

基于混合元胞自动机的铝合金保险杠横梁设计

高云凯, 张玉婷, 方剑光

(同济大学 汽车学院, 上海 201804)

摘要: 为提高保险杠横梁的耐撞性并考虑轻量化的要求, 提出铝合金横梁结构的设计方法. 建立耐撞性有限元仿真模型, 基于混合元胞自动机方法进行耐撞性拓扑优化, 根据材料分布得到 H 型梁的结构; 采用 Kriging 近似模型技术, 进一步优化拓扑优化后的截面尺寸. 结果表明, 所提出的结构设计方法可以得到合理的截面形状和尺寸, 提高了保险杠横梁耐撞性且实现了轻量化设计.

关键词: 汽车保险杠; 混合元胞自动机; 拓扑优化; 耐撞性; Kriging 模型; 轻量化

中图分类号: U463.82

文献标志码: A

Design of an Aluminum Bumper Beam Based on Hybrid Cellular Automata

GAO Yunkai, ZHANG Yuting, FANG Jianguang

(School of Automotive Studies, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: In order to improve the crashworthiness and simultaneously achieve the lightweight goal, a design method was proposed for an aluminum bumper. A crashworthiness simulation model was established first and topology optimization was conducted based on hybrid cellular automata (HCA). The material distribution from topology optimization was used to generate H-shaped cross-section. Base on the Kriging modeling technique, size optimization was executed to acquire the optimal sectional dimension. The final result demonstrates that the proposed method is able to provide a reasonable cross-sectional shape and size of the bumper, and to improve the crashworthiness of the bumper beam and to achieve a lightweight design.

Key words: vehicle bumper; hybrid cellular automata (HCA); topology optimization; crashworthiness; Kriging model; lightweight

现代汽车工程师认为, 应该在汽车结构设计的初始阶段引入拓扑优化理论, 而不是仅凭经验来设计或改造结构. 拓扑优化技术可以在最大程度上挖掘利用材料的潜能, 在这方面国内外已开展了大量的研究工作. 高云凯等人把拓扑优化设计理论引入某电动改装车的承载式车身设计, 实现了多工况、多状态变量条件下的拓扑优化设计, 确定了下车身的最佳结构方案^[1]. 范文杰等人为了研究以静态多工况下刚度和动态振动频率为目标函数的车架拓扑结构, 提出了一种基于折衷规划法的多目标拓扑优化研究方法^[2]. 祝小元等人基于 SIMP (solid isotropic microstructures with penalization) 变密度的拓扑优化方法, 将多级容差序列规划与折衷规划法相结合, 对汽车悬架控制臂进行多目标拓扑优化, 最终得到了同时满足静态柔度最小和振动低阶频率最高要求的控制臂拓扑结构^[3].

然而, 目前的拓扑优化主要用于线性小变形问题, 其变量的灵敏度信息易于解析推导. 当涉及到汽车碰撞这类材料、几何以及边界条件三重非线性的瞬态动力学问题时, 传统拓扑优化过程中灵敏度信息将不能解析推导; 而对于瞬态非线性问题, 数值灵敏度的求解极其耗时且不准确; 另外, 模型内部的接触以及碰撞过程中的瞬时冲击力都会对计算的迭代收敛造成困难. 国内在这方面公开发表的文献还较少, 国际上对碰撞拓扑优化也仍处于前期探索阶段, 主要方法有混合元胞自动机^[4] (hybrid cellular automata, HCA)、渐进式优化^[5]、等效静态载荷法以及惯性释放法^[6-7]. 其中后两种是等效法, 目前相对较为成熟的真正意义上的耐撞性拓扑优化方法是混合细胞自动机方法.

保险杠横梁在汽车发生碰撞时起着至关重要的作用, 其结构直接关系到车辆的耐撞性能. 本文提出挤压铝合金保险杠设计优化流程. 首先, 在概念设计

收稿日期: 2014-01-24

基金项目: 国家“九七三”重点基础研究发展计划(2011CB711203); 上海汽车工业科技发展基金(SAISTDF/12-07)

第一作者: 高云凯(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为车身结构及其轻量化. E-mail: gaoyunkai@tongji.edu.cn

通讯作者: 张玉婷(1990—), 女, 硕士生, 主要研究方向为车身结构优化设计. E-mail: zhangyuting0224@163.com

阶段基于混合元胞自动机进行耐撞性拓扑优化,得到最优的截面材料分布.随后,基于 Kriging 代理模型,设计保险杠横梁截面的尺寸.研究表明,结合耐撞性拓扑优化和尺寸优化技术,可以得到合理的材料分布和满足耐撞性指标的结构,为车辆结构的设计开发提供指导.

1 耐撞性有限元模型

根据图 1 所示的钢制保险杠外廓尺寸,文献[8-10]在 HyperMesh 软件中建立铝合金保险杠拓扑优化的初始碰撞模型(图 2).其中,保险杠横梁进行实体网格划分,采用六面体单元,共 30 240 个实体单元,单元尺寸为 $5\text{ mm} \times 5\text{ mm} \times 10\text{ mm}$;吸能盒采用四边形单元网格划分,碰撞器采用实体单元划分.铝合金保险杠横梁采用弹塑性材料模型,其中密度为 $2.7 \times 10^3\text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$,弹性模量为 $7.1 \times 10^4\text{ MPa}$,泊松比为 0.3.

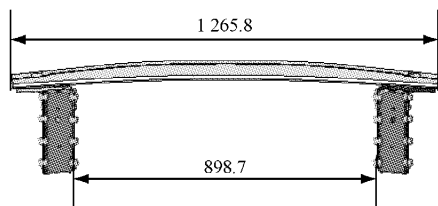


图 1 钢制保险杠外廓尺寸(单位:mm)

Fig.1 Outside dimensions of steel bumper(unit:mm)

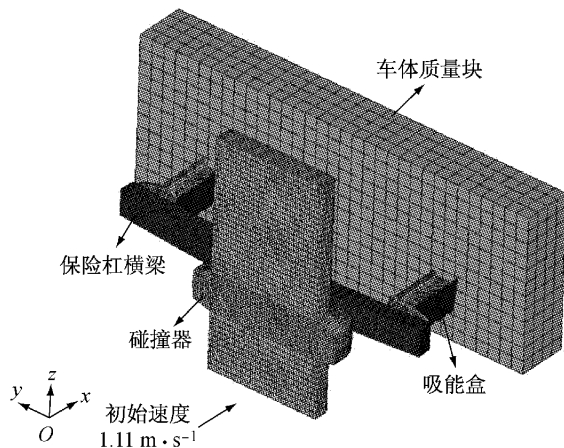


图 2 矩形截面保险杠横梁有限元模型

Fig.2 Finite element model of rectangular cross-section of bumper beam

为了更准确地有限元模型中定义材料的硬化特性,采用 LS-DYNA 程序中多段线性模型,铝合金的塑性应变和相应的真实应力值如表 1^[11].吸能盒与车身质量块之间采用关键字 * CONstrained_

EXTRA_NODES_SET 连接,吸能盒和保险杠之间采用关键字 * CONstrained_NODAL_RIGID_BODY 连接;给碰撞器施加 x 方向 $1.11\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 的初速度,碰撞器与保险杠横梁之间,吸能盒与保险杠横梁之间采用自动面面接触(关键字为 * CONTACT_AUTOMATIC_SURFACE_TO_SURFACE),保险杠自身和吸能盒自身都采用自动单面接触(关键字为 * CONTACT_AUTOMATIC_SINGLE_SURFACE);静摩擦因数(FS)为 0.1,动摩擦因数(FD)为 0.1^[12].最后将模型关键字文件导出,作为拓扑优化的初始模型.

表 1 铝合金应变硬化数据

Tab.1 Strain hardening data of aluminum alloy			
塑性应变/%	塑性应力/MPa	塑性应变/%	塑性应力/MPa
0	80	9.9	158
2.4	115	12.4	167
4.9	139	14.9	171
7.4	150	17.4	173

2 优化设计流程

本文的保险杠横梁设计分成两个阶段:耐撞性拓扑优化阶段和尺寸优化设计阶段.具体的优化流程如图 3 所示.

2.1 耐撞性拓扑优化阶段

2.1.1 初始矩形截面设计

以质量分数约束为依据,得到每个单元的初始状态值 $x^{(0)}$,求得单元初始密度 $\rho^{(0)}$,初始弹性模量 $E^{(0)}$,初始屈服应力 $\sigma_y^{(0)}$,初始应变硬化模量 $E_h^{(0)}$. $\rho_0, E_0, \sigma_{y0}, E_{h0}$ 分别为材料的初始密度、初始弹性模量、初始屈服应力、初始应变硬化模量.

2.1.2 碰撞分析

调用 LS-DYNA 程序计算保险杠横梁每个单元第 k 次迭代计算的内能密度值 $S(x^{(k)})$.

2.1.3 材料重分布

运用 HCA 规律将保险杠的材料重分布,得到下一次迭代每个单元的状态值 $x^{(k+1)}$,并且验证其收敛性;若结果不收敛,继续进行下一次迭代,直至结果收敛;若结果收敛,即可得到截面材料的最佳分布.

2.2 尺寸优化设计阶段

2.2.1 实验设计

选取截面尺寸参数作为实验变量,通过最优拉丁方实验设计对设计空间进行采样,并计算各样本点的响应值(包括比吸能和碰撞器反力峰值).

2.2.2 Kriging 模型拟合

将实验设计样本点模型的变量和响应值导入 iSIGHT 软件,拟合生成响应的 Kriging 模型。

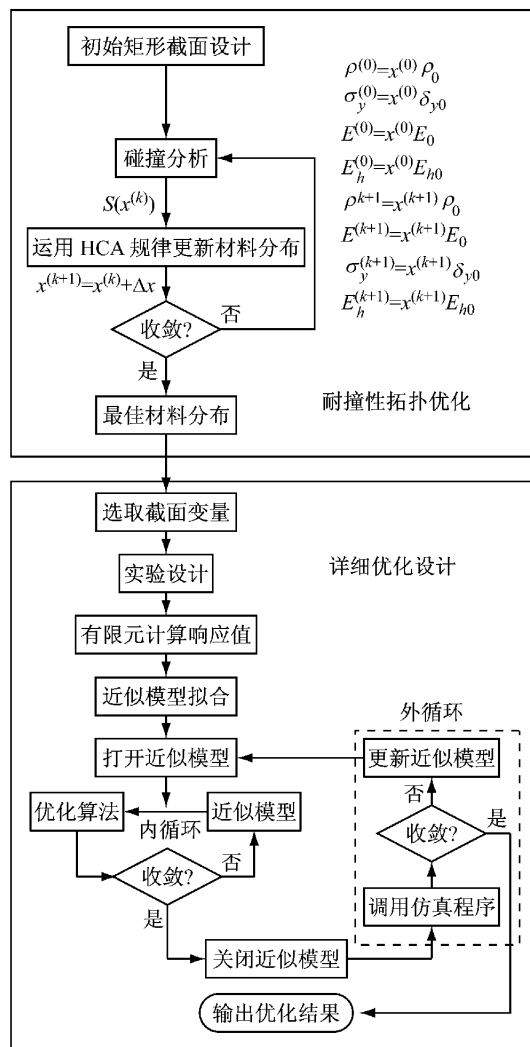


图 3 HCA 方法的耐撞性优化设计流程图

Fig. 3 Flowchart of crashworthiness optimization design using HCA method

2.2.3 优化

以保险杠横梁的比吸能为优化目标,碰撞器反力峰值为约束条件,用多岛遗传算法基于近似模型进行寻优;最后调用仿真程序验证寻优结果,若结果不收敛则继续将寻优结果加入样本点中,再一次地拟合近似模型,依此循环,直到最终的寻优解收敛。

3 碰撞拓扑优化

3.1 理论基础

拓扑优化是用于概念设计阶段的一种优化方法,实现在特定区域内系统地重新分配材料以优化

结构性能要求。HCA 方法是一种计算技术,可以用来合成最优拓扑,是目前国际上碰撞拓扑优化研究采用的主要方法,已集成于 LS-TaSC 软件中。HCA 的基础方法是元胞自动机(CA)。CA 是一个由规则的元胞网格或晶格组成的离散计算模型,每个单元的状态都由一个有限维向量值来表征。每个单元利用来自邻近单元的信息,而这些相邻单元通常从一次迭代到下一次迭代都不会改变。每一个单元基于相邻单元的值都有着相同的更新规则。这些规则被应用到整个计算求解迭代过程。在拓扑优化过程中,每个材料单元与 CA 晶格中元胞单元是一一对应的^[4]。在本文中,将考虑三维设计领域,选取三个典型的 CA 相邻位置进行拓扑优化分析,位置信息如图 4 所示。

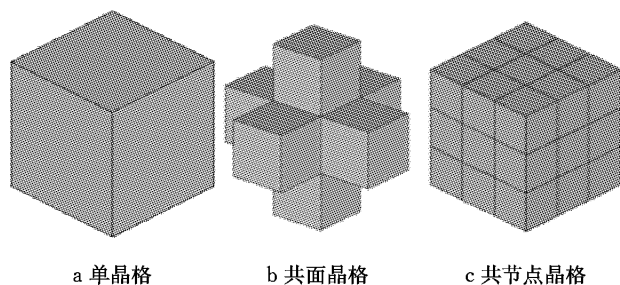


图 4 典型的三维 CA 晶格模型位置信息

Fig. 4 Typical 3D CA neighborhoods

在 CA 晶格中第 i 个元胞的状态定义为设计变量 x_i (材料密度) 和场量 S_i (内能密度)。每个材料单元与 CA 晶格中元胞单元一一对应,因此,每个材料单元在迭代 k 次时的状态表达式为 $S_i^{(k)}$ 。

在耐撞性设计中,结构应在保持完整性的同时具有良好的能量吸收特性。沿用满应力设计的基本理念,结构中的所有单元都应该通过塑性变形提供吸能贡献。因此,每个单元的场变量状态值 S_i 应该趋近于同一个特定值 S_i^* 。HCA 方法用于模型的优化问题,可以由以下公式表示^[4]:

$$\left. \begin{aligned} \min_x \sum_{i=1}^N |\bar{S}_i(x_i) - S_i^*| \\ \sum_{i=1}^N x_i V_i = V \\ \mathbf{M}\ddot{\mathbf{d}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{d}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{d}(t) = \mathbf{F}(t) - \mathbf{R}(\mathbf{d}, t) \\ x_{\min} \leq x \leq 1 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: V_i 表示第 i 个单元的体积; $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$ 和 $\mathbf{K}$ 分别表示质量、阻尼和刚度矩阵; $\mathbf{R}$ 是残余能量; $\ddot{\mathbf{d}}(t)$, $\dot{\mathbf{d}}(t)$, $\mathbf{d}(t)$ 分别表示加速度、速度、位移; t 表示时

间; $\bar{S}_i(x_i)$ 表示第*i*个单元的有效内能密度,第*i*个单元在第*k*次迭代时的有效内能密度表达式为

$$\bar{S}_i^{(k)} = \left(S_i^{(k)} + \sum_{n \in N(i)} S_n^{(k)} \right) / (N+1) \quad (2)$$

HCA 方法是通过软件内部操作局部内能密度状态来生成结构的,这样可以使得能量吸收得到全局性的改进.

3.2 优化问题描述

根据软件 HyperMesh 中所得到的 LS-DYNA 程序文件,导入 LS-TaSC 软件中. 首先定义设计区域,将保险杠防撞梁作为设计区域,吸能盒及碰撞器作为非设计区域,并且约束材料剩余质量分数 < 0.4 ;施加制造约束,沿挤压方向施加挤压约束,如图5所示. 最后,按图3中拓扑优化阶段流程进行迭代计算,得出保险杠横梁的截面形状.

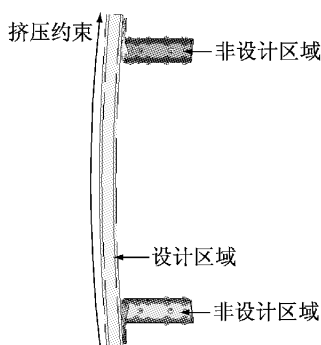


图5 拓扑优化模型

Fig.5 Topology optimization model

3.3 优化结果分析

经过29次迭代,模型趋于收敛,并且得到最终的拓扑优化模型. 图6为拓扑优化的最终结果. 图7为保险杠横梁截面拓扑优化迭代过程. 图8为拓扑优化模型质量重分布的收敛情况. 根据拓扑结果,保险杠横梁的最优截面形状为H型.

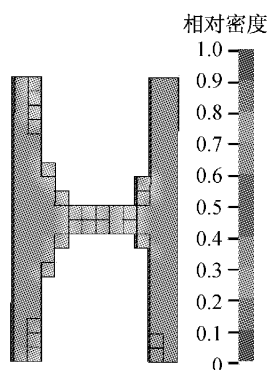
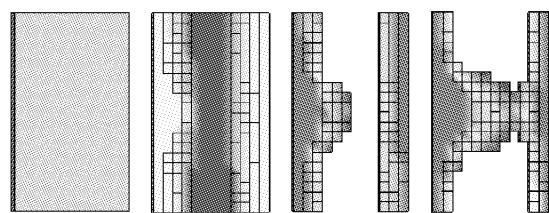
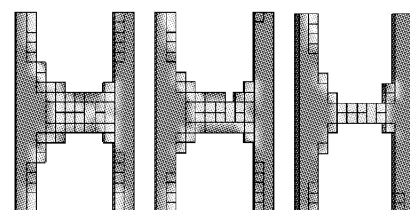


图6 拓扑优化最终结果

Fig.6 Final result of topology optimization



a 开始迭代 b 第5次迭代 c 第10次迭代 d 第15次迭代



e 第20次迭代 f 第25次迭代 g 第29次迭代

图7 拓扑优化迭代过程

Fig.7 Iteration history of topology optimization

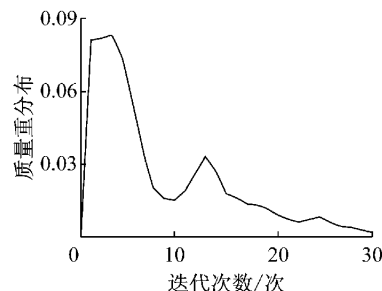


图8 质量重分布收敛情况

Fig.8 Convergence of mass redistribution

4 保险杠截面尺寸优化

4.1 实验设计

首先,选取本次优化的变量,包含保险杠横梁截面的形状和尺寸变量,如图9所示. 其中,尺寸变量 x_1 , x_2 和 x_3 分别是保险杠横梁前板(与吸能泡沫接触侧),后板(与吸能盒接触侧)和中间肋板的厚度,截面的形状变量总宽和总高不作为设计变量,分别为60 mm和104 mm. 表2列出了各变量的初始值 and 变化范围. 在 iSIGHT 软件中用最优化拉丁方法生成实验矩阵,并生成30个不同截面尺寸的防撞梁样本点,运用 LS-DYNA 程序求解器计算各样本点,得到各样本点响应的数值,如表3所示. 表中 y_1 , y_2 分别为碰撞器反力峰值、碰撞器比吸能值.

4.2 Kriging 近似模型

近似模型是根据已知离散样本的输入和响应信息而构建的一个近似数学模型. 该模型可以用于预测设计空间内样本以外输入对应的响应值. 目前,结构优化中常用的近似模型有响应面模型^[13]、Kriging

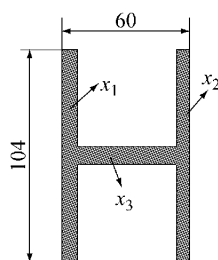


图 9 防撞梁截面优化变量(单位:mm)

Fig.9 Design variables of cross section of bumper(unit:mm)

表 2 铝合金防撞梁设计变量信息

Tab.2 Design variable information of aluminum bumper

变量类别	x_1	x_2	x_3
初始值	10	10	10
上限	10	10	15
下限	5	5	8

表 3 最优拉丁方试验变量和响应值

Tab.3 Variables and responses of optimal Latin hypercube design

样本点	x_1/mm	x_2/mm	x_3/mm	y_1/N	$y_2/(\text{J} \cdot \text{kg}^{-1})$
1	5.00	8.33	13.44	37 811	59.5
2	5.56	6.67	9.56	36 216	74.2
3	6.11	5.56	11.89	37 525	86.4
4	6.67	6.67	11.11	36 944	82.9
5	7.22	8.89	15.00	39 653	77.6
6	7.78	6.11	8.00	34 391	63.5
7	8.33	8.89	8.78	37 101	81.4
8	8.89	7.22	12.67	38 221	68.8
9	9.44	8.33	12.67	39 236	66.1
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
30	10.00	5.00	11.89	37 587	70.3

模型^[14]以及径向基函数模型^[15]等. 本文的研究采用了 Kriging 模型.

Kriging 模型由多项式响应面近似模型和偏差构成

$$\hat{y} = \sum_{j=1}^k \beta_j f_j(x) + Z(x) \quad (3)$$

式中: $\hat{y}$ 为待拟合的响应函数; $f_j(x)$ 为多项式响应面模型; $Z(x)$ 为期望为 0, 方差为 σ^2 的协方差; β_j 为多项式系数. 取 $f_j(x)$ 为常数, $Z(x)$ 的期望为 0, 方差为 σ^2 , 则协方差为

$$\text{Cov}[Z(x_i), Z(x_j)] = \sigma^2 R(x_i, x_j) \quad (4)$$

R 为相关矩阵, 选择高斯相关函数

$$R(x_i, x_j) = \exp\left(\sum_{k=1}^{n_s} \theta_k |x_{i,k} - x_{j,k}|^2\right) \quad (5)$$

式中: θ_k 是未知相关系数; $x_{i,k}$ 和 $x_{j,k}$ 分别是样本点 x_i, x_j 第 k 个元素. 在 k 维优化问题中确定 θ_k 的最大

似然估计用于拟合 Kriging 模型. 尽管 Kriging 模型大多相关函数的未知系数较少, 但它仍具有极大的弹性, 可为高度非线性或不规则问题提供较准确的预测.

4.3 多岛遗传算法

多岛遗传算法是在传统的遗传算法基础上发展起来的, 把种群的个体分成若干个子群, 然后在每个子群中进行选择、交叉和变异操作. 各个子群之间定期进行迁移操作, 将随机选择的一定数量的个体转移到别的岛上. 和传统的遗传算法相比, 多岛遗传算法维持了群体的多样性, 可以抑制早熟并加快收敛速度, 提高获得全局最优解的机会. 多岛遗传算法作为一种伪并行遗传算法可以更好地在优化域中寻找全局最优解^[16].

4.4 最终优化结果

在 iSIGHT 软件中用 Kriging 模型拟合保险杠横梁耐撞性各响应与板厚变量的近似模型, 再基于 Kriging 模型用多岛遗传算法进行最终的寻优计算.

首先确定本次优化设计的目标函数和约束函数, 其中比吸能全面地反映本次优化设计减重和提高性能的主旨, 因此将横梁的比吸能最大化作为优化目标. 与此同时, 铝合金横梁又不能设计过强, 因此本文选取铝合金横梁响应值中的反力峰值作为约束函数. 优化问题的定义如下式:

$$\begin{cases} \max y_2(x) \\ \text{s. t. } y_1(x) \leq y_1^{(0)} \\ x \in [x_l, x_u] \end{cases} \quad (6)$$

式中: $y_2(x)$ 为保险杠横梁的比吸能; $y_1(x)$, $y_1^{(0)} = 36 \text{ kN}$ 分别为碰撞过程中保险杠横梁的反力峰值及其上限值; $x = [x_1, x_2, x_3]^T$ 为设计变量向量; x_l 和 x_u 分别为设计变量的下限和上限.

在 iSIGHT 软件中基于上文建立的 Kriging 模型, 用多岛遗传算法搜索得出最优解. 本文中多岛遗传算法具体参数设置如表 4. 为了验证优化结果的精度, 由有限元模型计算出优化解的仿真值, 如表 5 所示. 可以看出, Kriging 模型的寻优结果、LS-DYNA

表 4 多岛遗传算法参数

多岛遗传算法参数	数值
岛屿数	10
子群大小	10
编码长度	32
交叉率	1.0
突变率	0.01
迁移率	0.5
迁移的时间间隔	5

表5 优化结果及结果验证

Tab.5 Optimization result and its verification

变量	初始值	优化值			变化率/%
		Kriging	LS-DYNA	误差/%	
x_1	10.00	5.04	5.04	0	0
x_2	10.00	5.40	5.40	0	0
x_3	10.00	8.22	8.22	0	0
y_1/N	39 254	35 851	35 304	1.55	-10.06
$y_2/(J \cdot kg^{-1})$	59.5	99.9	99.5	0.40	40.20

程序计算结果误差均在5%以内,因此优化结果有效。而且,与拓扑优化后的初始设计相比,最终优化设计的碰撞性能有了较大的提升。

将铝制保险杠的最终优化结果响应值与原始钢制保险杠进行比较,结果见表6。由表可知,铝制保险杠横梁支反力峰值比钢制的提高16.75%,但符合设计要求;而其比吸能量比钢制的增加了31.09%。

表6 优化结果与钢制结果对比

Tab.6 Comparison of optimization result and conventional steel design

材质	y_1/N	$y_2/(J \cdot kg^{-1})$
钢制	30 238	75.9
铝制	35 304	99.5
变化率/%	16.75	31.09

5 结论

在车辆设计开发阶段,运用拓扑优化对保险杠横梁进行耐撞性设计,可以得到其最优材料分布情况。根据拓扑优化得到H型最优截面形状,以保险杠比吸能为目标,碰撞反力峰值为约束对截面尺寸进行优化。优化结果显示,比吸能最大时所对应的铝合金防撞梁前板厚度为5.05 mm,后板厚度为5.40 mm,中间肋板厚度为8.22 mm。同时,在保证碰撞反力要求的前提下,保险杠防撞梁的比吸能增加了31.09%。

参考文献:

- [1] 高云凯,孟德建,姜欣. 电动改装轿车车身结构拓扑优化分析[J]. 中国机械工程, 2006, 17(23): 2522.
GAO Yunkai, MENG Dejian, JIANG Xin. Topology optimization analysis for modifying body structure of electric car[J]. China Mechanical Engineering, 2006, 17(23): 2522.
- [2] 范文杰, 范子杰, 苏瑞意. 汽车车架结构多目标拓扑优化方法研究[J]. 中国机械工程, 2008, 19(12): 1505.
FAN Wenjie, FAN Zijie, SU Ruiyi. Research on multi-objective topology optimization on bus chassis frame [J]. China Mechanical Engineering, 2008, 19(12): 1505.
- [3] 祝小元, 方宗德, 申闪闪, 等. 汽车悬架控制臂的多目标拓扑优化[J]. 汽车工程, 2011 (2): 138.
ZHU Xiaoyuan, FANG Zongde, SHEN Shanshan, et al. Multiobjective topology optimization for the control arm of vehicle suspension[J]. Automotive Engineering, 2011 (2): 138.
- [4] Patel N M, Kang B, Renaud J E, et al. Crashworthiness design using topology optimization[J]. Journal of Mechanical Design, 2009(6):061013.
- [5] Huang X, Xie Y M, Lu G. Topology optimization of energy-absorbing structures [J]. International Journal of Crashworthiness, 2007, 12(6):663.
- [6] Witowski K, Erhart A, Schumacher P. Topology optimization for crash[EB/OL]. [2013-08-20]. <http://www.dynamore.de/de/download/papers/2012-internationale-ls-dyna-users-conference/documents/optimization11-d.pdf>, June 3rd -5th 2012.
- [7] Chuang C H, Yang R J. Benchmark of topology optimization methods for crashworthiness design[EB/OL]. [2013-07-15]. <http://www.dynalook.com/international-conf-2012/optimization-metal-forming18-a.pdf>, June 3rd-5th 2012.
- [8] 东风汽车工程研究院. GB17354—1998 汽车前、后端防护装置[S]. 北京: 中国标准出版社, 1998.
Dongfeng Automotive Engineering Research Institute. GB 17354—1998 Front and rear protective devices for passenger cars[J]. Beijing: China Standard Press, 1998.
- [9] Davoodi M M, Sapuan S M, Ahmad D, et al. Concept selection of car bumper beam with developed hybrid bio-composite material[J]. Materials & Design, 2011, 32(10): 4857.
- [10] Hosseinzadeh R, Shokrieh M M, Lessard L B. Parametric study of automotive composite bumper beams subjected to low-velocity impacts[J]. Composite Structures, 2005, 68 (4): 419.
- [11] Santosa S P, Wierzbicki T, Hanssen A G, et al. Experimental and numerical studies of foam-filled sections[J]. International Journal of Impact Engineering, 2000, 24(5): 509.
- [12] 夏磊, 陈昆山. 基于LS-DYNA的保险杠耐撞性虚拟试验研究[J]. 车辆与动力技术, 2013 (1): 45.
XIA Lei, CHEN Kunshan. Experimental study of virtual bumper crashworthiness based on LS-DYNA [J]. Vehicle & Power Technology, 2013 (1): 45.
- [13] Fang J, Gao Y, Sun G, et al. Multiobjective reliability-based optimization for design of a vehicle door[J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2013, 67: 13.
- [14] Fang J, Gao Y, Sun G, et al. Parametric analysis and multi-objective optimization for functionally graded foam-filled thin-wall tube under lateral impact [J]. Computational Materials Science, 2014, 90: 265.
- [15] Sun G, Li G, Gong Z. Radial basis functional model for multi-objective sheet metal forming optimization [J]. Engineering Optimization, 2011, 43(12): 1351.
- [16] Chen H, Ooka R, Kato S. Study on optimum design method for pleasant outdoor thermal environment using genetic algorithms (GA) and coupled simulation of convection, radiation and conduction[J]. Building and Environment, 2008, 43(1): 18.