

# 柔性轮对的轮轨接触参数分析

张宝安, 陆正刚, 王恒亮

(同济大学 铁道与城市轨道交通研究院, 上海 201804)

**摘要:** 只考虑轮对弯曲振动下的结构柔性, 建立了把车轴考虑成铁木辛科梁的柔性轮对简化模型, 用格林函数求解其在稳态谐波力作用下的运动方程, 从而求出车轮倾斜角位移。根据轮轨接触几何约束关系, 用解析方法推导了柔性轮对与钢轨接触几何的约束方程组, 对该约束方程组进行求解, 得到轮轨接触几何参数, 并与相应的刚性轮对轮轨接触参数进行了对比, 讨论了轮对弯曲变形对轮轨接触点位置及其接触参数的影响。结果表明, 当轮对横移量超过 5 mm 时, 轮对的结构柔性会导致轮轨接触参数发生明显变化; 该简化模型可以有效地解决需要考虑轮对柔性的轮轨接触计算问题。

**关键词:** 柔性轮对; 轮轨接触参数; 铁木辛科梁; 格林函数  
**中图分类号:** U271.91      **文献标志码:** A

## Analysis on Wheel-Rail Contact Parameters of Elastic Wheelset

ZHANG Baoan, LU Zhenggang, WANG Hengliang

(Institute of Railway and Urban Rail Transit, Tongji University, Shanghai 201804, China)

**Abstract:** The structural flexibility of wheelset due to bending vibration was taken into account. A simplified model of elastic wheelset was established with the axle being considered as a Timoshenko beam, and the inclined angular displacement of wheel was derived from solving its equations of motion in the steady-state harmonic force via Green's Function. According to the geometric constraint relationship of wheel-rail contact, the constrained equations of elastic wheelset-rail contact geometry were analytically derived. The geometric parameters of wheel-rail contact were calculated by solving those equations. Comparisons of wheel-rail contact parameters between the elastic wheelset and the rigid wheelset were carried out, and discussions about the influence of wheelset's bending deformation on wheel-rail contact locations and contact parameters were held, respectively. Results show that when the wheelset lateral displacement

exceeds 5mm, the wheel-rail contact parameters change significantly due to wheelset structural flexibility; the simplified model is beneficial to wheel-rail contact calculation issues for elastic wheelset.

**Key words:** elastic wheelset; wheel-rail contact parameters; Timoshenko beam; Green's Function

在对铁路车辆动力学性能进行仿真时, 常常假设轮对和钢轨是刚体, 然而这只适用于频率小于 20 Hz 的情况。轮对的弹性变形会导致车轮踏面外形和钢轨外形之间的相对运动发生变化, 对轮轨接触几何参数及接触点位置产生一定的影响。尽管与整个轮对的运动相比, 这些变形是很小的, 但是轮轨接触对小的相对横移或者转动都是非常敏感的, 具有很强的非线性特征。轮对的弹性变形不仅能够影响车辆的横向稳定性, 而且还会导致轮轨力的波动, 产生轮轨的波磨和车轮的不圆度, 导致在小半径曲线上噪音的传播<sup>[1]</sup>。

已有一些相关文献研究了轮对的结构动力学, 文献[1-3]在中高频范围内研究了轮对的结构柔性。目前主要有 3 种建模方法用于轮对结构柔性的建模: 集中质量块法<sup>[4]</sup>、连续法<sup>[5]</sup>和有限元法<sup>[6]</sup>。文献[7-9]针对轮对弹性变形的动力学问题进行了研究, 文献[10]在传统迹线法的基础上发展了一种考虑轮对弹性的轮轨接触点计算方法, 弹性轮对模型采用离散的有限元模型, 由于该算法需要扫描大量节点, 计算量较大, 不适用于在线的动力学实时仿真。

本文以国内某高速动车组驱动轮对为原型, 把车轴考虑成连续均匀的铁木辛科梁, 把车轮、轴箱和制动盘看成刚体, 建立了柔性轮对的简化模型。假设轮对的一系悬挂处受到两个垂向谐波力  $P$  作用, 用格林函数求解轮对的运动方程, 得到车轮的倾斜角

收稿日期: 2012-09-13

基金项目: 国家自然科学基金(51175381)

第一作者: 张宝安(1987—), 男, 博士生, 主要研究方向为车辆动力学. E-mail: doc\_zba@gmail.com

通讯作者: 陆正刚(1966—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为车辆动力学. E-mail: luzhenggang@tongji.edu.cn

位移。建立了包含考虑轮对弯曲变形导致车轮倾斜的轮轨接触几何约束关系,用解析方法推导了轮轨接触几何约束方程组,通过对该约束方程组进行求解,得到了轮轨接触几何参数和接触点位置。并与相应的刚性轮对轮轨接触几何参数进行了对比,讨论了轮对弯曲变形对轮轨接触点位置及其接触参数的影响。

## 1 柔性轮对建模及运动方程求解

轮对模型包含两个轴箱、两个制动盘、两个车轮和一个车轴,在柔性轮对模型中把车轴考虑成铁木辛科梁,其余部件处理成刚体。每个部件只考虑两个自由度,分别为垂向位移  $u(y, t)$  和角位移  $\theta(y, t)$ ,在左、右轮轨接触处施加角频率为  $\omega$  的简谐力。图 1 为柔性轮对的简化模型,图中  $m$  为轴的单位长度质量,  $E$  为杨氏模量,  $I$  为截面惯性矩,  $\mu$  为剪切模量,  $S$  为轴的横截面积,  $\kappa$  为剪切系数。

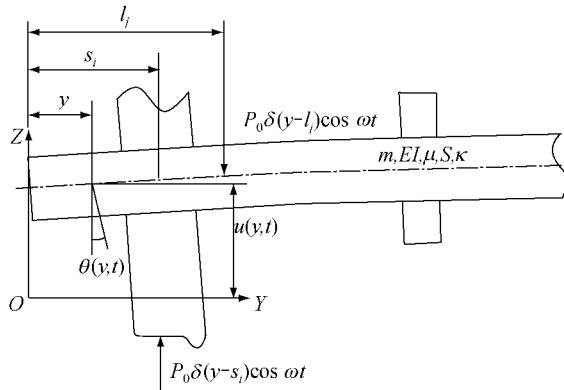


图 1 柔性轮对的简化模型

Fig.1 Simplified model of elastic wheelset

假设轮对运动在平衡位置,不考虑轮对的陀螺效应和动静不平衡,则轮对的运动方程如下<sup>[11]</sup>:

$$\mathbf{D}_{y,t}\mathbf{q} - \sum_{i=1}^6 \mathbf{F}_{i,t}\mathbf{q}_i\delta(y - s_i) = \mathbf{P} \quad (1)$$

式中:

$$\mathbf{D}_{y,t} = \begin{bmatrix} \kappa\mu S \frac{\partial^2}{\partial y^2} - m \frac{\partial^2}{\partial t^2} & -\kappa\mu S \frac{\partial}{\partial y} \\ \kappa\mu S \frac{\partial}{\partial y} & EI \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \kappa\mu S - \rho I \frac{\partial^2}{\partial t^2} \end{bmatrix},$$

$$\rho \text{ 为车轴材料密度; } \mathbf{F}_{i,t} = \begin{bmatrix} m_i \frac{d^2}{dt^2} & 0 \\ 0 & J_i \frac{d^2}{dt^2} \end{bmatrix}, m_i \text{ 和}$$

$J_i (i=1 \sim 6)$  分别表示第  $i$  个刚体的质量和转动惯

量;  $\mathbf{q} = \mathbf{q}(y, t) = [u(y, t) \ \theta(y, t)]^T$ ;  $\mathbf{q}_i = \mathbf{q}(s_i, t)$ ,  $s_i (i=1 \sim 6)$  表示第  $i$  个刚体到车轴左端的距离;  $\delta(\cdot)$  是狄拉克函数;  $\mathbf{P} = [P \ 0]^T$ ,  $P = P_0 [\delta(y - s_2) + \delta(y - s_5) - \delta(y - l_1) + \delta(y - l_2)] \cos \omega t$ ,  $P_0$  为  $\frac{1}{2}$  轴重,  $l_j (j=1 \sim 2)$  表示施加在车轴上的外力作用点到车轴左端的距离。

运动方程的边界条件为

$$\frac{\partial u}{\partial y} - \varphi = 0, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

铁木辛科梁截面上的垂向位移  $u(y, t)$  和角位移  $\theta(y, t)$  有如下形式:

$$\begin{cases} u(y, t) = U(y) \cos \omega t \\ \theta(y, t) = \Theta(y) \cos \omega t \end{cases} \quad (3)$$

将式(3)代入到式(1)中,有

$$\mathbf{D}_{y,\omega} \mathbf{Q} - \sum_{i=1}^6 \mathbf{F}_{i,\omega} \mathbf{Q}_i \delta(y - s_i) = -P_0 \Delta_y [1 \ 0]^T \quad (4)$$

式中:

$$\mathbf{D}_{y,\omega} = \begin{bmatrix} \kappa\mu S \frac{d^2}{dy^2} - m\omega^2 & -\kappa\mu S \frac{d}{dy} \\ \kappa\mu S \frac{d}{dy} & EI \frac{d^2}{dy^2} - \kappa\mu S - \rho I\omega^2 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{F}_{i,\omega} = \begin{bmatrix} -m_i \omega^2 & 0 \\ 0 & -J_i \omega^2 \end{bmatrix}; \mathbf{Q} = [U(y) \ \Theta(y)]^T;$$

$$\Delta_y = \delta(y - s_2) + \delta(y - s_5) - \delta(y - l_1) + \delta(y - l_2).$$

格林函数  $\Gamma(y, \eta)$  的形式如下:

$$\Gamma(y, \eta) = \sum_{i=1}^4 x_i(\eta) \Phi_i(y) + WH(y - \eta) \left( \frac{\Phi_1(y - \eta)}{\beta_1} - \frac{\Phi_3(y - \eta)}{\beta_2} \right) \quad (5)$$

式中:  $\Phi_1(y) = \sinh \beta_1 y$ ;  $\Phi_2(y) = \cosh \beta_1 y$ ;  $\Phi_3(y) = \sin \beta_2 y$ ;  $\Phi_4(y) = \cos \beta_2 y$ ;  $W = \frac{1}{EI(\beta_1^2 + \beta_2^2)}$ ;  $\beta_{1,2} =$

$$\sqrt{\sqrt{\frac{\rho^2 \omega^4}{4E^2} \left( \frac{E}{\mu \kappa} - 1 \right)^2 + \frac{m \omega^2}{EI}} \mp \frac{\rho \omega^2}{2E} \left( \frac{E}{\mu \kappa} + 1 \right)}$$

是赫维赛德函数。

$U(y)$  和  $\Theta(y)$  同时还需要在车轴的两端满足式(2)的边界条件。由此可以得到以下矩阵方程

$$\mathbf{AX} = \mathbf{WB} \quad (6)$$

$$\text{式中: } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & C \\ 1 & 0 & D & 0 \\ \Phi_1(l) & \Phi_2(l) & C\Phi_3(l) & C\Phi_4(l) \\ \Phi_2(l) & \Phi_1(l) & D\Phi_4(l) & -D\Phi_3(l) \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}; \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{C}{\beta_2} \Phi_3(l-\eta) - \frac{1}{\beta_1} \Phi_1(l-\eta) \\ \frac{D}{\beta_2} \Phi_4(l-\eta) - \frac{1}{\beta_1} \Phi_2(l-\eta) \end{bmatrix}; l \text{ 为车轴}$$

长度.

式(6)中  $C$  和  $D$  相对于  $\Gamma_u(y, \eta)$  和  $\Gamma_\theta(y, \eta)$  有不同的定义, 对于  $\Gamma_u(y, \eta)$  来说,  $C = \frac{p - \beta_2^2}{p + \beta_1^2}$ ,  $D = \frac{\beta_2(p + q - \beta_2^2)}{\beta_1(p + q + \beta_1^2)}$ , 其中  $p = \frac{\omega^2}{\mu c}$ ,  $q = \frac{\omega^2}{E}$ ; 而对于  $\Gamma_\theta(y, \eta)$  来说,  $C = \frac{q - \beta_2^2}{q + \beta_1^2}$ ,  $D = \frac{\beta_2}{\beta_1}$ .

用格林函数求解方程(4), 得到方程(4)的解为

$$\mathbf{Q} = \mathbf{Z} + \sum_{i=1}^6 \mathbf{K}(y, s_i) \mathbf{F}_{i,\infty} \mathbf{Q}_i \quad (7)$$

式中:  $\mathbf{Z} =$

$$\left[ \sum_{j=1}^2 [a\Gamma_u(y, l_j) - b\Gamma_{u,\eta\eta}(y, l_j)] - \sum_{j=1}^2 \Gamma_{\theta,\eta}(y, l_j) \right]^T, \\ a = 1 - \frac{\omega^2 \rho I}{\mu c S}, \quad b = \frac{EI}{\mu c S}; \quad \mathbf{K}(y, s_i) = \\ \begin{bmatrix} b\Gamma_{u,\eta\eta}(y, s_i) - a\Gamma_u(y, s_i) & -\Gamma_{u,\eta}(y, s_i) \\ \Gamma_{\theta,\eta}(y, s_i) & \Gamma_{\theta,\eta\eta}(y, s_i) + p\Gamma_\theta(y, s_i) \end{bmatrix}.$$

## 2 考虑轮对柔性的轮轨接触几何计算

轮对弯曲变形会使得车轮踏面外形和钢轨外形之间的接触点位置发生变化, 从而使轮轨接触点位置的接触斑大小、等效锥度和接触角参数等轮轨接触参数也发生相应的变化。通过对轮轨接触点的坐标描述, 推导了考虑轮对弯曲变形情况下的约束方程组, 通过对方程组进行求解, 得到了轮轨接触几何参数, 并与刚性轮对的轮轨接触几何参数进行了相应的对比分析, 讨论了轮对弯曲变形对接触点位置和轮轨接触参数的影响。

### 2.1 钢轨上的轮轨接触点坐标描述

假设与轮对匹配的钢轨是刚体, 不发生任何的变形, 在接触点附近的钢轨呈理想直线, 且轨道截面外形、轨底坡和轨距在沿轨道  $X$  方向没有变化。图 2 是钢轨上接触点坐标描述, 其中  $OXYZ$  是全局绝对坐标系,  $O_{Rl}X_{Rl}Y_{Rl}Z_{Rl}$  和  $O_{Rr}X_{Rr}Y_{Rr}Z_{Rr}$  分别为左、右侧钢轨坐标系。 $S_{Rix}$  ( $i=r,l$ ) 表示左、右轨上接触点在全局坐标系内的纵向坐标,  $S_{Riy}$  ( $i=r,l$ ) 表示左、右轨上接触点在钢轨坐标系内的横向坐标。下面以右侧钢轨为例, 推导右侧钢轨接触点在全局坐标系中的坐

标位置, 左轨上的接触点坐标表示可以参考右轨的。

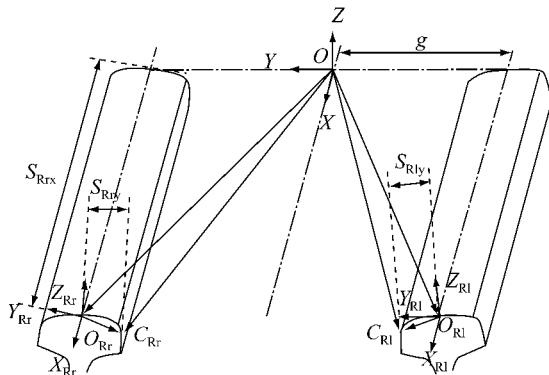


图 2 钢轨上接触点坐标描述

Fig. 2 Coordinate description of contact point on rails

右侧钢轨坐标系相对于全局坐标系的变换矩阵  $T_{Rr}$  为<sup>[12]</sup>

$$T_{Rr} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi_0 & -\sin \phi_0 \\ 0 & \sin \phi_0 & \cos \phi_0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中:  $\phi_0$  为轨底坡度角。

右轨上的接触点在全局坐标系内的位置坐标描述为

$$\mathbf{r}_{OC_{Rr}} = \mathbf{r}_{OO_{Rr}} + T_{Rr} \mathbf{r}_{O_{Rr}C_{Rr}} \quad (9)$$

式中:  $\mathbf{r}_{OO_{Rr}} = [S_{Rrx} \ g \ 0]^T$ ,  $g$  是左右轨坐标系相对于绝对坐标系的横向坐标;  $\mathbf{r}_{O_{Rr}C_{Rr}} = [0 \ S_{Rry} \ z_{Rr}(S_{Rry})]^T$ ,  $z_{Rr}(\cdot)$  为右侧钢轨在右侧钢轨坐标系内的外形拟合函数。

右侧钢轨在接触点  $C_{Rr}$  处沿  $O_{Rr}X_{Rr}$  方向的切向量  $t_{Rrz}$  和  $O_{Rr}Y_{Rr}Z_{Rr}$  平面内的切向量  $t_{Rry}$  在全局坐标系  $OXYZ$  下的表达式分别为

$$t_{Rrz} = [1 \ 0 \ 0]^T, \\ t_{Rry} = T_{Rr}[0 \ 1 \ z'_{Rr}(S_{Rry})]^T \quad (10)$$

式中:  $z'_{Rr}(S_{Rry})$  为右轨外形拟合函数  $z_{Rr}(\cdot)$  的一阶导数在  $S_{Rry}$  的值。则右侧钢轨上接触点处的法向量为

$$\mathbf{n}_{Rr} = t_{Rrz} \times t_{Rry} \quad (11)$$

### 2.2 车轮上的轮轨接触点坐标描述

假设  $O_wX_wY_wZ_w$  为刚性轮对质心坐标系,  $O'_wX'_wY'_wZ'_w$  为柔性轮对质心浮动坐标系,  $O_{Wr}X_{Wr}Y_{Wr}Z_{Wr}$  为右车轮轮心坐标系,  $O_{Wrw}X_{Wrw}Y_{Wrw}Z_{Wrw}$  为右车轮踏面局部坐标系。 $C_{Wr}$  为右车轮踏面上的接触点, 其在  $O_{Wrw}X_{Wrw}Y_{Wrw}Z_{Wrw}$  坐标系下的横坐标为  $S_{Wry}$ 。车轮上轮轨接触点的坐标描述见图 3。

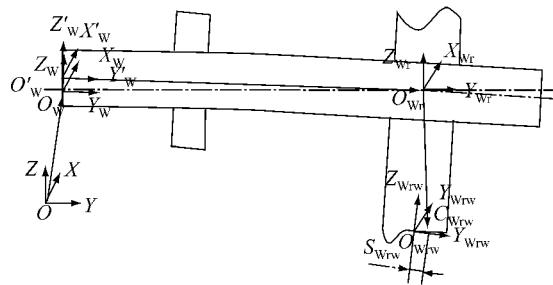


图 3 车轮上接触点坐标描述

Fig.3 Coordinate description of contact point on wheels

考虑轮对小摇头角位移的情形,轮对坐标系相对于全局坐标系的变换矩阵  $T_w$  为

$$T_w = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi_w & -\sin \phi_w \\ 0 & \sin \phi_w & \cos \phi_w \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中:  $\phi_w$  为轮对的侧滚角.

轮对中车轴的弯曲引起右车轮相对于钢轨有一个绕 X 轴旋转的倾斜角  $\theta_{wr}$ , 所以右车轮的踏面坐标系相对于右轮坐标系的变换矩阵  $T_{Wer}$  为

$$T_{Wer} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_{wr} & \sin \theta_{wr} \\ 0 & -\sin \theta_{wr} & \cos \theta_{wr} \end{bmatrix} \quad (13)$$

以右轮为例, 右踏面上接触点  $C_{wr}$  在全局坐标系下的位置坐标为

$$\begin{aligned} r_{oc_{wr}} = & r_{oo_w} + T_w(r_{ow}\alpha'_w + r_{ow'}\alpha_{ow'} + \\ & T_{Wer}r_{ow}c_{wr}) \end{aligned} \quad (14)$$

式中:  $r_{oo_w} = [0 \ y_w \ z_w]^T$ ,  $y_w$  和  $z_w$  为轮对质心在全局坐标系下的坐标;  $r_{ow}\alpha'_w = [0 \ 0 \ \Delta u_w]^T$ ,  $\Delta u_w$  为浮动坐标系相对于刚性轮对质心坐标系的垂向位置;  $r_{ow'}\alpha_{ow'} = [0 \ L \ -\Delta u_{wr}]^T$ ,  $\Delta u_{wr}$  为右车轮轮心坐标系相对于浮动坐标系的垂向位置,  $L$  为轮对质心到名义滚动圆处的横向距离;  $r_{ow}c_{wr} = [0 \ S_{wry} \ -R + z_{wr}(S_{wry})]^T$ ,  $z_{wr}(\cdot)$  为右侧车轮踏面的外形拟合函数,  $R$  为车轮名义滚动圆半径.

在接触点  $C_{wr}$  处沿  $O_{wr}X_{wr}$  方向的切向量  $t_{wrx}$  和在  $O_{wr}Y_{wr}Z_{wr}$  面内的切向量  $t_{wry}$  在  $OXYZ$  坐标系下为

$$t_{wrx} = T_w[1 \ 0]^T \quad (15)$$

$$t_{wry} = T_w[0 \ 1 \ z'_{wr}(S_{wry})]^T \quad (16)$$

由车轮踏面和钢轨形面上的接触点具有相同的空间位置和接触点处的法线重合得到下面的轮轨接触几何的约束方程组:

$$\left\{ \begin{array}{l} r_{oc_{Rr}} = r_{oc_{Wr}} \\ r_{oc_{Rl}} = r_{oc_{Wl}} \\ n_{Rr}t_{wrx} = 0 \\ n_{Rr}t_{wry} = 0 \\ n_{Rl}t_{wlx} = 0 \\ n_{Rl}t_{wly} = 0 \end{array} \right. \quad (17)$$

### 3 算例与讨论

在数学软件 Maple 里对上述柔性轮对运动方程和考虑轮对柔性的轮轨接触几何参数进行了编程计算, 本文选取国内某动车组的驱动轮对和 CHN60 钢轨为研究对象. 轮对踏面外形为 LMA 型面, 轮对的主要参数如下:  $d=0.2$  m,  $l=2.2$  m,  $E=210$  GPa,  $\mu=81$  GPa,  $\rho=7850$  kg · m<sup>-3</sup>,  $\kappa=0.9$ ,  $m_1=m_6=80$  kg,  $m_2=m_5=334$  kg,  $m_3=m_4=70$  kg,  $J_1=J_6=1$  kg · m<sup>2</sup>,  $J_2=J_5=23$  kg · m<sup>2</sup>,  $J_3=J_4=2$  kg · m<sup>2</sup>,  $s_1=0$ ,  $s_2=0.35$  m,  $s_3=0.75$  m,  $s_4=1.45$  m,  $s_5=1.85$  m,  $s_6=2.20$  m,  $l_1=0.15$  m,  $l_2=2.05$  m,  $P_0=70$  kN, 轨底坡为 1/40. 经计算得到  $|\theta_{wr}|=0.0015$  rad, 分别计算了车轮外倾斜( $\theta_{wr}>0$ )、内倾斜( $\theta_{wr}<0$ )和不倾斜( $\theta_{wr}=0$ )3 种情况下的轮轨接触几何参数. 图 4 和图 5 分别为滚动圆半径之差变化图和接触角参数变化图, 从图中可以看出, 当轮对横移量在  $-5\sim5$  mm 范围时, 3 种情况下的滚动圆半径之差和接触角之差几乎是重合的, 若轮对横移量超出这个范围, 则会出现明显的差异.

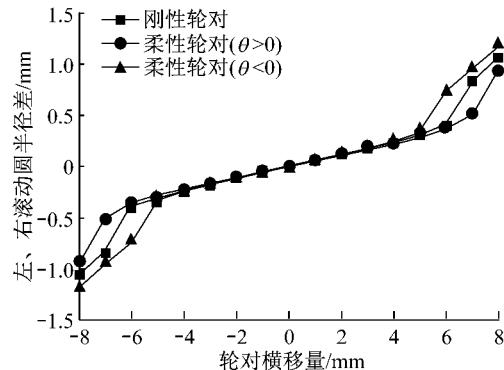


图 4 滚动圆半径之差变化图  
Fig.4 The difference of rolling circle radius

由于在车辆实际运行中, 轮对所受到的一系悬挂力方向始终是指向大地的, 也就是说车轮是始终向外倾斜的, 所以此不对车轮内倾斜情况进行分析. 图 6 为车轮外倾和不倾斜两种情况下的等效锥度变化图, 由此可以看出, 在相同的轮对横移量下,

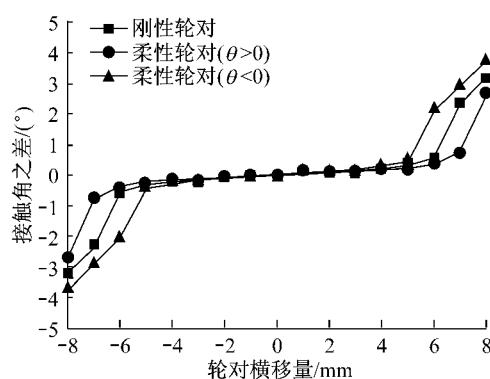


图5 接触角参数变化图

Fig.5 The difference of contact angle

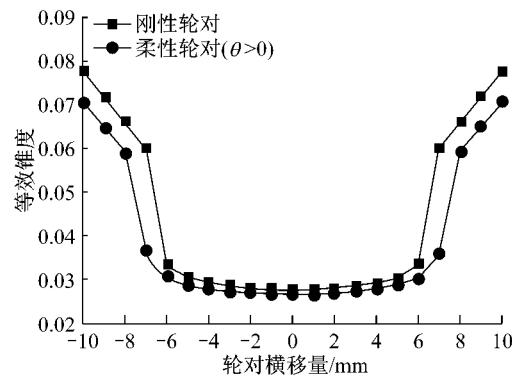


图6 等效锥度变化图

Fig.6 Equivalent conicity with respect to lateral displacement

柔性轮对的等效锥度比刚性轮对的小,其在直线、大半径曲线的临界速度比刚性轮对的高,在-5~5 mm内两者差值基本相等,另外,较低的等效锥度会产生较低的重力刚度,增加了轮对在直线、大半径曲线轨道上对中的困难,甚至极有可能导致轮缘接触;在-10~-5 mm和5~10 mm范围内,两者相差明显,并且低的等效锥度会导致柔性轮对曲线通过能力减弱。

图7和图8分别为右车轮和右钢轨上的轮轨接触点的横向位置。通过对比结果可以分析得出,考虑轮对弯曲变形时,轮轨接触点在右车轮外形上横向位置整体地向右偏移了,而当轮对向左平移0~10 mm时,刚性轮对和柔性轮对在右钢轨上接触点横向位置几乎重合,在向右平移0~10 mm时,柔性轮对的轮轨接触点在右钢轨外形上的横向位置相比刚性轮对的向右偏移了一定距离,并且当车轮轮缘和钢轨接触时,柔性轮对和刚性轮对的轮轨接触点在车轮和钢轨上的横向位置相差很大。

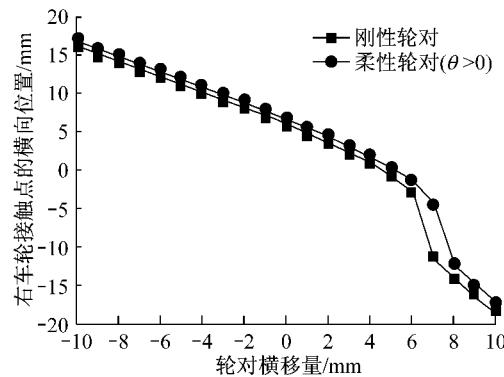


图7 右车轮上接触点的横向位置

Fig.7 The transverse position of contact point on the right wheel

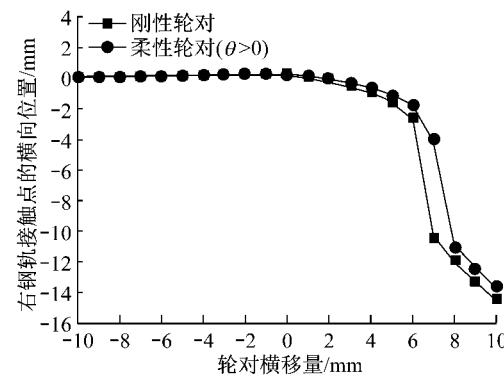


图8 右钢轨上接触点的横向位置

Fig.8 The transverse position of contact point on the right rail

## 4 结论

(1)本文介绍了一种把车轴考虑成铁木辛科梁的柔性轮对简化模型,求出车轮的倾斜角位移,并建立了考虑倾斜角的轮轨接触几何约束关系,从而求得轮轨接触参数,该方法适用于考虑轮对弹性变形的车辆动力学仿真,仿真结果显示该方法可以更精确地计算接触点的位置。

(2)相对于刚性轮对,柔性轮对的轮轨接触点位置发生了一定偏移,并且当车轮轮缘根部和钢轨接触时,柔性轮对和刚性轮对的轮轨接触点在车轮和钢轨上的横向位置相差很大。当轮对横移量超过5 mm时,轮对的结构柔性会对滚动圆半径之差和接触角之差变化产生很大的影响,此时如果仍然采用传统的刚性轮对则计算的等效锥度会偏大。

(3)可以根据柔性轮对结构振动引起的车轮倾斜角和轮对横移量制定考虑轮对柔性的轮轨接触几

何表,建立这两个参数变量到 Kalker 线性蠕滑系数的二维映射关系,方便考虑轮对柔性的轮轨蠕滑力的计算,实现高效的在线车辆动力学计算。

### 参考文献:

- [1] Chaar N. Wheelset structural flexibility and track flexibility in vehicle-track dynamic interaction [D]. Stockholm: Royal Institute of Technology, 2007.
- [2] Popp K, Kruse H, Kaiser I. Vehicle-track dynamics in the mid-range[J]. Vehicle System Dynamics, 1999, 31: 423.
- [3] Ripke B, Knothe K. Simulation of high-frequency vehicle-track interactions [J]. Vehicle System Dynamics, 1995, 24 (Supplement): 72.
- [4] Morys B. Enlargement of out-of-round wheel profiles on high-speed trains[J]. Journal of Sound and Vibration, 1999, 227 (5): 965.
- [5] Meywerk M. Polygonalization of railway wheels[J]. Archive of Applied Mechanics, 1999, 69: 105.
- [6] Meinders T. Modeling of a railway wheelset as a rotating elastic multibody system [J]. Machine Dynamic Problems, 1998, 20: 209.
- [7] Zhao X, Li Z, Esveld C, et al. The effects of the tangential traction on wheel-rail dynamic contact [J]. WSEAS Transactions on Applied and Theoretical Mechanics, 2007(2): 52.
- [8] Baeza L, Fayos J, Roda A, et al. High frequency railway vehicle-track dynamics through flexible rotating wheelsets[J]. Vehicle System Dynamics, 2008, 46(7): 647.
- [9] Arnold J, Kaiser I, Schupp G. Simulation of a railway vehicle's running behaviour: how elastic wheelsets influence the simulation results [J]. Vehicle System Dynamic, 2004, 41 (Supplement): 242.
- [10] 高浩,戴焕云,倪平涛. 考虑轮对弹性的轮轨接触点算法[J]. 铁道学报, 2012, 34(5): 26.
- [11] GAO Hao, DAI Huanyun, NI Pingtao. Algorithm of wheel-rail contact point for flexible wheelset[J]. Journal of the China Railway Society, 2012, 34(5): 26.
- [12] Mazilu T, Dumitriu M, Tudorache C, et al. Railway wheelset bending flexibility [C]// Proceedings of the 11<sup>th</sup> WSEAS International Conference on Automation & Information, Lasi: George Enescu University, 2010: 122-127.
- [13] 唐辰,陆正刚. 轮轨接触几何分析及其在 Maple 下的实现 [J]. 中国铁道科学, 2011, 32(6): 16.
- [14] TANG Chen, LU Zhenggang. Analysis of wheel-rail contact geometry and its implementation in Maple[J]. China Railway Science, 2011, 32(6): 16.

(上接第 570 页)

(3) HC 排放主要受到壁面沾湿及混合气分布的影响。高速工况由于缸内气流运动较强,点火时刻混合气基本蒸发,混合气均匀性起主要作用,随着喷油推迟混合气均匀性变差,HC 排放逐渐增大。低速工况由于缸内气流运动较弱,早喷时壁面沾湿较多且不易蒸发,因此 SOI 390 的 HC 排放高于 SOI 410,随后随着喷油推迟,混合气均匀性起主要作用,HC 排放又逐渐增大。低速与高速相比,其最佳喷油开始时刻较晚。

### 参考文献:

- [1] Jiang L, Vanier J, Yilmaz H, et al. Parameterization and simulation for a turbocharged spark ignition direct injection engine with variable valve timing [C/CD]// SAE. Detroit: SAE, 2009: 2009-01-0680.
- [2] Davy M H, Williams P A, Anderson R W. Effects of injection timing on liquid-phase fuel distributions in a centrally-injected four-valve direct-injection spark-ignition engine [C/CD]// SAE. San Francisco: SAE, 1998: 982699.
- [3] 丁宁,高卫民,平银生,等. 喷雾引导型直喷汽油机燃油喷射对缸内流动特性影响的数值研究[J]. 内燃机工程, 2010, 31 (5): 16.
- [4] DING Ning, GAO Weimin, PING Yinsheng, et al. Numerical research into effect of gasoline injection on flow characteristics in cylinder of spray guided GDI engine[J]. Chinese Internal Combustion Engine Engineering, 2010, 31(5): 16.
- [5] Williams P A, Davy M H, Brehob D D. Effects of injection timing on the exhaust emissions of a centrally-injected four-valve direct-injection spark-ignition engine[C/CD]// SAE. San Francisco: SAE, 1998: 982700.
- [6] Alger T, Hall M, Matthews R. The effects of in-cylinder flow fields and injection timing on time-resolved hydro-carbon emissions in a 4-Valve, DISI engine[C/CD]// SAE. Paris: SAE, 2000: 2000-01-1905.
- [7] Yi Y, DeMinco C. Numerical investigation of mixture preparation in a GDI engine[C/CD]// SAE. Toronto: SAE, 2006: 2006-01-3375.
- [8] Suh E S, Rutland C J. Numerical study of fuel/air mixture preparation in a GDI engine[C/CD]// SAE. Toronto: SAE, 1999: 1999-01-3657.
- [9] Han Z, Fan L, Reitz R. Multidimensional modeling of spray atomization and air-fuel mixing in a direct-injection spark-ignition engine[C/CD]// SAE. Detroit: SAE, 1997: 970884.
- [10] Stanglmaier R H, Li Jianwen, Matthews R D. The effect of in-cylinder wall wetting location on the HC emissions from SI engines[C/CD]// SAE. Detroit: SAE, 1999: 1999-01-0502.
- [11] Alger T, Hall M, Matthews R D. Effects of swirl and tumble on in-cylinder fuel distribution in a central injected DISI engine [C/CD]// SAE. Detroit: SAE, 2000: 2000-01-053.