

桥梁半平行钢丝索的非对称断丝损伤力学模型

彭崇梅^{1,2}, 张启伟¹, 李元兵¹

(1. 同济大学 土木工程学院, 上海 200092; 2. 上海市政养护管理有限公司, 上海 201103)

摘要: 桥梁用半平行钢丝索由于外层钢丝的螺旋外形和特殊构造,不能直接应用基于平行钢丝假定的并联模型或钢绞线模型进行力学分析. 基于 Love 曲杆理论,考虑非对称断丝引起的垂直于拉索轴向的侧向位移,以及钢丝间的接触力和摩擦力的影响,建立静力拉伸荷载下半平行钢丝索的非对称断丝力学模型,通过数值计算和参数分析,研究断丝后索体内钢丝拉力分布规律及其影响因素. 结果表明,非对称断丝引起明显的钢丝拉力不均匀分布,钢丝间摩擦系数、断丝径向位置对钢丝拉力分布影响最大.

关键词: 钢丝索; 非对称断丝; 拉伸荷载; 接触变形

中图分类号: U443.38

文献标志码: A

Damage Model of Multilayered Semi-parallel Wire Cables with Non-symmetric Wire Breaks

PENG Chongmei^{1,2}, ZHANG Qiwei¹, LI Yuanbing¹

(1. College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Shanghai Municipal Maintenance & Management Co. Ltd., Shanghai 201103, China)

Abstract: Strands model or parallel model based on the assumption of parallel wires is helpless to a mechanical analysis of semi-parallel wire cable for its helical characteristics and complex structure. Based on the theory of Love's curved bar, the mechanical model for multilayered semi-parallel wire cables under static tensile loads with non-symmetric wire breaks were derived with a consideration of the deflections perpendicular to the tendon axis in the direction of the break wire, and the inter-wire contact and friction. Distributions of wires' axial force and related influence parameters are discussed by numerical calculation and parameter analysis. A comparison with the parallel model shows that non-symmetric wire break leads to the marked non-uniform distribution of wire axial force, and the parameters that affect the most the distribution of wire axial force are the inter-wire friction coefficient and radial position of the break wire.

Key words: wire cables; non-symmetric wire breaks; tensile loads; contact deflection

由于施工和使用过程中的磨损、老化、腐蚀、断丝等原因,相当一部分拉索在成桥后不久便出现严重损伤. 高强钢丝或钢绞线断丝是拉索损伤的重要形式之一,断丝的发生对拉索内力重分布及整根拉索的损伤演化起着决定性的作用.

目前,半平行钢丝索是实际工程中拉索的主要应用形式,但是,这方面的研究文献较少. 彭崇梅等^[1-2]考虑钢丝间接触力、摩擦力和泊松效应的影响,建立了静力拉伸荷载下半平行钢丝索的对称断丝力学模型,并通过数值计算研究了对称断丝后索体内钢丝拉力分布规律及其影响因素. Matteo 等^[3]应用基于平行钢丝假定的延性模型和延-脆性模型研究了 Williamsburg 桥主缆的安全系数,并通过试验,推荐断丝拉力影响长度取 3 倍主缆丝扣间距. Faber 等^[4]基于相互平行的直钢丝的并联模型,采用概率方法研究了半平行钢丝索的静力拉伸强度和疲劳寿命. 基于平行钢丝假定的并联模型,未考虑螺旋角、钢丝间接触和断丝等因素影响,预测结果不能反映钢丝拉力不均匀分布、断丝影响长度等关键力学特性的变化规律,且其结果偏于不安全;而对称断丝模型难以适用拉索的非对称断丝损伤状态. 与半平行钢丝索几何相近的钢绞线模型在这方面的研究则取得了一定的进展. Cappa^[5]通过测试一股钢绞线(7 丝)外层单根钢丝断裂后发现,与断丝相邻的两根钢丝拉力比原来增大 20%,而断丝对称处钢丝拉力则比原来减小 20%. MacDougall^[6-7]推导了砼构件中无粘结预应力 7 丝钢绞线非对称断丝后钢丝内力分布,研究了断丝模型中钢丝的拉力分布、断丝影响长度及剩余预应力. 李元兵^[8]在 MacDougall^[7]的基础上,采用有限元方法研究了钢绞线吊杆断丝后截面

收稿日期: 2012-12-26

基金项目: 国家自然科学基金(50978199);土木工程防灾国家重点实验室自主研究课题(SLDRCE09-B-16)

第一作者: 彭崇梅(1984—),男,工学博士,主要研究方向为桥梁健康监测及状态评估. E-mail: xige125@163.com

内钢丝拉力分布及护套握裹力、钢丝间摩擦系数等对钢丝拉力分布的影响. Jiang 等^[9]通过考虑钢丝间的接触摩擦、塑性变形和精确的几何构型,建立了轴向荷载作用下的有限元模型;数值计算表明外层钢丝之间及与中心钢丝间的接触会同时发生,径向接触应力较环向接触应力小.

需引起重视的是,由于半平行钢丝索内部钢丝接触复杂,拉索内钢丝排列方式和钢丝间的接触方式与钢绞线索有很大的不同,因此,既不能采用并联模型,也不能直接应用钢绞线研究中的现象和规律.本文基于 Love^[10]曲杆理论,忽略钢丝弯矩、扭矩和剪力,考虑非对称断丝引起的垂直于拉索轴向的侧向变形、钢丝间的接触和摩擦,建立了多层半平行钢丝索的非对称断丝模型;通过数值计算和参数分析研究了断丝后索体内钢丝拉力分布规律及其影响因素.

1 基本方程

考虑一 n 层半平行钢丝索(图 1),钢丝弹性模量为 E ,面积为 A_0 ,吊杆长度为 L ,索体中有 1 根断丝,断丝排列为非对称布置.以钢丝断裂处为参考点(坐标原点), x 轴平行于核心钢丝轴向,协同坐标 s 沿钢丝螺旋方向,两坐标轴之间换算关系为: $s = x / \sin \alpha$,索体内各钢丝半径均为 R ,螺旋角为 α .索体中钢丝根据钢丝螺旋半径进行分层,中心钢丝为第 0 层,半径为 R_1 ,其余各层依次由里向外进行编号,各层钢丝螺旋半径为各外层钢丝中心相对螺旋中心的距离,以 r_i 表示, i 表示钢丝层编号,图 2 中六边形虚线所围成的钢丝环分别对应第 1,2,3,..., k 环钢丝.断丝后护套对断裂钢丝的握裹力沿轴向呈均匀分布,单位长度为 w_s ,各钢丝间摩擦系数为 μ ,内部接触力为 $X_{ms,i}(s)$,则钢丝间单位长度的摩擦力为 $f(s) = \mu X_{ms,i}(s)$,断丝轴力为 $T_b(s)$,未断钢丝轴力为 $T_{u,i}(s)$,断丝钢丝索总轴向力为 F_b ,完好钢丝索总轴向力为 F .

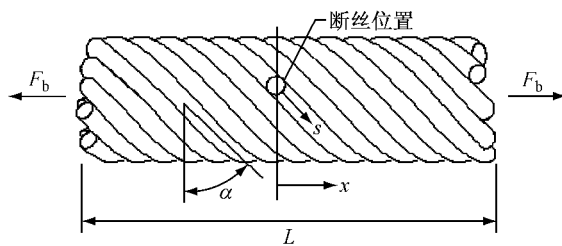


图 1 半平行钢丝索断丝示意图

Fig.1 Geometry sketch of the semi-parallel wire cable with break wires

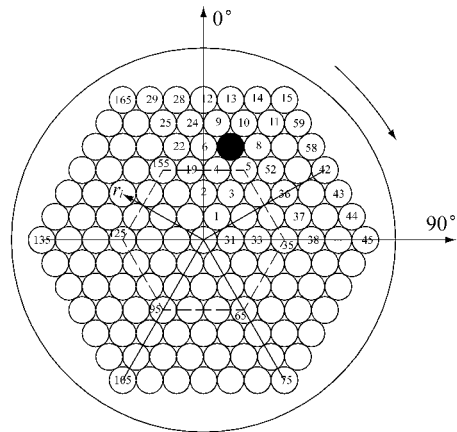


图 2 半平行钢丝索截面编号示意图

Fig.2 Numbering schemes of cross section for semi-parallel wire cable

1.1 变形协调方程

当索体产生垂直于拉索轴向的变形 δ_p (方向偏向断丝一侧)时,拉索截面各根钢丝螺旋半径会相应发生变化,从而产生应变增量,但断丝因为一端断裂,相对于未断钢丝会产生相对滑移,并不会因为螺旋半径的变化而产生应变增量.文献[7]研究表明,由侧向位移引起的中心钢丝应变增量可以忽略.由于侧向变形引起的其余位置钢丝螺旋半径的变化,此处以其中一根钢丝为例进行推导.

图 3a 为断丝前钢丝 m 的位置,图中点“M”为钢丝 m 的轴线位置,点“O”为拉索轴线位置,点“N”为钢丝 n (断丝)轴线位置,OM 间的长度等于钢丝 m 的螺旋半径,M-O-N 间的角度为 β_i .图 3b 为断丝后钢丝 m 的位置,钢丝轴线已偏移到 M' 点,索体轴线方向也移到 O' 点,断丝 n 的轴线移到 N' 点,OM' 间的长度为变形后钢丝 m 的螺旋半径,假定变形为小量, $M'-O'-N'$ 间角度仍为 β_i .

断丝后钢丝 m 和索体轴线间的协调变形可表示为如图 3c 所示.则钢丝 m 由于侧向变形 δ_p 引起的螺旋半径的改变量为

$$\delta_{h,m} = \delta_p \cos \beta_i$$

其余位置钢丝则可依次推算.

1.2 平衡方程

假定:钢丝间完全接触,摩擦系数为一定值,护套握裹力沿拉索轴向均布.根据 Love^[10]曲杆理论,单根钢丝有 6 个独立平衡方程,受力如图 4 所示,图 4 中 G, G' 为弯矩分量, H 为扭矩分量, K, K' 为曲率分量, θ 为扭率分量, N, N' 为剪力分量, T 为轴向拉力分量(沿坐标 s 方向,见图 1),单位长度外部荷载分量为 X, Y, Z .

对多层半平行钢丝索,忽略弯矩、扭矩和剪力的

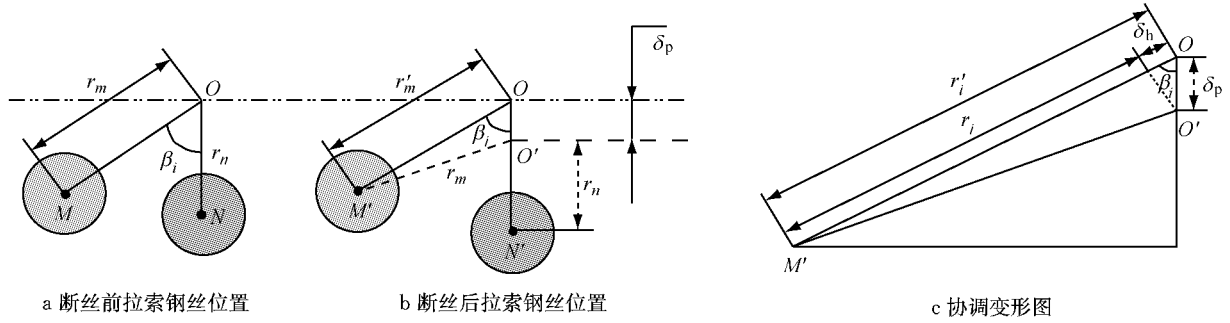


图 3 断丝后钢丝变形图

Fig.3 Wire deflection after wire-break

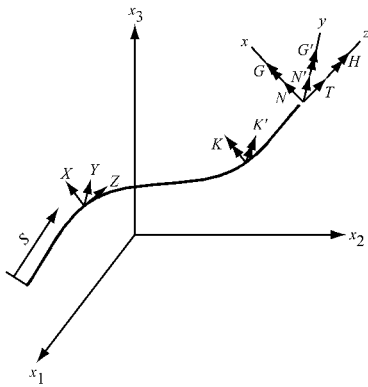


图 4 单根钢丝受力图

Fig.4 Loads acting on a thin wire

影响, 钢丝的材料本构方程可以简化为: $T_i(s) = EA_i \xi_i(s)$, 参考文献[1], 有 $X = X_{ms,i}(s) - \Delta X_{ms,i}$, $Z = \mu(X_{ms,i}(s) + \Delta X_{ms,i} + 2P_{ms,k})$. 则钢丝平衡方程可简化为

$$T_i(s) \frac{\cos^2 \alpha}{r_i} + X_{ms,i}(s) - \Delta X_{ms,i} + 2P_{ms,k} \cos \beta = 0 \quad (1)$$

$$\frac{dT_i(s)}{ds} + \mu(X_{ms,i}(s) + \Delta X_{ms,i} + 2P_{ms,k}) = 0 \quad (2)$$

其中, $T_i(s)$ 表示第 i 根钢丝拉力; $\xi_i(s)$ 为钢丝轴向应变; E 为钢丝弹性模量; A_i 为第 i 根钢丝横截面积; $X_{ms,i}$ 表示第 i 根钢丝径向接触力; $\Delta X_{ms,i}$ 为外层钢丝作用于第 i 根钢丝的接触力; $P_{ms,k}$ 表示第 k 环钢丝间环向接触力; β 表示钢丝间的接触角, 对角线位置钢丝为 60° , 其余位置钢丝为 90° .

半平行钢丝索两坐标轴间的换算关系为

$$s = x / \sin \alpha = \frac{x}{p} \sqrt{p^2 + (2\pi r_i(x))^2} \quad (3)$$

半径变分引起的弧长变化为

$$\Delta s = \frac{4\pi^2 r_i x}{p \sqrt{p^2 + 4\pi^2 r_i^2}} \Delta r \quad (4)$$

式中: p 为钢丝螺旋捻距.

半径改变 $\delta_{h,i}$ 引起的应变增量为

$$\xi_{r,i} = \frac{\Delta s}{s} = \frac{4\pi^2 r_i \Delta r}{p^2 + 4\pi^2 r_i^2} = \frac{\cos^2 \alpha}{r_i} \delta_{h,i}(s) \quad (5)$$

参考文献[11], 忽略泊松效应和接触变形对螺旋半径的影响, 轴向拉伸引起的均匀应变增量为

$$\xi_0(s) = \epsilon(s) \sin^2 \alpha \quad (6)$$

式中: $\epsilon(s)$ 表示拉索轴向应变.

则外层未断钢丝的轴向应变 $\xi_i(s)$ 可由半径改变引起的应变增量和轴向拉伸引起的应变增量两部分组成

$$\xi_i(s) = \xi_0(s) + \xi_{r,i}(s) = \epsilon(s) \sin^2 \alpha +$$

$$\frac{\delta_i \cos^2 \alpha}{r_i} \delta_p(s) = \lambda \epsilon(s) + \eta_i \delta_p(s) \quad (7)$$

式中: λ, η_i 分别表示钢丝轴向应变系数和钢丝横向应变系数.

未断钢丝总拉力可表示为

$$F_u(s) = EA_c \epsilon(s) + \sum_{i=1, i \neq i_b}^n EA_0 (\lambda \epsilon(s) + \eta_i \delta_p(s)) \sin \alpha = (EA_c + (n-1)EA_0 \lambda \sin \alpha) \epsilon(s) + (EA_0 \sin \alpha \sum_{i=1, i \neq i_b}^n \eta_i) \delta_p(s) = K_u \epsilon(s) + K_\delta \delta_p(s) \quad (8)$$

式中: A_c 为中心钢丝面积; K_u 为未断钢丝总拉力系数; K_δ 为侧向位移系数.

未断钢丝总拉力又可表示为

$$F_u(s) = F_b - T_b(s) \sin \alpha \quad (9)$$

联立式(8), (9), 可得

$$\epsilon(s) = \frac{F_b - K_\delta \delta_p(s) - T_b(s) \sin \alpha}{K_u} \quad (10)$$

则外层未断钢丝拉力可表示为

$$T_{u,i}(s) = EA_0 \xi_i(s) = \frac{EA_0 \lambda F_b}{K_u} + EA_0 \left(\eta_i - \frac{\lambda K_\delta}{K_u} \right) \delta_p(s) -$$

$$\frac{EA_0 \lambda \sin \alpha}{K_u} T_b(s) \quad (11)$$

由式(1)可知,未断钢丝接触力可表示为

$$X_{ms,i} = -T_{u,i} \frac{\cos^2 \alpha}{r_i} + \Delta X_{ms,i} - 2P_{ms,k} \cos \beta \quad (12)$$

式中:等式右边第一项为第*i*根钢丝的附加接触力;当钢丝处于最外层时, $\Delta X_{ms,i}$ 即为护套握裹力 w_s 。

由式(11),(12)可以看出,接触力表达式均存在常数项、公因子 $T_b(s)$ 和 $\delta_p(s)$,即

$$\begin{aligned} X_{ms,i} &= X_{ms1,i} + X_{ms2,i} T_b(s) + X_{ms3,i} \delta_p(s) \\ \Delta X_{ms,i} &= \Delta X_{ms1,i} + \Delta X_{ms2,i} T_b(s) + \Delta X_{ms3,i} \delta_p(s) \end{aligned} \quad (13)$$

式中: $\Delta X_{ms1,i}$, $X_{ms1,i}$ 为常数项;可提取系数 F_b , $\Delta X_{ms2,i}$, $X_{ms2,i}$ 为 $T_b(s)$ 的系数; $\Delta X_{ms3,i}$, $X_{ms3,i}$ 为 $\delta_p(s)$ 的系数。

拉索截面出现非对称断丝时,外部接触力不平衡,索体会产生垂直于拉索轴向的变形 δ_p ,方向偏向断丝一侧,从而引起拉索截面内各层钢丝拉力产生重分布,直至索体重新平衡.图5为非对称断丝后,拉索截面核心钢丝接触力平衡图.以断丝一侧钢丝与核心钢丝间接触力为 X_0° ,断丝相对一侧钢丝与核心钢丝间接触力为 X_{180° ,其余钢丝则按顺时针相应编号.由力的平衡方程可知

$$X_{60^\circ} + X_{-60^\circ} + X_0 = X_{120^\circ} + X_{-120^\circ} + X_{180^\circ} \quad (14)$$

令

$$\begin{aligned} X_{ms1,120^\circ} + X_{ms1,-120^\circ} + X_{ms1,180^\circ} - \\ (X_{ms1,60^\circ} + X_{ms1,-60^\circ} + X_{ms1,0^\circ}) &= \Psi_1 \\ X_{ms2,120^\circ} + X_{ms2,-120^\circ} + X_{ms2,180^\circ} - \\ (X_{ms2,60^\circ} + X_{ms2,-60^\circ} + X_{ms2,0^\circ}) &= \Psi_2 \\ X_{ms3,60^\circ} + X_{ms3,-60^\circ} + X_{ms3,0^\circ} - \\ (X_{ms3,120^\circ} + X_{ms3,-120^\circ} + X_{ms3,180^\circ}) &= \Psi_3 \end{aligned} \quad (15)$$

其中 Ψ_1 可提取系数 F_b 。

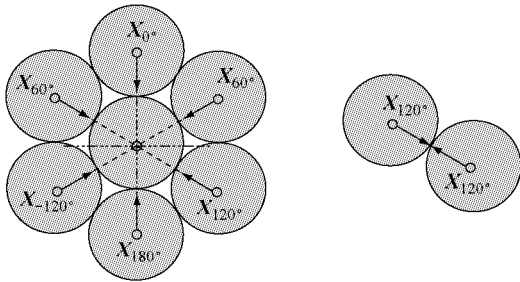


图5 核心钢丝接触力平衡图

Fig.5 Contact forces acting on the king wire

联立式(13),(14),(15),将 $T_b(s)$ 和 $\delta(s)$ 的关系引入,消去 $\delta_p(s)$,可得

$$\delta_p(s) = \frac{\Psi_1}{\Psi_3} + \frac{\Psi_2}{\Psi_3} T_b(s) \quad (16)$$

令

$$\begin{aligned} \mu \left(-\frac{\cos^2 \alpha}{r_{ib}} + 2(\Delta X_{ms2,ib} + \right. \\ \left. P_{ms2,k_b} (1 - \cos \beta)) + 2 \frac{\Psi_2}{\Psi_3} (\Delta X_{ms3,ib} + \right. \\ \left. P_{ms3,k_b} (1 - \cos \beta)) \right) = \phi_1 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} 2\mu \left((\Delta X_{ms1,ib} + P_{ms1,k_b} (1 - \cos \beta)) + \right. \\ \left. \frac{\Psi_1}{\Psi_3} (\Delta X_{ms3,ib} + P_{ms3,k_b} (1 - \cos \beta)) \right) = \phi_2 \end{aligned} \quad (18)$$

其中 ϕ_2 可提取系数 F_b 。

联立式(1),(2),(17),(18)可得

$$\frac{dT_b(s)}{ds} + \phi_1 T_b(s) + \phi_2 = 0 \quad (19)$$

由边界条件知,断丝处, $T_b(0) = 0$,求解上述微分方程,可得

$$T_b(s) = \frac{\phi_2 (e^{-\phi_1 s} - 1)}{\phi_1} \quad (20)$$

由式(20)可知断丝拉力随到断丝处距离的增加呈指数增加。

考虑接触变形对非对称断丝模型钢丝拉力分布的影响时,式(7)中螺旋半径的变分应增加接触变形项,则考虑接触变形后,钢丝拉力可表示为

$$\begin{aligned} T_{u,i} = EA \xi_i(s) = \\ EA \left(\lambda \epsilon(s) + \eta \delta_p(s) + \frac{\Delta_{c,i} \cos^2 \alpha}{r_i} \right) \end{aligned} \quad (21)$$

式中: $\Delta_{c,i}$ 为钢丝间接触变形。

参考文献[12],两根相互线接触的平行圆杆之间的接触变形为

$$\begin{aligned} b_i = \sqrt{\frac{4R(1-\nu^2)X_{ms,i}}{\pi E}} \\ \Delta_{c,i} = \frac{2(1-\nu^2)X_{ms,i}}{\pi E} \left(2 \ln \frac{4R}{b_i} - 1 \right) \end{aligned} \quad (22)$$

式中: ν 为钢丝泊松比。

考虑接触变形时,可将接触位移 $\Delta_{c,i}$ 代入式(5)进行修正。

1.3 影响长度

随着断丝拉力的增加,未断钢丝拉力相应减少,当同一层中断丝和未断钢丝拉力相等时,对应的区间长度定义为影响长度,以 L_a 表示。

完好拉索外层钢丝拉力为

$$T_i = \frac{F_b EA_0 \lambda_i}{EA_c + \sum_{j=1}^n m_j EA_0 \lambda_j \sin \alpha} \quad (23)$$

式中: m_j 为每层钢丝数. 当 $x=L_a/2$ 时, 式(23)与 $T_b(L_a/2)$ 相等, 即

$$\frac{F_b EA_0 \lambda_{i_b}}{EA_c + \sum_{j=1}^n m_j EA_0 \lambda_j \sin \alpha} = \frac{\phi_2 (e^{-\phi_1 L_a / 2 \sin \alpha} - 1)}{\phi_1} \quad (24)$$

求解式(24), 可得影响长度 L_a 为

$$L_a = -\frac{2 \sin \alpha}{\phi_1} \ln \left(1 + \frac{F_b \phi_1 \chi}{\phi_2} \right) \quad (25)$$

$$\chi = \frac{\lambda_{i_b}}{1 + \sum_{j=1}^n m_j \lambda_j \sin \alpha}$$

因 ϕ_2 可提取系数 F_b , 由式(25)可以看出, 影响长度与拉索破断力无关.

1.4 索力剩余系数

索力剩余系数 γ 可定义为断丝后拉索索力 F_b 与完好拉索索力 F 的比值

$$\gamma = F_b / F \quad (26)$$

引进相容条件: 完好钢丝绳延伸量 Δ 等于断丝拉索延伸量 Δ_b , 即 $\Delta_b = \Delta$. 其中

$$\Delta = \frac{FL}{EA_c + \sum_{j=1}^n m_j EA_0 \lambda_j \sin \alpha} \quad (27)$$

当影响长度大于索长, 即 $L_a > L$ 时, 积分区间为 $[0, L/2]$, 由式(10), (16), (20)得索体延伸量为

$$\Delta_b = 2 \int_0^{L/2} \left((F_b - \Phi_1) / K_u - \left((-1 + e^{-\phi_1 x / \sin \alpha}) (\phi_2 \sin \alpha / \phi_1 + \phi_2 K_\delta \Psi_2 / \Psi_3 \phi_1) \right) / K_u \right) / \sin \alpha dx \quad (28)$$

积分得

$$\Delta_b = \frac{(2e^{-\Gamma/2} + \Gamma - 2)\Phi_2 + \Gamma\phi_1(F_b - \Phi_1)}{K_u \phi_1^2} \quad (29)$$

式中: $\Gamma = L\phi_1 / \sin \alpha$; $\Phi_1 = K_\delta \Psi_1 / \Psi_3$; $\Phi_2 = \phi_2 (\sin \alpha + K_\delta \Psi_2 / \Psi_3)$.

由前文可知, Ψ_1 和 ϕ_2 均可提取公因子 F_b , 根据相容条件, 相应的索力剩余系数 γ 为

$$\gamma = F_b / F = K_u \phi_1^2 L / \left((EA_c + \sum_{j=1}^n m_j EA_0 \lambda_j \sin \alpha) \left((2e^{-\Gamma/2} + \Gamma - 2)\Phi_2 + \Gamma\phi_1(1 - \Phi_1) \right) \right) \quad (30)$$

当影响长度小于索长, 即 $L_a \leq L$ 时, 式(28)积分区间为 $[0, L_a/2]$, 延伸量为影响长度内和影响长度外延伸量之和, 由式(10), (16), (20), (27)可求得索体延伸量为

$$\Delta_b = (2F_b \chi \Phi_2 \sin \alpha + L_a \phi_2 (\Phi_2 +$$

$$\phi_1 (F_b - \Phi_1)) / K_u \phi_1 \phi_2 \sin \alpha +$$

$$F_b (L - L_a) / (EA_c + \sum_{j=1}^n m_j EA_0 \lambda_j \sin \alpha) \quad (31)$$

根据相容条件, 相应的索力剩余系数 γ 为

$$\gamma = F_b / F = K_u \phi_1 \phi_2 L / \left((EA_c + \sum_{j=1}^n m_j EA_0 \lambda_j \sin \alpha) (2\chi \Phi_2 + L_a \phi_2 / \sin \alpha (\Phi_2 + \phi_1 (1 - \Phi_1))) + K_u \phi_1 \phi_2 (L - L_a) \right) \quad (32)$$

2 方程的求解

对于给定的半平行钢丝绳, 首先, 按 1.1 节方法求得各根钢丝和断丝间的圆心角及外层相邻钢丝对内层钢丝的接触力分配系数, 根据已知参数, 得未断钢丝总拉力系数 K_u 和 K_δ , 对于给定的坐标 s , 假定 $T_b(s)$, 给接触力系数 $X_{msi,j}$ ($i \in (1, 180)$, $j \in (1, 3)$) 赋初值, 代入式(12), (13), (20), 可得新一轮的 $T_b(s)$ 和接触力系数 $X_{msi,j}$, 如此循环, 直到前后两轮计算得到的 $X_{msi,j}$ 差值小于给定误差, 再将径向接触力代入式(11), (21), (22), 求出钢丝间的接触变形, 从而计算未断钢丝拉力; 然后进入下一坐标 $s + \Delta s$ 的计算, 重复以上过程, 直到整根索长计算完为止. 将上述计算结果代入式(25), 可得影响长度 L_a , 代入式(30)或(32), 可得索力剩余系数 γ . 全部计算过程可通过编程实现.

3 数值分析与讨论

为讨论各参数取值对多层半平行钢丝绳断丝模型的影响, 参考桥梁工程中半平行钢丝绳的技术参数, 如无特别说明, 均以钢丝直径为 5 mm 的 127 丝半平行钢丝绳($\Phi 5-127$)为例进行讨论, 拉索长度 L 取 6 m, 外层钢丝螺旋角为 86° , 钢丝直径取 5 mm, 钢丝弹性模量 E 为 197.9 GPa, 泊松比 ν 取 0.3, 内部钢丝间摩擦系数 μ 取 0.12, 护套握裹力取 w_s 取 $2.0 \times 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$; 钢丝按其螺旋半径分 15 层, 断丝所在钢丝层为第 7 层, 断丝数为 8 根.

3.1 索内钢丝拉力分布

应用半平行钢丝绳的技术参数, 按第 2 节所述计算流程, 可以得出拉索出现非对称断丝时, 索体内钢丝拉力分布如图 6~9 所示. 图 6 为最外环钢丝拉力分布, 图中 x 表示距断丝处的距离, $x=0.0$ 和 $L_a/$

2 分别表示断丝处和影响结束位置. 图 7 为不同环钢丝拉力沿环向分布, 图中第 6 环为最外环钢丝.

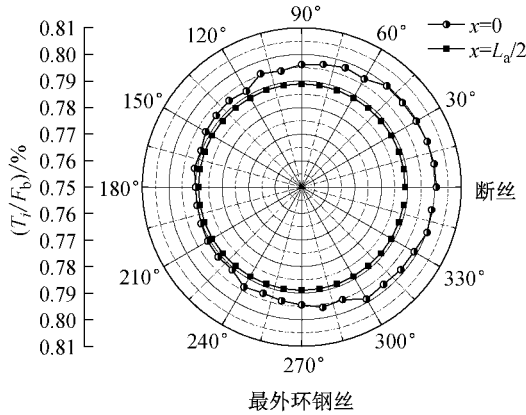


图 6 外环钢丝拉力分布

Fig.6 Axial force distribution in the outermost hoop

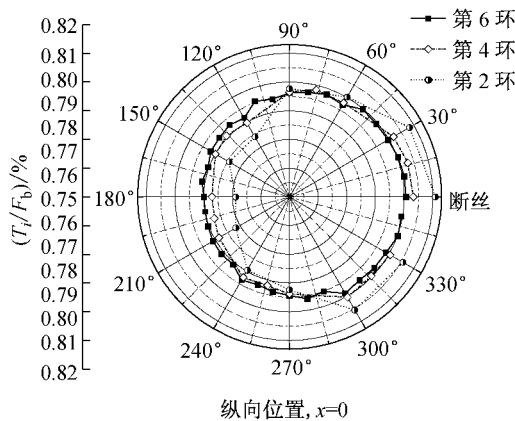


图 7 断丝处钢丝拉力沿环向分布

Fig.7 Axial force distribution along the hoop direction

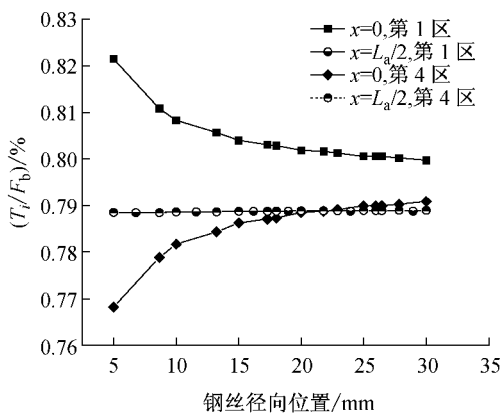


图 8 径向拉力分布

Fig.8 Axial force distribution along the radial direction

从图 6 可以看出, 在断丝处, 断丝一侧钢丝拉力明显大于相反一侧; 而影响长度外, 钢丝间拉力沿环

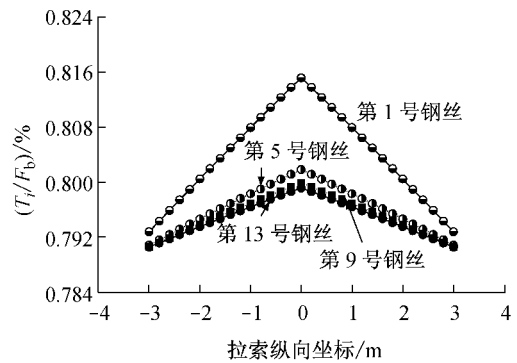


图 9 纵向拉力分布

Fig.9 Axial force distribution along the length direction

向分布基本均匀. 上述现象可解释为, 由于非对称断丝产生的索体侧向位移, 引起断丝一侧钢丝拉力增大, 而相反一侧钢丝拉力则相对较小. 随着侧向位移逐渐变小, 截面环向钢丝拉力逐渐趋于均匀. 从图 7 可以看出, 不同环钢丝拉力分布差异明显, 越往内环, 分布曲线往断丝一侧偏心越大, 断丝侧与相反一侧钢丝拉力差距越大, 如第 2 环钢丝断丝处钢丝拉力为 0.811%, 相反一侧为 0.779%, 两者的相对误差为 4.10%, 而第 6 环钢丝断丝处钢丝拉力为 0.801%, 相反一侧为 0.790%, 两者的相对误差为 1.39%.

拉索出现非对称断丝时, 索体内钢丝拉力沿截面径向和纵向分布如图 8、图 9 所示. 图 8 为断丝处和断丝影响长度处截面钢丝拉力沿径向分布规律, 图中 x 表示距断丝处的距离, $x=0$ 和 $x=L_a/2$ 分别表示断丝处和断丝影响结束位置, “第一区”表示断丝一侧所在区域, “第 4 区”表示相反一侧钢丝所在区域. 图 9 表示不同编号钢丝拉力沿纵向分布规律.

由图 8 可以看出, 沿截面径向, 不同截面钢丝拉力分布差异明显. 在断丝处, 断丝两侧钢丝拉力变化沿径向分布规律相反; 影响长度外, 截面钢丝沿径向均为同一分布规律. 在断丝处, 越往外层, 钢丝拉力越小, 而在断丝相反一侧, 断丝越往外层, 钢丝拉力越大; 影响长度外, 越往外层, 钢丝拉力越大. 由图 9 可以看出, 不同断面处, 沿截面径向钢丝拉力间的差异不同, 断丝处钢丝拉力差异最明显, 1 号钢丝拉力为 0.815%, 13 号钢丝为 0.799%, 两者相对误差为 2.0%, 距离断丝处越远, 钢丝拉力间的差异越小, 在影响长度外趋于均匀.

3.2 摩擦系数的影响

钢丝绳截面内钢丝受环境腐蚀等因素影响, 摩擦系数不断增大, 摩擦力对索内各钢丝拉力分布的

影响加剧. 关于内部钢丝间的摩擦系数, 相关研究文献较少, Margetts^[13] 建议预应力钢绞线钢丝间摩擦系数可取 0.11~0.22, MacDougall^[7] 的研究中采用 0.16 的摩擦系数, 和试验结果取得了较好的一致. 为研究摩擦系数的影响, 变化摩擦系数 μ (0.05~0.20), 相应的断丝影响长度和索力剩余系数变化曲线如图 10、图 11 所示.

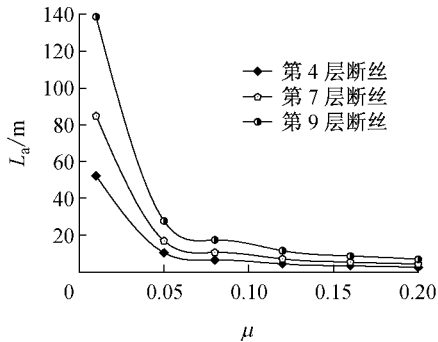


图 10 影响长度与摩擦系数关系

Fig. 10 Variation of the affected length with coefficients of inter-wires friction

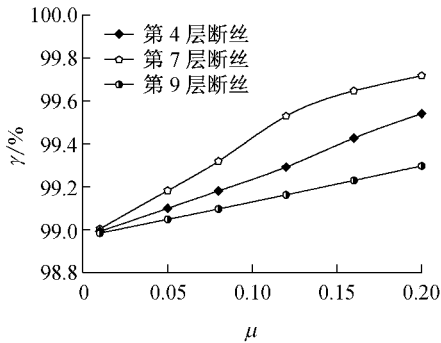


图 11 索力剩余系数与摩擦系数关系

Fig. 11 Variation of remaining prestress fraction with coefficients of inter-wires friction

由图 10 和图 11 可知:

(1) 随着摩擦系数的增加, 断丝影响长度逐渐变小, 对于给定的摩擦系数, 断丝越往外层, 影响长度越大, 且随着摩擦系数的增大, 影响长度减少的速度变缓.

(2) 随着摩擦系数的增加, 断丝索力剩余系数逐渐变大, 对于给定的摩擦系数, 断丝越往外层, 索力剩余系数减小得越多, 索力变化范围越窄. 当断丝位于第 4 层时, 最小索力剩余系数为 99.01%, 变化范围为 0.71%; 而当断丝位于第 9 层时, 最小索力剩余系数为 98.98%, 小于拉索断丝剩余率 99.21%, 变化范围为 0.68%.

3.3 断丝径向位置的影响

当断丝位于不同径向位置时, 断丝影响长度和

索力剩余系数的变化如图 12、图 13 所示. 图中 μ 为内部钢丝摩擦系数, r_b 表示断丝螺旋半径.

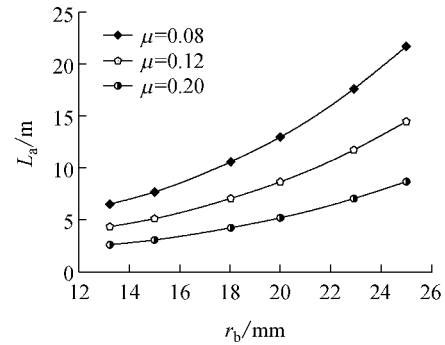


图 12 影响长度随断丝径向位置变化曲线

Fig. 12 The affected length as a function of r_b

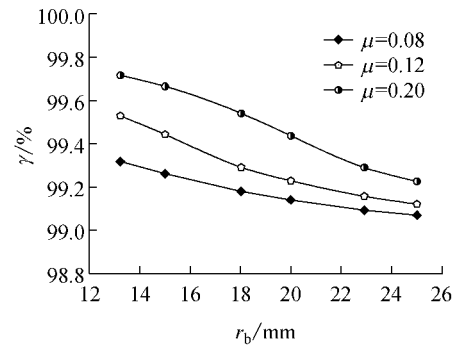


图 13 索力剩余系数随断丝径向位置变化曲线

Fig. 13 Remaining prestress fraction as a function of r_b

由图 12 和图 13 可知:

(1) 影响长度随断丝径向位置的增加而快速增加; 对于给定的断丝位置, 摩擦系数越小, 影响长度越大, 且断丝越往外层, 影响长度增加的速度越快, 影响长度大于 1 倍捻距.

(2) 索力剩余系数随断丝径向位置的增加而减小, 且断丝越往外层, 索力剩余系数减小的速度越缓; 对于给定的断丝位置, 随着摩擦系数的减小, 索力剩余系数相应减小, 索力变化范围变窄. 当摩擦系数为 0.08 时, 最小索力剩余系数为 99.07%, 小于拉索断丝剩余率 99.21%, 变化范围为 0.25%; 当摩擦系数为 0.20 时, 最小索力剩余系数为 99.23%, 变化范围为 0.49%.

4 结论

推导了多层半平行钢丝索的非对称断丝模型, 通过数值计算和参数分析研究了断丝后索体内钢丝拉力分布规律, 本文模型主要适用于 1 根非对称断丝的情况, 主要结论如下:

(1) 影响长度内,同一截面内不同钢丝拉力存在不均匀分布,断丝处,钢丝拉力不均匀分布最明显.影响长度外,各层钢丝拉力分布基本均匀.断丝处,断丝一侧钢丝拉力明显大于相反一侧,钢丝拉力沿环向分布存在明显的偏心,同环钢丝拉力相对误差可达4.10%;而影响长度外,钢丝间拉力沿环向分布基本均匀.

(2) 沿截面径向,不同截面钢丝拉力分布差异明显.在断丝处,越往外层,断丝一侧钢丝拉力越小,而在断丝相反一侧,断丝越往外层,钢丝拉力越大;影响长度外,钢丝拉力分布均为,越往外层,钢丝拉力越大,中间为过渡段.

(3) 通过参数敏感性分析,探讨了摩擦系数和断丝径向位置对影响长度和索力剩余系数的影响.结果表明,在常用参数范围内,影响长度变化范围较大,均大于1倍捻距;索力剩余系数受摩擦系数、断丝径向位置影响较大,参数变化时,索力剩余系数最小可达98.98%,小于截面断丝剩余率99.21%.

参考文献:

- [1] 彭崇梅,张启伟,李元兵.桥梁半平行钢丝索的对称断丝损伤力学模型[J].同济大学学报:自然科学版,2013,41(1):20.
PENG Chongmei, ZHANG Qiwei, LI Yuanbing. Damage model of multilayered semi-parallel wire cables for bridges with symmetric wire breaks[J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2013, 41(1):20.
- [2] 彭崇梅,张启伟,李元兵.桥梁半平行钢丝索对称断丝的力学特性分析[J].同济大学学报:自然科学版,2013,41(4):496.
PENG Chongmei, ZHANG Qiwei, LI Yuanbing. Mechanical properties analysis of semi parallel wire cables for bridges with symmetric wire breaks[J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2013, 41(4):496.
- [3] Matteo J, Deodatis G, Billington D P. Safety analysis of suspension-bridge cables: Williamsburg Bridge[J]. Journal of Structural Engineering, 1994, 120(11):3197.
- [4] Faber M H, Englund S, Rackwitz R. Aspects of parallel wire cable reliability[J]. Structural Safety, 2003, 25:201.
- [5] Cappa P. An experimental study of wire strains in an undamaged and damaged steel strand subjected to tensile load[J]. Experimental Mechanics, 1988, 28(4):346.
- [6] MacDougall C, Li Shulian. Determining broken wires in unbonded seven-wire strands using penetration tests[J]. Journal of Precast/Prestressed Concrete Institute, 2007, 9: 96.
- [7] MacDougall C. Behavior of monostrand tendons with broken wires[D]. London: The University of Western Ontario, 2001.
- [8] 李元兵.拱桥吊杆力学行为及损伤退化研究[D].上海:同济大学土木工程学院,2008.
LI Yuanbing. Research on the mechanical behavior and damage deterioration of suspender for arch bridges[D]. Shanghai: College of Civil Engineering of Tongji University, 2008.
- [9] Jiang W G, Warby M K, Henshall J L. Statically indeterminate contacts in axially loaded wire strand[J]. European Journal of Mechanics A/Solids, 2008, 27:69.
- [10] Love. A treatise on the mathematical theory of elasticity[M]. New York: Dover Publications, 1944.
- [11] LeClair R A. Axial response of multilayered strands with compliant layers[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1991, 117(12):2884.
- [12] Johnson K L. Contact mechanics[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1985.
- [13] Margetts R, Spikes H A. Single contact testing and the lubrication of wire ropes [C/CD]//Conference on Offshore Applications. Aberdeen: [s. n.], 1983.