

# 无黏结预应力连续梁次弯矩演化及弯矩调幅

曾建宇, 苏小卒

(同济大学 土木工程学院, 上海 200092)

**摘要:** 完成4根无黏结预应力混凝土两跨连续梁受力全过程试验, 对支座反力及控制截面弯矩重分布程度进行分析。运用非线性阶段的预应力次弯矩定义, 将非线性阶段连续梁总弯矩分解成次弯矩和荷载弯矩。研究加载全过程次弯矩和荷载弯矩的演化规律, 提出了对初始次弯矩和弹性荷载弯矩分别调幅的无黏结预应力混凝土连续梁弯矩调幅公式。采用已有文献中一组试验梁对所提公式的计算精度进行验证。研究结果表明, 无黏结预应力连续梁弯矩重分布的原因可以归结为无黏结筋应力的增长以及连续梁各部分割线刚度比值的改变。承载力极限状态下, 次弯矩折减系数随中支座综合配筋指数的增大而增大, 荷载弯矩调幅系数随其增大而降低。文中弯矩调幅建议公式较已有公式更接近试验结果, 可为设计规范中相关条款的制订提供参考。

**关键词:** 预应力连续梁; 无黏结筋; 次弯矩; 弯矩调幅; 试验

中图分类号: TU378.2

文献标志码: A

## Variation of Secondary Moment and Moment Redistribution in Prestressed Continuous Beams with Unbonded Tendons

ZENG Jianyu, SU Xiaozu

(College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** An experimental study was conducted on four prestressed concrete continuous beams with unbonded tendons over entire loading. Support reactions and degree of moment redistribution at critical sections were analyzed. By secondary moment definition in post-elastic range, total moment of a continuous beam in nonlinear stage could be decomposed into secondary moment and moment due to external forces, the variation of which over entire loading was studied. Based on revising the initial secondary moment and elastic external load moment separately, a redistributed moment formula for

prestressed concrete continuous beams with unbonded tendons at the ultimate limit state were proposed. This formula was verified using a group of test specimens from literature. Results show that, the reason of moment redistribution in prestressed concrete continuous beams with unbonded tendons can be attributed to the stress increase of unbonded tendons and secant stiffness comparison change between each part of the continuous beam. At the ultimate limit state, the higher global reinforcement indices at the section over inner support, the higher secondary moment reduction factor and the lower external load moment modulation factor. In the prestressed concrete continuous beams with unbonded tendons, the calculated moment of the section over inner support by the proposed formula is closest to the test results than the existing formulas. The proposed formula can provide a reference for the development of design code in relevant provisions.

**Key words:** prestressed continuous beam; unbonded tendons; secondary moment; moment redistribution; experiment

对结构进入非线性阶段后预应力结构的次弯矩问题, 目前仍存在巨大的争议<sup>[1]</sup>。一种典型的观点认为, 当结构出现足够数量的塑性铰时次弯矩将会消失, 因为结构由超静定结构变成了静定结构<sup>[2]</sup>。这种观点被早期的美国规范 ACI318—71<sup>[3]</sup>所认可。而新版本的 ACI318—11<sup>[4]</sup>, 则在弯矩调幅设计公式中考虑了次弯矩。Wyche P J 等<sup>[5]</sup>指出次弯矩存在于承载力极限状态, 且常对结构有利, 忽略次弯矩可能导致预应力结构设计偏于不安全。简斌等<sup>[6]</sup>采用能量法对预应力混凝土连续梁的弯矩调幅与截面曲率延性之间的关系进行了研究, 证明预应力次弯矩在塑性铰转动能力不够时能提高连续梁弯矩调幅能力。Bondy K B<sup>[7]</sup>阐述了预应力混凝土超静定结构弯矩重分布的基本原理, 认为次弯矩是塑性铰截面弯矩

收稿日期: 2014-03-20

基金项目: 国家自然科学基金(51178328); 高等学校博士学科点专项科研基金(20100072110053)

第一作者: 曾建宇(1984—), 男, 博士生, 主要研究方向为预应力混凝土结构。E-mail: classic5@163.com

通讯作者: 苏小卒(1956—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为混凝土结构及工程结构抗震。

E-mail: xiaozusu@tongji.edu.cn

的一部分,不论是弹性阶段或弹塑性阶段,次弯矩的存在始终影响着连续梁对塑性转动能力的需求。

控制截面的延性性能对预应力混凝土连续梁的内力重分布有着直接的关系,这一点体现在各国规范中:欧洲规范<sup>[8]</sup>和加拿大规范<sup>[9]</sup>采用了以中和轴高度与截面有效高度之比  $c/d$  为参数的弯矩调幅公式;美国规范<sup>[4]</sup>以最外层受拉钢筋应变  $\epsilon_t$  作为参数;中国规范<sup>[10]</sup>则以混凝土受压区相对高度  $\xi$  作为弯矩调幅公式的自变量。 $c/d, \epsilon_t, \xi$  都与连续梁控制截面的延性有着直接的关系。然而,以上 4 部规范中均规定以外荷载弯矩设计值与张拉引起的次弯矩之和为调幅对象,回避了非线性阶段次弯矩的演化问题。这就使得公式的适用范围存在一定的局限性。

已有的预应力混凝土连续梁的承载力和内力重分布研究<sup>[11-12]</sup>,主要针对有黏结构件,对无黏结预应力混凝土连续梁的研究相对较少。Mattock A H<sup>[13]</sup>在进行了两根 T 型两跨无黏结连续梁的试验研究后认为,中间支座处向下弯折的预应力束会限制塑性铰区的转动,而且直到破坏之前这种约束作用一直存在,结构不可能成为静定结构。陈育文<sup>[14]</sup>完成了 9 根无黏结部分预应力混凝土连续梁的试验,对影响无黏结部分预应力混凝土连续梁延性的因素进行阐述,得到了试验梁内力重分布的一般规律。Zheng W Z 等<sup>[15]</sup>进行了 9 根后张无黏结碳纤维筋预应力混凝土两跨连续梁试验研究,分析了极限状态下的碳纤维筋应力、塑性铰长度以及内力重分布程度。Zhou W 等<sup>[16]</sup>基于塑性设计理论,提出了分别以中支座截面塑性转角和中支座截面综合配筋指数为参数的无黏结连续梁弯矩调幅公式。Kim Kangsu 等<sup>[17]</sup>建立了后张无黏结预应力混凝土两跨连续梁非线性分析模型,运用弯矩分配法和凹凸区抗弯刚度比反映无黏结预应力连续梁的弯矩重分布。Harajli M H<sup>[18]</sup>在预应力连续构件中运用塑性分析法和倒塌机构的概念建立了承载力极限状态下无黏结预应力筋应力的计算方法。Leung C C Y 等<sup>[19]</sup>采用非线性有限元方法分析了支座控制截面变形能力以及塑性铰长度对弯矩调幅后几种典型超静定结构承载力降低幅度的影响。

从以上研究中可知,无黏结部分预应力混凝土连续梁结构在配筋合适的情况下能够发生较大幅度的内力重分布,而在国内外学者提出的弯矩调幅公式中却未得到体现。

本文进行了 4 根后张无黏结预应力混凝土两跨连续梁的单调加载试验。采用等效线性化方法,提出

非线性阶段的预应力次弯矩定义,并在此基础上阐述了非线性阶段次弯矩的计算方法。在分析非线性阶段荷载弯矩以及次弯矩演化规律的基础上,推导承载力极限状态下对弹性荷载弯矩和初始次弯矩分别调幅的弯矩调幅公式。最后,采用已有文献中的一组无黏结预应力试验梁对本文所提公式的计算效果进行检验。

## 1 试验梁设计与制作

为研究无黏结预应力混凝土连续梁在加载全过程的次弯矩演化以及内力重分布规律,设计并制作了 4 根两等跨连续梁,编号为 UPC1~UPC4。主要试验参数为中支座控制截面配筋指数  $\eta_0$  和初始次弯矩  $M_0$ 。 $\eta_0$  的定义如下:

$$\eta_0 = \frac{\sigma_{pe}A_p + f_yA_s - f'_yA'_s}{f_c b h_p} \quad (1)$$

式中: $\sigma_{pe}$  为预应力筋有效应力; $A_p$  为预应力筋截面积; $f_y, f'_y$  分别为受拉、受压钢筋屈服强度; $A_s, A'_s$  分别为受拉、受压钢筋截面积; $f_c$  为混凝土棱柱体抗压强度; $b$  为截面宽度; $h_p$  为预应力筋合力线至混凝土受压区边缘的距离。

试验梁截面尺寸均为 150 mm×300 mm,总长度为 4 500 mm,跨度为 2 100 mm。典型试件 UPC2 的尺寸及配筋情况如图 1 所示。试件 UPC1, UPC2 和 UPC3 在中支座处将梁底部纵筋切断并以 45°弯折以保证混凝土受压区相对高度满足设计要求, UPC4 梁底部纵筋则通长配置。为保证不发生剪切破坏,试验梁均配置了足够数量的箍筋。各试件主要参数和配筋情况见表 1。

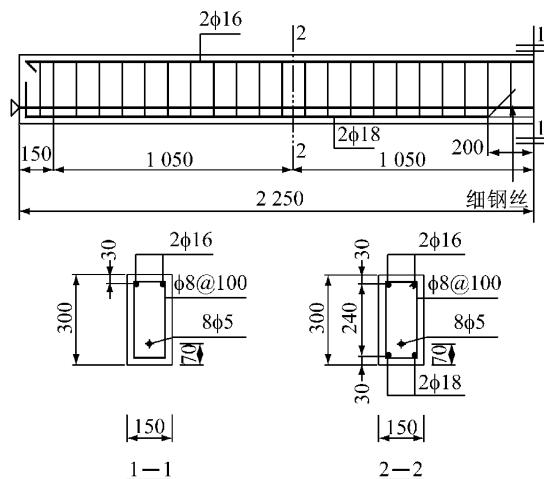


图 1 UPC2 几何尺寸及配筋图(单位:mm)

Fig.1 Geometry and reinforcement of UPC2(unit: mm)

表1 试件主要参数和配筋情况

Tab.1 Test main parameters and reinforcement

梁号	力筋配置	$\sigma_{pc}/\text{MPa}$	$e_p/\text{mm}$	梁底配筋	梁顶配筋	$\eta$	$M_2/(\text{kN}\cdot\text{m})$
UPC1	6Φ5	1 021	59	2Φ14	2Φ12	0.207	10.69
UPC2	8Φ5	996	79	2Φ18	2Φ16	0.263	18.53
UPC3	6Φ5	1 070	79	3Φ18	3Φ16	0.302	14.93
UPC4	10Φ5	1 136	59	2Φ18	2Φ12	0.115	19.82

注: $\Phi 5$  表示直径为 5 mm 的钢丝;Φ14 表示直径为 14 mm 的钢筋; $e_p$  为预应力筋偏心距; $M_2$  为中支座截面初始次弯矩.

试件均为直线型布筋方式,预应力筋束由数量不等的 5 mm 高强钢丝构成. 张拉控制应力  $\sigma_{con}$  为 1 050 MPa,采用墩头锚具并超张拉至 105%  $\sigma_{con}$  以降低预应力损失,各试件张拉结束后预应力筋有效应力见表 1. 混凝土棱柱体抗压强度  $f_c=33.92 \text{ MPa}$ ,弹性模量为 32 530 MPa,预应力筋、非预应力纵筋材料性能见表 2.

表2 预应力筋及非预应力筋材料性能

Tab.2 Properties of prestressed and nonprestressed steel

$d/\text{mm}$	$A_s/\text{mm}^2$	$f_y/\text{MPa}$	$\epsilon_y/10^{-6}$	$f_b/\text{MPa}$	$E/\text{MPa}$
5	19.6	1 727.6	10 100	1 955.1	211 851.7
12	113.1	422.8	2 148	553.9	196 872.7
14	153.9	471.8	2 421	606.6	194 885.7
16	201.1	374.4	1 956	564.4	191 112.5
18	254.5	386.6	2 006	605.9	192 765.0

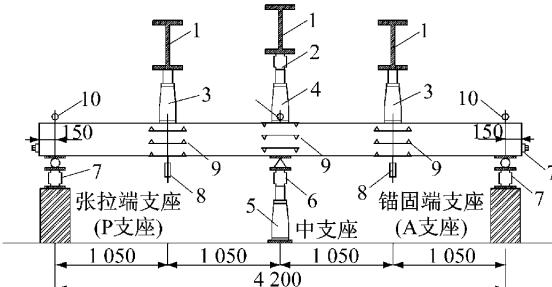
注: $d, A_s$  分别为钢丝或钢筋直径、截面积; $f_y$  为屈服强度; $\epsilon_y$  为屈服应变; $f_b$  为强度峰值; $E$  为初始弹性模量;预应力钢丝屈服点取为应力应变曲线的拐点.

## 2 试验梁加载与数据采集

试验梁采取先支座就位后张拉的预应力施加方式,张拉完毕后直接对称施加跨中集中荷载,加载装置及测量仪器布置如图 2 所示. 荷载等级取为 10 kN,计算开裂荷载前及非预应力筋屈服后荷载增量取 5 kN. 当到达极限荷载计算值的 75% 时,通过梁跨中布置的位移计采用位移控制加载得到荷载挠度曲线的下降段,从而获取准确的极限荷载值.

## 3 试验结果

UPC1~UPC4 的破坏过程均为中支座截面受拉钢筋屈服,继而两跨中截面受拉钢筋相继屈服. 最终 UPC1, UPC2, UPC4 跨中截面受压区混凝土压碎,试验梁破坏,UPC3 由于张拉端一根钢丝墩头局部剪切破坏导致无法继续承载.



a 测量和加载装置示意图(单位:mm)

1. 反力梁;2. 2.25 t 拉压传感器;3. 50 t 螺旋式千斤顶;4. 2.5 t 螺旋式千斤顶;5. 100 t 螺旋式千斤顶;6. 100 t 拉压传感器;7. 50 t 拉压传感器;8. 位移计;9. 引伸仪(标距 180 mm);10. 千分表



b 试验梁全貌

图2 加载装置和测量仪器布置

Fig.2 Loading and measuring device

对于连续梁的破坏标志,一种观点以当一跨内同时出现三个铰,即边支座铰、内支座控制截面塑性铰和跨中控制截面塑性铰的时刻为破坏标志(破坏模式 I)<sup>[20]</sup>. 也有文献认为出现至少有一跨荷载无法继续施加,即变形持续增长,荷载持续减小,为破坏标志(破坏模式 II). 两种破坏模式定义下,各试验梁的特征点试验结果如表 3 所示.

表3 连续梁特征点试验结果

Tab.3 Typical results for the continuous beams

梁号	$F_y/\text{kN}$	$\Delta_{yp}/\text{mm}$	$\Delta_{ya}/\text{mm}$	$F_u/\text{kN}$	$\Delta_{up}/\text{mm}$	$\Delta_{ua}/\text{mm}$
UPC1	164.9	6.47	6.26	186.9	14.25	13.77
UPC2	207.8	5.94	6.67	244.2	10.47	32.85
UPC3	256.9	5.67	6.05	266.4	10.30	13.90
UPC4	230.0	7.26	6.99	245.2	13.85	12.34

注: $F_y, \Delta_{yp}, \Delta_{ya}$  分别为破坏模式 I 对应的集中载荷、张拉端跨中挠度、锚固端跨中挠度; $F_u, \Delta_{up}, \Delta_{ua}$  分别为破坏模式 II 对应的集中荷载、张拉端跨中挠度、锚固端跨中挠度.

### 3.1 荷载-挠度曲线

图 3 为试验梁张拉端、锚固端跨中挠度  $D_p, D_a$  实测值随外荷载  $F$  变化曲线,  $F_{yp}, F_{ya}$  分别为张拉端跨中屈服荷载、锚固端跨中屈服荷载. 从图中可以看出:①加载前期,混凝土尚未开裂,  $D_p, D_a$  与  $F$  呈线性关系,且跨中挠度较小;②跨中非预应力筋屈服后,跨中挠度迅速增长;③除末期钢丝断裂的试件

UPC3 外, 虽然中支座塑性铰区和跨中塑性铰区的非预应力筋均已经屈服, 结构尚能够继续承载, 且外荷载继续增长。

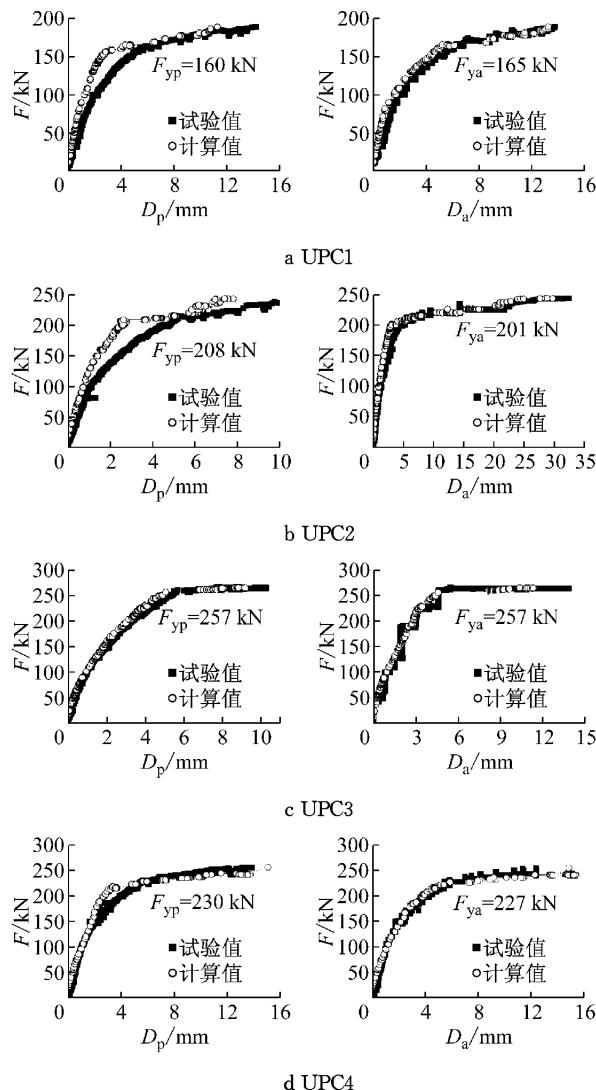


图 3 荷载-挠度曲线

Fig.3 Load-deflection curves

对照表 3 和图 3 可见, 中支座和两跨中均出现塑性铰时, 张拉端一跨和锚固端一跨的变形相近, 但结构发生破坏时两跨变形却可能存在较大的差距, 如试件 UPC2。这表明, 尽管两跨连续梁采用了对称加载, 由于两跨材料的离散性, 先开裂跨刚度衰减较快, 在施加相同的荷载增量时, 变形相对增长较快。

### 3.2 支座反力重分布

边支座反力  $Y_o$ 、中支座反力  $Y_i$  与外荷载  $F$  的关系如图 4 所示。支座反力试验值由支座处的拉压传感器测量得到, 支座反力弹性理论计算值则根据外荷载弹性计算结果叠加初始次反力得到。 $F_{cri}$  和  $F_{yi}$  分别为中支座塑性铰区的开裂荷载和屈服荷载。

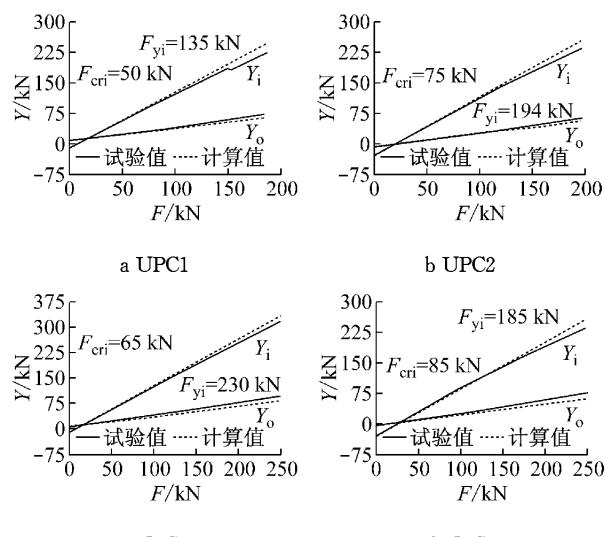


图 4 荷载-支座反力曲线

Fig.4 Load-reaction force curves

## 4 非线性阶段次弯矩与荷载弯矩

### 4.1 非线性阶段的次弯矩定义

非线性阶段, 叠加原理不再适用。仅由结构中的总弯矩, 无法分清哪部分是荷载引起的弯矩, 哪部分是次弯矩。然而, 在确定的状态下, 运用有限元的思想将结构分成若干单元, 原有结构即可采用各个单元的割线刚度分布进行等效线性化。非线性结构转化成线性结构, 叠加原理仍然适用, 可以将次弯矩以及外荷载弯矩从总弯矩中分离出来。

以两跨对称连续梁为例, 如图 5 所示。将梁离散为  $m$  个代表截面, 以该截面为中点, 左右各延伸该截面到其左右相邻截面的一半距离(端部只延伸一侧), 生成由该截面确定的单元, 其单元特性完全由截面的特性决定。每个截面的割线刚度可以根据弯矩-曲率关系进行求取, 如图 6 所示。弯矩  $M$  为截面弯矩,  $\varphi$  为该时刻  $M$  所对应的截面曲率。 $M_{cr}, M_y, M_u, M'_{cr}, M'_y, M'_u$  分别为截面临界开裂、普通受拉钢筋屈服、截面极限破坏时的正向截面弯矩值和负向截面弯矩值。任意时刻的截面割线刚度为

$$B_{gk} = M/\varphi \quad (2)$$

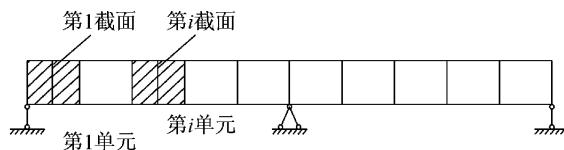
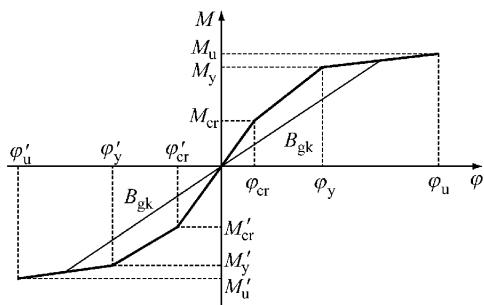


图 5 截面和单元的划分

Fig.5 Division of cross-section and element

图 6 净截面  $M$ - $\varphi$  曲线Fig. 6  $M$ - $\varphi$  curve of the net section

等效荷载法<sup>[21]</sup>是求解预应力结构综合内力、次内力和预加力反拱值最为常用的方法。“等效”的含义在于可以用一组自平衡的力系替代预应力筋对净截面部分混凝土梁的作用<sup>[22]</sup>。任意时刻的预应力结构均可以看成“抽筋”后的净截面结构处于外荷载和预应力筋等效荷载的共同作用下。

基于以上思路, 将非线性阶段次弯矩定义如下: 对于任意确定状态下的预应力超静定结构, 将预应力筋等效荷载作用于已知割线刚度分布的净截面结构上, 得到多余约束反力, 此多余约束反力在超静定结构中产生的弯矩为次弯矩。

同理, 将外荷载作用于已知割线刚度分布的净截面结构上, 外荷载与由其引起的多余约束反力产生的弯矩为非线性阶段荷载弯矩。

#### 4.2 净截面割线刚度分布

采用前述方法将连续梁离散成为 84 个单元, 单元长度为 0.05 m。由试验中测得的外荷载、支座反力、预应力筋拉力可以计算出净截面梁全部单元代表截面的实际弯矩值, 由此弯矩值即可根据净截面的弯矩曲率曲线追踪非塑性铰区的割线刚度。塑性铰区的割线刚度可直接通过试验中测得的混凝土应变值进行计算。

在预应力筋等效荷载以及外荷载的共同作用下, 连续梁各个单元将分别处于正、负弯矩区。因张拉端跨、锚固端跨可能表现出不对称性, 正弯矩区位于张拉端一跨和固定端一跨采用不同的弯矩曲率曲线追踪净截面割线刚度。

中支座净截面弯矩值  $M_{neti}$ , 跨中净截面弯矩值  $M_{netm}$  采用下式计算:

$$M_{neti} = 2.1Y_o - 1.05F - N_p e_p \quad (3)$$

$$M_{netm} = 1.05Y_o - N_p e_p \quad (4)$$

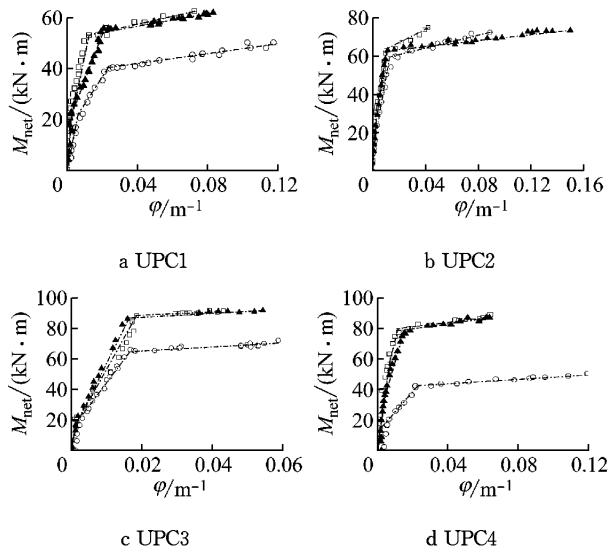
式(3), (4)中:  $Y_o$  为边支座反力;  $F$  为外荷载;  $N_p$  为预应力筋拉力;  $e_p$  为预应力筋偏心距。

净截面曲率  $\varphi$  采用下式计算:

$$\varphi = (\epsilon_t - \epsilon_b)/d \quad (5)$$

式中:  $\epsilon_t, \epsilon_b$  分别为引伸仪测得的截面顶部、底部混凝土应变值, 以压应力为正;  $d$  为顶底两个引伸仪之间的竖向距离。

在净截面受拉纵筋不变的情况下, 忽略混凝土离散性, 可认为  $M_{net}-\varphi$  曲线相同。由式(3), (4), (5)可获取 UPC1~UPC4 张拉端跨(p 跨)正弯矩区、负弯矩区(i 区)、锚固端跨(a 跨)正弯矩区  $M_{net}-\varphi$  曲线, 如图 7 所示。

图 7 UPC1~UPC4 的  $M_{net}-\varphi$  曲线及其拟合结果Fig. 7  $M_{net}-\varphi$  curves of UPC1~UPC4 and fitting results

为方便正、负弯矩区  $M_{net}-\varphi$  曲线的对比, 负弯矩区的弯矩和曲率值均已乘以 -1。以截面临界开裂、普通受拉钢筋屈服、截面极限破坏为特征点进行分段拟合, 得到三折线形式的  $M_{net}-\varphi$  曲线, 如图 7 点划线所示。根据净截面梁单元代表截面的实际弯矩值和拟合后的  $M_{net}-\varphi$  曲线即可确定非塑性铰区单元的割线刚度。

采用 Matlab 编制程序, 设计了一种基于跨中挠度的反向识别方法以确定中支座及跨中塑性铰区长度。具体步骤如下: ①设定塑性铰区长度  $L_p$ , 利用净截面  $M-\varphi$  曲线以及净截面弯矩  $M$  值, 追踪非塑性铰区的割线刚度, 塑性铰区的割线刚度则直接采用试验测量数据, 通过式(2), (5)进行计算; ②采用结构力学方法将试验中测得的预应力筋等效荷载以及外荷载作用于此刻割线刚度分布上得到张拉端、锚固端跨中挠度计算值  $D_p, D_a$ ; ③将  $D_p, D_a$  与试验中测得的该时刻实际挠度值进行比较, 若计算值小于试验值, 则增大  $L_p$  重新计算, 反之减小  $L_p$ , 直至计算

所得的跨中挠度与实测跨中挠度全过程吻合良好,如图 3 所示。

#### 4.3 非线性阶段的次弯矩与荷载弯矩

将预应力筋等效荷载作用于加载全过程所有状态的净截面割线刚度分布可以得到该时刻中支座及边支座次反力,由边次反力乘以跨度求得中支座截面次弯矩  $M'_{seci}$ ,绘出  $M'_{seci}$  与预应力筋拉力  $N_p$  的关系,如图 8 所示。

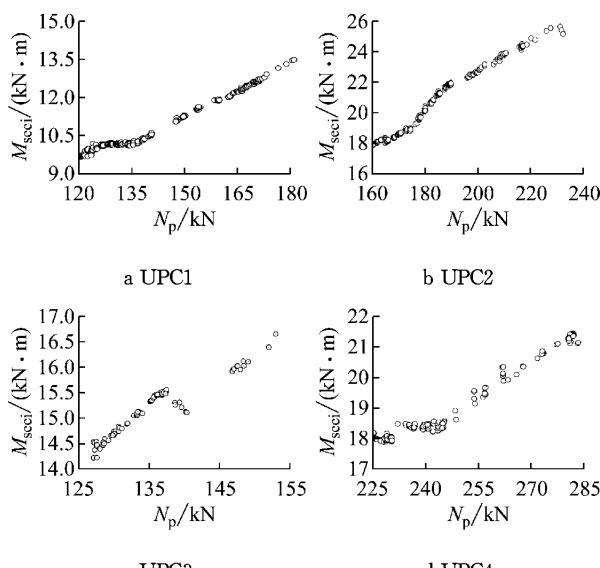


图 8 中支座截面次弯矩与预应力筋拉力的关系

Fig. 8 Relationship between  $M'_{seci}$  and  $N_p$

从图 8 中可以看出:外荷载施加后,中支座截面次弯矩值与预应力筋拉力表现出较强的线性关系,但并非成正比,这表明除  $N_p$  外,净截面割线刚度分布也是  $M'_{seci}$  的影响因素。

为考察净截面梁割线刚度变化对非线性次弯矩

的影响,定义次弯矩折减系数  $\alpha$  如下:

$$\alpha = M'_{seci}/M_{sec} \quad (6)$$

式中: $M'_{seci}$  为非线性阶段某时刻构件截面的次弯矩值; $M_{sec}$  为以该时刻预应力筋等效荷载为基础,假定梁为等刚度,计算出的同一截面弹性次弯矩值。

将外荷载作用于加载全过程所有状态的净截面割线刚度分布可以得到该时刻荷载弯矩  $M'_{load}$ ,定义荷载弯矩调幅系数  $\beta$  如下:

$$\beta = 1 - M'_{load}/M_{load} \quad (7)$$

式中: $M'_{load}$  为非线性阶段某时刻构件截面的荷载弯矩值; $M_{load}$  为以该时刻假定梁为等刚度,计算出的同一截面弹性荷载弯矩值。

$\alpha, 1-\beta$  与外荷载  $F$  的关系如图 9 所示。承载力极限状态下,各试件的  $\alpha, 1-\beta$  如表 4 所示。

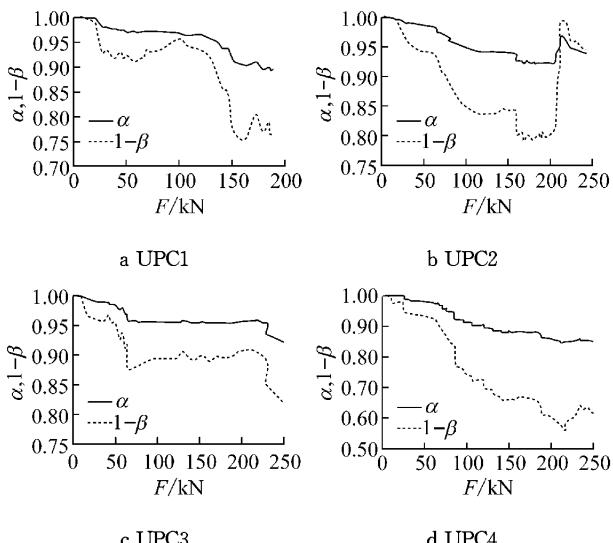


图 9  $\alpha, 1-\beta$  随外荷载变化情况

Fig. 9 Development of  $\alpha$  and  $1-\beta$  under loading

表 4 承载力极限状态下 UPC1~UPC4 的  $\alpha, 1-\beta$

Tab. 4  $\alpha$  and  $1-\beta$  of UPC1~UPC4 at ultimate limit state

梁号	$\eta_0$	$M'_{seci}/(kN \cdot m)$	$M'_{load}/(kN \cdot m)$	$M_{sec}/(kN \cdot m)$	$M_{load}/(kN \cdot m)$	$\alpha/\%$	$(1-\beta)/\%$
UPC1	0.207	12.3	-57.2	13.7	-74.6	89.7	76.6
UPC2	0.263	25.7	-90.7	27.4	-96.0	93.9	94.4
UPC3	0.302	15.9	-82.42	17.4	-102.6	91.5	80.3
UPC4	0.115	21.3	-61.6	25.1	-100.8	85.1	61.1

## 5 弯矩调幅公式及验证

### 5.1 弯矩调幅公式

从表 4 可看出,不考虑破坏模式为钢丝断裂的试件 UPC3,  $\alpha$  随中支座综合配筋指数  $\eta_0$  的增大而增大,  $\beta$  随  $\eta_0$  的增大而降低。承载力极限状态下,试

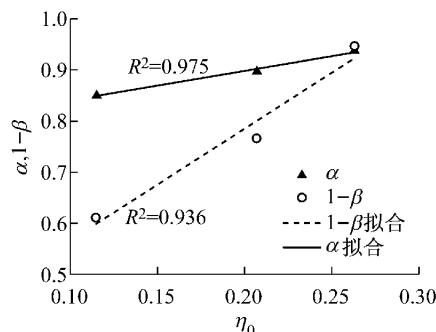
件 UPC1, UPC2 和 UPC4 的  $\alpha, 1-\beta$  与  $\eta_0$  的关系如图 10 所示。

以  $\eta_0$  为自变量,  $\alpha, 1-\beta$  为因变量, 线性回归得

$$\alpha = 0.59\eta_0 + 0.78 \quad (8)$$

$$1-\beta = 2.19\eta_0 + 0.35 \quad (9)$$

承载力极限状态下, 基于等效线性化原理, 可以将总弯矩分解成外荷载弯矩以及次弯矩, 从而, 无黏

图 10  $\eta_0$  与  $\alpha, 1-\beta$  的关系Fig. 10 Relationship between  $\eta_0$  and  $\alpha$  &  $1-\beta$  at ultimate limit state

结预应力混凝土连续梁中支座控制截面弯矩为

$$M = M'_{\text{load}} + M'_{\text{sec}} \quad (10)$$

由式(6), (7)可得

$$M'_{\text{load}} = (1-\beta)M_{\text{load}}; M'_{\text{sec}} = \alpha M_{\text{sec}}$$

代入式(10)中得

$$M = (1-\beta)M_{\text{load}} + \alpha M_{\text{sec}} \quad (11)$$

由文献[23]可知,  $M_{\text{sec}}$  与无黏结筋应力成正比, 可按下式计算:

$$M_{\text{sec}} = \frac{\sigma_{\text{pu}}}{\sigma_{\text{pe}}} M_2 \quad (12)$$

表 5 弯矩调幅公式计算结果与试验结果的对比

Tab. 5 Comparison of redistributed moment calculated by different formulas and that of the test

梁号	$\eta_0$	$M_e / (kN \cdot m)$	$M_{\text{load}} / (kN \cdot m)$	$M_2 / (kN \cdot m)$	$\delta$	$1-\beta$	$\alpha$	$\sigma_{\text{pe}} / \text{MPa}$	$\sigma_{\text{pu}} / \text{MPa}$	$M_{\text{cl}} / (kN \cdot m)$	$M_{\text{c2}} / (kN \cdot m)$	$M_t / (kN \cdot m)$
YLA-1	0.095	-105.70	-91.88	-13.83	0.32	0.56	0.84	843.00	1 158.8	-66.60	-71.40	-62.30
YLA-2	0.136	-99.00	-98.44	-0.56	0.41	0.65	0.86	977.88	1 129.78	-64.31	-58.46	-67.50
YLA-3	0.086	-82.70	-71.25	-11.45	0.33	0.54	0.83	1 129.62	1 598.02	-51.43	-55.19	-54.40
YLA-4	0.106	-94.80	-127.50	32.70	0.44	0.58	0.84	1 264.50	1 800.10	-31.44	-53.56	-34.00

注:  $M_e$  为  $M_{\text{load}}$  叠加  $M_2$  的中支座截面弹性弯矩;  $M_{\text{cl}}, M_{\text{c2}}$  分别为本文公式(14)和文献[16]公式(3)计算所得中支座截面弯矩;  $M_t$  为中支座截面弯矩试验值;  $\delta$  为以  $M_e$  作为调幅对象的弯矩调幅系数。

## 6 结论

本文进行了 4 根无黏结预应力混凝土两跨连续梁试验, 提出了对弹性荷载弯矩和初始次弯矩分别调幅的无黏结预应力连续梁支座控制截面弯矩调幅公式。得出以下结论:

(1) 运用割线刚度等效线性方法将原有次弯矩概念的外延进行拓展, 使其适用于非线性阶段, 从而无黏结预应力混凝土连续梁截面的总弯矩能够分解成次弯矩和外荷载弯矩。

(2) 承载力极限状态下, 无黏结预应力混凝土两跨连续梁中支座控制截面弯矩设计值可以按下式计算:

式中:  $M_2$  为中支座控制截面初始次弯矩;  $\sigma_{\text{pe}}$  为预应力筋有效应力;  $\sigma_{\text{pu}}$  为承载力极限状态预应力筋应力。将式(12)代入式(11)得

$$M = (1-\beta)M_{\text{load}} + \alpha \frac{\sigma_{\text{pu}}}{\sigma_{\text{pe}}} M_2 \quad (13)$$

由式(13)可以看出, 无黏结预应力连续梁弯矩重分布的原因可以归结为无黏结筋应力的增长以及净截面连续梁各部分割线刚度对比的改变。

将式(8), (9)代入式(13)得

$$\begin{aligned} M = & (2.19\eta_0 + 0.35)M_{\text{load}} + \\ & (0.59\eta_0 + 0.78) \frac{\sigma_{\text{pu}}}{\sigma_{\text{pe}}} M_2 \\ & 0.115 \leq \eta_0 \leq 0.263 \end{aligned} \quad (14)$$

## 5.2 弯矩调幅公式的验证

为了解本文提出的无黏结预应力混凝土连续梁弯矩调幅公式与现有公式对控制截面弯矩的实际计算效果, 选取文献[16]中弯矩重分布较大的 YLA 组试验梁作为验证试件, 分别运用本文公式(14)和文献[16]公式(3)计算承载力极限状态下各试件中支座截面的弯矩值, 结果如表 5 所示。可以看出, 本文建议公式计算结果更加接近试验结果。

$$M = (1-\beta)M_{\text{load}} + \alpha \frac{\sigma_{\text{pu}}}{\sigma_{\text{pe}}} M_2$$

(3) 随着外荷载的增长, 次弯矩折减系数  $\alpha$  总体呈现出下降趋势。承载力极限状态下,  $\alpha$  随中支座综合配筋指数  $\eta_0$  的增大而增大, 荷载弯矩调幅系数  $\beta$  随  $\eta_0$  的增大而降低。

(4) 无黏结预应力连续梁弯矩重分布的原因可以归结为无黏结筋应力的增长以及净截面连续梁各部分割线刚度对比的改变。采用本文弯矩调幅公式计算无黏结预应力混凝土连续梁中支座截面弯矩较已有公式更接近试验结果。

## 参考文献:

- tendon members: secondary reactions and moment redistribution[J]. Composites Part B: Engineering, 2014, 57: 250.
- [2] Lin T Y, Thornton K. Secondary moment redistribution on continuous prestressed concrete beams [J]. PCI Journal, 1972, 17(1):8.
- [3] ACI Committee 318. ACI318-71 Building code requirements for reinforced concrete[S]. Farmington Hills: American Concrete Institute, 1971.
- [4] ACI Committee 318. ACI318-11 Building code requirements for reinforced concrete and commentary [S]. Farmington Hills: American Concrete Institute, 2011.
- [5] Wyche P J, Uren J G, Reynolds G C. Interaction between prestress secondary moments, moment redistribution, and ductility—a treatise on the Australian Concrete Codes[J]. ACI Structural Journal, 1993, 89(1):50.
- [6] 简斌,白绍良,王正霖.预应力混凝土连续梁弯矩调幅的延性要求[J].工程力学,2001,18(2):51.  
JIAN Bin, BAI Shaoliang, WANG Zhenglin. Ductility requirement in the moment redistribution of prestressed concrete continuous beams [J]. Engineering Mechanics, 2001, 18(2):51.
- [7] Bondy K B. Moment redistribution: principles and practice using ACI 318-02[J]. PTI Journal, 2003, 1(1): 3.
- [8] CEN. EN 1992-1-1 Eurocode 2: design of concrete structures—part 1-1: general rules and rules for buildings [S]. Brussels: European Committee for Standardization, 2004.
- [9] Canadian Standards Association. A23.3-04 Design of concrete structures [S]. Mississauga: Canadian Standards Association, 2004.
- [10] 中国建筑科学研究院. GB50010—2010 混凝土结构设计规范 [S].北京:中国建筑工业出版社,2010.  
China Academy of Building Research. GB50010—2010 Code for design of concrete structures [S]. Beijing: Architecture & Building Press, 2010.
- [11] Priestley M J N, Park R. Moment redistribution in continuous prestressed concrete beams [J]. Magazine of Concrete Research, 1972, 24(80): 157.
- [12] Kodur V K R, Campbell T I. Evaluation of moment redistribution in a two-span continuous prestressed concrete beam[J]. ACI Structural Journal, 1996, 93(6):721.
- [13] Mattock A H. Comparative study of prestressed concrete beams with bond and without bond [J]. ACI Journal, 1971, 68(2): 116.
- [14] 陈育文.无粘结部分预应力混凝土连续梁的试验研究 [D].长沙:湖南大学,2008.  
CHEN Yuwen. Experimental study on unbonded partially prestressed concrete continuous beams [D]. Changsha: Hunan University, 2008.
- [15] Zheng W Z, Bai C X, Cheng H D. Experimental study on behaviors of unbonded prestressed concrete beams reinforced with CFRP tendons [J]. Key Engineering Materials, 2009, 400: 567.
- [16] Zhou W, Zheng W Z. Experimental research on plastic design method and moment redistribution in continuous concrete beams prestressed with unbonded tendons [J]. Magazine of Concrete Research, 2010, 62(1): 51.
- [17] KIM Kangsu, LEE Deuckhang. Nonlinear analysis method for continuous post-tensioned concrete members with unbonded tendons [J]. Engineering Structures, 2012, 40:487.
- [18] Harajli M H. Tendon stress at ultimate in continuous unbonded post-tensioned members: proposed modification of ACI 318, Eq. (18-4) and (18-5)[J]. ACI Structural Journal, 2012, 109 (2):183.
- [19] Leung C C Y, Au F T K, Kwan A K H. Non-linear analysis and moment redistribution of prestressed concrete members[J]. Proceedings of the ICE—Engineering and Computational Mechanics, 2013, 166(1): 9.
- [20] 周威.预应力混凝土结构设计三个基本问题研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2005.  
ZHOU Wei. Research on three fundamental issues in design of prestressed concrete structures [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2005.
- [21] Moorman. Equivalent load method for analyzing prestressed concrete structures [J]. Journal of The American Concrete Institute, 1952(1):405.
- [22] 陶学康.后张预应力混凝土设计手册[M].北京:中国建筑工业出版社,1996.  
TAO Xuekang. Design handbook for post-tensioned concrete structures[M]. Beijing: Architecture & Building Press, 1996.
- [23] Zeng J Y, Su X Z. Internal force system and current secondary moment concept in prestressed structures [J]. Applied Mechanics and Materials, Advances in Civil and Structural Engineering III, 2014, 501: 611.