

文章编号: 0253-374X(2012)10-1452-06

DOI: 10.3969/j.issn.0253-374x.2012.10.003

活载下悬索桥主缆变形特性

柴生波, 肖汝诚, 孙斌

(同济大学 桥梁工程系, 上海 200092)

摘要: 分别研究了悬索桥塔顶位移、主缆的弹性伸长及不平衡均布活载作用下的主缆的变形特性。研究了塔顶位移及主缆伸长与主缆垂度变化的关系, 垂跨比越小, 主缆垂度改变量越大, 并给出了相应的解析式。通过能量守恒与主缆中力的平衡关系研究了使主缆产生最大竖向位移的均布荷载加载形式。研究表明, 在假定主缆不可伸长的情况下, 最不利加载并非为半跨加载, 不平衡活载引起的最大挠度仅与恒活载之比及主缆垂度有关, 并给出了相应的计算公式。根据实际工程建立有限元模型对上述公式进行了验证, 结果与理论值符合良好。

关键词: 悬索桥; 主缆; 变形; 活载

中图分类号: U448.25

文献标识码: A

Deformation Characteristics of Main Cable in Suspension Bridge Caused by Live Load

CHAI Shengbo, XIAO Rucheng, SUN Bin

(Department of Bridge Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: Deformation characteristics of main cable in suspension bridges was studied under the effect of displacement of tower, elastic elongation and unbalanced load. The relationship among the change of cable sag, the elongation of the cable and the displacement of tower top was studied. The smaller the sag ratio was, the larger the sag changed. The most unfavorable loading mode was researched by means of energy method and equilibrium condition of force. Results show if there was no elongation, the maximum deflection caused by unbalanced distributed load was relevant to the ratio of live load to dead load and the sag of cable. Analytic formulas were given and verified by a finite element model. The results agreed well with the theoretical value.

Key words: suspension bridge; main cable; deformation; live load

虽然当今主要依赖于建立有限元模型通过计算机来实现悬索桥的精确计算,但在初步设计阶段,掌握悬索桥的力学特性并进行初步的估算仍是十分必要的。国内外学者大都从挠度理论入手进行分析^[1-3],研究悬索桥的各种力学特性。Wollmann 以挠度理论为基础,给出了一套用于计算挠度理论的实用解法,计算仍主要依赖计算机进行^[1]。Clemente 等以挠度理论为基础,研究了大跨度悬索桥主要设计参数对于桥梁力学性能的影响,认为随着桥梁跨径的增大,悬索桥的力学特性越来越接近单根主缆的力学特性^[2]。Jennings 以线形挠度理论为基础,忽略活载对于主缆内力的影响,研究了集中荷载及均布荷载下主缆的变形^[3]。Gimsing 对均布荷载及集中荷载下主缆挠度进行过研究^[4],也有学者对悬索桥的重力刚度进行了研究,得到了集中荷载下主缆竖向变形的计算公式^[5-6]。但使主缆产生最大挠度的具体的均布荷载加载位置尚不清楚,也缺乏理论依据。

对于大跨度悬索桥而言,桥梁的重力刚度远大于其加劲梁的抗弯刚度,主缆的力学特性决定着整个桥梁的结构行为,因此研究主缆的特性即可获知悬索桥的某些重要力学特性。

同其他桥型相比,悬索桥整体刚度较小,因此,活载下悬索桥结构的挠度是悬索桥设计中较为关心的问题。本文拟通过主缆变形的几何关系及能量原理分别研究塔顶位移、主缆的弹性伸长及不平衡活载引起的主缆变形,并根据实际桥梁建立有限元模型进行验证。活载下悬索桥主缆变形(图 1)可以分解为以下 3 个部分:①塔顶位移引起的主缆变形;②缆的弹性伸长引起的主缆变形;③缆的纵向位移引起的主缆变形。图中, L 为跨长, f 为主缆垂度。

收稿日期: 2011-10-11

第一作者: 柴生波(1983—), 男, 博士生, 主要研究方向为大跨度桥梁设计理论、多塔缆索承重桥。E-mail: csbtc@163.com

通讯作者: 肖汝诚(1962—), 男, 教授, 工学博士, 博士生导师, 主要研究方向为大跨度桥梁结构体系及理论。

E-mail: Xiaorc@tongji.edu.cn

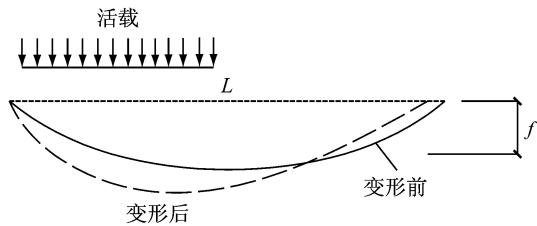


图1 活载下的主缆变形

Fig.1 Deformation of main cable caused by live load

1 塔顶位移引起的主缆变形

活载作用下由于主缆索力增大可引起塔顶的位移,由此引起主缆垂度的改变(图2),图中, δL 为对跨长取变分; δf 为对垂度取变分。由于塔轴向刚度较大,因此仅考虑塔顶的水平向位移。

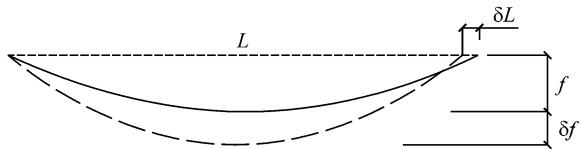


图2 塔顶位移引起的主缆变形

Fig.2 Deformation of main cable caused by displacement of tower top

基本假定:桥面系重量基本沿跨长均匀分布,主缆总体线形为抛物线,塔顶发生一微小位移后,主缆线形仍为抛物线。

主缆长度可表示如下:

$$S = L(1 + \frac{8}{3}n^2 - \frac{32}{5}n^4) \quad (1)$$

式中:S 为缆长;n 为垂跨比。

对缆长取变分

$$\begin{aligned} \delta S &= \delta L \cdot (1 + \frac{8}{3}n^2 - \frac{32}{5}n^4) + \\ &\quad L \cdot \delta n \cdot (1 + \frac{16}{3}n - \frac{128}{5}n^3) \end{aligned} \quad (2)$$

缆长不变,有

$$\delta S = 0 \quad (3)$$

由式(2)—(3)得:

$$\frac{\delta n}{\delta L} = -\frac{(1 + \frac{8}{3}n^2 - \frac{32}{5}n^4)}{L(\frac{16}{3}n - \frac{128}{5}n^3)} \quad (4)$$

$$\delta n = \delta(\frac{f}{L}) = \frac{L \cdot \delta f - f \cdot \delta L}{L^2} \quad (5)$$

$$\frac{\delta n}{\delta L} = \frac{1}{L} (\frac{\delta f}{\delta L} - \frac{f}{L}) \quad (6)$$

由式(4),(6)可得;

$$\frac{\delta f}{\delta L} = -\frac{(1 + \frac{8}{3}n^2 - \frac{32}{5}n^4)}{(\frac{16}{3}n - \frac{128}{5}n^3)} + n \quad (7)$$

考虑到悬索桥中 n 较小,略去高阶项并化简得:

$$\frac{\delta f}{\delta L} = -\frac{3}{16} \frac{L}{f} + \frac{n}{2} \quad (8)$$

估算时式(8)可进一步简化为

$$\frac{\delta f}{\delta L} = -\frac{3}{16} \frac{L}{f} \quad (9)$$

式(8),(9)反映了塔顶位移与主缆垂度改变的关系。悬索桥中 L/f 一般为 10 左右,垂度改变一般是塔顶位移的两倍,垂跨比越小,塔顶位移引起的垂度改变量越大。通过虚功原理也能得到此结论^[7]。

2 缆的弹性伸长引起的主缆变形

主缆弹性伸长引起的主缆变形如图3所示。

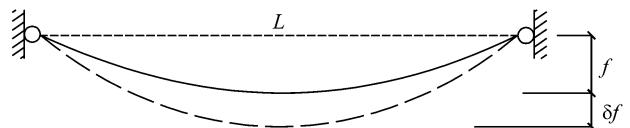


图3 弹性伸长引起的主缆变形

Fig.3 Deformation of main cable caused by elastic elongation

缆长可表示为

$$S = L(1 + \frac{8}{3}n^2 - \frac{32}{5}n^4) \quad (10)$$

$$\delta S = L \cdot \delta n \cdot (\frac{16}{3}n - \frac{128}{5}n^3) \quad (11)$$

仅考虑缆索弹性伸长时,L 为常量,有 $\delta n = \frac{\delta f}{L}$ 。

$$\frac{\delta f}{\delta S} = \frac{1}{\frac{16}{3}n - \frac{128}{5}n^3} \quad (12)$$

略去高阶量,得:

$$\frac{\delta f}{\delta S} = \frac{3}{16} \frac{L}{f} \quad (13)$$

式(13)反映了主缆弹性伸长与主缆垂度改变的关系。比较式(8)和式(13)发现,塔顶位移若与主缆伸长量相等,二者引起的垂度改变也是基本相等。对此可以做如下解释,由于悬索桥垂跨比较小,因此其缆长与跨长相差不大(由式(1)可以看出),因此跨长改变与缆长改变引起的垂度改变量基本相等。

3 纵向偏移引起的主缆变形

当活载并非沿跨长均匀分布时,主缆将产生如

图4所示变形,既有竖向的挠度,又有纵向的偏移。不同于主缆弹性伸长和塔顶位移引起的变形,主缆纵向偏移后,其总体线形不再为抛物线,且不再沿纵向对称。

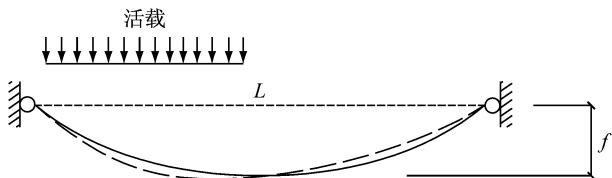


图4 不平衡活载引起的主缆变形

Fig.4 Deformation of main cable under unbalanced live load

对于设计者而言,关心的是桥梁的最大挠度,因此有必要研究能使悬索桥产生最大位移的加载模式。不同于简支梁,使主缆产生最大挠度的加载并非满跨施加均布荷载,实际上,若假定主缆不可伸长,则满跨施加均布荷载并不能使主缆产生竖向变形。一般认为半跨加载时主缆竖向挠度最大,最大挠度在靠近1/4跨处。

下面研究使得主缆产生最大竖向挠度的均布荷载加载位置。

重力刚度是悬索桥中一个重要概念,即恒载重量越大,对于抵抗活载引起的变形越有利,从能量角度理解则是外力做功储存为结构的重力势能。悬索桥中活载与恒载相比较小,因此可假定活载引起的位移与活载呈线性关系。

将主缆分成加载段与非加载段进行研究,加载段长度为 αL ,非加载段为 $(1-\alpha)L$,两端主缆分别承受均布荷载的作用,因此各自线形仍为抛物线,主缆变形如图5所示。图中, α 为加载长度与跨长之比, p 为活载集度, q 为恒载集度, v 为主缆的竖向挠度, f_1 、 f_2 分别为加载段与非加载段主缆垂度, h_1 为加载部分下挠最大值; h_2 为非加载部分上挠最大值。

整个外力做功之和可以表示为

$$W = \frac{1}{2} \int_0^{\alpha L} p v dx + \int_0^L q v dx \quad (14)$$

若不考虑主缆的弹性伸长,则均布荷载做功全部转变为结构的重力势能。

$$W = 0 \quad (15)$$

未施加均布活载前,根据主缆水平力相等有如下关系:

$$\frac{q(\alpha L)^2}{8f_1} = \frac{qL^2}{8f} \quad (16)$$

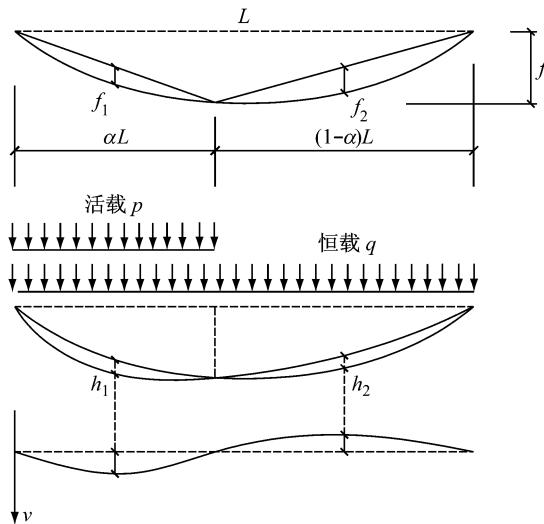


图5 主缆变形计算图示

Fig.5 Deformation of main cable under uniform load

可得:

$$f_1 = \alpha^2 f \quad (17)$$

同理:

$$f_2 = (1-\alpha)^2 f \quad (18)$$

加载部分下挠最大为 h_1 ,非加载部分最大向上挠度为 h_2 ,因为两段主缆变形前后都为抛物线,简单数学推导可知:

$$\int_0^{\alpha L} p v dx = \frac{2}{3} p h_1 \alpha L \quad (19)$$

$$\int_0^L q v dx = \frac{2}{3} q h_1 \alpha L - \frac{2}{3} q h_2 (1-\alpha) L \quad (20)$$

加载段与非加载段主缆水平力相等,有如下关系:

$$\frac{(p+q)(\alpha L)^2}{8(f_1+h_1)} = \frac{q(1-\alpha)^2 L^2}{8(f_2-h_2)} \quad (21)$$

将式(17)–(18)代入式(21)得

$$\frac{(p+q)(\alpha L)^2}{8(\alpha^2 f + h_1)} = \frac{q(1-\alpha)^2 L^2}{8[(1-\alpha)^2 f - h_2]} \quad (22)$$

将式(19)–(20)代入式(14)并与式(22)联立,化简可得:

$$h_1 = \frac{q(1-\alpha)^3 - \frac{q^2(1-\alpha)^3}{(p+q)}}{\frac{1}{2}\alpha p + q\alpha + \frac{q^2(1-\alpha)^3}{(p+q)\alpha^2}} f \quad (23)$$

令恒载与活载之比 $q/p=\beta$,式(23)可化简为

$$h_1 = \frac{\beta(1-\alpha)^3 f}{\alpha(0.5+\beta)(1+\beta) + \beta^2(1-\alpha)^3/\alpha^2} \quad (24)$$

加载长度与竖向位移关系如图6所示,由图6可以看出,使主缆发生最大竖向挠度的加载方式并非半跨加载,而是从塔顶至约0.44跨处,根据 β 的不同而略有不同。若不考虑塔顶位移(适应于刚性桥

塔或单跨悬索桥)及主缆伸长,由式(24)或图6可以估算均布荷载下悬索桥的最大竖向挠度。最大竖向挠度仅与 f 及 β 有关。

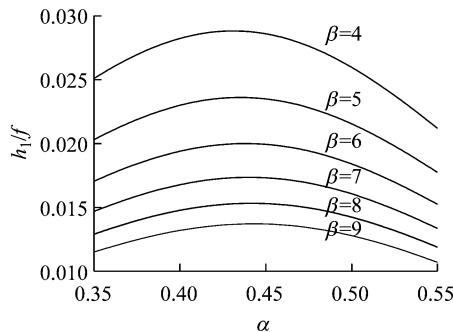


图6 加载长度与竖向位移关系

Fig.6 The relationship between vertical displacement and loading length

悬索桥的最大挠跨比可由式(24)得到:

$$\frac{h_1}{L} = \frac{\eta\beta(1-\alpha)^3}{\alpha(0.5+\beta)(1+\beta)+\beta^2(1-\alpha)^3/\alpha^2} \quad (25)$$

将 $\alpha=0.44$ 代入式(25),考虑到恒活载比例较

大,化简后得:

$$\frac{h_1}{L} = \frac{0.18n}{1.35\beta+0.66} \quad (26)$$

最大挠跨比仅取决于垂跨比及恒活载比。

4 实例验证

4.1 模型计算

长江上某单跨悬索桥,跨径布置如图7所示,主跨739 m,垂跨比为1/9,单位桥长重量约233 kN·m⁻¹,主要构件截面参数及材料特性见表1。表中, E 为材料弹性模量, γ 为材料重度, A 为截面面积, I_{yy} 为y轴惯性矩。

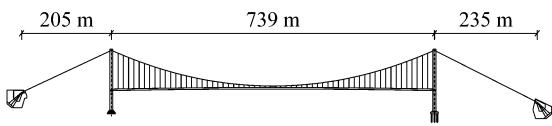


图7 桥跨布置立面图(单位:m)

Fig.7 Side view of bridge alignment(unit:m)

表1 桥梁主要构件特性

Tab.1 Main parameters and material properties of the bridge

主要构件	型号	材料		截面	
		E/MPa	$\gamma/(\text{kN} \cdot \text{m}^{-3})$	A/m^2	I_{yy}/m^4
桥塔	C50	34 500	26	12.66~16.23	63.87~76.69
主梁	Q345D	210 000	78.5	1.354	2.879
主缆	高强钢丝	200 000	78.5	0.202	
吊杆	高强钢丝	200 000	78.5	3.339×10^{-3}	

建立全桥有限元模型,约束塔顶顺桥向位移,从桥塔至跨中施加均布活载,均布荷载取值为40 kN·m⁻¹,此时 β 为5.825,获得均布活载不同的加载长度引起的主缆竖向位移,验证式(24)的准确性。式(24)的推导过程中并未考虑主缆的伸长,为此在有限元模型中将主缆弹性模量增大10倍以消除主缆的弹性伸长的影响。计算结果对比见表2,最大值用下划线标出。

由图8可知,加劲梁最大挠度数值解略大于式(24)的理论值,此时加劲梁挠度中包含了主缆的弹性伸长部分;若将主缆弹性模量增大10倍后,则模型求解的最大挠度小于理论值,二者相差约0.1 m。

下面采用主跨满布均布荷载的加载方式验证式(9)的准确性,计算结果见表3。

为扣除主缆伸长引起的垂度改变,分别在约束塔顶位移与释放塔顶位移两种情况下,对模型加载分别求得两种情况下主缆垂度的改变量 δf_2 和 δf_1 ,

两者想减所得即为单纯由塔顶位移引起的垂度改变, $(\delta f_1 - \delta f_2)/(\delta L_1 - \delta L_2)$ 即为垂度改变量与塔顶位移改变量之间的关系,并与式(9)所推导的解析解做对比,由表3可看出,二者非常接近。

表2 不同加载长度下主缆竖向位移

Tab.2 Vertical displacement of main cable under different loading lengths

α	主缆竖向位移		
	数值解/m	数值解(主缆弹性模量增大10倍)/m	式(24)理论解/m
0.36	1.62	1.52	1.49
0.38	1.67	1.56	1.57
0.40	1.70	1.58	1.64
0.42	1.72	<u>1.59</u>	1.68
0.44	<u>1.73</u>	1.58	<u>1.69</u>
0.46	<u>1.73</u>	1.57	1.67
0.48	1.72	1.55	1.62
0.50	1.71	1.52	1.55
0.52	1.69	1.48	1.46
0.54	1.66	1.44	1.34

注:加下划线的数值表示最大值。

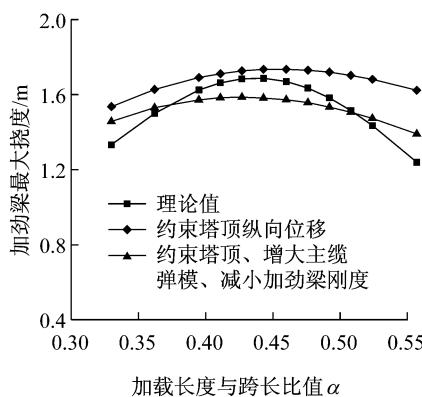


图 8 均布荷载加载长度与最大挠度关系

Fig.8 Relationship between loading length and maximum deflection

表 3 塔顶位移引起的主缆垂度改变

Tab.3 Sag change of the main cable caused by displacement of tower top

均布荷载 $(\text{kN} \cdot \text{m}^{-1})$	主缆垂度 $\delta f_1/\text{m}$	主缆垂度改变量 $(\text{约束塔顶位移})\delta f_2/\text{m}$	塔顶位移引起的垂度 $(\delta f_1 - \delta f_2)/\text{m}$	左塔塔顶 位移 $\delta L_1/\text{m}$	右塔塔顶 位移 $\delta L_2/\text{m}$	$(\delta L_1 - \delta L_2)/\text{m}$	$3 \frac{L}{f}$
10	0.239	0.142	0.097	0.027	-0.031	0.058	1.672
20	0.477	0.284	0.193	0.053	-0.063	0.116	1.664
30	0.716	0.426	0.290	0.080	-0.094	0.174	1.667
40	0.944	0.565	0.379	0.105	-0.124	0.229	1.655
50	1.193	0.710	0.483	0.133	-0.157	0.290	1.666
60	1.410	0.845	0.565	0.155	-0.184	0.339	1.667

实际工程中,由塔顶位移、弹性伸长及不平衡活载引起的悬索桥主缆变形是同时存在的,塔顶位移及弹性伸长均引起主缆垂度的改变,可先估算由不平衡活载引起的主缆水平力的改变,估算主缆的弹性伸长,由式(13)求出引起主缆垂度改变。塔顶位移量取决于主缆水平力的变化及边跨对于塔顶的约束。文献[7,9]研究了多跨悬索桥纵向约束刚度,若已知边跨对于桥塔的约束则可由式(9)计算塔顶位移引起的主缆垂度改变。然后用改变后的垂度来求解不平衡活载引起的主缆变形。

在推导由塔顶位移及主缆弹性伸长引起的主缆变形时均略去了垂跨比的高阶微量,因悬索桥主缆垂跨比大多在1/10左右,因此略去后对结果影响不大。推导过程中均假定主缆线形为抛物线,在垂跨比较小的情况下,悬链线与抛物线相差较小,若荷载沿跨长均匀分布,则主缆线形为抛物线,若荷载沿缆长均匀分布则为悬链线,悬索桥荷载大部分集中于加劲梁,可看作沿跨长均匀分布,因此采用抛物线假定是合理的。

推导主缆纵向偏移引起的变形时,采用图5所示计算图示,均布荷载恰好对应于主缆的下挠部分。这种情况只会发生于主缆发生最大下挠的时候,因此式(24)—(26)仅适用于求解最大的挠度,并非适

4.2 计算结果分析

对于两端固定且不可伸长的单跨主缆而言,最不利加载为从桥塔至0.44跨处,但实际上主缆变形同时受到塔顶位移及主缆弹性伸长的影响,并且塔顶位移量及主缆的伸长量都随着加载长度的增大而变大,因此产生最大挠度的最不利加载形式会略大于0.44跨,具体要视边跨的约束情况及主缆的弹性刚度而定。单跨悬索桥因为背索对于桥塔的约束较强,塔顶位移的影响较小,其最不利加载长度相对较短。三跨悬索桥塔顶纵向约束弱于单跨悬索桥且受边中跨比的影响,最不利加载长度随着边中跨比的增大而增大,这一点也被相关研究所证实^[8]。

用于所有的 α 值。推导过程中未考虑加劲梁的影响,对大跨度悬索桥而言,虽然其重力刚度远大于加劲梁刚度,但略去加劲梁的影响,必然会带来一定误差。实际桥梁中,加劲梁纵桥向的移动受到约束,因而实际的位移应小于本文公式的估算值。对于带有中央索夹的悬索桥,主缆在纵桥向不能自由移动,也不适用于本文公式。

5 结论

将活载下悬索桥主缆变形分为以下3部分:塔顶位移引起的垂度改变;主缆弹性伸长引起的垂度改变;不平衡活载下主缆的纵向位移引起的垂度改变。对此3个方面分别进行了研究,主要结论如下:

(1) 塔顶位移引起的主缆垂度改变与主缆垂跨比有关,垂跨比越小,由塔顶位移引起的垂度改变量越大。二者存在固定的比例关系。

(2) 主缆的弹性伸长引起的垂度改变量同样与垂跨比有关,并且其数量关系近似等于塔顶位移引起的垂度改变量。

(3) 由不平衡均布活载下主缆纵向偏移引起的最大挠度与恒活载之比及主缆垂度有关,对于塔顶无纵向位移、主缆不可伸长的理想情况,最不利加载

区域为从桥塔至 0.44 跨处。

参考文献:

- [1] Wollmann G P. Preliminary analysis of suspension bridge[J]. Journal of Bridge Engineering, 2001, 6(4):227.
- [2] Clemente P, Nicolosi G, Raithel A. Preliminary design of very long-span suspension bridges[J]. Engineering Structure, 2000 (22):1699.
- [3] Jennings A. Gravity stiffness of classical suspension bridges[J]. Journal of Structure Engineering, 1983, 109(1):16.
- [4] Gimsing N J. Cable supported bridges[M]. 2nd ed. Chichester: John Wiley, 1997.
- [5] 刘钊,刘厚军.悬索桥主缆变形及重力刚度新算法[J].工程力学,2009,26(6):127.

(上接第 1444 页)

高钢板屈曲抗力,但开孔板的连续约束作用要优于焊钉的单点约束作用。

(2)轴压作用下,连接件的种类对试件的极限承载能力几乎无影响。

(3)往复压弯荷载作用下,外层钢箱的破坏形态与连接件种类有较为明显的关系。

(4)轴压比不仅控制构件的破坏形态,而且影响构件的极限弯矩、延性性能和耗能能力;实际组合索塔设计时应选择合理的轴压比。

(5)基于刚塑性原理的规范计算值与试验结果有一定差异。

参考文献:

- [1] Aparicio A C, Casas J R. The Alamillo cable-stayed bridge: special issues faced in the analysis and construction [J]. Proceedings of the ICE, Structures and Buildings, 1997, 122 (4):432.
- [2] Morgenthal G, Sham R, West B. Engineering the tower and main span construction of stonecutters bridge[J]. Journal of Bridge Engineering, ASCE, 2010, 15(2):144.
- [3] Hsu H L, Lin J L. Experimental evaluation on seismic performance of sandwich box columns [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1999, 28(8):823.
- [4] Tao Z, Han L H, Wang Z B. Experimental behaviour of stiffened concrete-filled thin-walled hollow steel structural (HSS) stub columns [J]. Journal of Constructional Steel Research, 2005, 61(7):962.
- [5] Tao Z, Han L H, Wang D Y. Experimental behaviour of concrete-filled stiffened thin-walled steel tubular columns[J]. Thin-Walled Structures, 2007, 45(5):517.
- [6] Tao Z, Uy B, Han L H, et al. Analysis and design of concrete-filled stiffened thin-walled steel tubular columns under axial compression[J]. Thin-Walled Structures, 2009, 47(12):1544.
- [7] 郭兰慧,张素梅,徐政,等.带有加劲肋的大长宽比薄壁矩形钢管混凝土试验研究与理论分析[J].土木工程学报,2011, 44 (1): 42.
- [8] GUO Lanhuai, ZHANG Sumei, XU Zheng, et al. Experimental and theoretical analysis of stiffened rectangular composite columns with large height-to-breadth ratios[J]. China Civil Engineering Journal, 2011, 44(1): 42.
- [9] Huang C S, Yeh Y K, Hu H T, et al. Axial load behavior of stiffened concrete-filled steel columns[J]. Journal of Structure Engineering, ASCE, 2002, 128(9):1222.
- [10] Cai J, He Z Q. Axial load behavior of square CFT stub column with binding bars [J]. Journal of Constructional Steel Research, 2006, 62(5):472.
- [11] 曾耀,吴冲,周家兴,等.钢-混凝土组合索塔压弯性能试验研究[J].土木建筑与环境工程,2012, 34(2): 77.
- [12] ZENG Yao, WU Zhong, ZHOU Jiaxing, et al. Experimental analysis on beam-column behavior of steel-concrete composite pylon [J]. Journal of Civil, Architectural & Environmental Engineering, 2012, 34(2): 77.
- [13] Eurocode, EN 1994: design of composite steel and concrete structures: part 1.1: general rules and rules for buildings[S]. Brussels: CEN, 2004.
- [14] AISC. ANSI/AISC 360-05 Specification for structural steel buildings [S]. Chicago: American Institute of Steel Construction, 2005.