

# 混合润滑状态下渐开线直齿轮啮合效率分析

王 斌<sup>1,2</sup>, 陈辛波<sup>1,3</sup>

(1. 同济大学 汽车学院, 上海 201804; 2. 盐城工学院 机械学院, 江苏 盐城 224051; 3. 同济大学 新能源汽车工程中心, 上海 201804)

**摘要:** 针对齿轮通常在混合润滑状态下工作的实际情况, 对齿轮啮合面进行受力分析, 结合弹流润滑和边界润滑两种摩擦系数, 建立了混合润滑状态下的动态摩擦系数数学模型, 建立了以瞬时压力角为变量的齿轮滑动摩擦功耗和滚动摩擦功耗数学模型, 避免了现有的沿啮合线积分的功耗模型存在原理误差的问题。最后, 对提出的混合润滑状态下渐开线直齿轮啮合功耗进行仿真, 并与弹流润滑仿真、实验数据进行比较分析, 验证了混合润滑状态下渐开线直齿轮摩擦系数模型以及啮合效率模型的可行性。

**关键词:** 混合润滑; 弹流润滑; 边界润滑; 齿轮啮合效率; 动态摩擦系数

**中图分类号:** TH117.1

**文献标志码:**

## Analysis of Meshing Efficiency of Involute Spur Gears Based on Mixed Elastohydrodynamic Lubrication

WANG Bin<sup>1,2</sup>, CHEN Xinbo<sup>1,3</sup>

(1. College of Automotive Studies, Tongji University, Shanghai 201804, China; 2. School of Mechanical Engineering, Yancheng Institute of Technology, Yancheng 224051, China; 3. Clean Energy Automotive Engineering Center, Tongji University, Shanghai 201804, China)

**Abstract:** According to the practice that involute spur gears often work under the mixed elastohydrodynamic lubrication, a theoretical model of dynamic friction coefficient under mixed elastohydrodynamic lubrication was established based on the analysis on forces from meshing surfaces, which was a combination of elastohydrodynamic lubrication and boundary lubrication friction coefficients. A math model of sliding and rolling friction power loss was established with a variable of pressure angle, which erased the principle error of the prevailing power loss integral calculation. Finally, the

simulation of power loss model was employed and compared with the test value, which verified the feasibility of meshing efficiency model of involute spur gear under the mixed lubrication.

**Key words:** mixed lubrication; elastohydrodynamic lubrication; boundary lubrication; gear meshing efficiency; dynamic friction coefficient

齿轮传动作为重要的传动形式, 广泛应用于汽车、机床、军事等领域。随着社会对节能减排要求的不断提高, 迫切需提高齿轮传动的能耗经济性。齿轮啮合面间的摩擦系数模型对齿轮啮合功耗的预测结果有着直接的影响<sup>[1-2]</sup>。国内外学者在对齿面摩擦机理进行研究的基础上, 建立了多种摩擦系数模型<sup>[3-9]</sup>。这些摩擦系数公式都是面向弹流润滑这一理想润滑条件的, 而实际上齿轮常常工作在混合润滑状态下<sup>[10]</sup>, 因此将摩擦系数看成定值或采用弹流润滑摩擦系数模型来替代混合摩擦系数模型进行摩擦功耗的计算, 难以达到齿轮啮合效率预测的精度要求<sup>[11]</sup>。由于混合润滑状况复杂, 相应的理论还不成熟, 因此在齿轮啮合效率分析中很少采用混合润滑摩擦系数<sup>[12-13]</sup>。此外, 为便于分析齿轮啮合效率, 现有文献通常采用将啮合线分为若干等长微线段, 建立微线段上的摩擦功耗数学模型, 再沿啮合线进行积分计算的方法<sup>[14-15]</sup>。然而, 该方法是建立在“齿面接触点沿啮合线匀速运动”的错误假设上的。实际上, 当齿面接触点沿啮合线匀速运动时, 齿轮是在做匀减速转动; 当齿轮匀速转动时, 齿面接触点则沿啮合线作增速运动。由于齿轮压力角与输入轴转角是同步的, 因此本文提出采用基于压力角分段积分的方法更为精确。

收稿日期: 2014-02-13

基金项目: 国家“九七三”重点基础研究发展计划(2011CB711202); 国家“八六三”高技术研究发展计划(2012AA110701); 江苏省自然科学基金(BK20131221)

第一作者: 王 斌(1975—), 男, 副教授, 博士生, 主要研究方向为电动汽车, 传动系统等。E-mail: wangbin@ycit.cn

通讯作者: 陈辛波(1962—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为汽车传动与控制, 汽车底盘, 电动汽车等。

E-mail: austin\_1@aliyun.com

由此可见,目前制约齿轮啮合效率预测精度的两大主要因素是:①缺少准确的齿轮混合润滑状态摩擦系数模型;②现有的沿啮合线积分的摩擦功耗数学模型存在原理误差.本文在对齿轮真实润滑状态进行判断的基础上,提出了混合润滑状态下的齿面啮合摩擦系数模型;建立了基于压力角分段积分的摩擦功耗数学模型,有效地避免了现有模型中存在原理误差的问题,提高了计算精度.

### 1 渐开线齿轮啮合功耗模型

图 1 为一对渐开线直齿轮的外啮合关系示意图.其中,齿轮 1 为主动轮,齿轮 2 为从动轮.图中符号说明如下: $K$  为当前啮合点位置; $O_1, O_2$  分别为主、从动齿轮的转动中心; $\overline{O_1O_2}$  为中心距(用  $a$  表示); $\overline{N_1N_2}$  为理论啮合线长度; $\overline{B_1B_2}$  为实际啮合线长度; $P$  为节点位置; $C, D$  分别为单齿啮合的起始点和终止点; $\omega_1, \omega_2$  分别为主、从动轮转动角速度; $\alpha'$  为节圆压力角(即啮合角); $\alpha_{a1}, \alpha_{a2}$  分别为主、从动轮齿顶圆压力角.

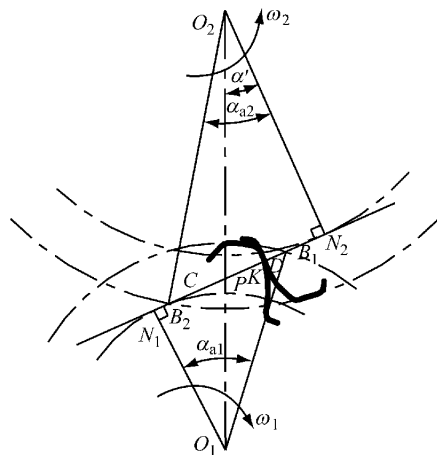


图 1 外啮合直齿轮啮合关系示意图

Fig.1 The diagram of spur gear meshing

由齿轮啮合传动的特点可知,瞬时摩擦功耗与啮合点的瞬时位置有关,而啮合点所在位置又是其瞬时压力角的函数.令啮合点所在圆的压力角为  $\varphi$ , 则啮合点的瞬时滑动摩擦功率损耗可表示为

$$P_s(\varphi) = f(\varphi)F_n(\varphi)V_s(\varphi) \times 10^{-3} \quad (1)$$

式中: $f(\varphi)$  为啮合点处的瞬时摩擦系数; $F_n(\varphi)$  为啮合点处的瞬时法向力; $N$ ;  $V_s(\varphi)$  为啮合点的瞬时滑动速度,  $m \cdot s^{-1}$ .

#### 1.1 啮合点瞬时相对速度

如图 2 所示,  $R_1, R_2$  分别为两啮合齿面的曲率

半径,则以下公式成立:

$$\begin{cases} R_1 = r_{bl} \tan \varphi \\ R_2 = (r_{bl} + ir_{bl}) \tan \alpha' - r_{bl} \tan \varphi \end{cases} \quad (2)$$

式中: $r_{bl}$  为主动轮的基圆半径, mm;  $i$  为传动比.

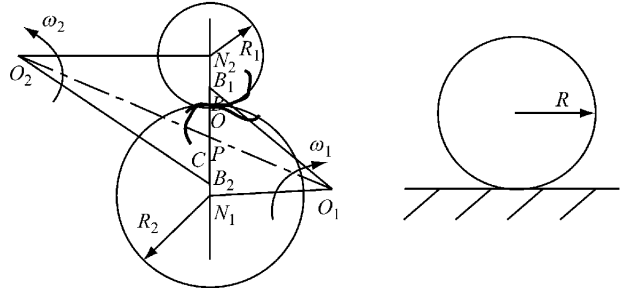


图 2 啮合齿面当量曲率半径示意图

Fig.2 The diagram of equivalent radius of gear curvature

由于齿轮的啮合齿面在啮合过程中时刻保持接触,所以两齿轮在接触点处的线速度法向分量相等,即

$$\begin{cases} V_s(\varphi) = R_1\omega_1 - R_2\omega_2 \\ V_R(\varphi) = R_1\omega_1 + R_2\omega_2 \end{cases} \quad (3)$$

式中: $V_R(\varphi)$  为啮合点的瞬时滚动速度,  $m \cdot s^{-1}$

将公式(2)代入公式(3),得

$$\begin{cases} V_s(\varphi) = \frac{\pi}{30}n_1r_{bl} \left[ \left(1 + \frac{1}{i}\right) \tan \varphi - \left(1 + \frac{1}{i}\right) \tan \alpha' \right] \times 10^{-3} \\ V_R(\varphi) = \frac{\pi}{30}n_1r_{bl} \left[ \left(1 - \frac{1}{i}\right) \tan \varphi + \left(1 + \frac{1}{i}\right) \tan \alpha' \right] \times 10^{-3} \end{cases} \quad (4)$$

式中: $n_1$  为主动轮的转速,  $r \cdot \min^{-1}$

#### 1.2 载荷分布模型

由图 3 可知,未经修形的齿轮,其啮合齿面间载荷呈均匀分布,双齿啮合时载荷系数为 0.5,单齿啮

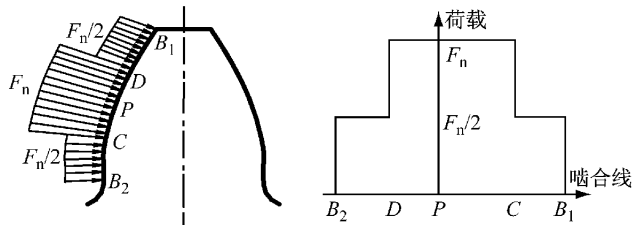


图 3 载荷沿啮合线分布情况

Fig.3 Load distribution along the line of action

合时为 1.0. 上述内容可用公式表示如下:

$$\begin{cases} W = F_n/2b, & \text{双齿啮合} \\ W = F_n/b, & \text{单齿啮合} \end{cases} \quad (5)$$

式中:  $W$  为啮合齿面单位法向载荷,  $\text{N} \cdot \text{mm}^{-1}$ ;  $b$  为齿宽,  $\text{mm}$ ;  $F_n$  为法向力 ( $F_n = 2T_1 / (d_1 \cos \alpha')$ ),  $\text{N}$ ;  $T_1$  为输入转矩,  $\text{N} \cdot \text{m}$ ;  $d_1$  为节圆直径,  $\text{mm}$ .

### 1.3 啮合线与压力角的关系函数

由图4可知, 可将齿轮的啮合线划分为三段:  $\overline{B_2C}$ ,  $\overline{CD}$ ,  $\overline{DB_1}$ , 其中  $\overline{B_2C}$ ,  $\overline{DB_1}$  为双齿啮合段,  $\overline{CD}$  为单齿啮合段.

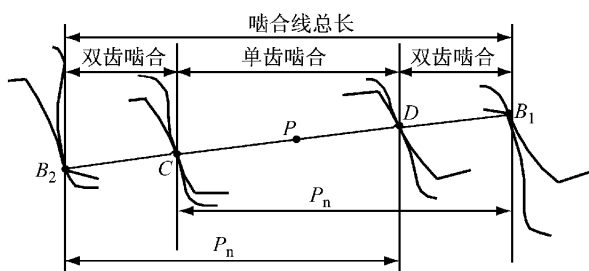


图4 啮合线关键点位置

Fig.4 Position of key points along the line of action

由齿轮传动的基础知识可知

$$\overline{B_2D} = \overline{CB_1} = P_n = \pi m \cos \alpha \quad (6)$$

式中:  $P_n$  为法向齿距,  $\text{mm}$ ;  $m$  为齿轮模数,  $\text{mm}$ .

以  $N_1$  为起点, 主动轮转动到各关键点位置时, 所对应的转动角(瞬时压力角)  $\alpha_K$  和时间变量  $t$  的表达式如下:

$B_2$  点压力角与时间变量

$$\alpha_{B_2} = \arctan \frac{r_{b1} \tan \alpha' + r_{b2} \tan \alpha' - r_{b2} \tan \alpha_{a2}}{r_{b1}} \quad (7)$$

$$t_{B_2} = \frac{30}{\pi n_1} \arctan \frac{r_{b1} \tan \alpha' + r_{b2} \tan \alpha' - r_{b2} \tan \alpha_{a2}}{r_{b1}} \quad (8)$$

式中:  $r_{b1}$ ,  $r_{b2}$  分别为主、从动轮的基圆半径,  $\text{mm}$ ;  $n_1$  为主动轮转速,  $\text{r} \cdot \text{min}^{-1}$ .

$C$  点压力角与时间变量

$$\alpha_C = \arctan \frac{r_{b1} \tan \alpha_{a1} - p_n}{r_{b1}} \quad (9)$$

$$t_C = \frac{30}{\pi n_1} \arctan \frac{r_{b1} \tan \alpha_{a1} - p_n}{r_{b1}} \quad (10)$$

$P$  点压力角与时间变量

$$\alpha_P = \alpha' \quad (11)$$

$$t_P = \frac{30\alpha'}{\pi n_1} \quad (12)$$

$D$  点压力角与时间变量

$$\alpha_D = \arctan \frac{r_{b1} \tan \alpha' + r_{b2} \tan \alpha' + p_n - r_{b2} \tan \alpha_{a2}}{r_{b1}} \quad (13)$$

$$t_D = \frac{30}{\pi n_1} \arctan \frac{r_{b1} \tan \alpha' + r_{b2} \tan \alpha' + p_n - r_{b2} \tan \alpha_{a2}}{r_{b1}} \quad (14)$$

$B_1$  点压力角与时间变量

$$\alpha_{B_1} = \alpha_a \quad (15)$$

$$t_{B_1} = \frac{30\alpha_a}{\pi n_1} \quad (16)$$

令任意点  $K$  的压力角为  $\alpha_K$ , 该点的时间变量为

$$t_K = \frac{30\alpha_K}{\pi n_1} \quad (17)$$

## 2 混合润滑状态下的动态摩擦系数

混合弹流润滑状态下动态摩擦系数的计算步骤如下:

(1) 根据齿面润滑和啮合相关参数, 计算齿面摩擦副间的最小油膜厚度  $h_{\min}$ .

(2) 由最小油膜厚度  $h_{\min}$  和接触面综合粗糙度  $\delta$ , 计算膜厚比  $\lambda$ , 并判断混合润滑所发生的速度区间  $[n_{\min}, n_{\max}]$ .

(3) 计算混合润滑中全膜润滑区承载比  $f_\lambda$ , 并选择合适的弹流润滑摩擦系数  $f_e$  和边界摩擦系数  $f_b$ , 构造出混合润滑摩擦系数  $f_{\text{mix}}$ .

### 2.1 最小油膜厚度

准确估算摩擦副间的最小油膜厚度, 是进行齿轮润滑状况分析的基础. 考虑到汽车传动齿轮工作在“弹性-变黏度”区, 本文采用 Dowson-Higginson<sup>[16]</sup> 提出的最小油膜厚度计算公式进行拟合计算, 即

$$h_{\min} = \frac{2.65\alpha^{0.54}(\eta_0 U)^{0.7} R^{0.43}}{E'^{0.03} W^{0.13}} \quad (18)$$

式中:  $\alpha$  为润滑油黏压系数,  $\text{m}^2 \cdot \text{N}^{-1}$ ;  $\eta_0$  为大气压为零时的动力黏度,  $\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2}$ ;  $U$  为卷吸速度(齿面平均速度),  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ , 计算公式为

$$U = \frac{(R_1 \omega_1 + R_2 \omega_2)}{2} \times 10^{-3} = \frac{\pi}{60} n_1 r_{b1} \left[ \left(1 + \frac{1}{i}\right) \tan \alpha' + \left(1 - \frac{1}{i}\right) \tan \varphi \right] \quad (19)$$

$E'$  为材料综合弹性模量,  $\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$ , 计算公式为

$$E = 2 / \left( \frac{1 - \sigma_1^2}{E_1} + \frac{1 - \sigma_2^2}{E_2} \right) \quad (20)$$

其中  $\sigma_1, \sigma_2$  分别为主、从动齿轮泊松比;  $E_1, E_2$  分别为主、从动轮的弹性模量;  $R$  为啮合齿面当量曲率半径(见图2),  $\text{mm}$ , 计算公式为

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = r_{b1} \tan \varphi - \frac{r_{b1} \tan^2 \varphi}{(1+i) \tan \alpha} \quad (21)$$

### 2.2 膜厚比

膜厚比  $\lambda$  为齿轮摩擦副润滑状态的重要参数,

其表达式为

$$\lambda = \frac{h_{\min}}{\sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2}} \quad (22)$$

式中: $\delta_1, \delta_2$  分别为主、从动轮啮合齿面形貌轮廓的均方根偏差,  $\mu\text{m}$ 。

由文献[17]可知,当  $0.9 \leq \lambda \leq 3$  时,齿轮副工作在混合润滑状态下。

### 2.3 混合弹流摩擦系数

由文献[10]可知,齿面载荷由润滑油膜和微凸体粗糙峰共同承担。根据 Castro 等<sup>[18]</sup>建立的混合弹流润滑状态下啮合齿面的受力模型可知

$$\begin{cases} F_n = F_{ne} + F_{nb} \\ F_t = F_{te} + F_{tb} \end{cases} \quad (23)$$

式中: $F_n, F_t$  分别为齿面法向力和切向力, N;  $F_{ne}, F_{te}$  分别为完全弹流润滑状态下啮合点处的法向力和切向力, N;  $F_{nb}, F_{tb}$  分别为边界润滑状态下啮合点处的法向力和切向力, N。

令  $f_\lambda \in [0, 1]$  为混合润滑中全膜润滑区承载比,  $1 - f_\lambda$  为混合润滑中粗糙峰接触承载比, 则混合弹流润滑中完全弹流润滑和边界润滑下的齿面法向载荷与总齿面法向载荷的关系为

$$\begin{cases} F_{ne} = f_\lambda F_n \\ F_{nb} = (1 - f_\lambda) F_n \end{cases} \quad (24)$$

混合润滑中全膜润滑区承载比  $f_\lambda$  可采用文献[19]中的公式进行计算

$$f_\lambda = \frac{1.21\lambda^{0.64}}{1 + 0.37\lambda^{1.26}} \quad (25)$$

根据库伦定律,切向载荷与相应的法向载荷之间可以建立以下关系:

$$\begin{cases} F_{te} = f'_e F_{ne} = f'_e F_n f_\lambda \\ F_{tb} = f'_b F_{nb} = f'_b F_n (1 - f_\lambda) \end{cases} \quad (26)$$

由文献[6]可知

$$\frac{f'_e}{f_e} = \frac{(f_\lambda F_n)^{0.2}}{(F_n)^{0.2}} = f_\lambda^{0.2} \quad (27)$$

由于边界润滑摩擦系数通常被看成常数,所以有

$$f'_b = f_b \quad (28)$$

根据公式(25)~(28),不难推出以下混合摩擦系数计算公式(详见文献[18]):

$$f_{\text{mix}} = f_\lambda^2 f_e + (1 - f_\lambda) f_b \quad (29)$$

式中: $f_e, f_b$  分别为完全弹流润滑状态、边界润滑状态下齿面啮合点处的摩擦系数。

#### 2.3.1 边界润滑摩擦系数

如表 1 所示,许多学者都将边界润滑摩擦系数

$f_b$  看成常数。由于普通中小型汽车齿轮传动装置大多工作在高速、中载状况下,本文中边界润滑摩擦系数  $f_b$  采用文献[20]中的取值,即  $f_b = 0.15$ 。

表 1 边界润滑摩擦系数  $f_b$  的常数

Tab.1 Constant values of friction coefficient  $f_b$  under boundary lubrication

作者	$f_b$ 取值
Robbe Valoire	0.08
Williams & Barnsby	0.1
Gelinck	0.13
Hamrock	0.07~0.13
Hornig	0.08~0.15
Zhu	0.07~0.15
谷建功	0.11
冯洽恒,王顺	0.1~0.2

#### 2.3.2 弹流润滑摩擦系数

在对文献[3-9]提出的多种弹流摩擦系数进行比较分析的基础上,采用 Benedict 和 Kelley<sup>[5]</sup>提出的经验公式,经单位换算和参数变换后,可得如下以压力角  $\varphi$  为变量的弹流润滑摩擦系数表达式:

$$f_e(\varphi) = 0.0127 \left( \frac{50}{50 - 39.37\delta} \right) \lg \left( \frac{29.66W}{\rho V_s(\varphi) V_R^2(\varphi)} \right) \quad (30)$$

式中: $f_e(\varphi)$  为弹流润滑状态下啮合点的瞬时摩擦系数; $\delta$  为啮合齿面粗糙度(均方根粗糙度),  $\mu\text{m}$ ;  $\rho$  为润滑油黏度,  $\text{Pa} \cdot \text{s}$ ;  $V_s(\varphi), V_R(\varphi)$  均系  $\varphi$  的函数,分别为啮合点瞬时滑动速度和瞬时滚动速度,  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ 。

#### 2.3.3 混合润滑摩擦系数

综合公式(29)和(30),可得以下混合润滑摩擦系数表达式:

$$\begin{cases} f_{\text{mix}} = 0.0127 f_\lambda^2 \left( \frac{50}{50 - 39.37\delta} \right) \cdot \lg \left( \frac{29.66W}{\rho V_s(\varphi) V_R^2(\varphi)} \right) + 0.15(1 - f_\lambda) \\ V_s(\varphi) = \frac{\pi}{30} n_1 r_{bl} \left[ \left( 1 + \frac{1}{i} \right) \tan \varphi - \left( 1 + \frac{1}{i} \right) \tan \alpha' \right] \times 10^{-3} \\ V_R(\varphi) = \frac{\pi}{30} n_1 r_{bl} \left[ \left( 1 - \frac{1}{i} \right) \tan \varphi + \left( 1 + \frac{1}{i} \right) \tan \alpha' \right] \times 10^{-3} \end{cases} \quad (31)$$

## 3 混合润滑状态下的摩擦功耗

### 3.1 滑动摩擦功耗

根据齿面法向载荷随压力角变化的情况,将齿轮的啮合周期分为 3 个积分区间,即:  $[\alpha_{B1}, \alpha_C], [\alpha_C,$

$\alpha_D], [\alpha_D, \alpha_{B2}]$ . 则单齿啮合时的滑动摩擦总功耗为

$$P'_S = \frac{1}{\alpha_{B1} - \alpha_{B2}} \sum_{i=1}^3 \int_{\alpha_i}^{\beta_i} f(\varphi) F_n(\varphi) V_s(\varphi) \times 10^{-3} d\varphi = \frac{\pi n_1 r_{bl}^2 F_n(i+1)}{60 \times 10^6 i(\alpha_{B1} - \alpha_{B2})} \cdot$$

$$\left[ \int_{\alpha_{B2}}^{\alpha_C} \left[ 0.0127 f_{\lambda}^{1.2} \left( \frac{50}{50 - 39.37\delta} \right) \lg \left( \frac{29.66W}{\rho V_s(\varphi) V_R^2(\varphi)} \right) + f_b(1 - f_{\lambda}) \right] (\tan \varphi - \tan \alpha') \sec^2 \varphi d\varphi + \right.$$

$$2 \int_{\alpha_C}^{\alpha_D} \left[ 0.0127 f_{\lambda}^{1.2} \left( \frac{50}{50 - 39.37\delta} \right) \lg \left( \frac{29.66W}{\rho V_s(\varphi) V_R^2(\varphi)} \right) + f_b(1 - f_{\lambda}) \right] (\tan \varphi - \tan \alpha') \sec^2 \varphi d\varphi +$$

$$\left. \int_{\alpha_D}^{\alpha_{B1}} \left[ 0.0127 f_{\lambda}^{1.2} \left( \frac{50}{50 - 39.37\delta} \right) \lg \left( \frac{29.66W}{\rho V_s(\varphi) V_R^2(\varphi)} \right) + f_b(1 - f_{\lambda}) \right] (\tan \varphi - \tan \alpha') \sec^2 \varphi d\varphi \right] \quad (32)$$

考虑到重合度  $\beta$  对滑动摩擦功耗的影响, 可推出齿轮滑动摩擦功耗总量为

$$P_S = \frac{(\alpha_{B1} - \alpha_{B2}) Z_1 P'_S}{2\pi} \quad (33)$$

式中,  $Z_1$  为主动轮齿数.

### 3.2 滚动摩擦功耗

采用 Crook<sup>[21]</sup> 的齿轮瞬时滚动摩擦功耗模型,

$$P_R = \frac{1}{\alpha_{B1} - \alpha_{B2}} \sum_{i=1}^3 \int_{\alpha_i}^{\beta_i} 90h(\varphi) V_R(\varphi) \times 10^{-3} d\varphi = \frac{276.3 \zeta^{0.57} (\rho/2)^{0.71} (1.047 2n_1)^{1.71} br_{bl}^{3.11}}{10^{8.04} E^{0.03} e_3 [(i+1) \operatorname{tg} \alpha']^{0.4} i^{1.71} (\alpha_{B1} - \alpha_{B2})} \cdot$$

$$\left\{ \frac{\int_{\alpha_{B2}}^{\alpha_C} \sec^2 \varphi [(i+1) \tan \alpha' + (i-1) \tan \varphi]^{1.71} [(i+1) \tan \alpha' \tan \varphi - \tan^2 \varphi] d\varphi}{(F_n/2b \times 1000)^{0.11}} + \right.$$

$$\frac{\int_{\alpha_C}^{\alpha_D} \sec^2 \varphi [(i+1) \tan \alpha' + (i-1) \tan \varphi]^{1.71} [(i+1) \tan \alpha' \tan \varphi - \tan^2 \varphi] d\varphi}{(F_n/b \times 1000)^{0.11}} +$$

$$\left. \frac{\int_{\alpha_D}^{\alpha_{B1}} \sec^2 \varphi [(i+1) \tan \alpha' + (i-1) \tan \varphi]^{1.71} [(i+1) \tan \alpha' \tan \varphi - \tan^2 \varphi] d\varphi}{(F_n/2b \times 1000)^{0.11}} \right\} \quad (35)$$

### 3.3 齿轮啮合效率

由公式(33)和(35)可知, 齿轮啮合效率  $\eta$  的计算公式为

$$\eta = \frac{P - (P_S + P_R)}{P} \quad (36)$$

式中:  $P$  为主动轮输入功率;  $P_S$  为齿轮副平均滑动摩擦功率损失;  $P_R$  为齿轮副平均滚动摩擦功率损失.

## 4 实例与仿真

本文模拟文献[7, 23]的实验条件, 对混合润滑状态下齿轮啮合时的摩擦功耗模型进行仿真, 并与文献中的实验结果进行对比分析. 实验采用 75W90 润滑油喷油润滑, 实验参数如表 2 所示.

根据表 2 中的参数, 并结合齿轮啮合特性相关知识, 可以计算出其他参数, 如表 3 所示.

#### 4.1 $h_{\min}, \lambda, f_{\lambda}$ 的仿真值

如图5所示, 油膜厚度最小值出现在齿轮低速

进行参数变换可得

$$P'_R = 90h(\varphi) V_R(\varphi) b \times 10^{-3} \quad (34)$$

式中:  $P'_R$  为瞬时滚动摩擦功耗, kW;  $h(\varphi)$  为弹性动力油膜厚度, mm(其计算方法见文献[22]).

齿轮啮合时的滚动摩擦功耗与齿面平均滑动摩擦功耗的计算过程相同. 平均滚动摩擦功耗  $P_R$  的计算式如下:

表 2 实验与仿真参数

Tab.2 Parameters of test and simulation	
主、从动轮相关参数	数值
齿数	23
模数/mm	3.95
压力角/(°)	25
基圆直径/mm	82.34
节圆直径/mm	90.86
齿宽/mm	19.5
传动比	1
表面粗糙度/ $\mu\text{m}$	0.3
综合弹性模量/Pa	$2.276 \times 10^{11}$
润滑油黏度/(Pa · s)	0.034 7(60 °C)
润滑油压黏系数/( $\text{m}^2 \cdot \text{N}^{-1}$ )	$1.68 \times 10^{-8}$

转动区的齿根和齿顶部位. 节点处油膜厚度最大, 向两端递减, 在齿根和齿顶部位达到最小值. 最小油膜厚度随着齿轮转速的增大而增大.

如图 6 所示, 当转速在  $2\,000 \sim 8\,000 \text{ r} \cdot \text{min}^{-1}$  的范围内变化时, 其膜厚比  $\lambda \in [1, 3]$ . 因此本实例符合混合润滑条件, 可应用本文所提出的混合润滑摩

擦功耗模型.

表 3 其他参数计算值

Tab.3 Calculated values of other parameters

主动轮相关参数	数值
理论中心距/mm	90.85
实际中心距/mm	90.86
法向齿距/mm	11.246 6
啮合角/rad	0.436 6
B <sub>2</sub> 点压力角/rad	0.232 4
C 点压力角/rad	0.400 4
D 点压力角/rad	0.471 5
B <sub>1</sub> 点压力角/rad	0.608 4

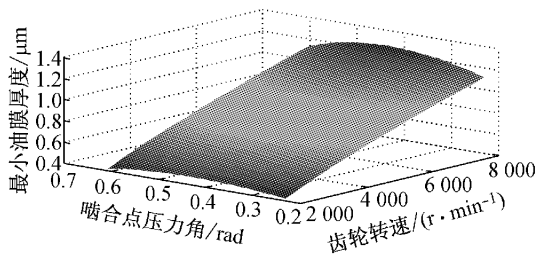


图 5 最小油膜厚度  $h_{\min}$  的变化值

Fig.5 The value of minimum film thickness  $h_{\min}$

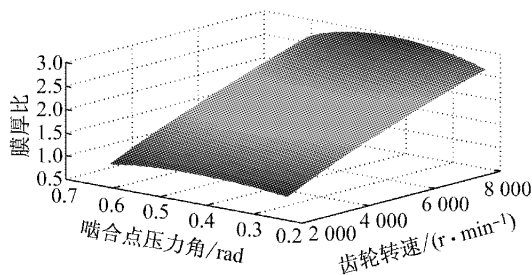


图 6 膜厚比  $\lambda$  的变化值

Fig.6 The value of film thickness ratio  $\lambda$

如图 7 所示,本实例中全膜润滑区承载比  $f_\lambda$  的最小值为 0.881 4,出现在低速转动时齿根部位; $f_\lambda$  的最大值为 1,出现在中高速转动时齿顶部位.由于  $f_\lambda > 1$  时将失去意义,因此设定如果  $f_\lambda > 1$  时,则令  $f_\lambda = 1$ .

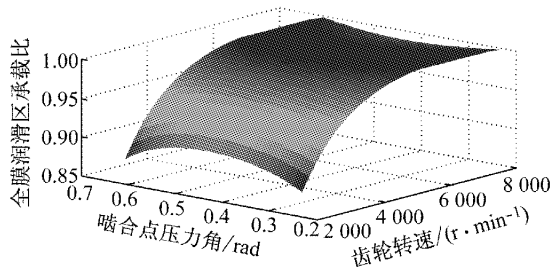


图 7 全膜润滑区承载比  $f_\lambda$  的变化值

Fig.7 The value of load bearing ratio of full film  $f_\lambda$

4.2  $V_s, V_R$  的仿真值

如图 8 所示,啮合齿面相对滑动速度的最小值

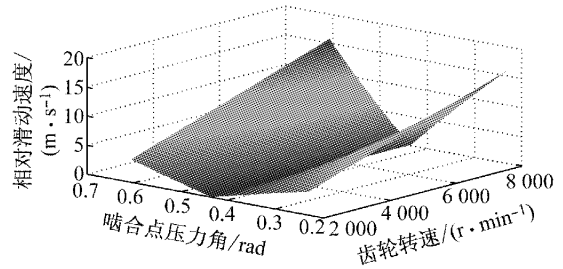


图 8 相对滑动速度的变化值

Fig.8 The value of relative sliding velocity

发生在节点附近.由公式(4)可知,节点处的相对滑动速度应为零,但其仿真值与步长有关,步长越小,越趋于零.同一转速下,节点处相对滑动速度最小,齿顶、齿根部位的相对滑动速度最大.除节点外,同一啮合点处的相对滑动速度随转速的增大而增大.

如图 9 所示,齿轮相对滚动速度最小值发生在最低转速区,最大值发生在最高转速区.相对滚动速度随着转速的增大而增大,与啮合点位置无关.

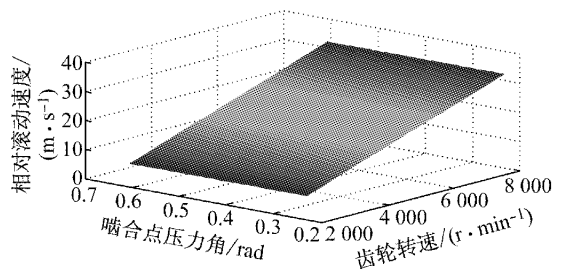


图 9 相对滚动速度的变化值

Fig.9 The value of relative rolling velocity

4.3  $f_{\text{mix}}, P_s, \eta$  的仿真值

如图 10 所示,同一转速下,节点处的混合润滑摩擦系数值最大,齿顶、齿根部位的摩擦系数最小.同一啮合点处,齿面的摩擦系数随着转速的增大而减小.

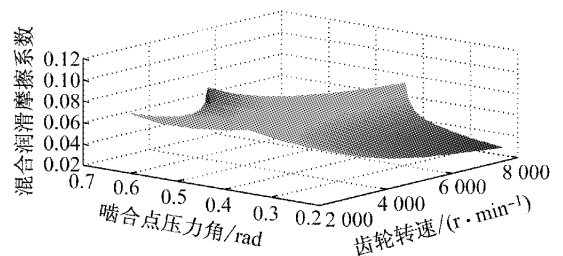


图 10 混合润滑摩擦系数的变化值

Fig.10 The value of friction coefficient of mixed lubrication

如图 11 所示,同一转速下,节点处瞬时滑动摩擦功耗最小(因为此处相对滑动速度为零,其瞬时滑动摩擦功耗为零),齿顶、齿根部滑动摩擦功耗最大,

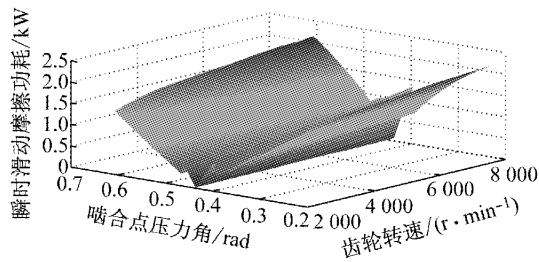


图11 单齿瞬时滑动摩擦功耗的变化值

Fig. 11 The value of meshing power loss of a single gear tooth

单、双齿啮合变换点  $C, D$  处的瞬时滑动摩擦功耗呈现陡增或陡减变化, 两侧的滑动摩擦功耗值相差一倍, 主要原因是由于  $C, D$  点两侧的法向力相差一倍。

如图12所示, 齿轮低速和高速转动时, 混合润滑状态下的摩擦功耗要高于弹流润滑状态下的摩擦功耗。这是由于: ①低速或中低速转动( $2\ 000 \sim 5\ 600\ \text{r} \cdot \text{min}^{-1}$ )时, 边界润滑在混合润滑中的比重较大, 全膜润滑区承载比较小(见图7), 齿面微凸体粗糙峰引起的摩擦功耗较大; ②中速转动( $5\ 600 \sim 6\ 300\ \text{r} \cdot \text{min}^{-1}$ )时, 全膜润滑区承载比接近1, 近似于弹流润滑, 在此转速下混合弹流润滑摩擦功耗与弹流润滑摩擦功耗几乎相等; ③高速转动( $6\ 300 \sim 8\ 000\ \text{r} \cdot \text{min}^{-1}$ )时, 由于齿面发热造成润滑油黏度明显下降和高速转动时啮合面间补油不充分等原因, 全膜润滑区承载比逐渐减小, 混合弹流润滑逐渐占优, 因而摩擦功耗较大。

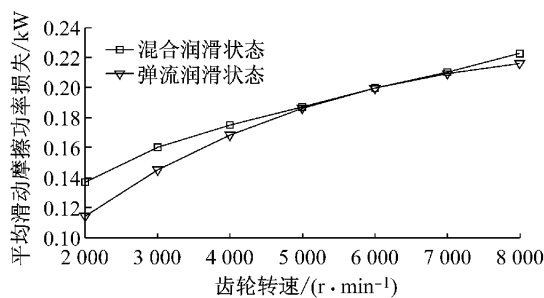


图12 齿轮平均滑动摩擦功率损失的变化值

Fig. 12 The value of gear average meshing power loss

如图13所示, 与弹流润滑摩擦功耗模型相比, 本文提出的混合润滑摩擦功耗模型仿真数据更接近文献[23]的实验值; 由于本文提出的混合润滑摩擦功耗模型中的弹流润滑摩擦功耗公式与文献[15]的功耗模型采用的是不同的弹流润滑摩擦功耗公式, 因此在具体仿真数值上两种模型不存在可比性。但从仿真数据的变化趋势方面来比较, 本文提出的混合润滑摩擦功耗模型仿真数据的变化趋势更接近实验值。

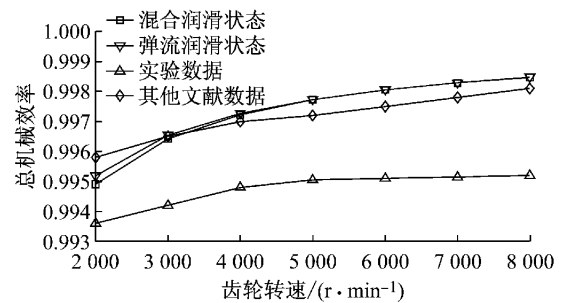


图13 效率仿真与实验数据比较

Fig. 13 Analysis of efficiency simulation and experimental data

## 5 结论

本文在对齿轮啮合时润滑状态进行判断的基础上, 设计出混合润滑状态下的摩擦系数模型。采用基于压力角分段积分方法取代现有的沿啮合线积分的方法, 建立了相应的摩擦功耗数学模型。并模拟文献[23]中实验条件, 对传动比为1的23齿齿轮副进行了仿真分析。结论如下:

(1) 现有的沿啮合线积分的摩擦功耗模型, 存在原理误差, 本文提出的基于压力角分段积分摩擦功耗模型可以有效避免该原理误差。由于啮合过程中齿面法向力发生两次突变, 因此将压力角分成三段来积分, 有效降低了分析计算的复杂度。该模型仿真与实验数据的误差小于千分之三。

(2) 通过全膜润滑区承载比这一变量, 来构建混合润滑动态摩擦系数模型, 该模型结合了弹流润滑和边界润滑两种润滑特性。仿真结果表明, 本文所建立的混合润滑动态摩擦系数模型可以较准确地反映齿面摩擦功率损失。

(3) 影响齿轮摩擦功耗实验精度的因素较多, 主要有齿轮及实验台架的制造安装误差、传感器的精度误差、润滑油黏度测量误差, 以及实验过程中油温难以准确控制等因素。因此实验数据往往与仿真结果存在一定的偏差。此外, 如何对准确剔除轴承摩擦功耗、齿轮风阻、搅油的影响也是提高实验精度的关键。

## 参考文献:

- [1] Velex P, Ville F. An analytical approach to tooth friction losses in spur and helical gears—influence of profile modifications[J]. Journal of Mechanical Design, 2009, 131(10): 1010081.
- [2] Anderson N E, Loewenthal S H. Effect of geometry and

- operating conditions on spur gear system power loss [J]. Journal of Mechanical Design, 1981, 103(4):103.
- [3] Drozdov Y N, Gavrikov Y A. Friction and scoring under the conditions of simultaneous rolling and sliding of bodies [J]. Wear, 1968, 11(4):291.
- [4] Misharin Y A. Influence of the friction condition on the magnitude of the friction coefficient in the case of rollers with sliding [C]//Proceedings of International Conference on Gearing. London: Institution of Mechanical Engineers, 1958: 159-164.
- [5] Benedict G H, Kelly B W. Instantaneous coefficients of gear tooth friction [C]//Transactions of ASLE, ASLE Lubrication Conference. Boston: ASLE, 1960:59-70.
- [6] Winter H, Michaelis K. Scoring load capacity of gears lubricated with ep-oils [C/CD]//Fall Technical Meeting, AGMA. Montreal:AGMA, 1983.
- [7] Xu H, Kahraman A, Anderson N E, *et al.* Prediction of mechanical efficiency of parallel-axis gear pairs [J]. Journal of Mechanical Design, 2007, 129(1): 58.
- [8] O'donoghue J P, Cameron A. Friction and temperature in rolling sliding contacts [J]. ASLE Transactions, 1966, 9(5): 186.
- [9] Martin K F. A review of friction predictions in gear teeth [J]. Wear, 1978, 49(2): 201.
- [10] 王时龙,冯治恒,雷松,等.时变摩擦系数对弧齿锥齿轮动力学特性的影响 [J]. 中国机械工程, 2011, 22(2):148.  
WANG Shilong, FENG Zhiheng, LEI Song, *et al.* Effect of time-varying friction coefficient dynamics of spiral bevel gear [J]. China Mechanical Engineering, 2011, 22(2):148.
- [11] 温诗铸,黄平.摩擦学原理 [M]. 4 版.北京:清华大学出版社, 2012.  
WEN Shizhu, HUANG Ping. Principle of tribology [M]. 4th ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2012.
- [12] 谷建功,方宗德,苏进展,等.混合弹流润滑下弧齿锥齿轮传动啮合效率计算方法 [J]. 农业机械学报, 2010, 41(5): 188.  
GU Jiangong, FANG Zongde, SU Jinzhan, *et al.* Calculation of meshing efficiency for spiral bevel gears under the condition of mixed elastohydrodynamic lubrication [J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Machinery, 2010, 41(5):188.
- [13] Li S, Kahraman A. A transient mixed elastohydrodynamic lubrication model for spur gear pairs [J]. Journal of Tribology, 2010, 132(1):1.
- [14] 陈辛波,卢志坚.基于弹流润滑的直齿轮动态效率模型及验证 [J]. 同济大学学报:自然科学版, 2013, 41(5):773.  
CHEN Xinbo, LU Zhijian. Modeling and validation on dynamic efficiency of spur gear pairs based on elastohydrodynamic lubrication [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2013, 41(5):773.
- [15] 周哲波.弹流润滑状态下齿轮啮合效率的研究 [J]. 机械设计, 2004, 21(12):40.  
ZHOU Zhebo. Study on gear meshing efficiency under condition of elastohydrodynamic lubrication [J]. Journal of Machine Design, 2004, 21(12):40.
- [16] 王宁侠,蒋新萍.齿轮传动最小油膜厚度分析及改善润滑的措施 [J]. 陕西科技大学学报:自然科学版, 2009, 27(6): 84.  
WANG Ningxia, JIANG Xinping. Lowest oil film thickness analysis of area drive & improve lubrication measure [J]. Journal of Shaanxi University of Science & Technology, 2009, 27(6): 84.
- [17] 畅通,王优强.考虑粗糙度的直齿圆柱齿轮热混合润滑分析 [J]. 润滑与密封, 2009, 34(4):35.  
CHANG Tong, WANG Youqiang. Thermal mixed lubrication analysis of involute spur gear considering roughness [J]. Lubrication Engineering, 2009, 34(4):35.
- [18] Castro J, Seabra J. Coefficient of friction in mixed film lubrication: gears versus twin-discs [J]. Journal of Engineering Tribology, 2007, 221(3):399.
- [19] ZHU D, HU Y. A computer program package for the prediction of EHL and mixed lubrication characteristics, friction, subsurface stresses and flash temperatures based on measured 3-D surface roughness [J]. Tribology Transactions, 2001, 44 (3):383.
- [20] 冯治恒,王时龙,雷松,等.时变摩擦系数对准双曲面齿轮动力学行为的影响 [J]. 重庆大学学报, 2011, 34(12): 9.  
FENG Zhiheng, WANG Shilong, LEI Song, *et al.* Effects of time-varying friction coefficient on hypoid gear dynamics [J]. Journal of Chongqing University, 2011, 34(12): 9.
- [21] Crook A W. The lubrication of rollers IV. Measurements of Friction and Effective Viscosity [J]. Philosophical Transactions of the Royal Society, 1963, 255(1056): 281.
- [22] Hamrock B J, Jacobson B O. Elastohydrodynamic lubrication of line contacts [J]. ASLE Transactions, 1984, 27(4): 275.
- [23] XU H. Development of a generalized mechanical efficiency prediction methodology for gear pairs [D]. Columbus: Ohio State University, 2005.