

基于蚁群优化的 GPS/DInSAR 三维形变监测方法

何秀凤, 史国强, 肖儒雅

(河海大学 地球科学与工程学院, 江苏 南京 210098)

摘要: 提出一种基于蚁群优化的 GPS/DInSAR 形变测量方法, 将高精度地表散点 GPS 三维观测量与 DInSAR 视线向观测量进行深度融合, 提取地表真三维形变量。以 GPS 约束与 DInSAR 约束基于 Gibbs 方程构建能量函数, 利用蚁群优化算法在连续空间求解能量函数最小值。实验研究结果表明, 该方法在连续地表三维形变测量中具有较高精度, 特别是垂直方向上具明显优势。

关键词: 全球定位系统; 蚁群算法; 地表形变; 综合方法

中图分类号: P237

文献标志码: A

Integration of GPS and DInSAR for 3-D Deformation Monitoring Based on Ant Colony Optimization

HE Xiufeng, SHI Guoqiang, XIAO Ruyi

(School of Earth Science and Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: To acquire three-dimension surface deformation, a measurement method based on ant colony optimization (ACO) was proposed. It highly integrated high-accuracy GPS observations from sparse ground points with the line of sight (LOS) measurements acquired by DInSAR. Two constraints, GPS and differential In SAR (DInSAR) observations, were employed in constructing the energy function based on Gibbs equation, whose minimum value was searched by the ACO operated in a continuous space. A relatively high accuracy of 3-D deformation monitoring was achieved by the proposed method, especially a significant improvement in the vertical direction.

Key words: global positioning system; Differential Interferometric Synthetic Aperture Radar (DInSAR); ant colony optimization; surface deformation; integration method.

近年来随着 GPS(Global Positioning System)定位技术日臻成熟以及接收设备性能提高, GPS 定位技术已广泛应用于地表形变监测, 但由于接收机数量和布网阵列限制, GPS 空间分辨率较低、覆盖区域小。与 GPS 技术相比, InSAR (Interferometric Synthetic Aperture Radar)技术具有监测范围大、空间近连续性等优点, 应用 DInSAR (Differential InSAR)技术获取大尺度地质灾害引起的地表形变是一种有效的形变监测手段^[1-4], 但 InSAR 只能获取 LOS 方向一维的形变信息, 不能反映地表真实的三维形变。比较 GPS 与 InSAR 技术可以发现二者具有许多互补特性, 将 GPS 与 InSAR 技术综合将突破单一技术应用的局限, 发挥其各自优势, 极大地提高空间域和时间域的分辨能力^[5-11]。

Bock 等^[12]于 1997 年提出了综合 GPS 和 InSAR 技术将提高对地形变监测的空间分辨率, 开创了 GPS 和 InSAR 综合方法的研究。Guemundsson^[13]基于马尔可夫随机模型和模拟退火法将 GPS 与 InSAR 数据进行结合, 获得了 Reykjanes 地区高空间分辨率的三维地壳形变, 但 Gudmundsson 在求最小能量函数时采用了模拟退火算法, 这需要花费较长时间才能收敛, 有时甚至会无法收敛到全局最小解^[14]。为此, Samsonov 等^[15]提出了能量函数最小化的解析解法, 通过对能量函数中每一变量求一阶导数得到了使能量函数最小的解析解。Samsonov 提出的方法虽克服了 Gudmundsson 方法的缺点, 但它存在数值计算不稳定的问题。罗海滨等^[16]提出了直接分解法, 直接将 LOS 向观测量基于 GPS 观测值分解得到垂直方向的形变值, 该方法过分依赖于 GPS 水平分量, 垂直向的精度难以保证。本文采用蚁群优化算法(ant colony optimization, ACO)综合 GPS 三维观测量与 DInSAR 视线向观测量, 以获取连续空间上的三维形变场。蚁群优化算法是继神经网络和遗

收稿日期: 2014-06-24

基金项目: 国家自然科学基金项目(41274017)

第一作者: 何秀凤(1962—), 女, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为 InSAR 及多源数据融合、变形监测新方法、卫星大地测量等。E-mail: xfhe@hhu.edu.cn

传算法之后的群体智能优化算法,具有较快的收敛速度与良好的全局寻优能力,已在交通和互联网等多领域取得了显著的研究成果^[17-21].目前蚁群优化算法的应用主要体现在离散空间上,如 TSP 问题,而在连续空间上的应用研究较少^[22].本文基于能量函数的构建将能量函数模型作为蚁群优化反演的适应度函数,利用蚁群算法在连续空间内的寻优能力提取地表三维形变场,并通过实验研究验证方法的有效性.研究表明,与常规的插值方法相比,本文所提方法提高了地表三维形变的测量精度,且在垂直方向上优势明显.

1 GPS/DInSAR 综合模型

DInSAR 得到的形变结果反映了地表三维形变在 LOS 向的投影情况,其卫星成像的几何关系如图 1 所示.若地表某点在 x, y, z 三个正交向的真实形变为 $[d_x \ d_y \ d_z]^T$,由 DInSAR 视线向观测得到的形变量为 d_{los} ,从地面到 SAR 卫星的投影向量表示为 $[u_x \ u_y \ u_z]$,则 DInSAR 观测值与真实三维形变有如下几何关系,即

$$d_{\text{los}} = [u_x \ u_y \ u_z] * [d_x \ d_y \ d_z]^T = [-\sin(\alpha - 3\pi/2) \sin \theta \quad -\cos(\alpha - 3\pi/2) \sin \theta \quad \cos \theta] * \begin{bmatrix} d_x \\ d_y \\ d_z \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: α 表示卫星方位角即卫星飞行方向与北方向的顺时针夹角; θ 表示雷达入射角即视线向与垂直方向夹角.

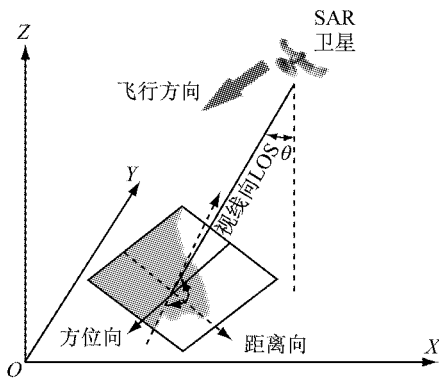


图 1 SAR 卫星成像几何关系

Fig.1 The imaging geometry of SAR acquisition.

相比 DInSAR 结果, GPS 测量得到的三维形变信息是分布于离散点的,空间分辨率与 DInSAR 差异明显,将 GPS 观测点的形变信息利用普通克里格

方法插值到同 DInSAR 空间分辨率有

$$d_{\text{GPS}} = [d_{\text{krig}}^x \ d_{\text{krig}}^y \ d_{\text{krig}}^z]^T \quad (2)$$

利用式(1)几何关系,基于 Gibbs 能量方程^[15]将 GPS 三维观测量与 DInSAR 视线向观测值建立能量函数如下:

$$\begin{cases} E = \sum_N (\gamma_1 E_{\text{DInSAR}} + \gamma_2 E_{\text{GPS}}) \\ E_{\text{DInSAR}} = \frac{1}{2(\sigma_{\text{ins}}^N)^2} (d_{\text{los}}^N - [u_x \ u_y \ u_z] * [d_x^N \ d_y^N \ d_z^N]^T)^2 \\ E_{\text{GPS}} = \frac{1}{2(\sigma_{\text{krig}}^{x,N})^2} (d_{\text{krig}}^{x,N} - d_x^N)^2 + \frac{1}{2(\sigma_{\text{krig}}^{y,N})^2} (d_{\text{krig}}^{y,N} - d_y^N)^2 + \frac{1}{2(\sigma_{\text{krig}}^{z,N})^2} (d_{\text{krig}}^{z,N} - d_z^N)^2 \end{cases} \quad (3)$$

式中: E 为能量函数; γ_1, γ_2 为常系数; E_{DInSAR} 和 E_{GPS} 分别代表 DInSAR 与 GPS 观测量约束项; N 为影像像元数; σ_{ins}^N 为 DInSAR 观测获得 LOS 向形变量的标准差; $\sigma_{\text{krig}}^{x,N}, \sigma_{\text{krig}}^{y,N}, \sigma_{\text{krig}}^{z,N}$ 为 x, y, z 方向克里格插值标准差.通过计算能量函数的最小值可以反演得到地表三维形变速率 $[d_x \ d_y \ d_z]^T$.

2 蚁群优化算法

蚁群优化算法来源于自然界中蚂蚁群体的寻食过程,其目的是寻找最优路径^[18,23].蚂蚁群体通过信息素作为载体在整个群体中散布寻食过程的讯息,从而有序地将群体引导到一条较短的寻食路径,整个过程大大提高了蚂蚁群体寻食的效益.蚁群优化算法采用分布式计算机制,将蚂蚁种群随机分布于解空间内,并赋予每一个体相应的位置信息、适应度值及蚂蚁所在位置的信息素值.图 2 给出了本文基于蚁群算法的 GPS/DInSAR 综合方法流程图,将蚂蚁位置表示为所求三维形变值,以能量函数作为蚂蚁的适应度函数.图中 K 为蚂蚁组数,对应着每一像元,GeMax 为蚁群最大迭代代数, $G(K)$ 为像元 K 的当前蚂蚁代数, N 为像元数.

由图 2 可见,蚁群个体的工作主要由信息素更新与移动规则两部分组成^[22,24-25],蚂蚁个体在各自邻域内进行局部搜索,可表示为

$$P_i = \begin{cases} P'_i, & E(P'_i) < E(P_i) \\ P_i, & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

式中: P 表示蚂蚁位置,能量函数 E 即为用于评判蚂蚁个体解质量的适应度函数.蚂蚁搜索邻域的半径随蚁群迭代次数的增加而缩小,蚂蚁个体之间最重

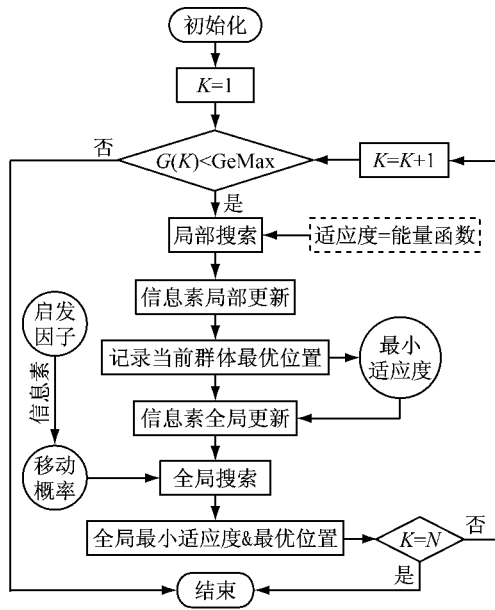


图 2 蚁群优化算法流程图

Fig. 2 Flow chart of ant colony optimization

要的通信媒介是它们在各自移动过程中释放的信息素,个体每完成一次局部搜索便会进行信息素的局部更新,即

$$\tau = \tau + \Delta\tau = \begin{cases} \rho\tau + E(P_i) - E(P'_i), & E(P'_i) < E(P_i) \\ \rho\tau, & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

$$\tau = \begin{cases} \rho\tau + (1-\rho)/E_{\min}, & P_i = P_{\text{best}} \\ \rho\tau, & \text{其他} \end{cases} \quad (6)$$

式中: $\Delta\tau$ 为信息素增量; ρ 为信息素挥发因子。每一代蚁群完成一次局部搜索将会找到一个最佳位置 P_{best} 及其对应的最小适应度值 E_{\min} ,最后整个种群将基于最小适应度值按式(6)完成信息素的全局更新。完成信息素更新后蚂蚁个体将通过检测其他同伴所释放的信息素,按某种移动概率采取下一步动作,称为蚁群的全局搜索,则蚂蚁 i 的移动策略可表示为

$$M(i) = \begin{cases} \text{全局随机搜索;} & E(i) > E_{\text{mean}} \cap q > q_0 \\ & 0 < q < 1, \quad 0 < q_0 < 1 \\ \text{其他} \begin{cases} \text{停留;} & E(i) = \min \\ P(i) = \lambda P(i) + (1-\lambda)P(j); \\ p(i,j) > p_0 \\ 0 < p_0 < 1 \end{cases} \end{cases} \quad (7)$$

式中: E_{mean} 为种群所有蚂蚁的适应度均值, P 代表蚂蚁所处位置。比例因子 $\lambda \in [0, 1]$ 随机给定了 $P(i)$, $P(j)$ 两个位置的权重比,说明蚂蚁在转移途中有可能随机发现新的食物源,即有向随机转移^[22]。蚂蚁 i 向蚂蚁 j 移动的概率 $p(i,j)$ 由式(8)计算得到

$$p(i,j) = \begin{cases} \frac{\tau(j)^\alpha \eta(i,j)^\beta}{\sum \tau(j)^\alpha \eta(i,j)^\beta}, & E(P_i) > E(P_j) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (8)$$

式中: α, β 分别为信息素增量权重与启发因子权重,控制信息素 τ 与启发因子 η 在搜索过程中的作用强度。启发因子 η 给出了蚂蚁 i 向蚂蚁 j 移动的期望值,即蚂蚁向更优位置移动的渴望程度,可表示为

$$\eta(i,j) = E(P_i) - E(P_j) \quad (9)$$

本文设置蚂蚁位置为待优化的三维形变值,群体中每个成员所携带的信息包括三维形变量,反应搜索情况的信息素,评价解质量的适应度值等。通过蚁群在连续空间内求解能量函数最小值可以反演得到三维形变量。

3 实验结果与分析

建立如图 3 所示的真实三维形变场, d 为形变量。在水平方向(x, y)与垂直方向(z)形变场分别加入标准差为 0.5 cm 和 0.2 cm 的高斯白噪声,基于式(1)几何关系及 ENVISAT ASAR 传感器参数,将加噪后的三维形变场以近似投影向量 $u = [0.34, -0.095, 0.935]$ 投影到 DInSAR 视线向方向,以此模拟得到 DInSAR 观测量如图 4 所示。

在真实形变场中随机选取 20 个点作为 GPS 三维观测值,并在其水平向和垂直向加入标准差分别为 0.5 cm, 1 cm 的高斯白噪声,利用普通克里格插值方法将 GPS 观测值插值到同 DInSAR 空间分辨率。本文能量函数的常数项系数 γ_1, γ_2 比例由 GPS 插值标准差 $E(\sigma_{\text{krig}}^x, \sigma_{\text{krig}}^y, \sigma_{\text{krig}}^z)$ 及 DInSAR 观测标准差 $E(\sigma_{\text{ins}}^N)$ 之比得到。蚁群参数的选定随优化问题的不同而变化,信息素挥发因子 ρ 主要影响算法收敛速度且 $\rho=0.5 \sim 0.7$ 时搜索的全局性与收敛速度均较好^[26],信息素与启发因子在移动概率中的权重分别由 α, β 控制,表示随机性因素与确定性因素在搜索过程中的作用强度。本文基于多次实验反馈并结合文献[24, 26]设置蚁群经验参数如下:信息素增量权重 α 为 6,启发因子权重 β 为 5,信息素挥发因子 ρ 取 0.5,初始信息素 τ 为 1,信息素增量 $\Delta\tau$ 初始为 0。为保证蚁群算法求解能量函数的收敛性,本文设置了不同群体规模的寻优实验。图 5 给出了不同群体规模在 50 个随机像元上的平均收敛情况,由图 5 的结果可知,能量函数在第 15 代时已收敛,且收敛稳定性较好。群体规模 100 之后的收敛能力基本相同,

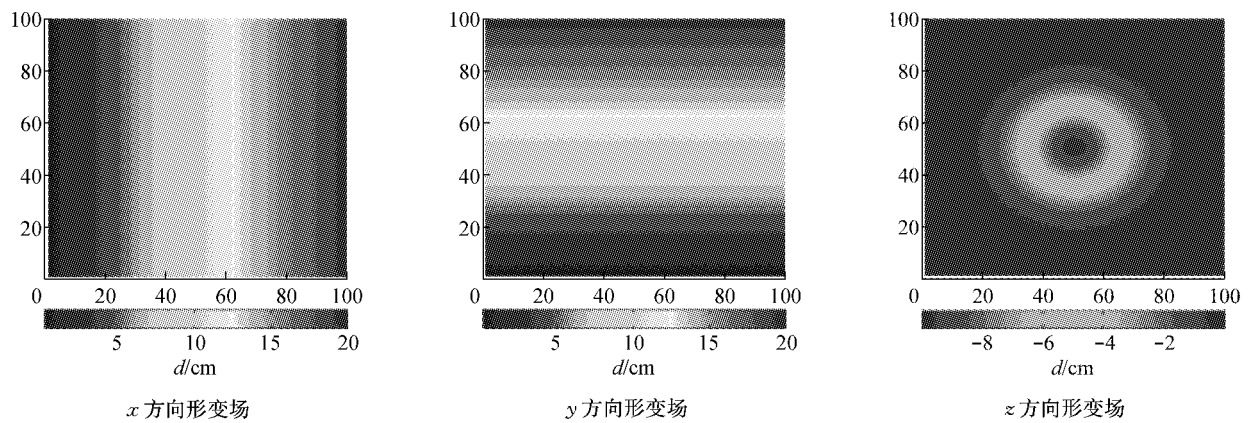


图 3 真实三维形变场

Fig.3 True three-dimensional deformation field

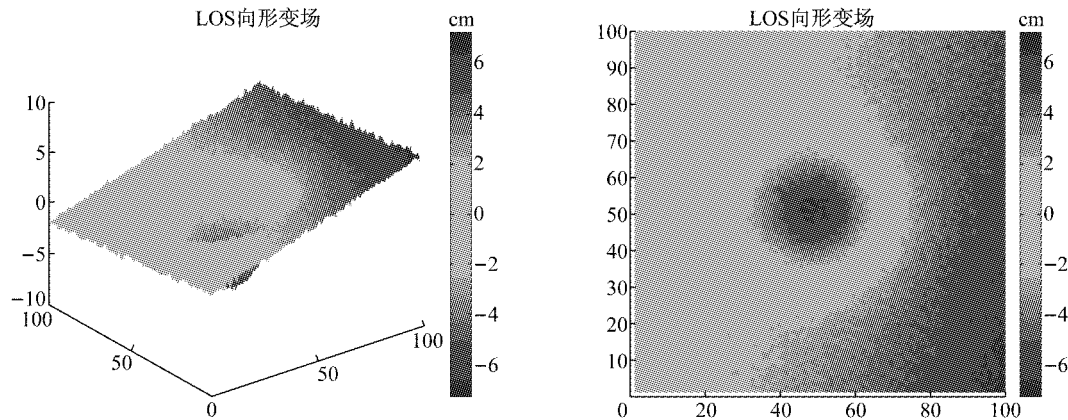


图 4 带噪声的 DInSAR 视线向形变场

Fig.4 DInSAR deformation in LOS direction with Gauss Noise

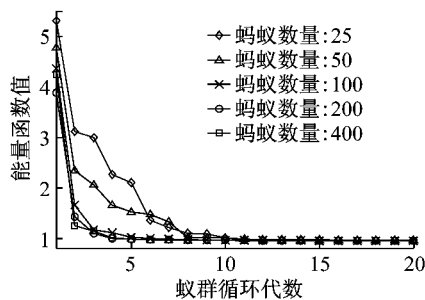


图 5 不同蚁群规模下算法收敛情况

Fig.5 Convergence state of different ant colony sizes

因此本文采用群体规模为 100, 迭代代数 20 的蚁群进行 GPS 和 DInSAR 综合方法提取三维形变场的实验。

综合实验结果如图 6 所示, 实心圆点表示 GPS 插值点的位置。比较 x, y, z 三方向的结果可知, 在垂直方向的改进更为明显。由于垂直向为非线性形变, 采用克里格插值获得精确的形变信息较为困难, 而在引入 DInSAR 观测值后该方向的非线性形变更接近于真实值。分别对 x, y, z 三方向的蚁群优化场、克

里格插值场、真实形变场作对角线剖面图, 如图 7 所示。相对于克里格插值结果存在的较大偏差, 蚁群优化得到的形变场与真实形变在三个方向上符合的更好, 其中水平方向的改进在边缘处更为明显。

图 8 给出了垂直方向插值形变场、优化形变场分别与真实形变场作差后的绝对误差值对比。可见插值方法的误差起伏较大, 最大与最小值跨度超过 5 cm。优化形变场的误差分布更趋于平稳, 且大部分误差都落在 $-1 \text{ cm} \sim 1 \text{ cm}$ 区间内, 只有少数点位的误差绝对值超过 2 cm。

本文采用 3 组 GPS 数据 (插值点数为 20, 40, 80) 进行实验, 并分别对比了 LOS 向不同噪声水平观测值下的实验效果。表 1 给出了本文方法与克里格插值方法估计得到的三维形变场均方根误差比较。可以看出, 由蚁群算法反演的三维形变值精度在三个方向上均有提高, 加入 DInSAR 观测值后对垂直方向的精度改进更为明显, 在不同噪声水平下, 该方向上三次实验的均方根误差均控制在 8 mm 之内。增加 LOS 向观测值噪声后, 对水平方向精度改

善的变化并不明显,通过计算三次实验的均方根误差均值,本文较插值方法在水平向上分别有 35%(较

低 LOS 向噪声)和 34%(较高 LOS 向噪声)的提高,在垂直方向上的提高则达到 56%及 43%。

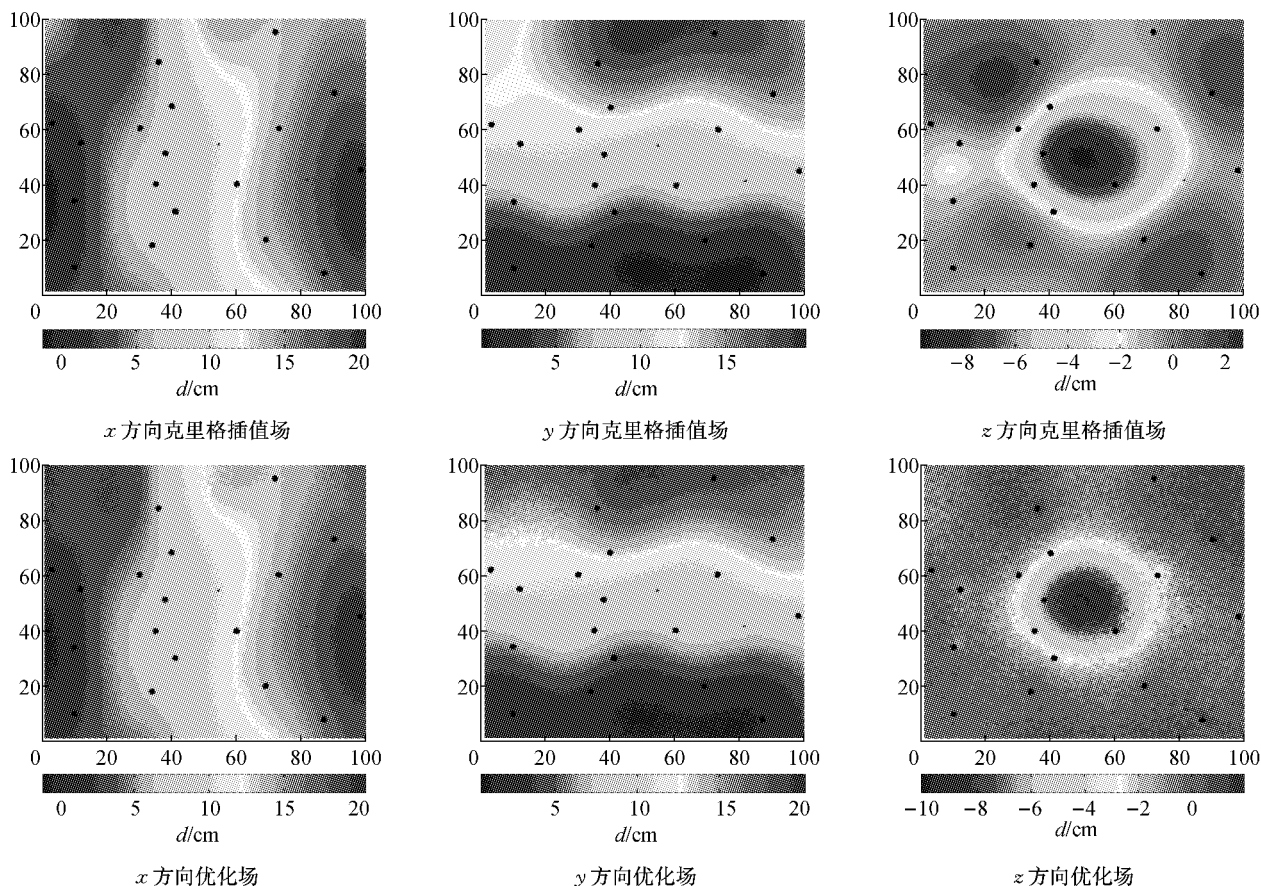


图 6 克里格插值场与蚁群优化场对比

Fig.6 3-D deformation field from Krig & ACO

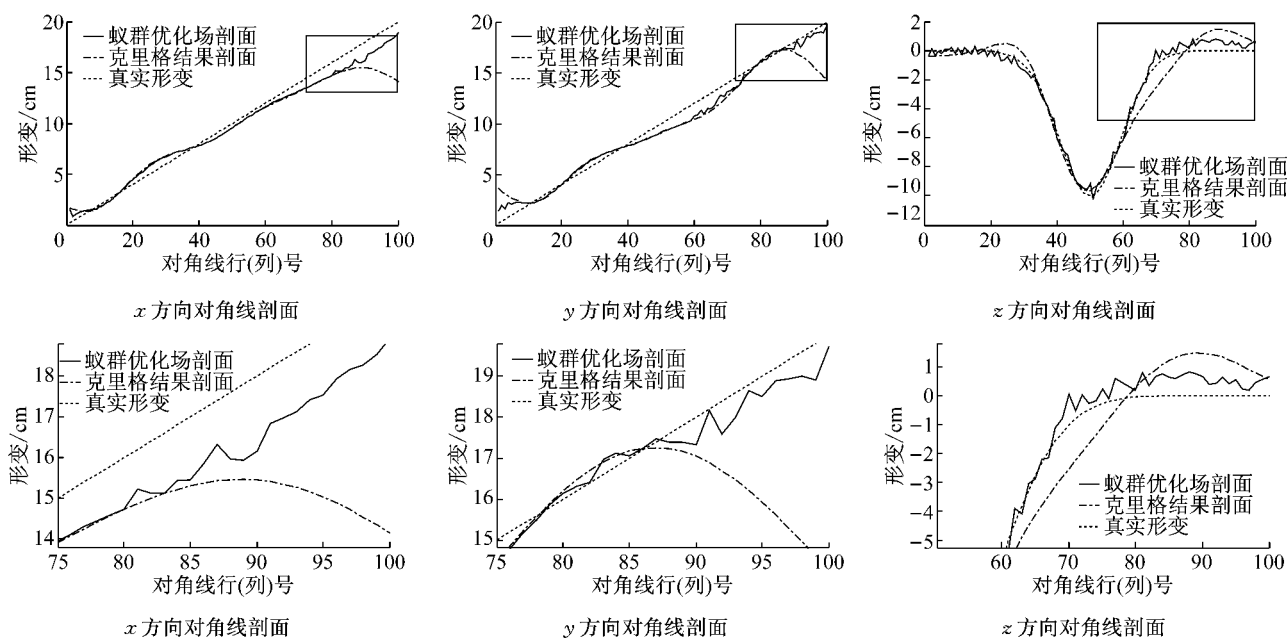


图 7 三维形变场对角线剖面图

Fig.7 Sections in the diagonal of the 3-D deformation field.

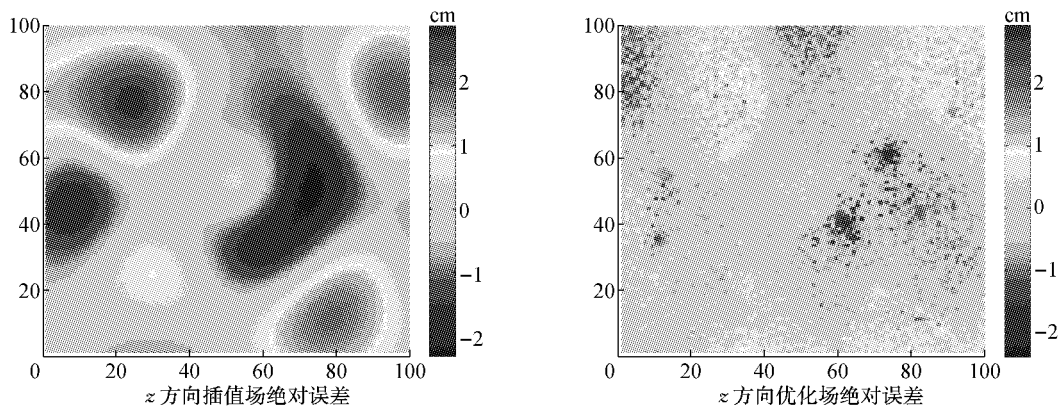
图 8 z 方向绝对误差对比Fig.8 Absolute error in z direction

表 1 二种方法估计的形变场均方根误差比较(单位:mm)

Tab.1 Comparison of the root mean square errors of deformation field between two methods (Unit: mm)

GPS 插值 点数	形变场 方向	均方根误差/mm		
		克里格 插值场	蚁群优化场	
			投影至 LOS 向的噪声水平	
			x, y 向 5 mm, z 向 2 mm	x, y 向 10 mm, z 向 4 mm
20	x 方向	12.21	10.15	10.12
	y 方向	16.27	9.59	9.62
	z 方向	10.70	5.09	6.56
40	x 方向	16.29	10.41	10.60
	y 方向	17.35	11.18	11.44
	z 方向	12.64	5.86	7.19
80	x 方向	16.28	11.21	11.69
	y 方向	23.78	12.58	13.39
	z 方向	13.55	5.45	7.20

4 结论

本文深入探讨基于蚁群优化的 GPS 与 DInSAR 三维形变监测方法,结合 SAR 成像几何机理,基于 Gibbs 能量方程建立了能量函数.通过蚁群算法在连续空间上求解能量函数来反演地表三维形变场,分析了蚁群优化算法在求解能量函数时的收敛情况,该方法具有较快的收敛速度且收敛值稳定.通过实验研究验证了方法的有效性,结果表明,该方法充分利用了 GPS 与 DInSAR 观测量的优势互补,能有效提取连续地表三维形变量,且在水平及垂直方向上均获得了较高精度.

参考文献:

[1] 刘国祥,丁晓利,陈永奇,等.极具潜力的空间对地观测新技术——合成孔径雷达干涉[J].地球科学进展,2000,15(6):

734.

LIU Guoxiang, DING Xiaoli, CHEN Yongqi, *et al.* New and potential technology for observation of earth from space: Synthetic Aperture Radar Interferometry [J]. *Advance in Earth Science*, 2000, 15(6): 734.

[2] 伍吉仓,许厚泽,丁晓利,等.台湾集集大地震断层非均匀滑动分布的反演[J].测绘学报,2009(增1):34.

WU Jicang, XU Houze, DING Xiaoli, *et al.* Inversion of variable fault slip of STaiwan Chi-Chi Earthquake [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2009(S1): 34.

[3] 杨红磊,彭军还,崔洪曜. GB-InSAR 监测大型露天矿边坡形变[J].地球物理学进展,2012,27(4):1804.

YANG Honglei, PENG Junhuan, CUI Hongyao. Slope of large-scale open-pit mine monitoring deformations by using ground-based interferometry [J]. *Progress in Geophysics*, 2012, 27(4): 1804.

[4] 李振洪,刘经南,许才军. InSAR 数据处理中的误差分析[J].武汉大学学报:信息科学版,2004,29(1):72.

LI Zhenhong, LIU Jingnan, XU Caijun. Error analysis in InSAR data processing [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2004, 29(1): 72.

[5] 许才军,王华,黄劲松. GPS 与 INSAR 数据融合研究展望[J].武汉大学学报:信息科学版,2003,28(增1):58.

XU Caijun, WANG Hua, HUANG Jinsong. Prospect on the integration of GPS and INSAR data [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2003, 28(S1): 58.

[6] 张勤,赵超英,丁晓利,等.利用 GPS 与 InSAR 研究西安现今地面沉降与地裂缝时空演化特征[J].地球物理学报,2009(5):1214.

ZHANG Qin, ZHAO Chaoying, DING Xiaoli, *et al.* Research on recent characteristics of spatio-temporal evolution and mechanism of Xi'an land subsidence and ground fissure by using GPS and InSAR techniques [J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2009(5): 1214.

[7] 班保松,伍吉仓,陈永奇,等.联合 GPS 和 InSAR 观测结果计算汶川地震三维地表形变[J].大地测量与地球动力学,2010,30(4):25.

BAN Baosong, WU Jicang, CHEN Yongqi, *et al.* Calculation of three-dimensional terrain deformation of Wenchuan Earthquake with GPS and InSAR data [J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2010, 30(4): 25.

- [8] 龙四春, 刘经南, 李陶, 等. 融合 GPS 数据的 PSInSAR 公用主影像的优化选取[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2010, 38(3): 453.
LONG Sichun, LIU Jingnan, LI Tao, *et al.* Method for optimum selection of common master acquisition for PS-DInSAR fusing GPS data [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2010, 38(3): 453.
- [9] 周金国, 崔书珍, 彭军还. 基于 CGPS 数据的 InSAR 对流层延迟改正研究[J]. 测绘科学, 2009, 34(6): 32.
ZHOU Jinguo, CUI Shuzhen, PENG Junhuan. Tropospheric delay correction to InSAR results using CGPS observations [J]. Science of Surveying and Mapping, 2009, 34(6): 32.
- [10] 陈强, 刘国祥, 胡植庆, 等. GPS 与 PS-InSAR 联网监测的台湾屏东地区三维地表形变场[J]. 地球物理学报, 2012, 55(10): 3248.
CHEN Qiang, LIU Guoxiang, HU Zhiqing, *et al.* Mapping ground 3-D displacement with GPS and PS-InSAR networking in the Pingtung area, southwestern Taiwan, China [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2012, 55(10): 3248.
- [11] 胡俊, 李志伟, 朱建军, 等. 基于 BFGS 法融合 InSAR 和 GPS 技术监测地表三维形变[J]. 地球物理学报, 2013(1): 117.
HU Jun, LI Zhiwei, ZHU Jianjun, *et al.* Measuring three-dimensional surface displacements from combined InSAR and GPS data based on BFGS method [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2013(1): 117.
- [12] Bock Y, Williams S. Integrated satellite interferometry in southern California [J]. EOS Transactions American Geophysical Union, 1997, 78(29): 299.
- [13] Sverrir Gudmundsson, Freysteinn Sigmundsson, Jens Michael Carstensen. Three-dimensional surface motion maps estimated from combined interferometric synthetic aperture radar and GPS data [J]. Journal of Geophysical Research, 2002, 107 (B10): 1.
- [14] Samsonov S, Tiampo K, Rundle J, *et al.* Application of DInSAR-GPS optimization for derivation of fine scale surface motion maps of southern California [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2007, 45(2): 512.
- [15] Samsonov S, Tiampo K. Analytical optimization of DInSAR and GPS dataset for derivation of three-dimensional surface motion [J]. Geoscience and Remote Sensing Letters, 2006, 3(1): 107.
- [16] 罗海滨, 何秀凤, 刘焱雄. 利用 DInSAR 和 GPS 综合方法估计地表三维形变速率[J]. 测绘学报, 2008, 37(2): 168.
LUO Haibin, HE Xiufeng, LIU Yanxiong. Estimation of three-dimensional surface motion velocities using integration of DInSAR and GPS [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2008, 37(2): 168.
- [17] Ling Yunchia, Smith E A. An ant colony optimization algorithm for the redundancy allocation problem (RAP) [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2004, 53(3): 417.
- [18] 王书明, 刘玉兰, 王家映. 蚁群算法[J]. 工程地球物理学报, 2009, 6(2): 131.
WANG Shuming, LIU Yulan, WANG Jiaying. Ant colony optimization [J]. Chinese Journal of Engineering Geophysics, 2009, 6(2): 131.
- [19] 顾军华, 谭庆, 李娜娜, 等. 一种新的求解 TSP 问题智能蚁群优化算法[J]. 计算机工程与应用, 2007, 43(25): 69.
GU Junhua, TAN Qing, LI Nana, *et al.* New intelligent ACO for TSP [J]. Computer Engineering and Applications, 2007, 43 (25): 69.
- [20] 段海滨, 王道波, 朱家强, 等. 蚁群算法理论及应用研究的进展[J]. 控制与决策, 2004, 19(12): 1321.
DUAN Haibin, WANG Daobo, ZHU Jiaqiang, *et al.* Development on ant colony algorithm theory and its application [J]. Control and Decision, 2004, 19(12): 1321.
- [21] 忻斌健, 汪镭. 蚁群算法的研究现状和应用及蚂蚁智能体的硬件实现[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2002, 30(1): 82.
XIN Binjian, WANG Lei. Researching and applications of ant colony system algorithm and its hardware realization [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2002, 30(1): 82.
- [22] 杨勇, 宋晓峰, 王建飞, 等. 蚁群算法求解连续空间优化问题[J]. 控制与决策, 2003, 18(5): 573.
YANG Yong, SONG Xiaofeng, WANG Jianfei, *et al.* Ant colony algorithm for continuous space optimization [J]. Control and Decision, 2003, 18(5): 573.
- [23] 池元成, 蔡国飙. 基于蚁群算法的多目标优化[J]. 计算机工程, 2009, 35(15): 168.
CHI Yuancheng, CAI Guobiao. Multi-objective optimization based on ant colony algorithm [J]. Computer Engineering, 2009, 35(15): 168.
- [24] 詹士昌, 徐捷, 吴俊. 蚁群算法中有关算法参数的最优选择[J]. 科技通报, 2003, 19(5): 381.
ZHAN Shichang, XU Jie, WU Jun. The Optimal selection on the parameters of the ant colony algorithm [J]. Bulletin of Science and Technology, 2003, 19(5): 381.
- [25] 李炳宇, 萧蕴诗. 基于模式求解旅行商问题的蚁群算法[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2004, 31(11): 1348.
LI Bingyu, XIAO Yunshi. Ant colony algorithm based on model algorithm for traveling salesman problem [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2004, 31(11): 1348.
- [26] Dorigo M, Maniezzo V, Colomi A. Ant system: optimization by a colony of cooperating agents [J]. IEEE Transactions on Systems Man & Cybernetics Part B Cybernetics, 1996, 26(1): 29.