

非均匀受压下的箍筋约束混凝土本构模型

冯德成¹, 万增勇¹, 李杰^{1, 2}

(1. 同济大学 土木工程学院, 上海 200092; 2. 同济大学 土木工程防灾国家重点实验室, 上海 200092)

摘要: 以 Mander 提出的箍筋约束混凝土模型为基础, 考虑构件非均匀受压下载面应变梯度对箍筋约束效应的影响, 引入偏心率系数反映非均匀受压下偏心率对箍筋有效约束力的影响, 建立了一类新的箍筋约束混凝土模型. 将这一模型与柔度法纤维梁柱单元相结合, 实现了在计算过程中动态更新构件不同位置、不同受力状态下的截面偏心率以及相应的约束混凝土应力-应变关系. 对钢筋混凝土柱的分析结果表明建立的模型物理意义明确、计算精度较高.

关键词: 箍筋约束混凝土; 非均匀受压; 偏心率; 柔度法梁柱单元

中图分类号: TU528.1

文献标志码: A

Hoop Reinforcement Confined Concrete Constitutive Model for Non-uniformly Compression

FENG Decheng¹, WAN Zengyong¹, LI Jie^{1, 2}

(1. College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. State Key Laboratory of Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: Based on the confined concrete model proposed by Mander, to consider the effect of the sectional strain gradient on the confinement effect under non-uniformly compression, a new confined concrete model is developed in this paper by introducing the eccentricity ratio factor to reflect the influence of the eccentricity on the confining force. Meanwhile, by combining the model with the fiber force-based beam-column element, it can adjust the eccentricity ratio and the corresponding stress-strain relationship of the section at different locations and different loading states during calculation. The analysis of reinforced concrete columns illustrates that the model has a clear physical meaning and shown to be effective.

Key words: hoop reinforcement confined concrete; non-

uniformly compression; eccentricity ratio; force-based beam-column element

有关约束混凝土的研究已有近百年的历史. 一般认为, 这一历史最早可以追溯到 1903 年 Considere^[1] 发现利用螺旋箍筋能有效提高轴心受压柱的承载力. 1928 年, Richart^[2] 首次定量地研究了液体围压对混凝土圆柱体轴压性能的影响, 并提出了相应的约束混凝土抗压强度以及峰值应变的计算公式; 1955 年, Chan^[3] 在试验的基础上提出了箍筋约束混凝土的应力-应变关系模型, 并认为, 箍筋的约束作用仅仅体现在对峰值应变的提高方面, 而对强度影响甚微. 此后的发展, 多沿着试验研究-理论解释的基本路线, 试图根据试验结果提出相应的约束混凝土的应力-应变关系模型. 1971 年, Kent 和 Park^[4] 总结了前人的研究结果, 提出了一个上升段为二次抛物线、下降段为直线且斜率由体积配箍率、混凝土强度和箍筋间距等因素决定的应力-应变关系模型. 该模型是这一时期的集大成之作, 应用最为广泛, 其表达形式也多为后来的研究者所采纳.

20 世纪 70 年代之前的研究也具明显的时代局限性. 由于当时的结构设计思想主要停留在承载能力设计阶段, 因此, 对于材料本构关系下降段的关注不多; 并且, 由于试验设备的限制, 难以准确测定混凝土应力-应变曲线的下降段. 这些因素使得基于试验提出的本构关系模型的下降段十分粗糙^[5]. 尽管如此, 这一时期对于箍筋约束效应的认识以及其基本影响因素的辨识仍然为后来的研究提供了框架和基础.

1982 年, Scott 等^[6] 在 Kent-Park 模型的基础上考虑了应变率的影响; 同年, Sheikh 和 Uzumeri^[7] 发

收稿日期: 2014-03-04

基金项目: 国家自然科学基金重大国际合作项目(51261120374); 国家自然科学基金集成项目(91315301)

第一作者: 冯德成(1987—), 男, 博士生, 主要研究方向为结构非线性分析. E-mail: aufdc@163.com

通讯作者: 李杰(1957—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为混凝土随机损伤力学、随机动力系统分析与生命线工程抗灾. E-mail: lijie@tongji.edu.cn

现了矩形截面中的约束“拱效应”,并提出了有效约束区的概念;1988年, Mander 等^[8]改进了有效约束区的概念,提出了约束混凝土本构关系的计算公式;1992年, Saatcioglu 和 Razvi^[9]基于箍筋间距、纵筋间距以及约束力等参数提出了有效约束系数公式. 20世纪90年代中期以后,研究的重心逐渐向高强混凝土的箍筋约束模型转移^[10-12].

虽然有关箍筋约束混凝土的研究已经蔚为大观,但既有研究仍然没有解决所有问题. 非均匀受压状态下的约束混凝土本构关系就是其中一个较为突出的问题. 事实上,早期的研究大都忽略了非均匀受压对混凝土性能的影响. 1995年, Saatcioglu 等^[13]完成了一批偏心受压柱的试验,却并未发现约束箍筋对偏心受压柱的正截面承载力的提高作用^[14]. 实际上,由于偏心受压柱截面上应变梯度的存在,使得箍筋的约束作用与轴心受压状态下明显不同. 然而迄今为止,仍未有学者提出机理清晰的非均匀受压箍筋约束混凝土模型.

鉴于此,本文试图考虑构件非均匀受压下截面应变梯度对箍筋约束效应的影响,以 Mander 模型为基础,通过引入应变梯度修正系数反映非均匀受压下偏心率对箍筋有效约束力的影响,从而建立非均匀受压下的箍筋约束混凝土本构模型.

1 箍筋约束混凝土受力机理

箍筋约束是一种被动约束. 钢筋混凝土构件在轴心压力作用下,由于泊松效应,核心区混凝土侧向膨胀,引起箍筋受拉,从而对该区混凝土产生约束作用,如图 1a 所示. 在受压前期,混凝土应力相对较低,此时的横向应变较小,箍筋对混凝土几乎没有约束作用. 之后,随着混凝土应力的增长,横向膨胀越来越明显,箍筋的约束力增大,从而混凝土的强度、延性等明显提高. 值得注意的是,圆形箍筋对混凝土的约束效应优于矩形箍筋:在轴压作用下,圆形箍筋处于环向轴心受拉状态,能形成连续的环向压力;而对于矩形箍筋,箍筋对混凝土的约束力主要集中在箍筋角部,从而在截面内形成“拱效应”,如图 1b 所示,图中 s 为箍筋间距, s' 为箍筋净距, b_c 为截面有效约束核心宽度, d_c 为截面有效约束核心高度, w_i 为相邻纵筋的净距, i 为第 i 个无效约束核心区. 此外,由于“拱效应”的存在,箍筋对混凝土的约束力并不是均匀分布. 研究显示,可将其等效为均布力^[9],如图 1c 所示,等效约束力可以作为描述箍筋对混凝土

的约束效应的指标.

有关箍筋约束混凝土模型的研究大多都是试图根据试验结果来提出相应的约束混凝土的应力-应变关系. 1988年, Mander 等^[8]基于一批大尺寸钢筋混凝土柱的试验结果,综合考虑了配箍形式、箍筋间距、箍筋屈服强度等因素,提出了一类约束混凝土模型. 该模型由于力学机理清晰、适用性广以及使用方便的特点而得到广泛应用.

为了得到约束混凝土的相关参数,首先通过简单的静力平衡原理来计算截面上各个方向的约束力,如图 1d,图中 f_1 为平均约束力, f'_1 为有效约束力, A_{sh} 为箍筋的总面积, f_{yh} 为箍筋屈服强度, k_e 为有效约束系数. 假定混凝土达到峰值强度时,箍筋达到屈服,这对于普通混凝土是成立的^[15],则

$$f_1 = \frac{A_{sh} f_{yh}}{s d_c} \quad (1)$$

再考虑图 1b 中的“拱效应”,约束力只对有效约束核心内的混凝土起充分作用,引入有效约束系数 k_e ,对箍筋约束力进行修正如下:

$$f'_1 = k_e f_1 \quad (2)$$

式中: $k_e = A_e / A_{cc}$, A_e , A_{cc} 分别为有效约束核心区和核心混凝土的面积,以图 1b 中矩形截面为例,即

$$A_e = (b_c d_c - \sum_{i=1}^n \frac{(w'_i)^2}{6}) (1 - \frac{s'}{2b_c}) (1 - \frac{s'}{2d_c})$$

$$A_{cc} = b_c d_c (1 - \rho_{cc}) \quad (3)$$

式中: n 为无效约束核心区总数; ρ_{cc} 为核心混凝土区的纵筋配筋率.

通过式(2)获得有效约束力之后可以根据相关公式计算约束混凝土的强度 f_{cc} 以及对应的峰值应变 ϵ_{cc} ,结合 Mander 依据试验提出经验公式^[8],便可得到约束混凝土应力-应变关系全曲线.

2 非均匀受压下的箍筋约束混凝土本构模型

尽管 Mander 模型细致阐述了箍筋约束机理,也考虑了多种因素的影响,但并不能解决所有问题. 在实际结构中,很少有理想的轴心受力构件,约束混凝土在非均匀受力作用下的力学性能值得进一步深入研究^[14].

2.1 非均匀受压下的箍筋约束机理

如前所述,混凝土的横向膨胀引起了箍筋的约束作用. 如图 2 所示,对于轴心受压构件,截面的轴向应变处处相等,在泊松效应下,其横向膨胀程度可认为相同,因此箍筋各边的有效约束力可视为相同;

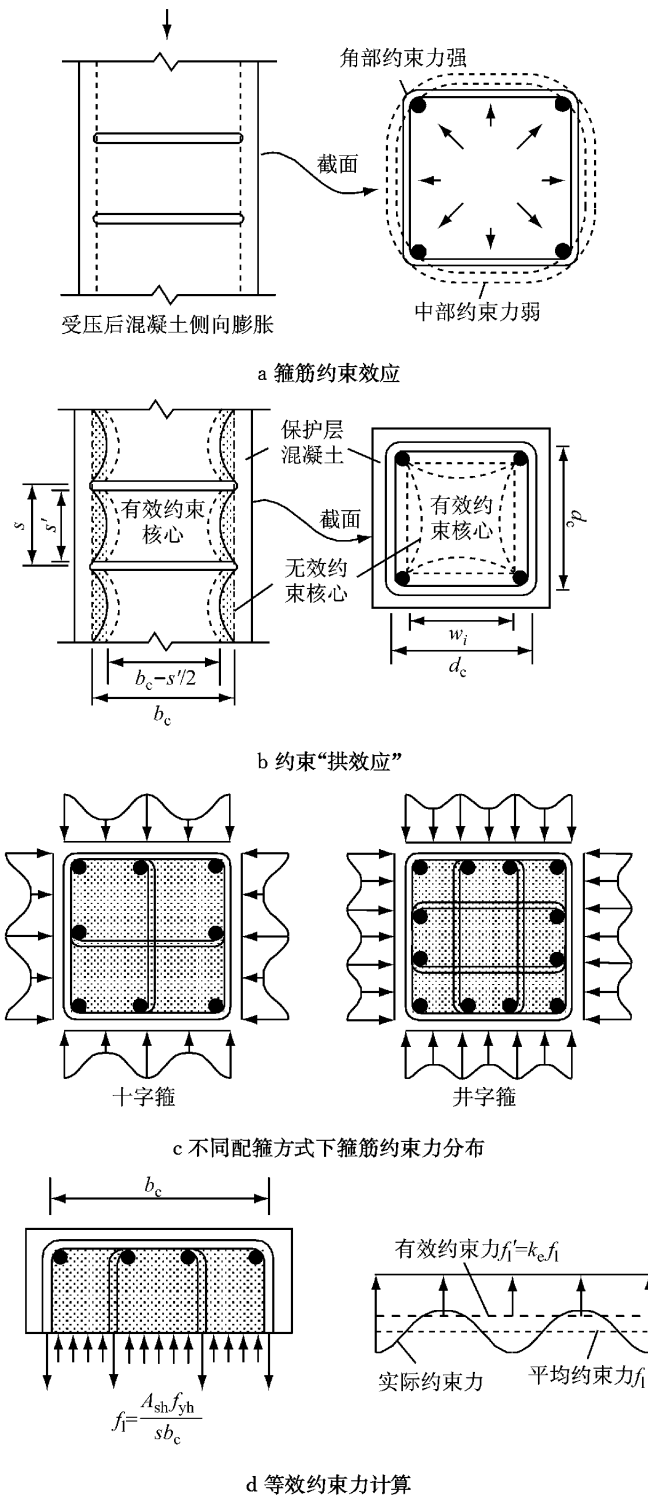


图 1 箍筋约束混凝土受力机理
Fig.1 Mechanism for confined concrete

而对于偏心受压构件, 偏心率引起截面轴向应变的梯度分布, 根据泊松效应, 此时不同截面高度处混凝土的横向膨胀程度不一致, 从而导致了箍筋约束力的梯度分布, 并且当截面其他条件相同时, 其最大有效约束力即为轴心受压下的有效约束力^[14], 图中 f_{le} 为轴心受压下的有效约束力, f_c 为核心区混凝土应

力, ϵ_c 为核心区混凝土应变, $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ 分别为偏心受压下图示 1 区、2 区、3 区的混凝土应变. 如图 2b 所示, 在偏心受压下, 约束作用有效地提高了 1 区混凝土的强度和延性, 但对于 2 区和 3 区, 约束作用下

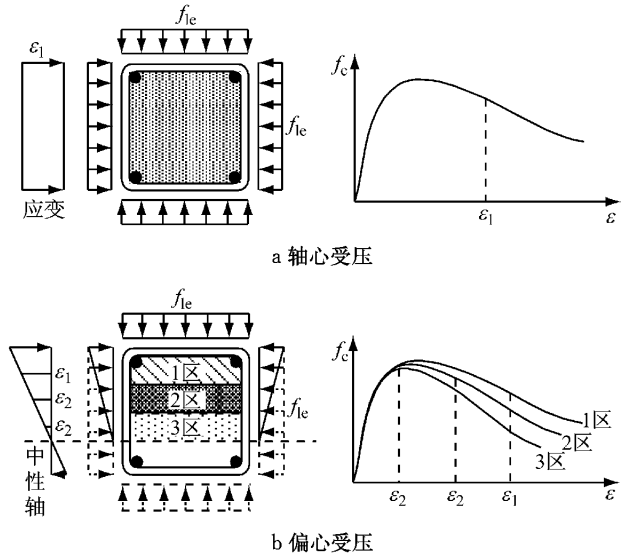


图 2 不同受压状态下的等效约束力^[13]

Fig.2 Equivalent lateral pressures for different loading^[13]

通常研究者们都是以基于轴心受压试验得到的箍筋约束混凝土模型来进行结构分析. 对于偏心率较小的情况, 这样做应当是足够精确的; 当偏心率很大时, 构件的混凝土受压面积很小, 截面承载力主要由纵向受拉钢筋控制, 这种简化方式对计算影响也不是非常明显. 然而, 对偏心率在上述二者之间的构件, 这种简化的建模方式显然会高估构件的承载力. 因此, 截面应变梯度的影响应当在箍筋约束混凝土应力应变关系中加以考虑.

2.2 截面应变梯度修正系数

一般来讲, 根据平截面假定, 偏心受压状态下截面的变形(图 3a)可以由轴力引起的变形(图 3b)和弯矩引起的变形(图 3c)进行叠加求得, 如图 3, 图中 N 为截面轴力, M 为截面弯矩. 同时, 根据偏心距的大小, 截面远离轴力一侧可能出现受拉状态.

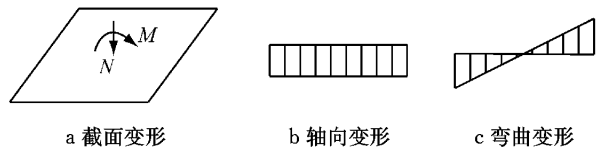


图 3 偏心作用下载面应变状态确定

Fig.3 Determination of sectional deformation under eccentric loading

截面出现受拉的临界点为远离轴力一端的应变

为零,即

$$\frac{N}{EA} = \frac{M}{EI} \frac{h}{2} \quad (4)$$

式中: E 为截面刚度; A, I 分别为截面面积和惯性矩; h 为截面高度。

根据式(4)可得截面出现受拉的临界偏心距为

$$e = h/6 \quad (5)$$

当 $e \leq h/6$ 时,截面未出现受拉状态,有效侧向约束力沿截面高度线性变化,如图 4a,其中, k 为截面应变梯度影响系数, f'_{lg} 为考虑截面应变梯度作用下的有效约束力。靠近轴力一侧的有效约束力即为轴心受压状态下的有效约束力 f'_1 ,而远离轴力一侧的有效约束力 kf'_1 可以根据线性插值得得。

$$kf'_1 = \frac{N/(EA) - M/(EI) \cdot h/2}{N/(EA) + M/(EI) \cdot h/2} f'_1 = \frac{1 - 6e/h}{1 + 6e/h} f'_1 \quad (6)$$

采用截面约束体积等效的原则将截面不均匀约束状态等效为均匀约束状态,如图 4a,即

$$(f'_1 + kf'_1)h/2 \cdot b = f'_{lg} \cdot bh \quad (7)$$

式中: b 为截面宽度。此时,可以得到

$$f'_{lg} = \frac{1}{1 + 6e/h} f'_1 \quad (8)$$

当 $e > h/6$ 时,截面出现受拉,受拉侧的有效约束力为零,如图 4b 所示。此时中性轴的位置满足

$$\frac{M}{EI}y = \frac{N}{EA} \quad (9)$$

即

$$y = \frac{h^2}{12e} \quad (10)$$

则受压区高度 h' 为

$$h' = \frac{h}{2} + \frac{h^2}{12e} \quad (11)$$

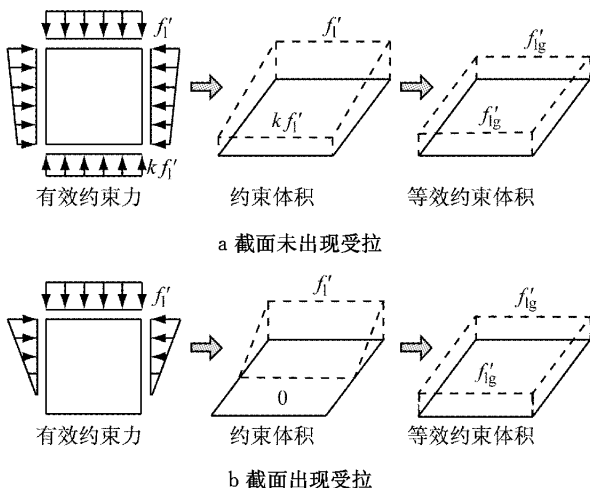


图 4 不同应变梯度下约束体积等效原则

Fig. 4 Equivalent confined volume principle under different strain gradient

根据截面约束体积等效的原则,有

$$\frac{1}{2} f'_1 h' b = f'_{lg} h b \quad (12)$$

由此得到考虑截面应变梯度作用下的有效侧向约束力:

$$f'_{lg} = \frac{6e/h + 1}{24e/h} f'_1 \quad (13)$$

需要指出的是,上述推导均是在截面的 A, I 为常数的前提下进行的。事实上,当截面开裂以后,随着偏心距的加大,截面的中性轴不断向轴力一侧移动, A, I 与未开裂时不再相同,不能简单地由式(11)来求解受压区高度。但由于此时约束混凝土应力应变关系与受压区高度是相互耦合的,精确求解受压区高度是一个非常复杂的隐式迭代过程。因此,为简便起见,本文直接对式(13)进行折减来考虑截面开裂后中性轴变化的影响,即当 $e = h/6$ 时,截面未开裂,考虑截面应变梯度的有效侧向约束力可按式(13)计算;而当 $e \rightarrow \infty$ 时,截面接近全部受拉,此时箍筋约束作用可以忽略不计,因而,式(13)可以写为

$$f'_{lg} = e^{-(\frac{e}{h} - \frac{1}{6})} \cdot \frac{6e/h + 1}{24e/h} f'_1 \quad (14)$$

综上所述,考虑应变梯度修正后的有效约束力 f'_{lg} 即为

$$f'_{lg} = \gamma_e f'_1 \quad (15)$$

其中 γ_e 是截面应变梯度修正系数。

$$\gamma_e = \begin{cases} \frac{1}{1 + 6e/h}, & \frac{e}{h} \leq \frac{1}{6} \\ e^{-(\frac{e}{h} - \frac{1}{6})} \cdot \frac{6e/h + 1}{24e/h}, & \frac{e}{h} > \frac{1}{6} \end{cases} \quad (16)$$

式(15)、式(16)结合 Mander 模型就可以得到偏心作用下的约束混凝土应力应变关系全曲线。值得注意的是,由于 Mander 模型本身已经综合考虑了配筋率、配箍形式、截面形状等因素,本文在其基础上的改进可以在较宽的范围内适用于结构的分析。

以抗压强度为 30 MPa、峰值应变为 0.002、轴压下有效约束力为 2 MPa 的无约束混凝土为例,偏心作用下有效侧向约束力随偏心率 e/h 的变化以及相应的约束混凝土应力应变关系曲线如图 5 所示。可见:随着偏心率的加大,箍筋有效约束力在截面开裂之前衰减很快,截面开裂之后,有效约束力的衰减逐步减弱。从图 5b 所示的相应约束混凝土应力应变曲线可以看出,在偏心作用下,箍筋对于混凝土的约束作用明显减弱,并且随着偏心率的增大,减弱的程度越来越小。

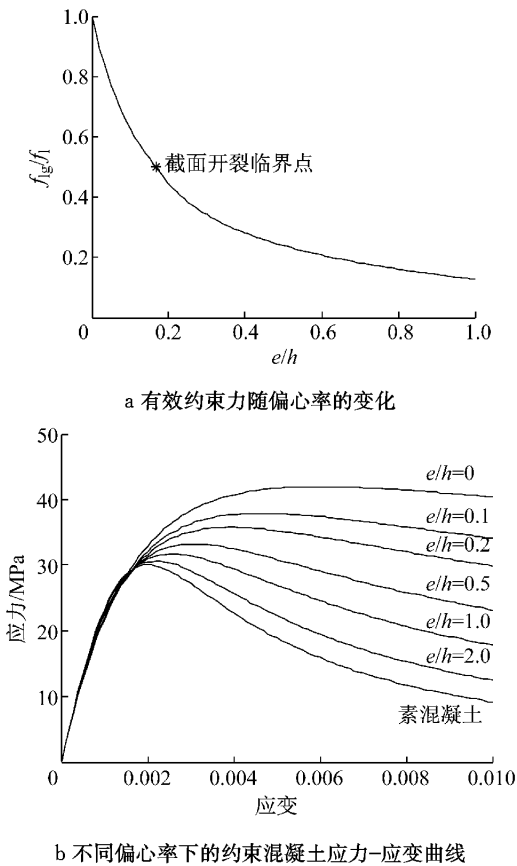


图 5 考虑截面应变梯度的约束混凝土模型
Fig.5 Confined concrete model considering section strain gradient

3 考虑偏心率动态变化的纤维梁柱单元

上述建议模型仅仅是针对特定的偏心率. 在实际工程中, 构件往往受到轴力-弯矩-剪力的共同作用, 因而, 随外荷载变化构件某一截面的偏心率是在不断变化的, 事实上, 即使是在同一时刻, 构件不同位置处的截面偏心率也是各异的.

3.1 实际构件中的截面应变梯度状态

以钢筋混凝土柱为例, 在一定的轴压下柱受到侧向推力作用, 如图 6 所示, 图中 P 为外加轴压力, V 为侧向推力. 在同一加载步内, 不同柱高处的截面应变梯度状态完全不同, 这意味着对柱的分析不能简单地采用统一的约束混凝土应力应变关系, 而应根据当前受力状态下每个截面的偏心率来选用对应的应力应变关系.

同时, 在加载过程中, 柱同一截面的应变梯度状态是不断变化的, 因而约束混凝土的应力应变关系也是一直变化的. 同样以抗压强度为 30MPa、峰值应

变为 0.002、轴压下有效约束力为 2MPa 的素混凝土为例, 在偏心率从零增大到 1 的过程中, 约束混凝土的应力应变关系实际上是一张包络曲面, 如图 7.

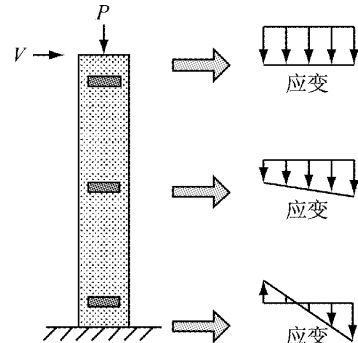


图 6 不同柱高处截面应变梯度状态
Fig.6 Strain gradient of sections at different height of the column

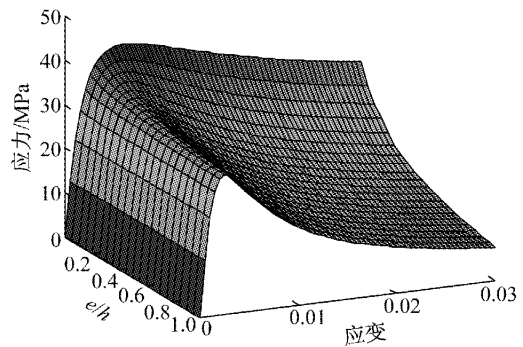


图 7 考虑偏心率变化的约束混凝土应力-应变关系
Fig.7 Stress-strain curves for confined concrete considering variable eccentricity ratio

有鉴于此, 在进行结构分析时应当在每一步加载中根据各个截面的轴力和弯矩计算相应的截面偏心率, 再调用相应的约束混凝土应力应变关系曲线.

3.2 考虑偏心率动态变化的单元推导

在钢筋混凝土框架结构分析中, 纤维梁柱单元有效结合了计算精度和计算效率, 因而得到广泛应用. 它的计算流程可以分为 4 个层次: 结构、单元、截面、纤维. 由结构层次的计算获得单元的杆端位移、根据单元杆端位移计算截面的变形、再通过截面离散方式得到每根纤维的应变; 根据纤维的应变调用相应的材料本构、计算纤维的应力、组装成截面内力沿杆长进行积分便可以得到单元的杆端力. 因此, 若考虑偏心受力的影响, 只需要在纤维截面计算过程中根据纤维截面所处的位置调用考虑偏心率的约束混凝土本构关系就可以实现考虑偏心率动态变化的单元分析.

以柔度法纤维梁柱单元^[16]为例, 在每一荷载步

迭代求解中,首先针对每个积分点处截面计算即时偏心率,然后在纤维应力计算中调用材料本构关系时采用本文提出的约束混凝土本构模型.具体的计算流程见图 8,图中 j 为迭代次数; $\mathbf{Q}, \mathbf{q}, \mathbf{K}$ 和 \mathbf{F} 分别表示单元力、单元位移、单元刚度矩阵和柔度矩阵; $\mathbf{D}(x), \mathbf{d}(x), \mathbf{k}_s(x)$ 和 $\mathbf{f}_s(x)$ 分别表示 x 坐标处的截面力、截面变形量矩阵、截面刚度矩阵和柔度矩阵; $\mathbf{b}(x)$ 为力插值函数; $\mathbf{D}_R(x)$ 和 $\mathbf{D}_U(x)$ 分别为截面抗力和不平衡力; $\mathbf{r}(x)$ 和 \mathbf{R} 分别表示截面和单元的残余变形量矩阵.

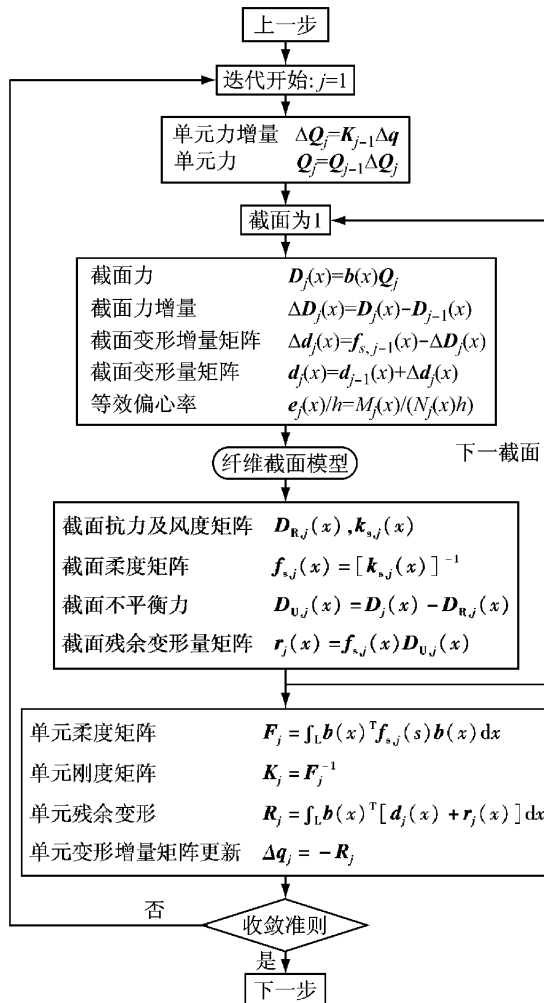


图 8 考虑偏心率动态变化的柔度法单元计算流程

Fig. 8 Flow chart of force-based element considering variable eccentricity ratio

4 数值算例

为了验证本文模型的准确性,分别对钢筋混凝土偏心受压柱试验、悬臂柱推覆试验进行了模拟.

4.1 偏心受压柱

首先对 Saatcioglu 的偏心受压柱试验^[13]中的

C4-2, C10-2 构件进行分析.采用纤维模型对截面进行划分,具体的材料参数以及截面配筋形式见文献[13],利用 Mander 模型以及本文改进模型的计算结果如图 9 所示.

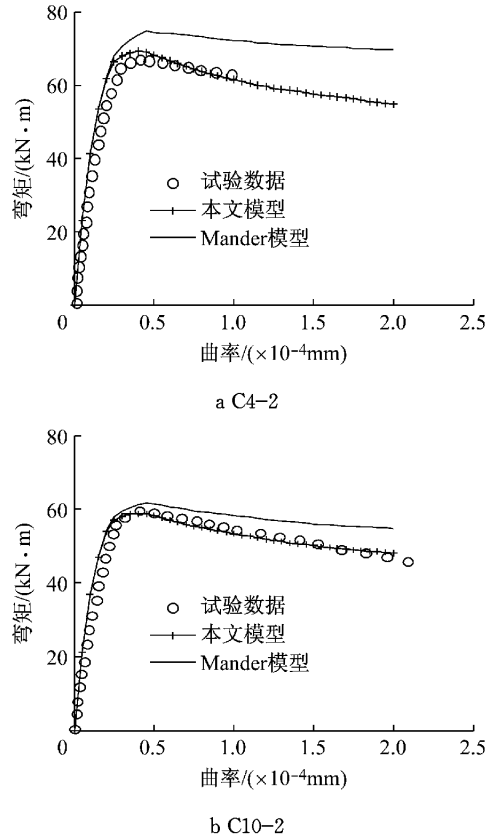


图 9 偏心受压柱数值算例

Fig. 9 Numerical example of confined columns under eccentric loading

上述计算结果表明,尽管 2 类模型的模拟曲线与试验曲线在前期吻合均较好(这是由于箍筋约束是一种被动约束、在混凝土应力较低时约束效应不能发挥所致),但在加载后期, Mander 模型的结果明显高于试验曲线,本文改进模型则与试验结果吻合较好,说明对偏心构件进行分析时的确需要考虑截面应变梯度对约束区混凝土性能的影响.

4.2 悬臂柱

对 Saatcioglu 和 Grira 的一组钢筋混凝土柱推覆试验^[17]进行分析(试件 BG-7, BG-8),试验试件几何条件均相同,只是考虑了不同的轴压比.柱高 1.645 m,截面高宽均为 350 mm;混凝土保护层厚度 29 mm;纵筋数目 12 根,直径 19.5 mm;箍筋直径 6.6 mm,间距 76 mm;轴压比分别为 0.231 和 0.462;混凝土强度为 34 MPa.采用位移加载.试验示意图见图 10.

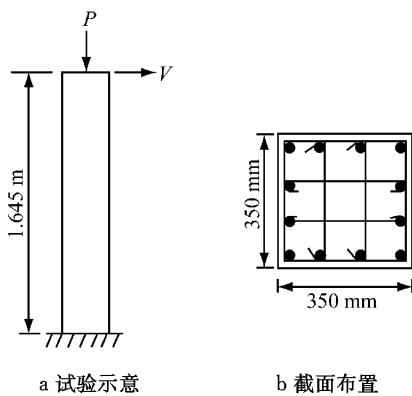
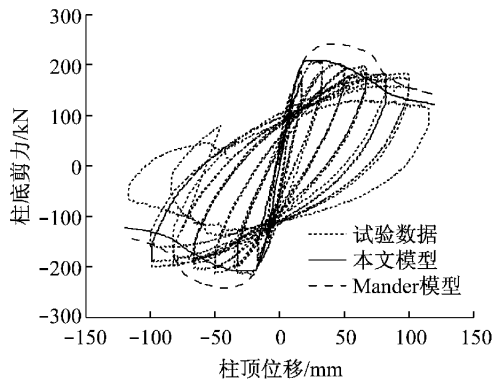


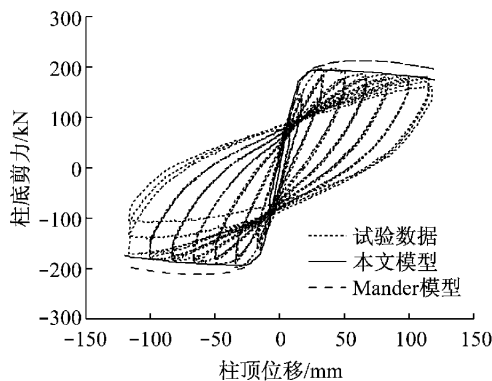
图 10 Saatcioglu 和 Grira 试验
Fig. 10 Test of Saatcioglu and Grira

根据 Mander 模型,轴压约束混凝土材料参数为:混凝土峰值强度 $f'_{cc} = 49.3$ MPa,对应的应变 $\epsilon_{cc} = 0.007$,极限应变 $\epsilon_{ccu} = 0.029$. 钢筋采用双折线模型,弹性模量 $E = 2 \times 10^5$ MPa,屈服强度 $f_y = 456$ MPa,硬化系数 0.01.

图 11 为采用柔度法单元及本文单元的计算结果对比. 可以发现,采用柔度法单元计算时不能反映偏心作用对约束力的削弱作用,因而结果明显高于试验曲线,而本文模型由于可以考虑偏心率的动态



a 试件 BG-7



b 试件 BG-8

图 11 数值分析结果与试验曲线对比

Fig. 11 Comparison of numerical results and experimental results

变化对约束混凝土的影响,计算结果与试验吻合较好. 上述对比表明,建立在轴压试验基础上的箍筋约束模型不能全面反映轴力-弯矩共同作用下的破坏机理,而本文改进模型则可以科学地反映非均匀受压下的钢筋混凝土构件的力学状态,从而获得较好的计算结果.

5 结语

分析了非均匀受压下的约束混凝土与均匀受压下的约束混凝土的不同之处,探讨了截面应变梯度对箍筋约束效应的影响. 在 Mander 约束混凝土本构模型的基础上引入应变梯度修正系数,建立了一类可以考虑偏心率影响的箍筋约束模型,并将其与柔度法纤维梁柱单元相结合. 数值算例表明,该单元计算精度较高,并且可以描述构件在轴力-弯矩-剪力共同作用下的真实非线性受力过程.

参考文献:

- [1] 史庆轩,姜维山. 箍筋约束混凝土结构及其发展展望[J]. 建筑结构学报, 2009(S2): 109.
SHI Qinxuan, JIANG Weishan. Development and prospects of hoop reinforcement confined concrete[J]. Journal of Building Structures, 2009(S2): 109.
- [2] Richart F E. A study of the failure of concrete under combined compressive stresses[J]. University of Illinois Engineering Experiment Station, Bulletin, 1928, 26(12):102.
- [3] Chan W W L. The ultimate strength and deformation of plastic hinges in reinforced concrete frameworks[J]. Magazine of Concrete Research, 1955, 7(21): 121.
- [4] Kent D C, Park R. Flexural members with confined concrete[J]. Journal of the Structural Division, 1971, 97(7): 1969.
- [5] 周文峰,鲁瑛. 约束混凝土文献综述[J]. 四川建筑科学研究, 2007, 33(3): 144.
ZHOU Wenfeng, LU Ying. The summarization of literature of confined concrete[J]. Sichuan Building Science, 2007, 33(3): 144.
- [6] Scott B D, Park R, Priestley M J N. Stress-strain behavior of concrete confined by overlapping hoops at low and high strain rates[J]. ACI Journal, 1982, 79(1): 13.
- [7] Sheikh S A, Uzumeri S M. Analytical model for concrete confinement in tied columns[J]. Journal of the Structural Division, 1982, 108(12): 2703.
- [8] Mander J B, Priestley M J N, Park R. Theoretical stress-strain model for confined concrete[J]. Journal of Structural Engineering, 1988, 114(8): 1804.
- [9] Saatcioglu M, Razvi S R. Strength and ductility of confined concrete[J]. Journal of Structural Engineering, 1992, 118(6): 1590.