

钢筋混凝土梁柱损伤扩展模型

宁超列¹, 李杰^{1,2}

(1. 同济大学 土木工程学院, 上海 200092; 2. 同济大学 土木工程防灾国家重点实验室, 上海 200092)

摘要: 从钢筋混凝土梁柱构件的损伤扩展过程出发, 在加载过程中动态计算并更新模型的损伤区长度, 同时结合修正的 2 点 Gauss-Radau 积分方案保证损伤区长度范围内仅包含 1 个积分点, 避免了 Scott 和 Fenves 分段纤维梁柱模型的塑性区长度敏感性问题。钢筋混凝土悬臂柱的试验与数值对比分析表明, 本文模型不仅具有较好的计算精度, 而且能够模拟钢筋混凝土梁柱构件的损伤扩展。

关键词: 钢筋混凝土梁柱构件; 柔度法模型; 损伤扩展

中图分类号: O313.7

文献标识码: A

Damage Spread Model of Reinforced Concrete Beam Column

NING Chaolie¹, LI Jie^{1,2}

(1. College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. State Key Laboratory of Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: Based on the damage spread process of reinforced concrete beam-column member, the damage spread model adjusts the length of damage zone in every loading step. The modified Gauss-Radau integration scheme is employed to assure one integration point in the field of the damage, the plastic zone length issue of the segmented fiber beam-column raised by Scott & Fenves is avoided. In the end, the comparison between the theoretical and experimental results of a reinforced concrete column verifies that with the model, rational results can be obtained, and the damage spread of reinforced concrete beam-column member can be simulated.

Key words: reinforced concrete beam column member; force-based model; damage spread

较为精确的响应预测结果。在这些分析中, 选择合适的钢筋混凝土梁柱模型成为结构分析的关键。

众多研究表明: 相比于其他类型的模型, 基于柔度法的纤维梁柱模型能够更为精确地模拟钢筋混凝土梁柱构件强非线性下的受力行为。自 20 世纪 80 年代起, 在一批学者的反复努力下^[1-9] 这类模型一步步成熟, 并在各类专业有限元软件如 OpenSees, Feap 中得到应用。然而在研究进程中人们也逐步发现, 与基于刚度法的纤维梁柱模型存在网格敏感性问题相对应, 基于柔度法的纤维梁柱模型存在积分敏感性问题, 即对于后者, 模型数值积分点数不同造成结构在整体与局部层次的响应不一致, 如图 1 所示。

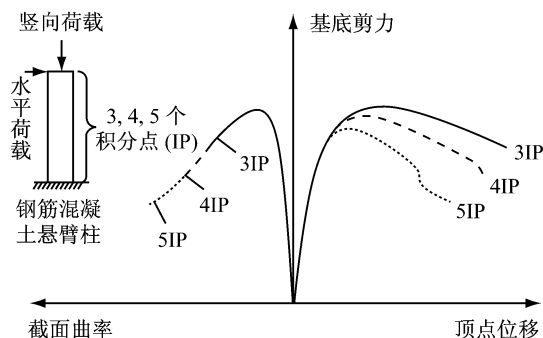


图 1 应变软化材料的积分敏感性问题^[10]

Fig. 1 Localization issue with strain-softening material^[10]

最早发现并开始研究这一问题的是 Coleman 和 Spacone^[10]。他们借鉴 Bazant 等对离散裂缝模型网格敏感性问题处理方式^[11-12], 在 Kent-Park 混凝土本构模型中引入受压断裂能概念, 依据不同积分点数具有相同受压断裂能的思路, 首先在材料层次修正 Kent-Park 混凝土本构模型参数, 如图 2 和式 (1) 所示; 进而计算积分点处截面曲率的放大系数, 以保证本构曲线改变后截面层次响应的一致。图 2

钢筋混凝土框架结构仍然是工程中应用广泛的一种结构形式。现代基于性能的抗震设计往往要求进行这类结构的静力或动力非线性分析, 以获得其

收稿日期: 2011-10-19

基金项目: 国家自然科学基金委创新研究群体科学基金(50621062)

第一作者: 宁超列(1984—), 男, 博士生, 主要研究方向为钢筋混凝土结构的随机非线性力学行为。E-mail: ningchaolie@126.com

通讯作者: 李杰(1957—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为现代混凝土结构及生命线工程。E-mail: lijie@tongji.edu.cn

中, σ 为混凝土压应力; f_c 为混凝土峰值抗压强度; ϵ 为混凝土压应变; ϵ_0 为混凝土峰值压应变; ϵ_{20} 为 Kent-Park 混凝土本构模型平台段起点处的压应变。

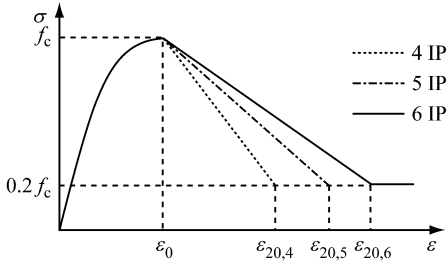


图 2 基于常断裂能修正的应力-应变曲线

Fig. 2 Stress-strain curves based on constant fracture energy correction

$$\epsilon_{20} = \frac{G_f}{0.6 f_c L_{IP}} - \frac{0.8 f_c}{E} + \epsilon_0 \quad (1)$$

式中: G_f 为混凝土的受压断裂能; E 为弹性模量; L_{IP} 为模型的积分点权重。

2006 年 Scott 和 Fenves^[13] 在 Coleman 和 Spacone^[10] 研究的基础上视模型的塑性区长度为自由变量, 仍从混凝土受压断裂能出发, 在 Coleman 和 Spacone 提出的表达式(1)的基础上推导出塑性区长度 l_p 的理论表达式:

$$l_p = \frac{G_f}{0.6 f_c (\epsilon_{20} - \epsilon_0 + 0.8 f_c / E)} \quad (2)$$

由此建立起塑性区长度与模型的积分点权重的关系。进而 Scott 和 Fenves 建议将基于柔度法的纤维梁柱模型划分为 3 段: 中间为弹性区, 两端为塑性区, 塑性区采用修正的 Gauss-Radau 积分策略, 保证塑性区范围内仅存在 1 个积分点, 该积分点的积分权重则为上述根据混凝土受压断裂能计算得到的塑性区长度^[13]。

然而, 虽然 Scott 和 Fenves 通过将基于柔度法的纤维梁柱模型进行分段, 较好地避免了模型的积分敏感性问题, 但其采用修正的 Gauss-Radau 积分保证塑性区仅包含 1 个积分点, 该积分点权重等于模型塑性区长度的处理方式也造成模型的塑性区长度实际上可以选择不同的计算公式: 既可以选择上述基于混凝土受压断裂能推导出来的表达式(2), 也可以选择其他的经验表达式。这就造成新的问题。事实上, 塑性区长度计算表达式中, 绝大部分是研究者根据各自有限的试验样本基于经验拟合确定的, 因此, 这些经验表达式计算出来的塑性区长度可能差别较大。这种差别应用于 Scott 和 Fenves 的分段纤维

梁柱模型将会造成结构响应的不一致。换句话说, Scott 和 Fenves 模型避免了积分敏感性问题, 但同时又产生了塑性区长度敏感性问题。针对该问题, 郝效强、李杰^[14] 将柔度法中的积分方案与梁柱构件的损伤分布特点结合起来, 采用 3 点 Gauss-Legendre 积分, 使每一端非线性区域积分点的积分权重分别对应潜在的塑性铰区、开裂区和过渡区长度。但是, 这种方式仍旧需要预先给定一个确定的非线性区长度, 因此问题并未得到实质性解决。

缘于上述背景, 本文从钢筋混凝土梁柱构件在实际加载过程中损伤动态扩展的事实出发, 认为应当随荷载步的增加动态调整梁柱模型中的损伤区长度, 而不是如 Scott 和 Fenves 那样预先指定一个确定的塑性区域。同时, 考虑到混凝土材料采用多个积分点将会产生积分敏感性问题, 因此仍旧在模型中采用修正的 2 点 Gauss-Radau 积分, 保证损伤区域仅存在 1 个积分点。由此提出一类新的钢筋混凝土梁柱损伤扩展模型。

1 损伤扩展过程与损伤扩展模型

钢筋混凝土梁柱构件在无均布荷载作用或均布荷载作用较小的情况下损伤一般集中出现在端部, 即随着外部荷载的增加, 首先在构件的端部截面达到开裂弯矩 M_{cr} , 该截面的混凝土开裂; 然后裂缝逐渐往构件中部延伸, 同时梁柱端部截面的弯矩继续增大; 当端部截面的弯矩达到屈服弯矩 M_u 时, 钢筋发生屈服或混凝土被压溃, 此时模型两端已形成一定的开裂区; 此后, 开裂区继续往构件中部扩展, 塑性区也开始从端部截面往构件中部扩展。最后, 这些逐步扩展的开裂区与塑性区将会达到一个稳定长度, 表明该构件的损伤已经充分发展。

基于上述对钢筋混凝土梁柱构件损伤扩展过程的描述, 将梁柱构件划分为 3 段, 中间为弹性区, 两端为动态扩展的损伤区(包括动态扩展的开裂区和动态扩展的塑性区)。如图 3 所示。图中 $\mathbf{v} = [v_1 \ v_2 \ v_3]^T$ 为单元的变形向量, v_1, v_2, v_3 分别为单元的轴向变形、I 节点的转角和 J 节点的转角; $\mathbf{e} = [\epsilon(x) \ \varphi(x)]^T$ 为截面的变形向量, $\epsilon(x)$ 和 $\varphi(x)$ 分别为截面的轴向变形和曲率; $\mathbf{q} = [q_1 \ q_2 \ q_3]^T$ 为单元的力向量, q_1, q_2, q_3 分别为单元的轴力、I 节点的弯矩和 J 节点的弯矩; $\mathbf{s} = [N(x) \ M(x)]^T$ 为截面的力向量, $N(x), M(x)$ 分别为截面的轴力大小和弯矩大小。

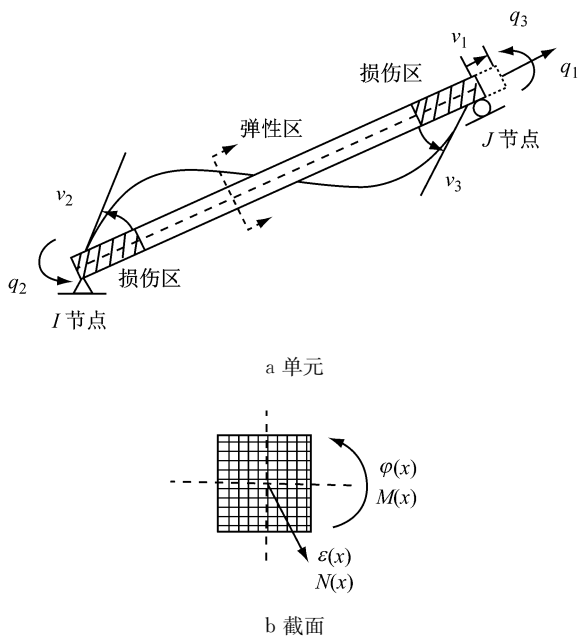


图 3 无刚体位移模式的损伤扩展模型

Fig.3 Damage spread model without rigid-body displacement mode

采用力型函数插值,单元力向量与截面力向量之间满足如下平衡条件:

$$s = bq \quad (3)$$

$$b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{x}{L} - 1 & \frac{x}{L} \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中: x 为截面与 I 节点的距离; L 为单元的长度。

同样,根据虚功原理,单元的变形向量 v 与截面变形向量 e 之间满足如下相容条件:

$$v = \int_0^L b^T e dx \quad (5)$$

因此,单元的柔度矩阵

$$f_e = \frac{\partial v}{\partial q} = \int_0^L b^T f_s b dx \quad (6)$$

式中: f_s 为截面的柔度矩阵, $f_s = k_s^{-1}$, k_s 为截面的刚度矩阵, $k_s = \frac{\partial s}{\partial e}$.将单元的柔度矩阵 f_e 求逆,即可得到单元的刚度矩阵 k_e .

计算过程中,相容条件和柔度矩阵的积分表达式(5)和式(6)一般需要转化为数值积分的方式求解,即

$$v = \sum_{i=1}^N (b^T e |_{x=\xi_i}) \omega_i \quad (7)$$

$$f_e = \sum_{i=1}^N (b^T f_s b |_{x=\xi_i}) \omega_i \quad (8)$$

式中: i 为积分点的编号; N 为积分点的个数; ξ_i 和 ω_i 分别为积分点的位置和权重。

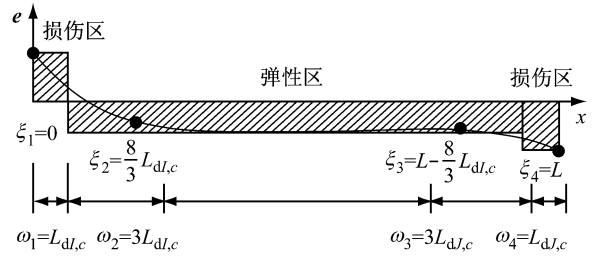
对上述数值积分采用修正的 2 点 Gauss-Radau 积分^[13],保证损伤区仅存在 1 个积分点,各积分点的积分位置与积分权重如下:

$$\xi = \{0 \quad \frac{8}{3}L_{dl} \quad L - \frac{8}{3}L_{dj} \quad L\} \quad (9)$$

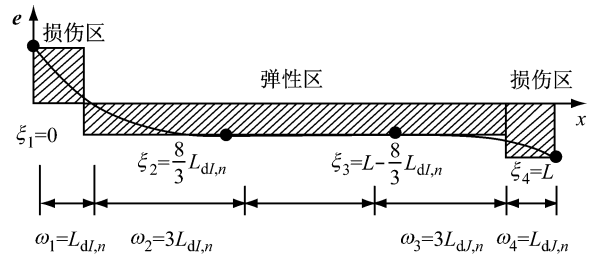
$$\omega = \{L_{dl} \quad 3L_{dl} \quad 3L_{dj} \quad L_{dj}\} \quad (10)$$

其中, L_{dl} 和 L_{dj} 分别为模型两端的损伤区长度,由钢筋混凝土梁柱构件的损伤扩展过程确定:在初始加载时,模型的损伤区长度 L_{dl} 和 L_{dj} 取零,随着外部荷载的增加,模型的损伤区长度 L_{dl} 和 L_{dj} 逐步增加.如图 4 所示, e 为截面的变形向量, $\xi_i (i=1,2,3,4)$ 为积分点的位置, $\omega_i (i=1,2,3,4)$ 为积分点的权重.在当前荷载步,模型两端的损伤区长度为 $L_{dl,c}$ 和 $L_{dj,c}$;在下一荷载步,模型两端的损伤区长度为 $L_{dl,n}$ 和 $L_{dj,n}$.

需要指出的是,在加载过程中,当前荷载步迭代过程中模型的损伤区长度 $L_{dl,c}$ 和 $L_{dj,c}$ 是由上一荷载步计算所得,下一荷载步迭代过程中模型的损伤区长度 $L_{dl,n}$ 和 $L_{dj,n}$ 是由当前荷载步计算所得。



a 当前荷载步的数值积分



b 下一荷载步的数值积分

图 4 损伤扩展模型的动态积分方案

Fig.4 Dynamic integration scheme of damage spread model

由于损伤扩展模型基于力型函数插值建立,因此该模型具有与基于柔度法的纤维梁柱模型相似的迭代策略,具体流程如图 5 所示,图中 E_r 为单元收敛容许值。

2 损伤区长度计算

在钢筋混凝土梁柱损伤扩展模型中,损伤区长

度的计算是关键. 由于钢筋混凝土梁柱构件真实的损伤破坏过程具有 2 个主要的破坏特征点: 混凝土的开裂与钢筋的屈服(或受压区混凝土达到极限压应变), 因此模型损伤区长度也包含 2 个特征长度: 开裂区长度和塑性区长度. 其中, 因为混凝土极限拉应变远小于钢筋屈服应变或混凝土极限压应变, 所以混凝土开裂一般早于钢筋屈服或混凝土压溃, 即构件开裂区的出现早于塑性区的出现; 但此后随外部荷载的增加, 先形成的开裂区扩展速率可能小于后形成的塑性区扩展速率, 因此在每个荷载步模型采用的损伤区长度取开裂区长度和塑性区长度的最大值.

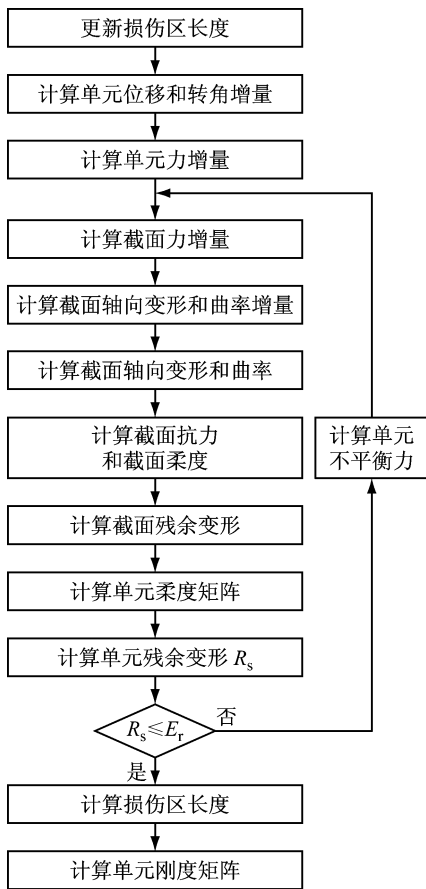


图 5 损伤扩展模型的迭代流程

Fig. 5 Iteration flow chart of damage spread model

模型首先根据力型函数插值得到构件各截面的弯矩 $M(x)$. 然后通过判断各截面弯矩 $M(x)$ 是否达到如下条件: $M(x) > M_{cr}$, $M(x) > M_u$ 来评估该截面是否进入开裂区或塑性区. 其中, M_{cr} 为截面的开裂弯矩; M_u 为截面的屈服弯矩. 若 $M(x) > M_{cr}$, 表明位置 x 处的截面进入开裂区; 若 $M(x) > M_u$, 表明位置 x 处的截面进入塑性区. 具体步骤如下:

(1) 混凝土未开裂、未压溃且钢筋未屈服之前

将模型标识为线弹性加载. 然后根据当前荷载步得到的端部截面变形计算端部截面边缘混凝土的受拉应变, 如果该应变达到混凝土极限拉应变, 将当前荷载步的端部截面弯矩存储为开裂弯矩 M_{cr} , 并将模型标识为开裂加载.

(2) 若模型标识为开裂加载. 首先根据当前荷载步得到的端部截面变形计算端部截面钢筋的拉压应变和边缘混凝土的受压应变. 如果边缘混凝土压应变达到混凝土极限压应变或钢筋应变达到钢筋屈服应变, 将当前荷载步的端部截面弯矩存储为屈服弯矩 M_u , 并将模型标识为塑性加载; 如果边缘混凝土压应变没有达到混凝土极限压应变或钢筋应变没有达到钢筋屈服应变, 以上一荷载步的开裂区长度 $L_{c,c}$ 为起点, 判断当前加载步后续各截面是否进入开裂区, 更新当前荷载步的开裂区长度 $L_{c,n}$.

(3) 若模型标识为塑性加载. 首先基于力型函数插值计算各截面的截面力. 对于塑性区长度, 以上一荷载步的塑性区长度 $L_{y,c}$ 为起点, 判断后续各截面是否进入塑性区, 更新当前荷载步的塑性区长度 $L_{y,n}$; 对于开裂区长度, 以上一荷载步的开裂区长度 $L_{c,c}$ 为起点, 判断后续各截面是否进入开裂区, 更新当前荷载步的开裂区长度 $L_{c,n}$.

损伤区长度计算流程亦可用图 6 表示.

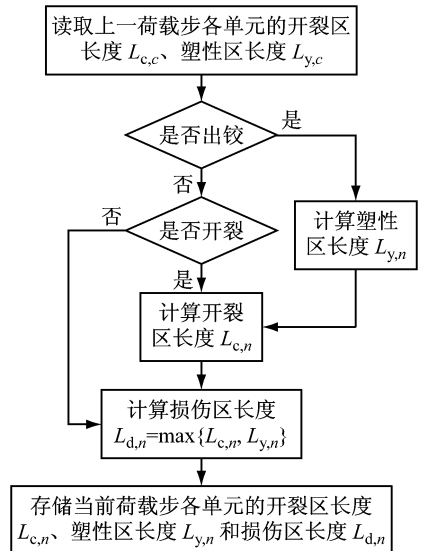


图 6 损伤区长度计算流程

Fig. 6 Flow chart of damage zone length

3 数值算例

采用 Tanaka 和 Park 钢筋混凝土悬臂柱试验^[15], 如图 7 所示. 图中, V 为水平荷载, 柱顶竖向荷

载 $P = 0.3f_c A_g$, 柱截面面积 $A_g = 550 \text{ mm} \times 550 \text{ mm}$, 柱高 $L = 1.650 \text{ m}$, 混凝土保护层厚度 $c = 40 \text{ mm}$, 纵筋数目 12 根, 直径 $d_b = 20 \text{ mm}$, 钢筋屈服强度 $f_y = 510 \text{ MPa}$, 弹性模量 $E_s = 200\,000 \text{ MPa}$, 素混凝土抗压强度 $f_c = 32 \text{ MPa}$, 混凝土弹性模量 $E_c = 30\,000 \text{ MPa}$.

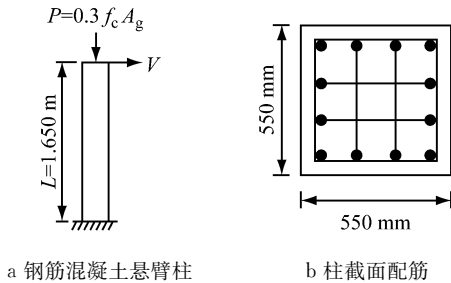


图 7 Tanaka 和 Park 钢筋混凝土柱试验^[15]

Fig.7 Tanaka and Park RC column experiment^[15]

基于 Scott 和 Fenves 分段纤维梁柱模型, 引用修正的 Kent-Park 混凝土本构模型, 选用相同的本构参数, 采用不同的压弯构件塑性区长度计算公式确定 Scott 和 Fenves 分段纤维梁柱模型中的塑性区长度: 根据朱伯龙模型, 该钢筋混凝土悬臂柱的塑性区长度为 867 mm; 根据王福明模型, 该钢筋混凝土悬臂柱的塑性区长度为 89 mm; 根据沈聚敏模型, 该钢筋混凝土悬臂柱的塑性区长度为 102~255 mm; 根据 Pauly 和 Priestley 模型, 该钢筋混凝土悬臂柱的塑性区长度为 356 mm; 根据 Scott 和 Fenves 模型, 即式(2)基于混凝土受压断裂能推导得到的塑性区长度计算表达式, 该钢筋混凝土悬臂柱的塑性区长度为 486 mm. 可见, 不同的塑性区长度计算公式得到的塑性区长度相差较大. 将其应用到 Scott 和 Fenves 分段纤维梁柱模型中得到的钢筋混凝土柱顶层位移-基底剪力曲线也相差较大, 如图 8 所示.

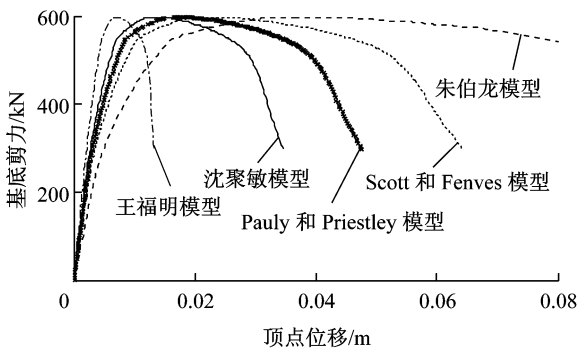


图 8 分段纤维模型基底剪力-顶点位移

Fig.8 Base shear-top displacement curve of segmented fiber model

采用本文提出的钢筋混凝土梁柱损伤扩展模

型, 在加载过程中动态计算并更新损伤区长度, 计算所得的顶点位移-基底剪力曲线如图 9 所示. 显然, 损伤扩展模型不存在 Scott 和 Fenves 分段纤维梁柱模型的塑性区长度敏感性问题, 且数值模拟结果与试验结果吻合较好.

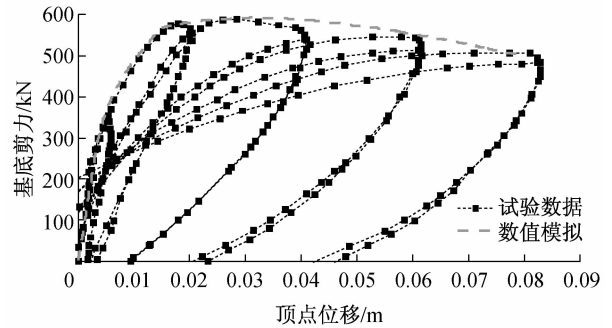


图 9 损伤扩展模型基底剪力-顶点位移

Fig.9 Base shear-top displacement curve of damage spread model

另一方面, 如图 10 所示, 钢筋混凝土损伤扩展模型不仅能够较好地模拟钢筋混凝土梁柱构件的响应信息, 而且能够模拟钢筋混凝土梁柱构件随加载过程的损伤发展: 该悬臂柱在水平荷载为 246.0 kN、水平位移为 2.90 mm 时柱底截面达到开裂弯矩 (图 10a); 此后, 裂缝逐渐往构件中部延伸, 梁柱底部截面的弯矩逐步增大, 在水平荷载为 569.5 kN、水平位移为 15.55 mm 时底部截面达到屈服弯矩 (图 10b), 此时柱底的开裂区长度为 941 mm; 裂缝继续往构件中部扩展, 同时构件的塑性区长度也开始从柱底逐步往构件中部扩展, 但开裂区长度的扩展速率小于塑性区长度的扩展速率, 在水平荷载为 591.5 kN、水平位移为 31.00 mm 时, 裂缝不再扩展, 开裂区长度稳定在 968 mm; 而塑性区长度继续扩展, 在水平荷载为 591.7 kN、水平位移为 32.20 mm 时塑

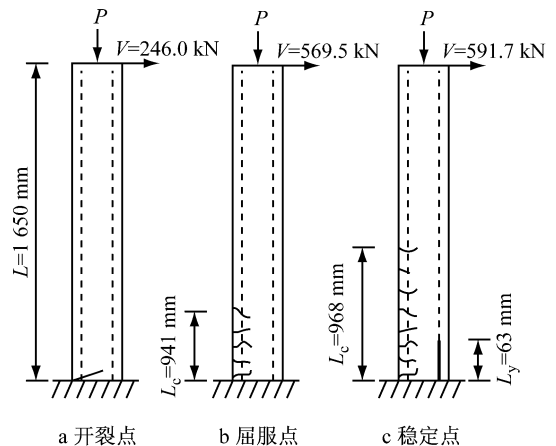


图 10 钢筋混凝土柱的损伤发展过程

Fig.10 Damage spread process of RC column

性区扩展也达到稳定,塑性区长度为 63 mm(图 10c),表明此时该钢筋混凝土悬臂柱的损伤已经充分发展。

4 结语

对于混凝土这类应力软化材料,基于柔度法的纤维梁柱模型存在积分敏感性问题。Scott 和 Fenves 的分段纤维梁柱模型避免了积分敏感性问题,但同时又产生了塑性区长度敏感性问题。本文从钢筋混凝土梁柱构件损伤动态扩展的思路出发,认为在数值计算过程中应当随着荷载步的增加动态调整模型的损伤区长度,同时采用修正的 2 点 Gauss-Radau 积分,保证在损伤区域仅存在 1 个积分点,提出一类钢筋混凝土梁柱损伤扩展模型。数值计算结果表明,本文模型不仅能够解决 Scott 和 Fenves 分段纤维梁柱模型的塑性区长度敏感性问题,具有较好的计算精度与数值稳定性,而且能够模拟钢筋混凝土梁柱构件的损伤扩展。

参考文献:

- [1] Mahasuverachai M, Powell G H. Inelastic analysis of piping and tubular structures [R]. Berkeley: Earthquake Engineering Research Center of University of California, 1982.
- [2] Kaba S, Mahin S A. Refined modeling of reinforced concrete columns for seismic analysis [R]. Berkeley: Earthquake Engineering Research Center of University of California, 1984.
- [3] Ciampi V, Carlesimo L. A nonlinear beam element for seismic analysis of structures [C]//Proceedings of 8th European Conference on Earthquake Engineering. Lisbon: Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Portugal, 1986:73-80.
- [4] Zeris C, Mahin S A. Analysis of reinforced concrete beam columns under uniaxial excitation [J]. Journal of Structural Engineering, 1988, 114(4): 804.
- [5] Zeris C, Mahin S A. Behavior of reinforced concrete structures subjected to biaxial excitation [J]. Journal of Structural Engineering, 1991, 117(9): 2657.
- [6] Taucer F F, Spacone E, Filippou F C. A fiber beam-column element for seismic response analysis of reinforced concrete structures [R]. Berkeley: EERC of University of California, 1991.
- [7] Spacone E, Filippou F C, Taucer F F. Fiber beam-column model for nonlinear analysis of R/C frames. I: formulation [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamic, 1996, 25(7):711.
- [8] Spacone E, Filippou F C, Taucer F F. Fiber beam-column model for nonlinear analysis of R/C frames. II: application [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamic, 1996, 25(7): 727.
- [9] Neuenhofer A, Filippou F C. Evaluation of nonlinear frame finite-element models [J]. Journal of Structural Engineering, 1997, 123(7):958.
- [10] Coleman J, Spacone E. Localization issues in forced-based frame elements [J]. Journal of Structural Engineering, 2001, 127(11):1257.
- [11] Bazant Z P, Oh B H. Crack band theory for fracture of concrete [J]. Material and Structure, 1983, 16:155.
- [12] Bazant Z P, Planas J. Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials [M]. Boca Raton: CRC Press, 1988.
- [13] Scott M H, Fenves G L. Plastic hinge integration methods for forced-based beam column elements [J]. Journal of Structural Engineering, 2006, 132(2): 244.
- [14] 郝效强,李杰. 柔度法梁-柱单元考虑损伤分布的高斯积分方法 [J]. 工程力学, 2012, 29(5): 19.
HAO Xiaoqiang, LI Jie. New integration method for force-based beam-column element in consideration of damage distribution [J]. Engineering Mechanics, 2012, 29(5): 19.
- [15] Tanaka H, Park R. Effect of lateral confining reinforcement on the ductile of reinforced concrete columns [R]. Christchurch: Department of Civil Engineering of University of Canterbury, 1990.