].构建过程分两步完成.

第一步:生成字符串.①声明并设置初始字符串(公理)、产生式规则.②声明并设置起始点、初始角、迭代步长以及迭代上限等控制参数.③循环进行字符串替换,直到迭代次数大于迭代的上限,产生最后的字符串.

第二步:读取字符并绘制图形.①逐个读取字符串中的每个字符.②根据读取到的字符,按照 L-系统的字符约定,采取不同的动作,进行几何解释.

通过上述操作,完成树木三维骨架的初始构建.利用参数 L-系统生成的初始骨架比较僵硬,不能真实地模拟树枝生长的弯曲现象,所以采用曲线进行拟合,以更逼真地反映树木的真实形态.根据 L-系统的产生式规则,可以计算出每个分枝段的前后两结点坐标 m_0, m_1 ,以及对应的切矢量 l_1, l_2 ,选用以这 4 点为几何系数的三次 Hermite 曲线对每个分枝进行曲线拟合,因为 Hermite 曲线在所有满足同样端点条件(位置和切矢)的 C^1 连续的 3 次多项式样条曲线中具有最小的应变能.当给定空间 $n+1$ 个点的位置矢量 m_i ,则 3 次 Hermite 曲线上各点坐标的插值公式几何形式为

$$p(t) = \mathbf{FK} = \mathbf{MDK} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_0 \\ m_1 \\ l_0 \\ l_1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: \mathbf{F} 为调和函数矩阵; \mathbf{K} 为几何系数向量; \mathbf{M} 为参数向量; \mathbf{D} 为代数系数矩阵; t 为曲线函数上的假定参数,而曲线上任一点的单位切矢量 \mathbf{Q} 可以通过导函数获取其梯度方向再将其向量标准化得出,由此可以得到改进后的三维树木骨架模型,如图 2 所示.

3.2 网格模型的构建

在参数 L-系统生成的树木骨架的基础上,利用

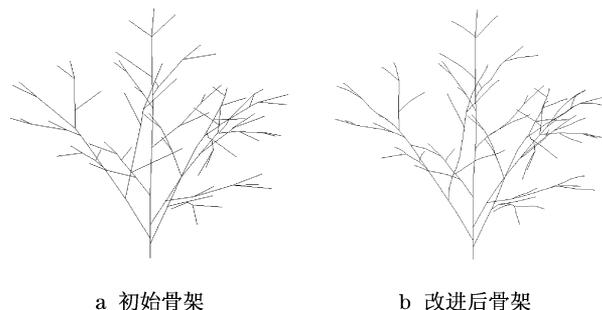


图 2 树木骨架的构建

Fig.2 Construction of tree skeleton

Hermite 曲线优化每个分枝段,则可以获取每个分枝段的骨架曲线函数,如式(2)所示.假设某分枝段骨架曲线的函数为 $C: r = r(s)$,其中参数 s 是曲线的弧长,根据三维欧氏空间的曲线理论,可以很容易地求得曲线的弧长、曲率、挠度等常规的几何信息.利用这些几何信息,构建 Frenet 标架,如图 3 所示,其构建公式如式(2)所示,其中 $\mathbf{T}, \mathbf{N}, \mathbf{B}$ 分别为切向量、法向量、副法向量.

$$\begin{cases} \mathbf{T} = \frac{dr}{ds} = r'(s) \\ \mathbf{N} = \frac{dT/ds}{|dT/ds|} = \frac{T'}{|T'|} \\ \mathbf{B} = \mathbf{T} \times \mathbf{N} \end{cases} \quad (2)$$

根据树枝的轴变性,在树木骨架与分枝的横截面半径的约束下,利用 Frenet 标架标定轴线上任意点的局部坐标系,利用 Frenet 公式可以确定曲线在某点的主法线、次法线及切线,据此可以确定在该点的法平面,然后通过轴线上相应的几何关系即可以推出树枝网格上顶点的坐标,如图 4 所示,图中 O 为中心坐标, \mathbf{S} 为表征生长方向的三角形面片法线.

由 L-系统的定义可知, $\forall p_i \in P$ 的替换都由上一层级的前驱开始,以本层次新产生的前驱终止,前驱的位置和方向向量描述了树枝的主要信息.其中每个前驱可以由等边多边形表示,如图 4 中的 $\Delta c_{i1} c_{i2} c_{i3}$,正六边形 $c_{i1} c_{i4} c_{i2} c_{i5} c_{i3} c_{i6}$,前驱沿任意分支方向的生长都可以表述为等边多边形在空间上的平移及旋转.

在确定了分枝起始和终止前驱多边形的中心坐标及法线向量后,对三次 Hermite 曲线拟合的骨架线进行粗略地等距离划分,然后利用 Frenet 标架在每一局部坐标系逐一解算每个等分点位的等边多边形的顶点坐标,且规定 B 方向与径向第一个顶点相交.最后将相邻的两个多边形的对应点连接,构成一个分枝的网格模型,如图 4 所示,为相邻的两个等边

多边形网格构建.

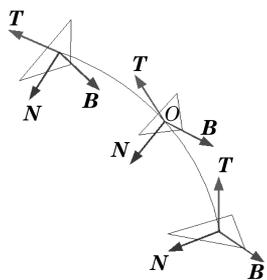


图 3 Frenet 标架
Fig.3 Frenet frame

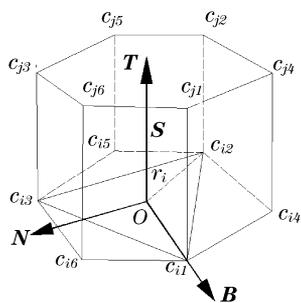


图 4 网格构建
Fig.4 Mesh construction

基于上述理论,从树根往上逐一构建各分枝段的网格,然后合并所有分枝网格便得到树木的整体网格模型,如图 5 所示.为构建一个树木的网格模型,根据分枝半径的大小,选择不同的表示方式.当分枝为主要枝干时,采用正多边形网格模型(如图 5 中的①所示),这样能更好地表达树木的整体特征,且更最大限度地保留树木的细节特征;对于细小的枝节,采用了三角形网格模型(如图 5 中的②所示),这在不影响树木整体几何特征的情况下,减少了模型存储所需的内存,提高了后续模型的渲染速度.

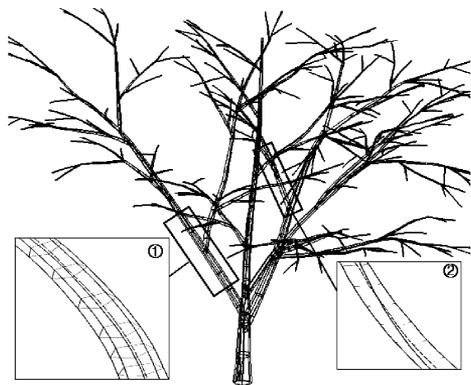


图 5 树木的网格模型
Fig.5 Mesh model of tree

3.3 树叶模型的简化

树叶作为树木模型的重要组成部分,对于真实表

现树木外观具有重要的作用.树叶一般由叶柄、叶面、叶脉组成,它们主要反映树叶的几何形状信息与颜色属性信息.当前对于树叶可视化建模的方法基本上都是对叶片的细分网格化模拟.由于一棵树上含有大量的树叶,如果完全采用常规的细分网格化构建,将严重制约树木模型的应用范围.鉴于这种情况,本文采用了一种树叶简化模型代替树叶的网格化模型,在保留树叶的主要形态结构特征的基础上,利用多边形来模拟树叶的特征,不仅大大减少了模型的数据量,也提高了后续模型的渲染速度及适应性.

首先通过真实树叶图像的二值化及边界提取,可以获取树叶的外部轮廓特征,然后根据轮廓特征将树叶中的主要几何形状采用简单的几何图形来表示,如图 6 所示.图 6a 为树叶的真实图像,图 6b 为树叶的外部轮廓图像,图 6c 为树叶的简化模型,树叶主要具有 5 个显著的几何特征,文中采用了 5 个多边形进行构建树叶轮廓,且以树叶与叶柄的连接点为中心点,图 6d 是对树叶的简化模型进行渲染后的效果图.

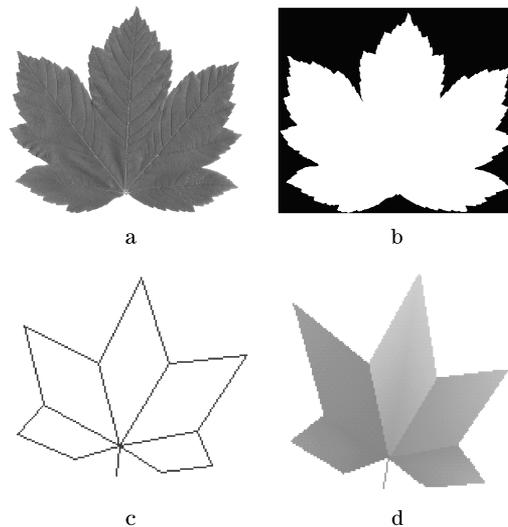


图 6 树叶简化模型
Fig.6 Simplified model of leaves

4 试验

本文利用 Visual C++ 平台和 Coin 3D 图形库作为开发环境,实现三维真实感树木的仿真.针对树木的层次结构,对枝干系统采用二叉树的存储结构,生成过程使用参数 L-系统方法.假设一个单轴树的 L-系统表述如下所示.

$$\omega: A(1, w_0)$$

$$p_1: A(l, w): * \rightarrow !(w) F(l) [\&(a_0) B(l * r_2,$$

$$w * w_r) / (d) A(l * r_1, w * w_r)$$

$$p_2: B(l, w): * \rightarrow ! (w) F(l) [- (a_2) \$ C(l * r_2,$$

$$w * w_r)] C(l * r_1, w * w_r)$$

$$p_3: C(l, w): * \rightarrow ! (w) F(l) [+ (a_2) \$ B(l * r_2,$$

$$w * w_r)] C(l * r_1, w * w_r)$$

其中: w_0 是树枝宽度的预设值; w 是树枝宽度参数; a_0, a_2 分别是分枝与树干的夹角、侧生枝与分枝的夹角; r_1, r_2 分别是树干、树枝的收缩比率; d 是发散角; w_r 是树枝宽度的收缩率。

对于上述产生规则,选择不同的参数值,如表 1 所示,其中 n 是迭代次数.根据本文提出的树木建模方法,构建的树木模型分别如图 7a~7d 所示.

表 1 不同的参数设置
Tab.1 Different parameter settings

图号	r_1	r_2	a_0	a_2	d	w_r	n
7a	0.80	0.67	45	54	62	0.45	7
7b	0.45	0.38	90	45	95	0.35	5
7c	0.90	0.40	57	50	75	0.65	6
7d	0.55	0.60	80	65	87	0.45	9

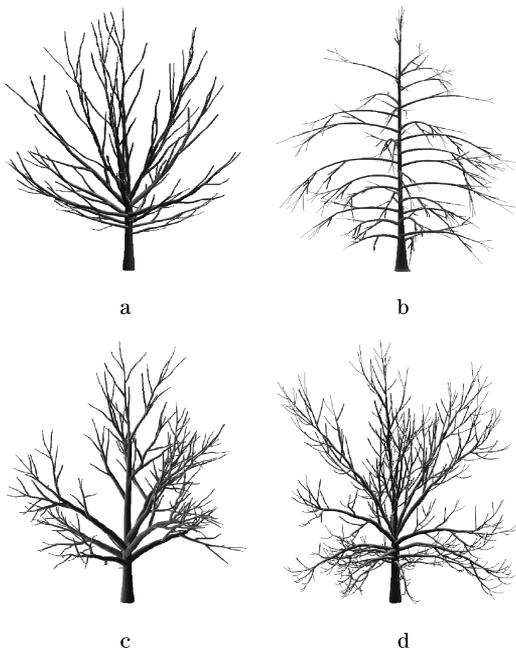


图 7 不同参数构造的树木骨架

Fig.7 Different kinds of tree skeletons

从图 7 可以看出,针对同一参数 L-系统,不同的参数设置可以构造出不同的树木造型,它通过 3 个改写规则 p_1, p_2, p_3 的循环迭代而产生不同的树木骨架.角度值 a_0, a_2 决定着结点及其子结点之间的夹角,常量 r_1, r_2 控制着从根结点开始的结点之间父分枝及子分枝之间长度的收缩比, w_r 控制着树枝宽度的收缩比率^[9-10].从图 7 的比较中看,迭代次

数与树的细节成正比,迭代次数越多,树木的细节表达更精细,如图 7d 所示.

为了实现树木模型的真实感,仅靠网格模型不能完全反映受环境影响的树木自然特性,需要对已产生的网格模型进行真实感的光照和阴影效果的模拟^[11-12].对于光照效果,本文根据 Phong 光照模型,利用光线跟踪算法表现当阳光照射树木时的自然特性,如树木的反射、树叶的透光度、照射时的颜色变化以及不同的深度的阴影效果.对于阴影效果,本文选择深度缓存(Z-Buffer)消隐算法,针对不同的视点与光源的阴影效果进行了模拟,如图 8 所示.图 8a 为完整的树木网格模型,整个模型由网格构建,从图上可以看出,它仅仅反映了树木的几何结构形态,图 8b 为对网格模型(图 8a)进行光照与阴影渲染的效果.从图 8 中容易看出,它在一定程度上有效地反映了树木模型的许多自然特征.



图 8 渲染前后的树木模型

Fig.8 Different models before and after rendering

同时,为了测试文中提出的树木三维建模方法的效率,分别针对 4 种不同的树类(枫树、榕树、灌木及杉树)进行了三维建模与光照渲染处理,构建的模型分别如图 9a~9d 所示,并对每个模型占用的存储空间及建模所耗费的时间进行了量化统计,然后与传统的方法(如基于 DOL(deterministic L-system with 0 interactions)系统的建

模方法、基于 IFS(iterated function system)的建模方法等)进行比较,结果如表 2 所示.

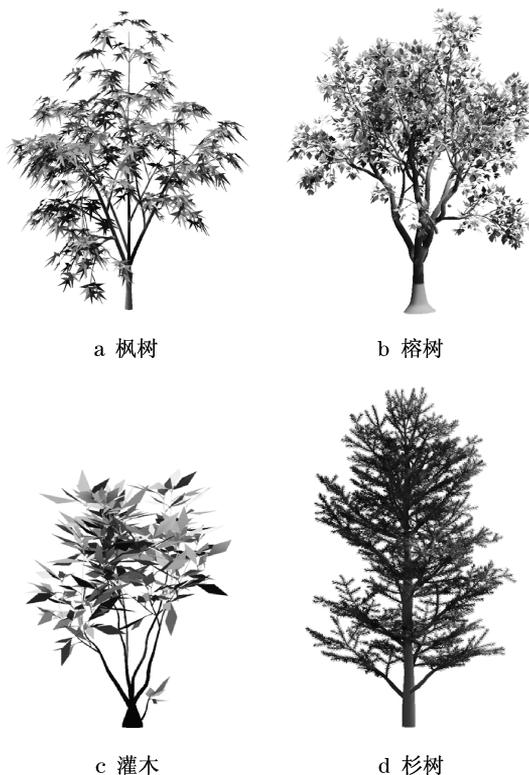


图 9 不同的树木模型

Fig.9 Different trees models

表 2 不同方法的效率分析

Tab.2 Efficiency analysis of different methods

树类	所占内存/kB		耗费时间/s	
	传统方法	本文方法	传统方法	本文方法
枫树	23.65	2.45	64	27
榕树	48.35	5.26	96	44
灌木	18.60	1.35	43	15
杉树	75.85	6.58	127	56

从表 2 的统计结果可以看出,在逼真地表现树木真实形态的基础上,与传统的方法相比,本文提出的树木三维建模方法不仅在处理效率上有了极大的提高(模型构建时间比传统方法缩短了近一倍左右),而且生成的模型所占的存储空间更少(利用文中方法构建的模型占用的存储空间是传统方法的十分之一),尤其是针对具有复杂细节的树木(如榕树、杉树)的处理,本文的方法在处理效率与所需存储空间方面的优势更加明显.这一系列优点将为构建树木模型与其他系统的融合提供更大可能性,如园林景观的实时绘制、三维数字城市场景的动态漫游等.

5 结论

树木是自然环境的重要组成部分,三维树木的仿真在计算机辅助景观设计、生态环境预测与可视化、计算机动画、游戏和虚拟场景绘制等领域均具有广阔的应用前景.本文基于分形理论中的参数 L-系统对树木的三维建模技术进行了探讨,并且结合 Visual C++ 平台与 Coin 3D 图形库实现了树木的参数化三维建模.建模方法主要通过参数化 L-系统构建骨架,并以此为基础进行网格模型的重建,最后通过对树木模型的真实感渲染达到树木的三维仿真.通过实验比较,文中提出的建模方法不仅大大节省了模型存储的空间,而且在渲染速度、与其他模型的融合性等方面都有很大的提高,充分说明这种建模方法是可行的.

参考文献:

- [1] Falconer K. Fractal geometry: mathematical foundations and applications[M]. New York: John Wiley & Sons, 1990.
- [2] Prusinkiewicz P, Lindenmayer A. The algorithmic beauty of plants[M]. New York: Springer-Verlag, 1990.
- [3] Prusinkiewicz P. Modeling plant growth and development[J]. Current Opinion in Plant Biology, 2004, 7(1): 79.
- [4] Aono M, Kunii T L. Botanical tree image generation[J]. IEEE Computer Graphic Application, 1984, 4(5): 10.
- [5] Weber J, Penn J. Creation and rendering of realistic trees[C]// Proceedings of SIGGRAPH '95. Los Angeles: ACM SIGGRAPH, 1995: 119 - 128.
- [6] Jirasek C A. A biomechanical model of branch shape in plants expressed using L-systems [D]. Calgary: University of Calgary, 2000.
- [7] Simith A R. Plants, fractals, and formal languages[J]. Computer Graphics, 1984, 18(3): 1.
- [8] Prusinkiewicz P, Hamme M, Hanan J. Visual models of plant development[M]. New York: Springer-Verlag, 1996.
- [9] Zammouri I, Ayeb B. Fractal shapes description with parametric L - systems and turtle algebra [J]. International Journal of Computer and Information Engineering, 2007, 34(5): 213.
- [10] Hanan J S. Plantworks: a software system for realistic plant modeling[D]. Regina: University of Regina, 1988.
- [11] Oppenheimer P. Real time design and animation of fractal plants and trees[C]//SIGGRAPH '86: Proceedings of the 13th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. Dallas: [s. n.], 1986: 55 - 64.
- [12] West G B, Brown J H, Enquist B J. A general model for the structure and allometry of plant vascular systems[J]. Nature, 1999, 400: 664.