

# 考虑对流条件下氯离子在混凝土中的输运计算

岳著文<sup>1,2</sup>, 李镜培<sup>1,2</sup>, 杨 博<sup>1,2</sup>

(1. 同济大学 土木工程学院, 上海 200092; 2. 同济大学 岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092)

**摘要:** 将氯离子在混凝土中的输运区分为对流-扩散耦合区和扩散区, 分别采用分离变量法和变量代换法对耦合区和扩散区氯离子输运进行求解, 得到对流作用条件下氯离子在混凝土中输运的解析解. 通过对耦合区解答稳定性分析确定了耦合区氯离子计算参数取值范围: 叠加项  $n \geq 100$ , 耦合区氯离子影响深度  $l \geq 1\ 000$  mm. 算例分析表明, 在对流作用条件下, 对流深度、渗流速率和  $C_0$  (初始自由氯离子质量与混凝土质量比) 与  $C$  (混凝土中自由氯离子质量与混凝土质量比) 累积呈正相关, 但随计算时间增大, 对流深度和渗流速率增大时,  $C$  差异增大, 而  $C_0$  增大时,  $C$  差异变小. 通过对 38 年的对流区混凝土中  $C$  的拟合验证了计算模型的准确性.

**关键词:** 混凝土; 氯离子; 对流作用; 扩散; 分离变量法

**中图分类号:** TU528

**文献标志码:** A

## Calculation of Chloride Ions Transportation in Concrete Considering Convection

YUE Zhuwen<sup>1,2</sup>, LI Jingpei<sup>1,2</sup>, YANG Bo<sup>1,2</sup>

(1. College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** By dividing the transportation area of chloride ions in concrete into convection-diffusion coupling and diffusion areas. Separation of variables method and variable substitution method have been used to resolve chloride ions transportation equations of coupling and diffusion areas, respectively. Analytical solutions of the chloride ions transportation in concrete have been presented considering convection. Based on the stability analysis of coupling area solution, the scopes of calculation parameters are determined: superposition times  $n$  and chloride ions influence depth  $l$  must be no less than 100 and 1 000 mm, respectively. A positive correlation between convection depth, seepage velocity and initial chloride content with the accumulation of chloride ions in concrete was found by calculations and analyses. With the increase of time, the

chloride ion concentration differences increase with the increase in convection depth and seepage velocity, while decrease with the increase in initial chloride content. Accuracy of the calculation model is verified by fitting the chloride ions concentration in a 38 years concrete suffering from convection.

**Key words:** concrete; chloride ions; convection effects; diffusion; method of separation of variables

海洋环境中钢筋混凝土耐久性问题日益引起人们的关注. Mehta<sup>[1]</sup>指出, 氯离子引起的钢筋锈蚀是影响钢筋混凝土耐久性的主要原因. 氯离子在混凝土中输运主要通过扩散、毛细管吸附、渗透和电化学反应等<sup>[2]</sup>方式. 电化学反应是孔隙液中的离子在外加电场的作用下发生定向移动, 通常被应用于实验室加速混凝土构件锈蚀, 由于自然环境中不存在电场加速作用, 电化学反应一般不予考虑. 国内外研究大多采用 Fick 第二定律<sup>[3]</sup>来描述扩散, 并以此预测钢筋混凝土寿命<sup>[4]</sup>. 但仅仅计算扩散往往难以得到令人满意的结果. 文献<sup>[5]</sup>指出, 混凝土中氯离子输运计算不应仅考虑理想的扩散, 而且应考虑多种影响氯离子输运因素, 建立多因素计算模型. 文献<sup>[6]</sup>认为扩散和毛细作用耦合条件下混凝土中  $C$  (混凝土中自由氯离子质量与混凝土质量比) 远远大于单独考虑扩散作用条件下, 见图 1. 若仅考虑扩散作用, 所计算的  $C$  偏小, 混凝土耐久性寿命被严重高估. 因此, 计算混凝土中氯离子输运时, 除扩散作用外, 还应考虑包括毛细作用、渗透等的对流作用. 考虑对流和扩散作用, 混凝土中氯离子输运方程称为对流扩散方程, 对于对流扩散方程的解答, 国内外研究一般采用有限元法<sup>[7]</sup>和有限差分法<sup>[8]</sup>等数值解法. 然而, 由于对流区只存在于混凝土表面一定的深度<sup>[9]</sup>, 这些解答并不适合混凝土中氯离子输运计算. 考虑对

收稿日期: 2014-02-14

基金项目: 国家自然科学基金(51178341)

第一作者: 岳著文(1986—), 男, 博士生, 主要研究方向为近海混凝土工程耐久性. E-mail: yuezhuwen@126.com

通讯作者: 李镜培(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为岩土力学及桩基础工程. E-mail: lijip2773@tongji.edu.cn

流作用,文献[10]将对流-扩散耦合区和对流区加以区分,采用差分法对耦合区对流扩散方程进行求解,通过假定扩散区初始边界条件,采用传统解<sup>[3]</sup>对扩散区进行解答,其计算准确性有待验证.因此,考虑对流作用条件下,对于混凝土中氯离子运输的计算,尚未建立解析解答.本文对耦合区和扩散区分别采用不同的解答方法,建立对流条件下混凝土中氯离子运输解析解答,并通过实测数据对计算模型加以验证.

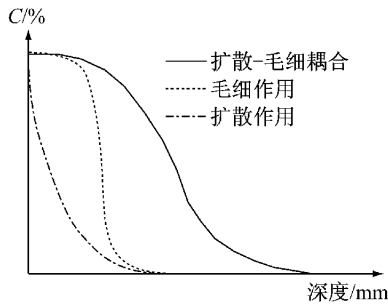


图1 对流条件下氯离子运输分解图

Fig.1 Break down drawing of chloride ions transportation considering convection

## 1 氯离子在混凝土中的运输

### 1.1 扩散作用

扩散是指溶液中的离子在化学势梯度的作用下发生的定向迁移现象,迁移的最终结果使整个溶液化学势达到平衡.化学势与溶液中离子的浓度有关,即扩散是由浓度差引起的.

由 Fick 第一定律可知, $J = -D \cdot \nabla C$ ,根据溶液中离子的守恒方程 $\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot J = 0$ 得到 Fick 第二定律

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \nabla^2 C \quad (1)$$

式中: $J$  为氯离子扩散通量, $g \cdot mm^{-2} \cdot s^{-1}$ ;  $D$  为扩散系数, $mm^2 \cdot s^{-1}$ ;  $t$  为计算时间, $s$ .

### 1.2 对流作用

对流是指离子随溶液发生整体迁移的现象.一般认为,混凝土材料是均质的多孔介质,氯离子在混凝土中发生的对流主要是孔隙液在渗透、毛细吸附作用下发生的整体迁移.

氯离子对流通量可以表示为 $J = -C \cdot \bar{v}$ ,式中 $\bar{v}$ 为孔隙液在混凝土孔隙中的渗流速率.

#### 1.2.1 渗透

孔隙液在外界压力差作用下在多孔介质中发生

的定向流动称为渗透,其过程符合达西定律:

$$Q = -\frac{k}{\eta} \nabla p \quad (2)$$

式中: $Q$  为孔隙液体积流速, $mm^3 \cdot s^{-1}$ ;  $k$  为渗透系数, $mm \cdot s^{-1}$ ;  $\eta$  为液体黏滞性系数, $Pa \cdot s$ ;  $p$  为压力水头, $mm$ .

#### 1.2.2 毛细作用

毛细现象指的是由于液体表面张力的存在,在多孔介质中,为了使液面两侧压力达到平衡而发生的溶液整体流动现象.混凝土桥墩水位以上区域发生的氯离子侵蚀实质上就是由毛细作用引起的.毛细作用在计算上可等效为压力渗流,同样符合达西定律.

综合考虑扩散、对流作用,混凝土中氯离子运输方程可以表示为

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \nabla \cdot (D \cdot \nabla C - C \cdot (v_p + v_c)) \quad (3)$$

式中: $v_p$  为压力渗透引起的孔隙液流速, $mm \cdot s^{-1}$ ;  $v_c$  为毛细作用引起的孔隙液流速, $mm \cdot s^{-1}$ .

## 2 考虑对流条件下氯离子在混凝土中运输的解析解答

### 2.1 考虑对流氯离子扩散方程

由于毛细和渗透作用深度有限,对流区只存在于距混凝土表面一定深度的范围内<sup>[9]</sup>,记为 $\Delta x$ ,该深度内氯离子通过对流和扩散作用向混凝土内部运输,深度大于该值,氯离子主要通过扩散作用运输.因而,由于运输机理不同,对流作用下混凝土中氯离子运输可分为对流-扩散耦合区和扩散区 2 个明显的区域,见图 2. 其中,耦合区氯离子运输较快, $C$  较高,但由于对流作用仅作用于有限深度范围,且随深度增大逐渐变弱,因此,该范围内 $C$  逐渐降低.当运输至 $\Delta x$ 后,毛细作用消失,氯离子开始自由扩散.扩散一般认为是离子由高浓度区向低浓度区迁移.由于耦合区 $C$  大于扩散区的,因此,扩散区氯离子并不会向耦合区迁移,扩散区和耦合区氯离子运输彼此独立.所以,可分别对耦合区和扩散区氯离子运输进行求解,得到考虑对流条件下混凝土中氯离子运输的解答.

对于混凝土中氯离子运输计算,考虑一维情况即可满足工程应用,因此,由式(3)可得对流条件下对流-扩散耦合区一维氯离子运输方程如下:

$$\frac{\partial C_1}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C_1}{\partial x_1^2} - (v_p + v_c) \frac{\partial C_1}{\partial x_1} \quad (0 < x_1 < \Delta x) \quad (4)$$

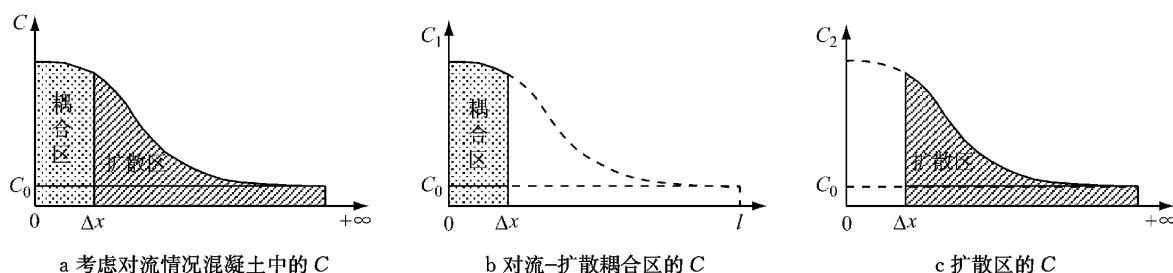


图 2 考虑对流混凝土中氯离子输运计算示意

Fig.2 Calculations sketch of chloride ions transportation in concrete considering convection

式中,  $C_1$  为耦合区自由氯离子质量与混凝土质量比, %;  $x_1$  为耦合区氯离子计算深度, mm.

边界条件为

$$C_1|_{x_1=0} = C_s \quad (5)$$

初始条件为

$$C_1|_{t=0} = C_0 \quad (6)$$

式中:  $C_s$  为混凝土表面自由氯离子质量与混凝土质量比, %;  $C_0$  为混凝土中初始自由氯离子质量与混凝土质量比, %.

对于扩散区, 根据 Fick 第二定律, 其氯离子扩散方程为

$$\frac{\partial C_2}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C_2}{\partial x_2^2} \quad (\Delta x \leq x_2 < +\infty) \quad (7)$$

式中:  $C_2$  为扩散区自由氯离子质量与混凝土质量比, %;  $x_2$  为扩散区氯离子计算深度, mm.

初始边界条件为

$$C_2|_{t=0} = C_0; C_2|_{x_2=\Delta x} = C_1|_{x_1=\Delta x}, C_2|_{x_2 \rightarrow +\infty} = C_0 \quad (8)$$

## 2.2 耦合区氯离子输运解答

采用分离变量法对式(4)进行解答, 尚缺少一边界条件, 现假定混凝土中某一足够长的深度  $l$  处, 由对流和扩散输运的  $C$  为零, 即  $C|_{x_1=l} = C_0$ , 可将该深度  $l$  称为耦合区氯离子影响深度. 在对流作用条件下, 毛细作用深度有限, 由压力和毛细作用引起的孔隙液渗流速率随渗流深度增大逐渐减小, 到达  $\Delta x$  处变为零. 但为简化计算, 可假定耦合区孔隙液平均渗流速率为  $v$ , 且  $v$  与  $x, t$  无关, 为一常数<sup>[11-12]</sup>. 式(4)变为

$$\frac{\partial C_1}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C_1}{\partial x_1^2} - v \frac{\partial C_1}{\partial x_1} \quad (9)$$

式中:  $v$  为孔隙液平均渗流速率,  $\text{mm} \cdot \text{s}^{-1}$ .

边界条件变为

$$C_1|_{x_1=0} = C_s, \quad C_1|_{x_1=l} = C_0 \quad (10)$$

式(10)为非齐次边界条件, 现引入函数  $u(x_1, t)$ , 令

$$C_1(x_1, t) = u(x_1, t) + w(x_1) \quad (11)$$

并令  $u(x_1, t)$  为齐次边界条件,  $w(x_1)$  应满足

$$\begin{cases} w(0) = C_1|_{x_1=0} - u|_{x_1=0} = C_s - 0 = C_s \\ w(l) = C_1|_{x_1=l} - u|_{x_1=l} = C_0 - 0 = C_0 \end{cases} \quad (12)$$

将式(11)代入式(9)中得

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} - v \frac{\partial u}{\partial x_1} + D \frac{\partial^2 w(x_1)}{\partial x_1^2} - v \frac{\partial w(x_1)}{\partial x_1} \quad (13)$$

为得到与  $w(x_1)$  无关的关于  $u(x_1, t)$  的扩散方程, 令式(13)中关于  $w(x_1)$  的项为零, 即

$$D \frac{\partial^2 w(x_1)}{\partial x_1^2} - v \frac{\partial w(x_1)}{\partial x_1} = 0 \quad (14)$$

式(14)为二阶线性微分方程, 结合  $w(x_1)$  的边界条件式(12), 可求出  $w(x_1)$ .

$$w(x_1) = \frac{C_s - C_0}{1 - e^{\frac{v}{D}l}} \cdot e^{\frac{v}{D}x_1} + \frac{C_0 - C_s \cdot e^{\frac{v}{D}l}}{1 - e^{\frac{v}{D}l}} \quad (15)$$

为此, 式(13)简化为

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} - v \frac{\partial u}{\partial x_1} \quad (16)$$

其齐次边界条件

$$u|_{x_1=0} = 0, u|_{x_1=l} = 0 \quad (17)$$

初始条件

$$u|_{t=0} = C|_{t=0} - w(x_1) = C_0 - w(x_1) \quad (18)$$

现采用分离变量法解答式(16), 令

$$u(x_1, t) = X(x_1)T(t) \quad (19)$$

将式(19)代入式(16)中, 化简得

$$\frac{T'(t)}{T(t)} = \frac{DX''(x_1) - vX'(x_1)}{X(x_1)} = -\lambda \quad (20)$$

其中,  $\lambda$  为常数. 式(20)可变化为

$$DX''(x_1) - vX'(x_1) + \lambda X(x_1) = 0 \quad (21)$$

$$T'(t) + \lambda T(t) = 0 \quad (22)$$

式(21)为二阶线性微分方程, 对其进行求解, 并利用边界条件式(17), 可得到非零特征解, 并解出  $\lambda$ .

$$X_n(x_1) = A_n e^{\frac{v}{D}x_1} \sin\left(\frac{n\pi}{l}x_1\right) \quad (23)$$

式中,  $A_n$  为待定系数;  $n$  为正整数.

$$\lambda = \frac{n^2 \pi^2 D}{l^2} + \frac{v^2}{4D} \quad (24)$$

将  $\lambda$  代入式(22)中,解出  $T(t)$ .

$$T_n(t) = B_n e^{-\left(\frac{n^2 \pi^2 D}{l^2} + \frac{v^2}{4D}\right)t} \quad (25)$$

根据式(19),并利用叠加原理可求得

$$u(x_1, t) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(x_1, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \{X_n(x_1) T_n(t)\} = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \varphi_n e^{-\left(\frac{n^2 \pi^2 D}{l^2} + \frac{v^2}{4D}\right)t} e^{\frac{v}{2b} x_1} \sin\left(\frac{n\pi}{l} x_1\right) \right\} \quad (26)$$

式中,  $\varphi_n$  为待定系数,  $\varphi_n = A_n \cdot B_n$ . 利用初始条件式(18),根据式(26)有

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \varphi_n e^{\frac{v}{2b} x_1} \sin\left(\frac{n\pi}{l} x_1\right) \right\} = C_0 - w(x_1) \quad (27)$$

将式(27)两边同时乘以  $\sin\left(\frac{m\pi}{l} x_1\right)$  ( $m$  为正整数),并在  $[0, l]$  上积分,利用三角函数正交性,可解出  $\varphi_n$ .

$$\varphi_n = -\frac{8n\pi D^2}{v^2 l^2 + 4n^2 \pi^2 D^2} (C_s - C_0) \quad (28)$$

根据式(11)、式(15)、式(26)可得混凝土对流-扩散耦合区氯离子输运解答为

$$C_1(x_1, t) = \frac{C_s - C_0}{1 - e^{\frac{v}{b}}} \cdot e^{\frac{v}{2b} x_1} + \frac{C_0 - C_s \cdot e^{\frac{v}{b} t}}{1 - e^{\frac{v}{b}}} - \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{8n\pi D^2}{v^2 l^2 + 4n^2 \pi^2 D^2} (C_s - C_0) \cdot e^{-\left(\frac{n^2 \pi^2 D}{l^2} + \frac{v^2}{4D}\right)t} \cdot e^{\frac{v}{2b} x_1} \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{l} x_1\right) \right\} \quad (29)$$

式中,  $0 < x_1 \leq \Delta x$ .

### 2.3 扩散区氯离子输运解答

对于扩散区氯离子控制方程式(7),由于边界条件  $C_2|_{x_2=\Delta x} = C_1|_{x_1=\Delta x}$ ,而  $C_1|_{x_1=\Delta x}$  与时间  $t$  有关,为变边界条件,采用分离变量法难以解答,文献[10]将该边界条件进行了假定,与实际边界  $C_s$  差异较大. 本文采用变量代换法求解这种变边界问题. 对方程(7)进行波尔兹曼变换,令  $\beta = \frac{x_2}{2\sqrt{Dt}}$ , 则

$$\frac{\partial C_2}{\partial t} = \frac{\partial C_2}{\partial \beta} \cdot \frac{\partial \beta}{\partial t} = -\frac{x_2}{4t^{3/2} \sqrt{D}} \frac{\partial C_2}{\partial \beta} = -\frac{x_2}{2t \cdot 2\sqrt{Dt}} \frac{\partial C_2}{\partial \beta} = -\frac{\beta}{2t} \frac{\partial C_2}{\partial \beta} \quad (30)$$

$$\frac{\partial^2 C_2}{\partial x_2^2} = \frac{\partial C_2}{\partial x_2} \left( \frac{\partial C_2}{\partial \beta} \cdot \frac{\partial \beta}{\partial x_2} \right) = \frac{\partial C_2}{\partial x_2} \left( \frac{1}{2\sqrt{Dt}} \frac{\partial C_2}{\partial \beta} \right) = \frac{1}{2\sqrt{Dt}} \frac{\partial C_2}{\partial x_2} \left( \frac{\partial C_2}{\partial \beta} \right) = \frac{1}{2\sqrt{Dt}} \frac{\partial^2 C_2}{\partial \beta^2} \cdot \frac{\partial \beta}{\partial x_2} = \frac{1}{4Dt} \frac{\partial^2 C_2}{\partial \beta^2} \quad (31)$$

将式(30)、式(31)代入式(7)中,得

$$-\frac{\beta}{2t} \frac{\partial C_2}{\partial \beta} = D \frac{1}{4Dt} \frac{\partial^2 C_2}{\partial \beta^2} \quad (32)$$

整理式(32),得到

$$\frac{d^2 C_2}{d\beta^2} + 2\beta \frac{dC_2}{d\beta} = 0 \quad (33)$$

式(33)为常微分方程,对其进行解答,得

$$C_2 = A_1 \int_0^\beta \exp(-\beta^2) d\beta + A_2 \quad (34)$$

其中,  $A_1, A_2$  为待定系数. 误差函数  $\text{erf}(\beta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\beta \exp(-\beta^2) d\beta$ , 将其代入式(34)得到

$$C_2 = A_1 \text{erf}(\beta) + A_2 \quad (35)$$

由于  $\beta = \frac{x_2}{2\sqrt{Dt}}$ , 首先可用边界条件  $C_2|_{x_2=0} = C_1|_{x_1=\Delta x}, C_2|_{x_2 \rightarrow +\infty} = C_0$ , 联立方程先求得  $A_1, A_2$  的解.

$$\begin{cases} A_1 = C_0 - C_1|_{x_1=\Delta x} \\ A_2 = C_1|_{x_1=\Delta x} \end{cases} \quad (36)$$

由于式(8)中  $C_2|_{x_2=\Delta x} = C_1|_{x_1=\Delta x}$ , 将式(36)代入式(35),并将解答沿  $x_2$  轴平移  $\Delta x$  单位即得到扩散区氯离子输运解答为

$$C_2(x_2, t) = C_0 + (C_1|_{x_1=\Delta x} - C_0) \cdot \left[ 1 - \text{erf}\left(\frac{x_2 - \Delta x}{2\sqrt{Dt}}\right) \right] \quad (37)$$

式中,  $x_2 > \Delta x$ .

## 3 算例分析

### 3.1 计算参数选取

施惠生等<sup>[12]</sup>对杭州湾地区调查表明,海洋大气区普通混凝土  $C_s$  处于 0.35%~0.45% 的范围,设计计算时可取大值,本文计算选取  $C_s = 0.45\%$ ; 根据文献[13]取  $v = 2 \times 10^{-8} \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$ ; 文献[14]指出,一般情况下可取对流区深度 10 mm; 文献[15]研究得到混凝土中氯离子扩散系数与水灰比的关系为

$$D = 0.04(1.166^{w/c}) \times 10^{-6} \quad (38)$$

式中,  $w/c$  为水灰比(水胶比). 以  $w/c = 0.3$  为例,计算出扩散系数  $D = 3.33 \times 10^{-7} \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ .

### 3.2 耦合区计算稳定性讨论

由式(29)、式(37)可知,考虑对流作用,混凝土中氯离子输运主要受叠加计算项数  $n$  以及  $l, \Delta x, v$  和  $C_0$  等因素影响. 其中,  $n, l$  的取值影响耦合区以及扩散区氯离子计算的准确性,需对其取值范围进行探讨.

#### 3.2.1 叠加计算项数对计算稳定性影响分析

由于耦合区氯离子输运解答采用了叠加原理,  $n$

的选取直接影响计算的准确性. 选取不同的  $n$  值 ( $l=1\ 000\text{ mm}$ , 由讨论得出该值满足计算要求) 其对氯离子运输的影响见图 3.

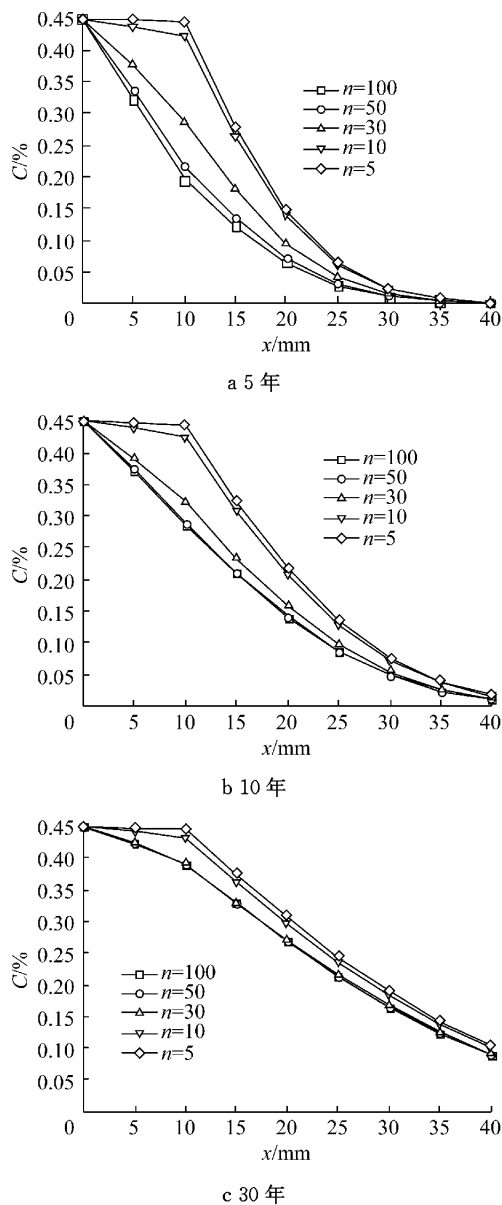


图 3 叠加项对氯离子运输的影响

Fig. 3 Influence of superposition times on the transportation of chloride ions

由图 3 可以得出, 若  $n$  取值较小, 氯离子扩散计算值将偏大, 且  $n$  值越小, 计算偏差越大, 对计算精度的影响越显著. 结合图 2 得出, 计算时间越长, 计算偏差有减小的趋势. 计算显示, 即使计算时间较短 ( $t=5$  年), 当  $n=50$  时,  $C$  的计算值与  $n=100$  时的  $C$  值差异较小, 说明计算趋于稳定, 时间再增大时,  $n=50$  和  $n=100$  时  $C$  的曲线重合. 理论上,  $n$  值越大  $C$  计算越准确, 但工程应用时选取极大的  $n$  值并不实用. 计算表明, 当  $n \geq 100$  时,  $C$  几乎不变, 可认为

计算达到稳定, 本文其他算例计算中选用  $n=100$ .

### 3.2.2 计算深度取值范围的讨论

由于  $l$  的取值主要影响耦合区  $C$  的计算, 因此, 主要对该区域进行讨论, 计算不同  $l$  值条件下  $C$  的变化见图 4.

图 4 显示, 当  $l$  取值较小时 ( $l=50\text{ mm}$ ), 所计算  $C$  偏小, 且计算偏差随扩散时间增大而增大. 当  $l$  取值足够大时 ( $l=100\text{ mm}$ ,  $l=1\ 000\text{ mm}$ ), 随着计算时间增大,  $l=100\text{ mm}$  和  $l=1\ 000\text{ mm}$  所计算的  $C$  曲线都能够良好吻合, 其偏差极小, 可认为当  $l \geq 100$  时, 计算稳定. 理论上,  $l$  值越大, 计算越准确, 考虑到规范<sup>[16]</sup>中规定氯盐环境中钢筋混凝土保护层厚度一般为  $35 \sim 70\text{ mm}$ , 为保守计算, 可选用  $l=1\ 000\text{ mm}$ .

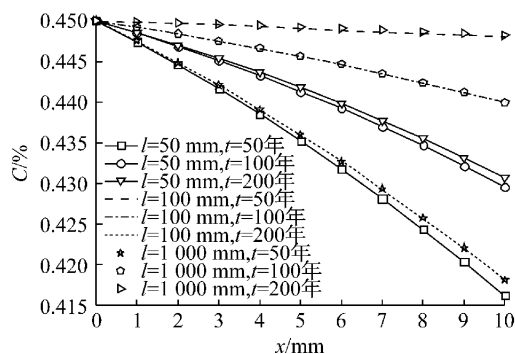


图 4 计算深度对氯离子运输的影响

Fig. 4 Influence of calculation depth on the transportation of chloride ions

### 3.3 参数因素分析

#### 3.3.1 对流深度

图 5 给出了不同对流深度  $\Delta x$  条件下混凝土中  $C$  的分布. 当计算时间较短时, 对流深度对氯离子运输影响并不明显. 计算时间相同时, 对流区深度越

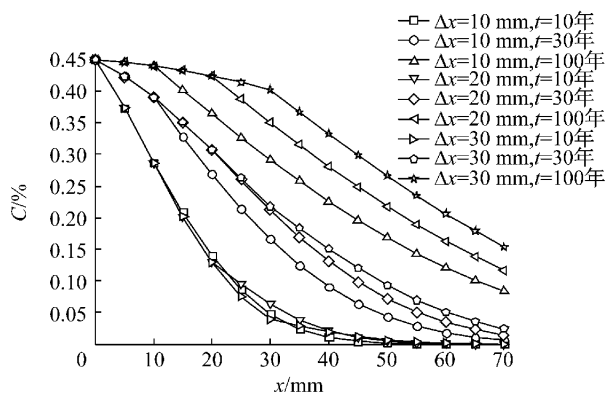


图 5 对流深度对氯离子运输的影响

Fig. 5 Influence of convection depth on the transportation of chloride ions

大,  $C$  越大, 但当计算时间增大时, 对流区深度增大对  $C$  输运的促进作用越明显。

### 3.3.2 渗流速率

图 6 为不同渗流速率条件下 3 个时间点的  $C$  分布。需要特别指出的是, 当计算  $v=0$  时, 由于式(15)中  $v \neq 0$ , 因此, 不可使用式(29)计算耦合区  $C$ 。实际上, 当  $v=0$  时, 不再有所谓的耦合区, 即此时  $\Delta x=0$ 。因此, 应采用式(37)计算  $C$  分布, 此时  $C_1|_{x_1=\Delta x}=C_1|_{x_1=0}=C_s$ , 即

$$C_2(x_2, t) = C_0 + (C_s - C_0) \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{x_2}{2\sqrt{Dt}} \right) \right] \quad (39)$$

式中,  $0 \leq x_2 \leq +\infty$ 。式(39)即为基于无限大假设的 Fick 第二定律解答<sup>[3]</sup>。

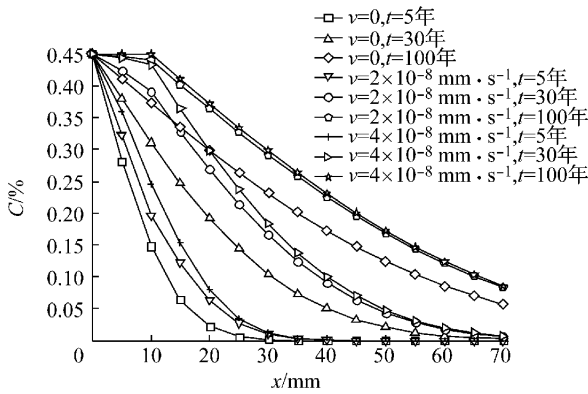


图 6 渗流速率对氯离子输运的影响

Fig.6 Influence of seepage velocity on the transportation of chloride ions

图 6 显示, 若不考虑对流作用,  $C$  计算值偏小, 随着计算时间增大, 所计算  $C$  与考虑对流时的  $C$  偏差有增大的趋势, 且即使与较小的  $v$  ( $v=2 \times 10^{-8} \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$ ) 相比, 也产生了较大的  $C$  差异。说明即使很小的  $v$ , 随着计算时间增大, 其对氯离子输运具有放大效应, 设计计算时不可将其忽略。此外, 当计算时间足够长时,  $C$  分布近似为一条水平线, 此时  $C$  接近于  $C_s$ , 即  $C_2|_{x_2=\Delta x}=C_1|_{x_1=\Delta x} \approx C_s$ 。因此, 不同  $v$  条件下, 当计算时间增大时,  $C_2$  越来越接近, 表现为随着计算时间增大,  $C$  曲线偏差变小。当计算时间足够长时, 考虑对流作用, 混凝土中  $C$  分布方程变为

$$C_1 = C_s, \quad 0 < x_1 < \Delta x \quad (40)$$

$$C_2(x_2, t) = C_0 + (C_s - C_0) \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{x_2 - \Delta x}{2\sqrt{Dt}} \right) \right] \quad (41)$$

式中,  $\Delta x < x_2 < +\infty$ 。式(41)即为文献[10]对流条件下扩散区氯离子简化计算形式。此种简化仅适用于

计算时间较长、渗流速率较大的情况, 氯离子侵蚀时间较短时, 简化计算值偏大, 不推荐使用。

### 3.3.3 $C_0$

规范<sup>[16]</sup>规定, 不同环境条件下新拌混凝土中自由氯离子与胶凝材料质量比范围为 0.1%~0.3%, 本文计算采用与混凝土的质量比, 需要进行转化。按照每立方米混凝土中水泥 400 kg 而混凝土密度  $2300 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  进行换算, 得出不同环境条件下新拌混凝土中  $C$  的范围为 0.02%~0.05%。选取  $C_0=0$ ,  $C_0=0.03\%$  和  $C_0=0.05\%$  计算不同侵蚀时间下  $C$  的分布, 见图 7。

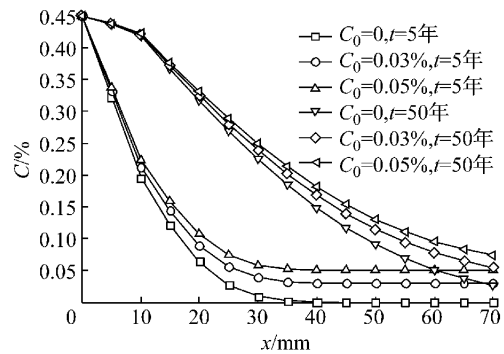


图 7  $C_0$  对氯离子输运的影响

Fig.7 Influence of  $C_0$  on the transportation of chloride ions

图 7 显示, 考虑对流作用时, 在规范规定范围内,  $C_0$  对氯离子扩散有一定的影响, 但随扩散时间增长, 不同  $C_0$  所引起的  $C$  的差异有减小的趋势。

## 4 模型验证

### 4.1 与数值计算对比

采用 MATLAB 软件对耦合区和扩散区进行差分计算, 耦合区式(9)用差分法表达, 整理后得

$$C_1(i+1, j) = C_1(i, j) + \frac{D \cdot \tau}{h^2} [C_1(i, j+1) - 2C_1(i, j) + C_1(i, j-1)] - \frac{v \cdot \tau}{h} [C_1(i, j+1) - C_1(i, j)] \quad (42)$$

式中:  $\tau$  为时间增量步;  $h$  为输运深度增量步。同样对于扩散区式(7)变换, 得

$$C_2(i+1, j) = C_2(i, j) + \frac{D \cdot \tau}{h^2} [C_2(i, j+1) - 2C_2(i, j) + C_2(i, j-1)] \quad (43)$$

本文解答与差分法计算对比见图 8。计算表明, 由于差分计算同时产生截断误差和舍入误差, 与本文解析计算相比, 扩散区计算数值偏低, 耦合区计算

符合较好. 两者  $C$  变化趋势一致, 随着计算时间增加, 2 种方法所计算  $C$  差异减少, 说明本文解析解答计算准确.

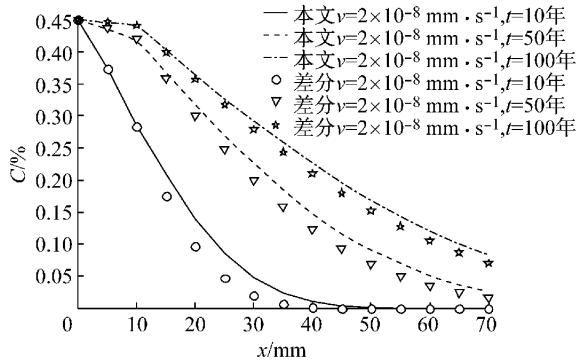


图 8 本文计算与数值计算对比

Fig. 8 Comparison of model calculation and numerical calculation

#### 4.2 试验验证

文献[17]对委内瑞拉一座大桥(General Rafael Urdaneta Bridge)的桥墩进行取芯, 取芯部位位于海面附近以上位置, 研究该混凝土桥墩 38 年后氯离子分布情况. 文献[6]指出, 混凝土桥墩水位以上附近区域中发生氯离子侵蚀的原因在于所谓的“灯芯”效应导致海水渗透进入水面以上位置, 这种“灯芯”效应实际上就是毛细作用, 可采用本文模型进行氯离子输运计算. 桥墩水泥用量  $390 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , 文献[18]中所用  $C$  单位为  $10^{-6}$ , 可按照混凝土密度  $2300 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  进行转换. 根据转换后的试验测试结果确定以下参数进行拟合:  $C_s = 0.27\%$ ,  $\Delta x = 17 \text{ mm}$ ,  $D = 2 \times 10^{-7} \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $v = 3 \times 10^{-8} \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $C_0 = 0.11\%$ . 试验测试结果与计算拟合结果, 见图 9. 从图中可以看出, 文献[17]拟合曲线平直, 计算精度较低, 该文作者认为拟合曲线在峰值点(约为 17 mm)右侧符合较好, 但不能准确反映峰值左侧  $C$  分布, 而

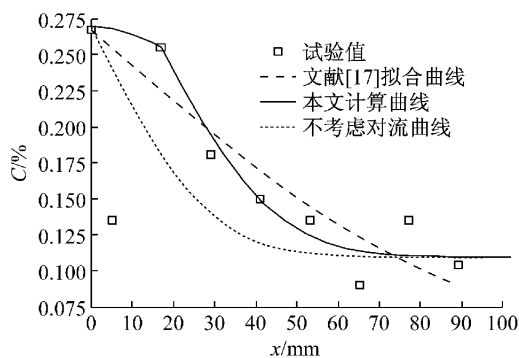


图 9 模型计算与试验结果对比

Fig. 9 Comparison of model calculation and experimental data

本文通过对峰值点左右两侧分别计算, 所计算  $C$  分布曲线与试验测定值符合良好, 说明计算准确. 同时可以发现, 若不考虑对流作用, 所计算  $C$  偏小, 计算欠准确.

## 5 结论

(1) 考虑对流作用条件下, 由于氯离子输运机理不同, 混凝土中氯离子输运计算时应分为耦合区和扩散区, 可分别采用分离变量法和变量代换法计算  $C$ .

(2) 为确保耦合区  $C$  计算的稳定性, 相应计算参数需满足:  $n \geq 100$ ,  $l \geq 1000 \text{ mm}$ .

(3) 参数影响分析表明: 对流深度、渗流速率和  $C_0$  与混凝土中  $C$  累积呈正相关, 随计算时间增大, 对流深度和渗流速率增大时,  $C$  差异增大, 但  $C$  差异随  $C_0$  增大而变小, 说明对流深度和对流速率对氯离子输运影响较大,  $C_0$  影响较小.

(4) 本文计算模型与数值计算和实测数据符合较好, 能够准确计算对流条件下混凝土中氯离子输运.

#### 参考文献:

- [1] Mehta P K. Durability of concrete: Fifty years of progress? [J]. ACI Special Publication, 1991, 126: 1.
- [2] 吴瑾, 吴胜兴. 海洋环境下混凝土中钢筋表面氯离子浓度的随机模型[J]. 河海大学学报: 自然科学版, 2004, 32(1): 38. WU Jin, WU Shengxing. Stochastic model of chloride ion concentration at steel-concrete interface in marine environment [J]. Journal of Hohai University: Natural Sciences, 2004, 32(1): 38.
- [3] Collepardi M, Marcialis A, Turriziani R. Penetration of chloride ions into cement pastes and concretes [J]. Journal of the American Ceramic Society, 1972, 55(10): 534.
- [4] Ehlen M A, Thomas M D, Bentz E C. Life-365 service life prediction model (TM) version 2.0 [J]. Concrete International, 2009, 31(5): 41.
- [5] 张奕. 氯离子在混凝土中的输运机理研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2008. ZHANG Yi. Mechanics of chloride ions transportation in concrete [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2008.
- [6] 金伟良, 袁迎曙, 卫军, 等. 氯盐环境下混凝土结构耐久性理论与设计方法[M]. 北京: 科学出版社, 2011. JING Weiliang, YUAN Yingshu, WEI Jun, et al. Theory and design method of concrete structure durability in chloride environment [M]. Beijing: Science Press, 2011.
- [7] Sakai K. A new finite variable difference method with application to locally exact numerical scheme [J]. Journal of Computational Physics, 1996, 124(2): 301.