

基于边界层理论的建筑结构风致内压理论研究

全 涌, 王轶翔, 顾 明

(同济大学 土木工程防灾国家重点实验室, 上海 200092)

摘要: 由于单一开洞建筑结构风致内压是由黏性有旋的湍流流体引起的, 伯努利方程显然不能完全适用于此种情况, 因此采用边界层微分方程并结合湍流的半经验理论——混合长度理论——重新推导了风致内压控制方程, 定义了新的能量损失系数及其具体表达式. 采用标准四阶四段龙格-库塔数值计算方法求解内压控制方程, 分析了能量损失系数对新方程计算结果的影响, 并与经验公式的计算结果进行对比. 研究表明, 内压的能量耗散是由湍流扩散项引起的, 进一步明确了洞口能量耗散的物理意义.

关键词: 建筑结构; 风致内压; 边界层; 混合长度理论

中图分类号: TU311.3

文献标志码: A

Wind-induced Internal Pressure in Buildings Based on Boundary Layer Theory

QUAN Yong, WANG Yixiang, GU Ming

(State Key Laboratory for Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: Since wind-induced internal pressure of a building with a large opening is usually caused by rolling viscous turbulent fluid and Bernoulli equation cannot be applied to this situation completely, a new governing equation for wind-induced internal pressure with a single opening was derived using the boundary layer theory and the mixing-length theory. Using the standard four order Runge - Kutta numerical method to solve internal pressure governing equation, the influence of the energy loss coefficient on the calculation results of the proposed equation was analyzed and the calculation results of the proposed equation was compared with those of empirical formula. The results show that the internal pressure of the energy dissipation is caused by the turbulent diffusion term. Moreover, the physical meaning of the energy dissipation of the opening is further clarified.

Key words: building structure; wind-induced internal pressure; boundary layer; mixing-length theory

在强风作用下, 带有开洞的建筑结构风致内压往往会对建筑的总风荷载产生明显影响. 这些开洞可能是由于人为疏忽致使门窗常开或风致残骸撞击导致建筑表面围护结构(如玻璃幕墙)破碎形成的, 此时气流通过开洞进出建筑, 导致建筑内压发生剧烈变化.

尽管建筑结构风致内压的研究已经开展近 30 年, 多位学者^[1-6]各自提出一些内压控制方程, 但是多数都是由非定常伯努利方程或者 Helmholtz 声学共振原理推导得来. 然而, 严格说来, 非定常伯努利方程只适用于无黏、不可压、无旋流体的流动, 对于风致内压这种需要考虑流体黏性、有旋的情况, 非定常伯努利方程显然并不完全适用. 因此, 本文使用更一般的流体力学微分方程——普朗特边界层微分方程, 并结合湍流的半经验理论——混合长度理论^[7], 推导新的风致内压控制方程, 并通过与以往研究成果对比, 讨论该方法的进步之处.

1 内压控制方程研究进展

Holmes^[1]利用 Helmholtz 声学共振原理, 首先推导出一个二阶非线性常微分方程, 来表达单开洞建筑的脉动内压

$$\frac{\rho_a L_e V_0}{\gamma A_0 p_a} \ddot{C}_{pi} + \frac{\rho_a q V_0^2}{2\gamma^2 k^2 A_0^2 p_a^2} |\dot{C}_{pi}| \dot{C}_{pi} + C_{pi} = C_{pe} \quad (1)$$

式中: A_0 为建筑开洞面积; V_0 为建筑内部体积; L_e 为在洞口来回振动的气柱有效长度; γ , ρ_a , p_a 分别为洞口周边的空气比热容比、密度与压强; k 为流量系数; $C_{pi} = p_i/q$, 为内压系数; $C_{pe} = p_e/q$, 为外压系数; p_i 和 p_e 分别为建筑内压和外压; $q = \rho_a U_0^2/2$, 为屋顶高度处的来流参考动压; U_0 为屋顶高度处的来流平均风速. 该方程的无阻尼自由振动频率通常被称作 Helmholtz 共振频率, 其表达式为

$$\omega_H = 2\pi f_H = \sqrt{\frac{\gamma A_0 p_a}{\rho_a L_e V_0}} \quad (2)$$

式中, ω_H 和 f_H 分别表示 Helmholtz 共振圆频率和频率。

Liu 等^[2]根据非定常等熵伯努利方程推导了一个相似的非线性常微分方程

$$\frac{\rho_a L_e V_0}{\gamma c A_0 p_a} \ddot{C}_{pi} + \frac{C_L \rho_a q V_0^2}{2 \gamma^2 A_0^2 p_a^2} |\dot{C}_{pi}| \dot{C}_{pi} + C_{pi} = C_{pe} \quad (3)$$

式中: c 为洞口收缩系数; C_L 为能量损失系数, 它与公式(1)中流量系数的关系为 $C_L = 1/k^2$ 。

由于 Liu 等^[2]是从非定常等熵伯努利方程推导出的内压控制方程, 因此忽略了洞口的摩擦能量损失。

Vickery^[4]总结了前人对内压控制方程的推导方法, 指出洞口的流动方程应该表示为

$$\Delta p = C_L \frac{1}{2} \rho_a u^2 + \rho_a L_e \frac{du}{dt} \quad (4)$$

式中: Δp 为洞口两边的压差; u 为通过洞口的空间平均速度; $L_e = C_L \sqrt{A_0}$, 是气柱的有效长度; C_L 为惯性系数。

Sharma 等^[5-6]采用计算流体力学(CFD)方法研究了建筑在突然开洞情况下的风致内压瞬态响应。从风洞试验、CFD 和理论计算结果的对比中发现, 风洞试验和 CFD 计算出的内压时程曲线比理论计算值衰减得更快, 由此文中建议在控制方程中引入额外的线性阻尼项来考虑流体在洞口处由于黏性剪切应力而产生的能量耗散, 并给出修正后的内压控制方程。对于浅开洞 ($L_0/d_{eff} < 1.0$, L_0 为洞口实际厚度, d_{eff} 为洞口等效直径), 修正 Liu 等^[2]的方程后得到

$$\frac{\rho_a L_e V_0}{\gamma c A_0 p_a} \ddot{C}_{pi} + C_L \frac{\rho_a q V_0^2}{2 \gamma^2 A_0^2 p_a^2} |\dot{C}_{pi}| \dot{C}_{pi} + \frac{(\mu_{eff}/\Delta r) P L_e V_0}{\gamma c^2 A_0^2 p_a} \dot{C}_{pi} + C_{pi} = C_{pe} \quad (5)$$

式中: P 是洞口周长; μ_{eff} 为有效黏度系数(他们在算例中取的是层流黏度系数, $\mu = 1.8 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$); Δr 为平均速度变为 0 所需经过的距离。洞口收缩系数取 $c = 0.6$, 能量损失系数取 $C_L = 1.20$ 。有效长度系数 L_e 根据不同开洞情况取值不同, 洞口在墙中央时, $L_e = L_0 + 1.39 \sqrt{A_0/\pi}$; 洞口靠近边墙或地面时, $L_e = L_0 + (1.17 \sim 1.29) \sqrt{A_0/\pi}$; 洞口在墙角时, $L_e = L_0 + 1.61 \sqrt{A_0/\pi}$ 。对于深开洞 ($L_0/d_{eff} > 1.0$) 的情况, 相应的系数变为 $c = 1.0$, $C_L = 1.50$, $L_e = L_0 + 1.73 \sqrt{A_0/\pi}$, $d_{eff} = \sqrt{A_0/\pi}$, 为洞口等效直

径。尽管做了这样的修正, 使得结果更符合试验及 CFD 结果, 但是由于引进新的不易确定参数 Δr , 使得内压控制方程不方便使用。

2 基于边界层理论和混合长度理论的内压控制方程

即使来流是湍流强度较低的层流, 也会在离洞口很短的距离内放大长波长的扰动, 使近洞口的旋涡破碎成更小尺度的旋涡, 促使气流快速地转变为湍流^[8](见图 1)。因此用非定常伯努利方程作为风致内压的数学模型是不合理的, 有必要从更一般的情况出发推导内压控制方程。对于带有开洞的建筑, 洞口的气流类似于湍流射流的流动特性。湍流射流是在流动中与固体壁面不接触、不受固体边界约束的自由剪切流^[7]。

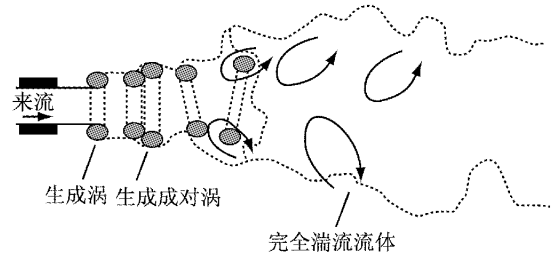


图1 层流射流向湍流的转捩

Fig.1 Laminar jet flow to turbulent transition

根据自由射流理论, 建筑开洞洞口气体流动的黏性应力相对于湍流应力小很多, 因此可以忽略黏性应力, 并且当来流垂直于迎风面且洞口位于墙面中间时, 垂直于流动方向的尺度远小于流动方向尺度, 此时具有与边界层流动一样的特点, 因而可以应用如下普朗特边界层微分方程^[7]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_a} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho_a} \frac{\partial \tau_t}{\partial y} \quad (6)$$

式中: u 为顺流向的速度分量; v 为垂直于流向的速度分量; p 为空气压强; τ_t 为湍流剪切应力。

结合风致内压特性, 一般假设速度分量为空间平均值, 因此式(6)左端第 3 项中垂直于来流方向的速度分量 $v = 0$, 直接对方程两边进行空间体积积分, 对右边第 2 项湍流剪切应力运用高斯变换, 得到

$$\rho_a L_e A_0 \frac{du}{dt} + C_L \frac{\rho_a A_0 u^2}{2} = A_0 (p_e - p_i) - \int \tau_t dA \quad (7)$$

对其中的湍流剪切应力运用普朗特混合长度理论, 并根据来流的各态历经假定, 即来流风速的时间平均值等于空间平均值, 设

$$\tau_t = \mu_t \frac{du}{dy} \quad (8)$$

$$\mu_t = \rho_a l^2 \left| \frac{du}{dy} \right| \quad (9)$$

式中: μ_t 为湍流黏度系数, 与层流中的黏度系数 μ 相对应; l 为混合长度, 它与洞口宽度 b 成正比. 假设

$$l = \sqrt{\kappa_1} b / 2 \quad (10)$$

其中 κ_1 为一自由常数. 对于自由剪切流, 假设流速梯度近似地等于所讨论断面上最大流速与最小流速之差除以混合区宽度, 即

$$\frac{du}{dy} \approx \frac{2}{b} (\bar{u}_{\max} - \bar{u}_{\min}) = \frac{2}{b} (2u - 0) \quad (11)$$

将式(10)和式(11)代入式(9), 得到

$$\mu_t = \rho_a \kappa_1 b |u| \quad (12)$$

将 μ_t 及 τ_t 代入式(7), 积分后得到

$$\rho_a L_e A_0 \frac{\partial u}{\partial t} + C_L \frac{\rho_a A_0 u^2}{2} = A_0 (p_e - p_i) - (L_e + h) \kappa_1 b \rho_a u |u| \quad (13)$$

式中 h 为洞口高度.

根据质量守恒定理, 流入(或流出)建筑的气体质量等于内部空间气体质量的变化率, 即 $\rho_i \Sigma Q = \frac{d(\rho_i V_0)}{dt}$, ρ_i 为建筑内部空气密度, 因为内部体积不随时间变化, 展开后可得

$$\rho_i c A_0 u = V_0 \frac{d\rho_i}{dt} \quad (14)$$

由气体绝热定律 $p_i / \rho_i^\gamma = \text{const}$, 将内部气压与密度联系起来, 并与式(13)和式(14)联立, 即可得到内压控制方程

$$\frac{\rho_a L_e V_0}{\gamma c A_0 p_a} \ddot{C}_{pi} + C_L \frac{\rho_a q V_0^2}{2 \gamma^2 A_0^2 p_a^2} \dot{C}_{pi}^2 + \frac{(L_e + h) \kappa_1 b}{A_0} \frac{\rho_a q V_0^2}{\gamma^2 A_0^2 p_a^2} |\dot{C}_{pi}| \dot{C}_{pi} + C_{pi} = C_{pe} \quad (15)$$

3 能量损失系数

Sharma 等^[9]指出, 式(5)中的系数 Δr 在实际情况中很难确定, 可以考虑将线性阻尼项与非线性项合并, 用一个等效的能量损失系数 C_L 来表示. 所以目前普遍认同的不考虑背景孔隙单空间刚性模型的内压控制方程为

$$\frac{\rho_a L_e V_0}{\gamma c A_0 p_a} \ddot{C}_{pi} + C_L \frac{\rho_a q V_0^2}{2 \gamma^2 A_0^2 p_a^2} |\dot{C}_{pi}| \dot{C}_{pi} + C_{pi} = C_{pe} \quad (16)$$

尽管如此, 很多学者对能量损失系数 C_L 的取值仍存在很大的争议. Holmes^[1]认为对于定常流体,

该值应取 2.8, 对于洞口处高湍流的来回振动流体该值取 44.0, 与试验值吻合较好. 而 Sharma 等^[5-6]认为应该取 1.2, Ginger 等^[10]通过对现场实测的数据分析, 认为 C_L 可取 2.5~45.0.

比较式(4)和(7), 可以发现式(7)只是比式(4)多了一个湍流扩散项, 其余 3 项保持不变. 由于式(15)等号左侧的第 2 项是对流项, 此时该项的系数 C_L 不应称作能量损失系数, 第 3 项扩散项系数的一部分 $(L_e + h) \kappa_1 b / A_0$ 才可以看作能量损失系数, 因此

$$C'_L = \frac{2(L_e + h) \kappa_1 b}{A_0} \quad (17)$$

进而控制方程(15)可以改写为

$$\frac{\rho_a L_e V_0}{\gamma c A_0 p_a} \ddot{C}_{pi} + C_L \frac{\rho_a q V_0^2}{2 \gamma^2 A_0^2 p_a^2} \dot{C}_{pi}^2 + C'_L \frac{\rho_a q V_0^2}{2 \gamma^2 A_0^2 p_a^2} |\dot{C}_{pi}| \dot{C}_{pi} + C_{pi} = C_{pe} \quad (18)$$

式(18)是由边界层微分方程推导得来的, 并且引入湍流理论后, 明确了能量损失系数的物理意义, 它由流体的旋涡、与墙面碰撞以及与周围不同流动状态的气体发生卷吸引起速度变化而产生的能量耗散所组成. 可以看出, 能量损失系数与洞口几何尺寸、流体湍流特性以及气柱的有效长度有关.

4 与以往公式的对比分析

这里运用标准四阶四段龙格-库塔数值计算方法对式(5), (16)和(18)进行计算分析, 比较三者之间的异同. 计算参数选择如下: 洞口面积 $A_0 = 10 \text{ m}^2$, 洞口高度 $h = 2.5 \text{ m}$, 洞口宽度 $b = 4 \text{ m}$, 结构内部体积 $V_0 = 5\,000 \text{ m}^3$, 建筑屋脊高度参考风速 $\bar{U}_0 = 30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 空气密度取 $1.22 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, 空气比热容比 $\gamma = 1.4$, 洞口流量收缩系数 $c = 0.6$, 气流有效长度 $L_e = \sqrt{\pi A_0 / 4}$, 大气压强取 $101\,300 \text{ Pa}$, 有效黏度系数取空气动力黏度系数 $\mu_{\text{eff}} = \mu = 1.846 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$, 且平均速度变为 0 所需经过的距离 $\Delta r = 1/3\,250 \text{ m}$ ^[5-6].

4.1 阶跃外压作用下的内压响应

方程(5), (16)和(18)左端外压系数取常值 $C_{pe} = 0.3$, 相当于突然开洞的情况. 式(18)中 $C_L = 1.2$, $\kappa_1 = 0.45$, 式(5)和(16)中 $C_L = 1.9$, 数值计算结果如图 2.

从图 2 结果可以看出, 式(18)和(5)的衰减曲线相似, 且式(18)和(5)的结果较式(16)衰减更剧烈. 可见本文推导的内压控制方程一定程度上体现出了

能量耗散。

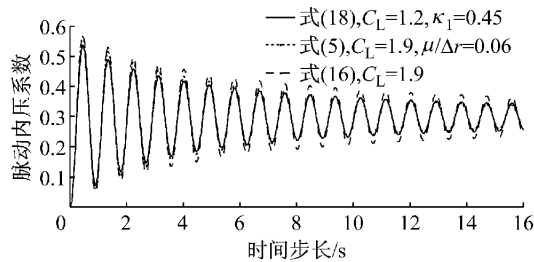


图2 阶跃外压作用下的内压响应

Fig.2 Internal pressure response caused by step external pressure

4.2 随机外压作用下的内压响应

外压系数采用由 Davenport 谱模拟得来的随机风压系数时程。根据谐波叠加法^[11],脉动风速时程的模拟公式如下:

$$u(t) = \sum_{i=1}^N |H(\omega_i)| \sqrt{2\Delta\omega} \cos(\omega_i t + \theta_i) \quad (19)$$

式中: $H(\omega_i)$ 由 Davenport 谱进行 Cholesky 分解得到; θ_i 为 $0 \sim 2\pi$ 之间的均匀分布随机数。再由准定常假定,得到洞口处脉动外压系数时程为

$$C_{pe}(t) = \frac{\bar{C}_p \rho_a u(t) \bar{U}_{10}}{\rho_a \bar{U}_{10}^2 / 2} = \frac{2u(t)}{\bar{U}_{10}} \quad (20)$$

式中: $\bar{C}_p$ 为迎风面阻力系数,此处取 1.0 ^[12]; $\bar{U}_{10}$ 为 10 m 高度处的平均风速,计算时 $\bar{U}_{10} = \bar{U}_0 = 30\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 。

对式(18)进行数值计算,考察不同 C_L 对计算结果的影响,工况选取见表1,每个工况参数 κ_1 均取 10.0 ,对每个工况各计算 30 次。定义内外压放大系数为脉动内压系数均方根值与脉动外压系数均方根值之比 $\beta = \sigma_{pi} / \sigma_{pe}$,并将每个工况计算结果的平均值随 C_L 的变化绘制成图3。

表1 工况参数取值

Tab.1 Parameters of formulas

工况	1	2	3	4	5	6	7
C_L	1.0	2.0	4.0	6.0	10.0	20.0	40.0

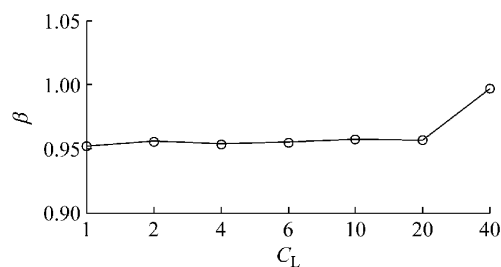


图3 参数 C_L 对式(18)计算结果 β 的影响

Fig.3 Influence of parameter C_L on formula(18)

如图3所示, C_L 从 1.0 增大到 40.0 ,各工况计算结果平均值都约等于 1.0 。 C_L 的变大没有使内压放大系数显著减小,可以认为不同取值的 C_L 对内压放大系数影响不大,因此令 $C_L = 1.0$ 。

根据表2的工况进行数值计算。每个参数的变化保持相同的倍数关系,每个工况各计算 30 次,计算结果的平均值如图4。图中标注的经验公式^[13]是由风洞试验数据拟合得到的,其表达式为

$$\beta = \frac{\sigma_{pi}}{\sigma_{pe}} = \begin{cases} 1.1, & S^* \geq 1.0 \\ 1.1 + 0.2 \lg S^*, & 0.1 < S^* < 1.0 \end{cases} \quad (21)$$

式中: $S^* = (a_s / \bar{U}_{10})^2 (A^{3/2} / V_0)$; a_s 为声速。对于本例, $S^* = 0.8124$,因此 $\beta = 1.082$ 。

表2 工况参数取值

Tab.2 Parameters of formulas

工况	内压方程	C_L	κ_1	$\mu/\Delta r$
1-1	式(18)	1.0	0.08	
1-2	式(18)	1.0	0.40	
1-3	式(18)	1.0	0.80	
1-4	式(18)	1.0	1.20	
2-1	式(5)	0.2		0.06
2-2	式(5)	1.0		0.06
2-3	式(5)	2.0		0.06
2-4	式(5)	3.0		0.06
3-1	式(5)	0.2		0.06
3-2	式(5)	0.2		0.30
3-3	式(5)	0.2		0.60
3-4	式(5)	0.2		0.90

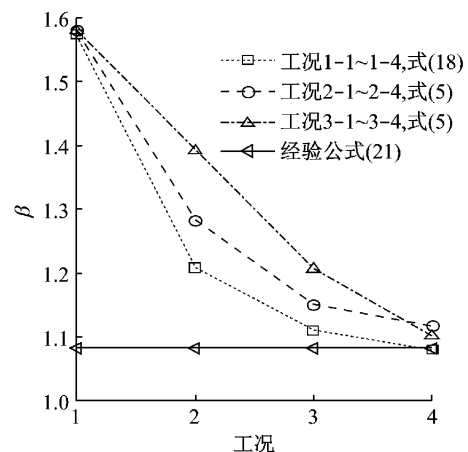


图4 不同方程计算结果 β 的比较

Fig.4 Comparison of calculation results of different equations

从图4中可以看出,当 $C_L = 1.0$ 不变, κ_1 由 0.08 增大到 1.20 时,式(18)的结果越接近经验公式;当 $\mu/\Delta r$ 保持不变, C_L 由 0.2 等倍数地增大到 3.0 时,式(5)的结果也越接近经验公式,但是式(18)的结果

相比于式(5)更接近经验公式,说明本文的方程具有更高的计算精度;当保持 $C_L=0.2$ 不变,仍然等倍数地增大 $\mu/\Delta r$,可以看出工况 1-1~1-4 的结果相比于工况 3-1~3-4 衰减得更快,更接近经验公式,说明湍流扩散项引起的能量耗散大于洞口的黏性剪切力。

5 结论

本文根据自由射流物理模型,结合边界层理论和混合长度理论推导了新的建筑结构风致内压控制方程,并与以往的研究成果进行数值计算对比,得到如下结论:

(1) 本文基于普朗特边界层微分方程推导风致内压控制方程,而不是基于非定常伯努利方程,这更符合需要考虑黏性有旋流体流动的风致内压的实际情况。

(2) Sharma 和 Richards^[5-6]认为流体在洞口处由于黏性剪切应力会产生能量耗散,本文的方法认为黏性应力没有湍流应力大。当气体流经洞口后,随即会在洞口附近产生旋涡,并且在气体流经的周围环境中原来静止的流体将有一部分被湍流射流卷吸带动流向下流^[7]。通过数值计算对比分析,明确湍流扩散项引起的能量耗散大于洞口的黏性剪切力,并且本文的方程具有更高的计算精度。

能量耗散主要是由处于不同状态的流体之间的湍流剪切应力和主流流体内部的旋涡破碎产生的,而不是由洞口壁面的黏性剪切应力产生的。

(3) 定义了新的能量损失系数 C'_L ,它是由湍流剪切应力导致的,并与洞口几何参数、来流湍流特性以及气柱的有效长度有关。

参考文献:

- [1] Holmes J D. Mean and fluctuating internal pressures induced by wind[C]// Proceedings of 5th International Conference on Wind Engineering. Fort Collins: Department of Civil and Systems Engineering, James Cook University of North Queensland, 1979: 435-450.
- [2] Liu H, Saathoff P J. Building internal pressure: Sudden change [J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, 1981, 107(2): 309.
- [3] Vickery B J, Bloxham C. Internal pressure dynamics with a dominant opening [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1992, 41(1): 193.
- [4] Vickery B J. Comments on "the propagation of internal pressures in buildings" by RI Harris [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1991, 37(2): 209.
- [5] Sharma R N, Richards P J. Computational modelling in the prediction of building internal pressure gain functions [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1997, 67(8): 815.
- [6] Sharma R N, Richards P J. Computational modelling of the transient response of building internal pressure to a sudden opening [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1997, 72(1): 149.
- [7] 章梓雄,董曾南.黏性流体力学[M].北京:清华大学出版社,1998.
- [8] ZHANG Zixiong, DONG Zengnan. Viscous fluid mechanics[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1998.
- [9] Versteeg H K, Malalasekera W. An introduction to computational fluid dynamics: The finite volume method[M]. 2nd ed. Edinburgh: Pearson Education, 2007.
- [10] Sharma R N, Mason S, Driver P. Scaling methods for wind tunnel modelling of building internal pressures induced through openings [J]. Wind & Structures, 2010, 13(4): 363.
- [11] Ginger J D, Mehta K C, Yeatts B B. Internal pressures in a low-rise full-scale building [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1997, 72(1): 163.
- [12] 刘锡良,周颖.风荷载的几种模拟方法[J].工业建筑,2005,35(5): 81.
- [13] LIU Xiliang, ZHOU Ying. Several simulation methods of wind load [J]. Industrial Buildings, 2005, 35(5): 81.
- [14] 卢旦,楼文娟,唐锦春.开孔结构风致内压研究[J].浙江大学学报:工学版,2005,39(9): 1388.
- [15] LU Dan, LOU Wenjuan, TANG Jinchun. Study on wind-induced internal pressure of opening structure [J]. Journal of Zhejiang University: Engineering Science, 2005, 39(9): 1388.
- [16] Holmes J D, Ginger J D. Internal pressures—The dominant windward opening case—A review [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2012, 100(1): 70.