

电动汽车非线性悬架系统混沌特性

牛治东, 吴光强

(同济大学 汽车学院, 上海 201804)

摘要: 在分析电动汽车非线性因素的基础上, 建立八自由度非线性模型. 在正弦路面激励下, 得到系统动力学响应, 计算分岔图、庞加莱 (Poincaré) 截面和最大李雅普诺夫 (Lyapunov) 指数. 分析结果表明该系统存在混沌运动, 并发现了系统通过周期、拟周期进入混沌运动的演化过程. 计算分岔图特殊点处的悬架动挠度, 发现利用悬架动挠度的变化, 能较好地反映系统的动态行为发生的变迁.

关键词: 汽车; 混沌; 分岔; 庞加莱截面

中图分类号: U461.1

文献标志码: A

Chaos in Nonlinear Suspension System of Electric Vehicle

NIU Zhidong, WU Guangqiang

(School of Automotive Studies, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: Based on the description of nonlinear factors, the eight degrees of freedom of EV was built. Under the *sin* usoidal road excitation, the responses to the model was obtained, then, the bifurcation diagram, the Poincaré section and the largest Lyapunov exponent were studied. The results indicate that the chaos exists in the system. The evolution through periodic, quasi-periodic into the chaotic motions are discovered. Suspension deflections of the special point in the bifurcation diagram were studied. It is found that it could reflect the dynamic behavior of system using the changes of suspension deflections.

Key words: vehicle; chaos; bifurcation; Poincaré section

庞加莱截面, 并计算系统的李雅普诺夫指数, 发现整车系统混沌运动的存在, 但该模型的非线性描述只针对传统汽车, 且未考虑横向稳定杆等对悬架影响. Zhu Qin 等^[2]建立了七自由度非线性整车模型, 同样在考虑左右轮相位差和前后轮胎时间延迟的正弦路面激励下, 通过分析系统参数分岔图和计算李雅普诺夫指数, 证明该系统存在混沌运动, 但该文并未涉及特殊点附近整车动力学特性, 且对象为传统汽车. 目前对电动汽车非线性动力学研究主要集中在转向系统^[3]、电动机^[4]的非线性特性、分岔混沌特性及其控制等的研究.

本文以电动汽车为研究对象, 考虑悬架、轮胎和座椅等非线性因素, 且包含了电机激励对整车的影响, 推导出整车八自由度动力学方程. 分析时假设车辆匀速行驶, 路面激励为具有左右轮激励幅值不同和车轮相角延迟的正弦激励, 并以路面激励频率为分岔参数, 得到系统的非簧载质量位移分岔图、簧载质量位移分岔图和驾驶员质量位移分岔图. 根据分岔图选取 4 组参数, 分析 4 组参数的庞加莱 (Poincaré) 截面, 并计算最大李雅普诺夫 (Lyapunov) 指数. 发现系统随着路面激励频率的变化, 其运动状态在周期、拟周期和混沌运动之间经历多次变迁, 且发现系统经历周期、拟周期运动, 进入混沌运动的演化过程. 根据分岔图特殊点附近悬架动挠度的计算, 发现利用悬架动挠度的变化, 能反映系统的动态行为发生了变迁. 由于混沌运动增加了系统的不确定性, 所以应减少或者避免混沌运动的发生^[5].

1 电动汽车整车非线性描述

与传统汽车一样, 在电动汽车中, 衬套、弹簧、悬

Wu 等^[1]建立了包括驾驶员模型在内的整车八自由度模型, 在考虑相位差和时间延迟的正弦路面激励下, 对具有随机参数确定性系统的非线性整车模型进行数值分析, 得到系统的分岔图、时间历程、

收稿日期: 2014-05-07

基金项目: 教育部高等学校博士学科点专项科研基金(20120072110013); 国家自然科学基金(51105277); 国家“九七三”重点基础研发计划(2011CB711200)

第一作者: 牛治东(1987—), 男, 博士生, 主要研究方向为汽车随机非线性动力学以及混沌分岔等. E-mail: niu99niu122390981@163.com

通讯作者: 吴光强(1965—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为车辆动力学与控制. E-mail: wuguangqiang@tongji.edu.cn

架减振器和轮胎等都是具有非线性因素的部件. 本文主要考虑电动汽车悬架、轮胎和座椅等处的非线性特性,并引入电机转矩波动对电动汽车垂向振动的影响,建立了电动汽车八自由度非线性动力学模型. 电动汽车八自由度简化模型如图1. 文中电动汽车为前轮轮毂驱动,且假设左右轮驱动力矩相同. 模型考虑了车身的垂向振动、俯仰、侧倾3个自由度,4个车轮垂向的4个自由度和驾驶员垂向的1个自由度,共8个自由度的整车模型. 图中, θ 为车身侧倾角; φ 为车身俯仰角; $F_{sFL}, F_{sFR}, F_{sRL}, F_{sRR}$ 为悬架等效非线性力; $F_{uFLz}, F_{uFRz}, F_{uRLz}, F_{uRRz}$ 为作用在车轮上的地面法向反作用力; $z_{gFL}, z_{gFR}, z_{gRL}, z_{gRR}$ 为路面激励位移; F_{dz} 为驾驶员座椅等效非线性力; $z_{w1}, z_{w2}, z_{w3}, z_{w4}$ 为非簧载质量垂向位移; z_s 为车身质心垂向位移; z_5 为驾驶员质量垂向位移; T_r 为车轮驱动力矩.

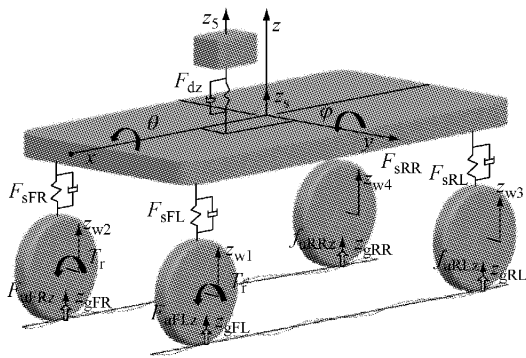


图1 电动汽车八自由度简化模型

Fig.1 Simplified model of eight degrees of freedom of electric vehicle

1.1 电动汽车电机激励的影响

电机学中,理想化的电机气隙磁场为正弦分布,绕组电流也仅有基波分量,此时,电机转矩恒定,不存在转矩波动. 但实际电机中,由于转子机械加工引起的机械不平衡与装配等方面的误差,引起气隙磁场非正弦分布,导致电机转矩波动的存在. 电动汽车的永磁同步电机振动主要由电机的电磁力引起,把电机电磁力分为径向分量和切向分量. 径向电磁力是电磁振动的主要来源,而切向电磁力的合力产生电磁转矩. 本文主要考虑径向电磁力对系统动力学的影响.

利用麦克斯韦方程,可求得电机气隙中单位面积的径向电磁力^[6]为

$$f_r = \frac{1}{2\mu_0} (B_r^2 - B_t^2) \approx \frac{1}{2\mu_0} B_r^2 \quad (1)$$

式中: f_r 为径向电磁力密度; B_r 和 B_t 分别为径向和

切向气隙磁密; μ_0 为空气磁导率. 因为 B_r 一般比 B_t 大得多,所以计算径向电磁力时可忽略 B_t 的影响.

电机径向电磁力主要是由定、转子绕组中的基波磁场产生的,所以本文主要考虑基波磁场产生的电磁力. 设气隙磁导为 $\Lambda(\theta_1, t)$,基波合成磁势为 $f_0(\theta_1, t)$,则气隙磁密^[7]为

$$B_r = f_0(\theta_1, t) \cdot \Lambda(\theta_1, t) \quad (2)$$

$$f_0(\theta_1, t) = F_0 \cos(p\theta_1 - \omega t - \theta_0) \quad (3)$$

式中: F_0 为幅值; p 为极对数; θ_1 为机械角位移; θ_0 为初相角; ω 为基波角速度; t 为时间.

把式(2)代入式(1),得到基波磁场产生的径向电磁力为

$$p_r = \Lambda^2(\theta_1, t) \cdot F_0^2 [1 + \cos(2p\theta_1 - 2\omega t - 2\theta_0)] / 4\mu_0 = p_0 + p_1 \quad (4)$$

由式(4)可知:径向电磁力包括不变部分和交变部分,不变部分为均匀分布的压应力,交变部分为1个旋转的径向力波^[8],其中电磁力的交变部分是电机产生振动的主要原因. 把电机定子简化为圆柱形壳体,电机径向电磁力分布如图2所示. 图中, p_0 为电机径向电磁力的不变部分, p_1 为电机径向电磁力的交变部分, F_{mz} 为电机激励引起的系统垂向力.

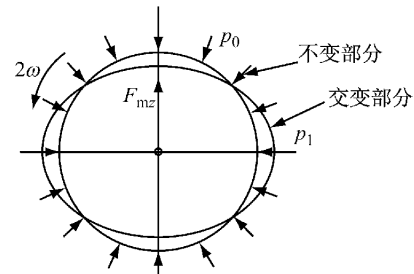


图2 电机中的径向电磁力分布

Fig.2 Radial electromagnetic force distribution in the motor

径向电磁力作用在电机定子表面,通过机架对整个系统产生影响,因此,可把电机径向电磁力转化为系统的垂向作用力. 假设某一时刻,作用在电机上的径向电磁力如图2所示. 对径向电磁力作用在系统的垂向分量进行积分,采用下式模拟电机电磁力作用在系统的垂向力:

$$F_{mz} = \int_0^{2\pi} [\Lambda^2(\theta_1, t) \cdot \cos \theta_1 \cdot F_0^2 \cdot \cos(2p\theta_1 - 2\omega t - 2\theta_0) / 4\mu_0] d\theta_1 \quad (5)$$

1.2 电动汽车整车非线性因素

本文考虑电动汽车整车非线性因素包括悬架、轮胎和座椅等处的非线性,同时考虑前后横向稳定杆和电机振动对悬架的影响.

1.2.1 悬架非线性特性

目前描述悬架的非线性模型主要有多项式模型、指数幂模型和分段非线性模型等. 根据电动汽车实际结构特点, 本文用以下公式来表示悬架的非线性特性.

悬架等效非线性弹簧力和阻尼力可表示为

$$F_{si} = k_{si} \operatorname{sgn}(\Delta z_{si}) |\Delta z_{si}|^n \quad (6)$$

$$F_{ci} = c_{si} \Delta \dot{z}_{si} \quad (7)$$

$$c_{si} = \begin{cases} c_{sui}, & \dot{\Delta z}_{si} \geq 0 \\ c_{sdi}, & \dot{\Delta z}_{si} < 0 \end{cases}$$

式中: $i=1, 2, 3, 4$; c_{si} 为等效阻尼系数; k_{si} 为等效非线性弹簧力拟合系数; n 为指数; c_{sui} 为悬架等效阻尼压缩行程系数; c_{sdi} 为悬架等效阻尼拉伸行程系数; $\dot{\Delta z}_{si}$ 为悬架上下支点等效相对速度; Δz_{si} 为悬架等效弹簧变形量; $\Delta \dot{z}_{si}$ 为相对速度.

$$\Delta z_{s1} = z_s + b_f \sin \theta - a \sin \varphi - z_{w1}$$

$$\Delta z_{s2} = z_s - b_f \sin \theta - a \sin \varphi - z_{w2}$$

$$\Delta z_{s3} = z_s + b_r \sin \theta + b \sin \varphi - z_{w3}$$

$$\Delta z_{s4} = z_s - b_r \sin \theta + b \sin \varphi - z_{w4}$$

$$\Delta \dot{z}_{s1} = \dot{z}_s + b_f \dot{\theta} \cos \theta - a \dot{\varphi} \cos \varphi - \dot{z}_{w1}$$

$$\Delta \dot{z}_{s2} = \dot{z}_s - b_f \dot{\theta} \cos \theta - a \dot{\varphi} \cos \varphi - \dot{z}_{w2}$$

$$\Delta \dot{z}_{s3} = \dot{z}_s + b_r \dot{\theta} \cos \theta + b \dot{\varphi} \cos \varphi - \dot{z}_{w3}$$

$$\Delta \dot{z}_{s4} = \dot{z}_s - b_r \dot{\theta} \cos \theta + b \dot{\varphi} \cos \varphi - \dot{z}_{w4}$$

式中: $2b_f$ 为前轮距; $2b_r$ 为后轮距; a 为整车质心至前轴距离; b 为整车质心至后轴距离.

横向稳定杆对悬架摇臂的垂直作用力为

$$\begin{cases} F_{srFL} = k_{fARB} [-\theta + (z_{w2} - z_{w1})/b_{f1}] \\ F_{srFR} = -F_{srFL} \\ F_{srRL} = k_{rARB} [-\theta + (z_{w4} - z_{w3})/b_{r1}] \\ F_{srRR} = -F_{srRL} \end{cases}$$

式中: k_{fARB} 和 k_{rARB} 表示横向稳定杆等效角刚度系数; b_{f1} , b_{r1} 为前、后横向稳定杆两作用点间距离; z_{w1} , z_{w2} , z_{w3} , z_{w4} 为非簧载质量的垂向位移.

悬架等效非线性力包括悬架等效非线性弹簧力、阻尼力, 横向稳定杆对悬架摇臂的垂直作用力以及电机作用力.

1.2.2 轮胎特性

轮胎具有非线性特性, 对轮胎模型进行线性化处理. 作用在车轮上的地面法向反作用力为

$$F_{uFLz} = k_{wFL} (z_{gFL} - z_{w1})$$

$$F_{uFRz} = k_{wFR} (z_{gFR} - z_{w2})$$

$$F_{uRLz} = k_{wRL} (z_{gRL} - z_{w3})$$

$$F_{uRRz} = k_{wRR} (z_{gRR} - z_{w4})$$

式中: z_{gFL} , z_{gFR} , z_{gRL} , z_{gRR} 分别为作用在各车轮处路面激励的垂向位移; k_{wFL} , k_{wFR} , k_{wRL} , k_{wRR} 分别为车轮等效刚度系数.

1.2.3 座椅非线性特性

电动汽车座椅的非线性特性用多项式描述, 其等效非线性弹簧力和阻尼力分别为

$$F_{s5} = k_{s51} \Delta z_5 + k_{s52} \Delta z_5^3 \quad (8)$$

$$F_{c5} = c_{s5} \Delta \dot{z}_5 \quad (9)$$

式中: k_{s51} 和 k_{s52} 均为座椅弹簧力拟合系数; c_{s5} 为座椅阻尼系数; Δz_5 为座椅等效弹簧变形量; $\Delta \dot{z}_5$ 为相对速度.

$$\Delta z_5 = z_s + a_1 \sin \theta - b_1 \sin \varphi - z_5$$

$$\Delta \dot{z}_5 = \dot{z}_s + a_1 \dot{\theta} \cos \theta - b_1 \dot{\varphi} \cos \varphi - \dot{z}_5$$

式中: 驾驶员质量位置点与车身质心在纵向的距离为 b_1 , 在横向的距离为 a_1 . 座椅等效非线性力为弹簧力和阻尼力的和.

1.3 电动汽车整车数学模型

根据牛顿运动定律, 建立动力学方程, 以下公式为整车动力学方程:

$$\begin{aligned} m_s \ddot{z}_s = & -F_{s1} - F_{c1} - F_{srFL} - F_{s2} - F_{c2} - F_{srFR} - \\ & F_{s3} - F_{c3} - F_{srRL} - F_{s4} - F_{c4} - F_{srRR} - F_{s5} - \\ & F_{c5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_x \ddot{\theta} = & [(F_{s3} + F_{c3} + F_{srRL} - F_{s4} - F_{c4} - F_{srRR}) b_r + \\ & (F_{s1} + F_{c1} + F_{srFL} - F_{s2} - F_{c2} - F_{srFR}) b_f - \\ & (F_{s5} + F_{c5}) a_1] \cos \theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_y \ddot{\varphi} = & [(F_{s1} + F_{c1} + F_{srFL} + F_{s2} + F_{c2} + F_{srFR}) l_1 - \\ & (F_{s3} + F_{c3} + F_{srRL} + F_{s4} + F_{c4} + F_{srRR}) l_2 - \\ & (F_{s5} + F_{c5}) b_1] \cos \varphi \end{aligned}$$

$$m_{uFL} \ddot{z}_{w1} = F_{s1} + F_{c1} + F_{srFL} + F_{uFLz} + F_{mz}$$

$$m_{uFR} \ddot{z}_{w2} = F_{s2} + F_{c2} + F_{srFR} + F_{uFRz} + F_{mz}$$

$$m_{uRL} \ddot{z}_{w3} = F_{s3} + F_{c3} + F_{srRL} + F_{uRLz}$$

$$m_{uRR} \ddot{z}_{w4} = F_{s4} + F_{c4} + F_{srRR} + F_{uRRz}$$

$$m_d \ddot{z}_5 = F_{s5} + F_{c5}$$

式中: m_s 为电动汽车车身质量; I_x , I_y 分别为车身侧倾、俯仰的转动惯量; m_{uFL} , m_{uFR} , m_{uRL} , m_{uRR} 为非簧载质量; m_d 为驾驶员质量.

1.4 路面激励

一般来说, 路面激励是随机的, 而随机激励可以用多个三角函数的叠加来模拟, 因此, 本文路面采用三角函数激励具有较为普遍的意义. 路面激励采用正弦激励, 并同时考虑车轮激励的相角延迟、左右轮激励相位差和幅值的不同, 公式如下:

$$\begin{aligned} z_{gFL} &= A_1 \sin(2\pi ft) \\ z_{gFR} &= A_2 \sin(2\pi ft + \beta) \\ z_{gRL} &= A_1 \sin(2\pi ft + \alpha) \\ z_{gRR} &= A_2 \sin(2\pi ft + \alpha + \beta) \end{aligned}$$

式中: A_1 和 A_2 分别为电动汽车左右轮路面激励幅值; f 为路面激励频率; α 为前后轮激励相角延迟; β 为左右轮激励相位差。

2 电动汽车整车系统分岔图分析

分岔现象是指振动系统的定性行为随着参数改变而发生质的变化。若任意小的参数变化会使结果不稳定的系统相轨迹的拓扑结构发生突然变化,则称这种变化为分岔。分岔是非线性系统中所特有的现象,分岔以后,系统不同状态间便发生不连续过渡,此为突变。文中以路面激励频率 f 为分岔参数,计算电动汽车系统动力学响应,绘制分岔图。根据分岔图、Poincaré 截面和最大李雅普诺夫指数判断系统的状态,同时分析特殊点处悬架动挠度的变化。

2.1 电动汽车分岔图分析

参数设置:激励幅值 $A_1=0.020$, $A_2=0.025$, 相

角延迟 $\alpha=59\pi/180$, $\beta=9\pi/180$, 频率 f 为分岔参数。图3为非簧载质量位移、簧载质量位移和驾驶员质量位移分岔图。从图中可以看出,电动汽车系统的运动状态随频率的改变发生变化,且3张图系统的运动趋势基本一致。当频率在2.5 Hz附近时,系统运动状态发生突变,此时系统不稳定,从一种稳定状态跃迁到另一种稳定状态;频率在2.5~3.8 Hz之间,系统为周期一运动;路面激励频率达到3.8 Hz后,由于大部分频率取值区域数值积分不收敛,分岔图为离散的点集,此时系统运动状态复杂,无法进行直接判断;频率在4.5 Hz左右时,系统运动为周期三运动。当频率增加到如图所示的4.7 Hz附近时,系统开始进入较复杂的运动状态,从分岔图中不易判断;系统在6.6 Hz以后的运动状态较为明显,为周期一运动。

因系统在3.8~6.6 Hz之间的运动较为复杂,故对频率在3.5~7.0 Hz的分岔图进行放大,见图4。从分岔图计算结果可知,系统运动状态随路面激励频率的改变而发生变化。频率3.80, 4.45, 4.65, 5.56, 6.10和6.60 Hz附近时,分岔图均发生变化,说明此时系统的运动处于状态变迁过程中。

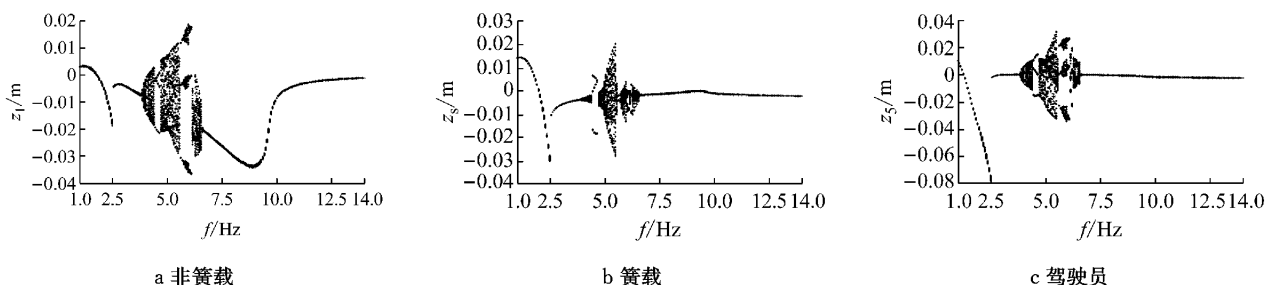


图3 质量位移分岔图(1 Hz ≤ f ≤ 14 Hz)

Fig.3 Mass displacement of bifurcation diagram(1 Hz ≤ f ≤ 14 Hz)

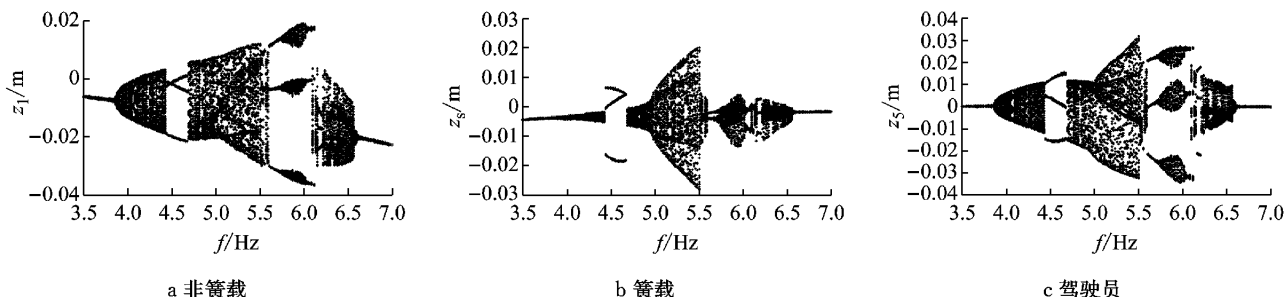


图4 质量位移分岔图(3.5 Hz ≤ f ≤ 7.0 Hz)

Fig.4 Mass displacement of bifurcation diagram(3.5 Hz ≤ f ≤ 7.0 Hz)

2.2 电动汽车混沌分析

混沌现象是指发生在确定性系统中貌似随机的不规则运动。物理系统在远离平衡状态的情况下,当系统内部或者外部某些因素变化时,既可以通过突

变进入更为有序的状态,也可经突变进入混沌状态^[9]。本文通过 Poincaré 截面和最大李雅普诺夫指数来判断系统运动状态。

选取4组数据进行分析, f 分别取2.7, 4.5,

5.2, 6.2 Hz, 路面激励幅值和车轮相角延迟均不变. 图 9~12 为非簧载质量位移和簧载质量位移的 Poincaré 截面.

2.2.1 第一组 ($f=2.7$ Hz)

由图 5 可知, 簧载质量位移和非簧载质量位移的 Poincaré 截面为少量离散点集, 此时系统处于有序状态. 结合分岔图可知, 路面激励频率在 2.5~3.8 Hz 时, 系统为周期一运动.

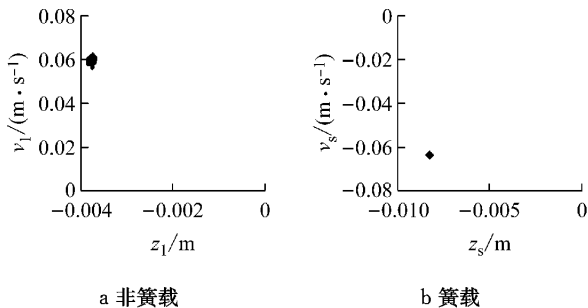


图 5 非簧载质量位移、簧载质量位移 Poincaré 截面 ($f=2.7$ Hz)

Fig.5 Unsprung and sprung mass displacement of Poincaré section ($f=2.7$ Hz)

2.2.2 第二组 ($f=4.5$ Hz)

由图 6 可知, 非簧载质量位移和簧载质量位移的 Poincaré 截面为 3 个离散点集, 此时系统运动为周期运动, 结合分岔图和 Poincaré 截面可以判断, 此时系统为周期三运动.

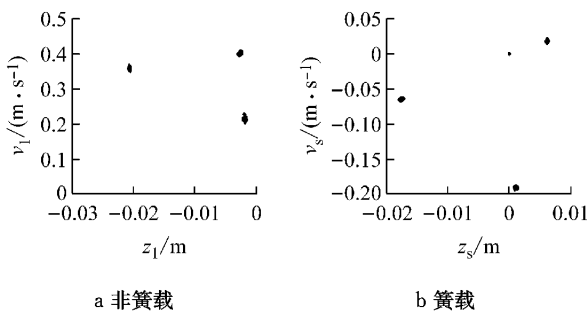


图 6 非簧载质量位移、簧载质量位移 Poincaré 截面 ($f=4.5$ Hz)

Fig.6 Unsprung and sprung mass displacement of Poincaré section ($f=4.5$ Hz)

2.2.3 第三组 ($f=5.2$ Hz)

由图 7 可知, 非簧载质量位移和簧载质量位移的 Poincaré 截面为封闭曲线, 且曲线没有分形特征, 但具有一定规律性, 此时系统运动不是混沌运动, 而是具有不同周期的拟周期运动. 除封闭曲线外, Poincaré 截面并没有离散点, 说明此时的拟周期运动较为稳定.

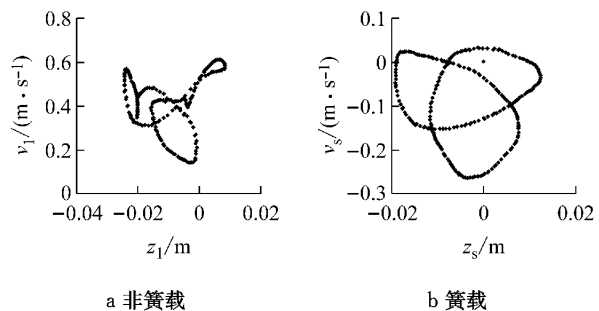


图 7 非簧载质量位移、簧载质量位移 Poincaré 截面 ($f=5.2$ Hz)

Fig.7 Unsprung and sprung mass displacement of Poincaré section ($f=5.2$ Hz)

2.2.4 第四组 ($f=6.2$ Hz)

由图 8 可知, 系统的 Poincaré 截面为具有一定分形结构的密集点集, 图形上的点被吸引到一定区域内. 同时计算得到系统最大李雅普诺夫指数 $\lambda=8.019$, 因此可以判断系统此时运动为混沌运动.

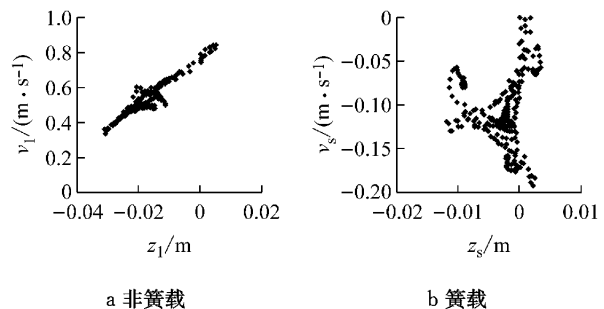


图 8 非簧载质量位移、簧载质量位移 Poincaré 截面 ($f=6.2$ Hz)

Fig.8 Unsprung and sprung mass displacement of Poincaré section ($f=6.2$ Hz)

从以上 4 组数据的分析结果可以看出, 电动汽车运动状态经历了周期、拟周期和混沌运动的多次变迁, 系统运动状态复杂; 且发现了系统经历周期、拟周期运动, 进入混沌运动的演化过程.

2.3 电动汽车分岔图特殊点分析

根据分岔图计算结果, 在非簧载质量位移分岔图与簧载质量位移分岔图中, 频率 2.50 Hz 附近时, 系统运动状态发生了跳跃, 选频率 2.50, 2.60 Hz 进行悬架动挠度 (f_a) 计算. 频率在 5.56 Hz 附近时, 系统运动状态发生了分岔, 选取频率 5.47, 5.57 Hz 进行计算.

由前面计算的电动汽车分岔图知, 路面激励频率 2.5 Hz 附近时, 系统分岔图发生跳跃. 图 9a 和 9b 为频率在 2.50, 2.60 Hz 时计算的悬架动挠度. 可以明显看出: 电动汽车左前轮和左后轮的悬架动挠度发生很大变化, 说明当经过跳跃点时系统运动状态

发生了变迁。

当路面激励频率在 5.56 Hz 附近时,由电动汽车分岔图可知,系统运动状态发生了分岔。从图 9c 和 9d 可以看出:频率在 5.47 和 5.57 Hz 的悬架动挠度变化没有规律,且两张图的悬架动挠度也明显不同。说明系统的运动状态发生了变迁,验证了分岔图的计算结果。因此,可以用悬架动挠度的变化,来判断系统运动状态的变迁。

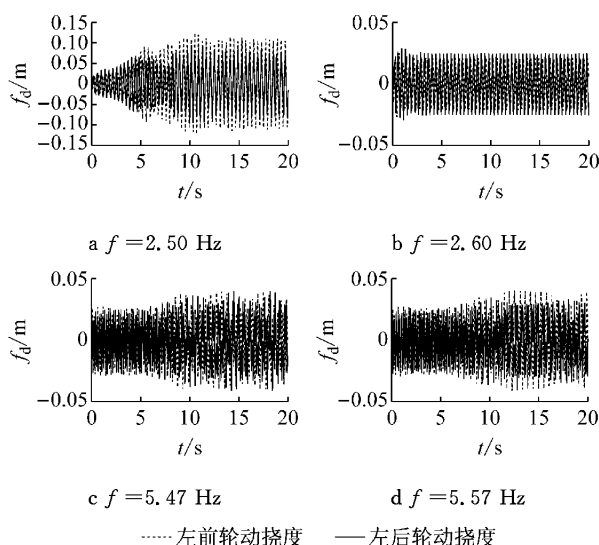


图9 悬架动挠度

Fig.9 Suspension deflections

3 结论

本文以电动汽车为研究对象,考虑电机激励对整车振动特性的影响,且在充分考虑电动汽车整车非线性因素的基础上,推导出整车八自由度非线性动力学方程。在车轮相角延迟、左右轮相位差和激励幅值不同的正弦路面激励下,研究整车的振动特性,得出以下结论:

(1) 以频率为分岔参数得到电动汽车整车动力学系统分岔图,从分岔图可以看出,整车运动状态随着分岔参数的改变其运动状态也随之发生相应变化。

(2) 选取 4 组参数,分析电动汽车非簧载质量位移、簧载质量位移的 Poincaré 截面,并计算最大李雅普诺夫指数,表明电动汽车系统存在混沌运动。发现

了系统经历周期运动、拟周期运动,进入混沌运动的演化过程。

(3) 选取分岔图特殊点进行电动汽车悬架动挠度计算,发现分岔图跳跃点和分岔点附近的悬架动挠度发生了明显变化,因此,可以用悬架动挠度变化来判断系统运动状态的变迁,且得到较好验证。

系统运动状态随着分岔参数的变化,在周期、拟周期和混沌运动之间变迁,系统运动形态复杂,在某些特定情况下存在混沌运动,为电动汽车的设计和性能优化提供一定的理论参考。

参考文献:

- [1] WU Guangqiang, SHENG Yun. On chaos and bifurcation in nonlinear driver vehicle system probabilistic dynamics [C]//SAE 2012 World Congress & Exhibition. [S. l.]: SAE, 2012: 7-30.
- [2] ZHU Qin, Ishitobi M. Chaotic vibration of a nonlinear full vehicle model [J]. International Journal of Solids and Structures, 2006, 43: 747.
- [3] ZHANG Zhen, Chau K T, WANG Zheng. Analysis and control of chaos for lateral dynamics of electric vehicles[C]//Electrical Machines and Systems (ICEMS). Beijing: [s. n.], 2011: 1-6.
- [4] Chau K T, Wang Z. Chaos in electric drive systems analysis, control and application [M]. Asia: Wiley-IEEE Press, 2011.
- [5] 吴光强, 盛云. 混沌理论在汽车非线性系统中的应用进展[J]. 机械工程学报, 2010, 46(10): 81.
WU Guangqiang, SHENG Yun. Review on the application of chaos theory in automobile nonlinear system [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(10): 81.
- [6] 张磊, 温旭辉. 车用永磁同步电机径向电磁振动特性[J]. 电机与控制学报, 2012, 16(5): 33.
ZHANG Lei, WEN Xuhui. Radial electromagnetic vibration model characteristics of PMSMs for electric vehicles [J]. Electric Machines and Control, 2012, 16(5): 33.
- [7] 张重超, 杨玉致, 朱梦周. 机电设备噪声控制工程学[M]. 北京: 中国轻工业出版社, 1989.
ZHANG Chongchao, YANG Yuzhi, ZHU Mengzhou. Electrical equipment noise control engineering [M]. Beijing: China Light Industry Press, 1989.
- [8] Colamartino F, Marchand C, Razek A. Torque ripple minimization in permanent magnet synchronous servodrives[J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 1999, 14(3): 616.
- [9] 黄润生, 黄浩. 混沌及其应用 [M]. 2 版. 武汉: 武汉大学出版社, 2007.
HUANG Runsheng, HUANG Hao. Chaos and its applications [M]. 2nd ed. Wuhan: Wuhan University Press, 2007.