

具有信用等级迁移风险的零息债券定价

梁 进, 肖承志

(同济大学 数学系, 上海 200092)

摘要: 建立具有信用等级迁移和违约风险的零息票债券的定价模型. 在约化方法下, 模型转换为偏微分方程组终值问题. 在进一步假设参数为常数下, 得出每个等级债券价格的解析解和大小关系. 作图展示了其数值解, 并分析了参数对债券价格的影响.

关键词: 信用等级迁移; 零息票债券; 约化方法; 强度模型; 偏微分方程组

中图分类号: F830

文献标志码: A

Valuation of Zero-Coupon Bonds with Credit Rating Migration Risk

LIANG Jin, XIAO Chengzhi

(Department of Mathematics, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: A model was established to price of a zero-coupon bond whose issuer has credit rating migration risk. A problem of partial differential equations with terminal conditions was obtained by using the reduced form approach. The explicit solution of the bond price in each credit rating and their relations were obtained under some further constant-parameter assumptions. Numerical results were shown by graphs with analyses of sensitive factors.

Key words: credit rating migration; zero-coupon bond; reduced form approach; intensity model; partial differential equation system

2008 年金融危机后, 信用风险尤其是信用等级迁移风险更受关注, 也使其管理成为业界的大课题. 管理的首要环节是风险度量. 目前普遍采用标普 (standard & Poor) 和穆迪 (Moody's) 等评级机构提供的数据, 如企业一年期借款信用等级迁移矩阵. 然

而它们提供的转移概率是常数且依赖于考察周期的长短. 因此希望从理论上建立动态的信用等级迁移模型来刻画信用风险.

国内外学者对信用等级迁移模型的研究做了很多工作. Jarrow 等^[1]首次用 Markov 链模型描述信用等级迁移过程, 随后 Kreinin 等^[2]许多学者利用混合 Markov 链、半 Markov 链等随机过程估计信用等级迁移矩阵. Jarrow 在迁移强度为常数和回收率为零的假设下给出了公司债券价格的显示解. Arvanitis 等^[3]通过 CIR (cox-ingersoll-ross) 过程来刻画等级迁移强度. 近几年国内外又有许多进展. 纪婧^[4]研究了基于带跳跃信用评级迁移的信用风险定价模型. Hurd 等^[5]研究多公司的信用等级迁移并提高了计算的灵活性. 王乐乐等^[6]研究了信用等级迁移下的 CDS (信用违约互换) 的定价问题. 魏嵬^[7]用马氏链的方法分析了随机信用等级变化的 CDS 定价问题.

本文在约化方法的框架下建立了具有信用等级迁移和违约风险的模型给零息票债券定价. 模型中, 无风险利率满足 CIR 过程, 信用等级迁移强度依赖利率公共因子, 违约按市价回收. 模型转成偏微分方程组, 并在一定假设下得到解析解, 并给出了高低债券价格的比较.

1 信用等级迁移的数学模型

假设债券发行者具有 3 个信用等级: 高等级、低等级和违约. 定义同构映射把 {高等级, 低等级, 违约} 映射为集合 $J = \{2, 1, 0\}$, 并记集合 $I = \{2, 1\}$. 本文出现的符号下标中的 i, j 无特别说明均取自集合 $I \times J = \{2, 1\} \times \{2, 1, 0\}$. 若 $i \neq j$, 则以 ij 表示发行者的信用等级从 i 等级迁移到 j 等级的情况; 若 $i =$

收稿日期: 2015-06-30

基金项目: 国家自然科学基金(11271287)

第一作者: 梁 进(1958—), 女, 教授, 博士生导师, 理学博士, 主要研究方向为信用衍生产品定价及金融风险计算与控制.

E-mail: liang_jin@tongji.edu.cn

通讯作者: 肖承志(1991—), 男, 硕士生, 主要研究方向为金融数学. E-mail: xiaocozorg@163.com

j ,则以 ii 表示不发生信用等级迁移的情况.

1.1 模型假设

引入完备概率空间 $(\Omega, \mathcal{G}, \mathbf{P})$. 定义其上的非负随机变量 $\tau_{ij} (i \neq j)$ 为迁移时刻. 假设由 τ_{ij} 生成的 σ 域流为 \mathbf{H}_{ij} , 其中 $\mathbf{H}_{ij} = \{\mathcal{H}_{ij,t}\}_{t \geq 0}, \mathcal{H}_{ij,t} = \sigma\{H_{ij,s}, s \leq t\}, H_{ij,s} = \mathbf{1}_{\{\tau_{ij} \leq s\}}$, 其中 $\mathbf{1}_{\{\tau_{ij} \leq s\}}$ 为关于 τ_{ij} 的示性函数, 其含义为: 如果 $\tau_{ij} \leq s$, 则函数取值 1 表示发行者在 s 时刻前从 i 等级迁移到 j 等级; 如果 $\tau_{ij} > s$, 则函数取值 0 表示发行者在 s 时刻前并未发生从 i 等级到 j 等级的迁移过程. 设 $\mathbf{F} = \{\mathcal{F}_t\}_{t \geq 0}$ 为参考信息流. $\mathbf{G} = \{\mathcal{G}_t\}_{t \geq 0}$ 表示全部的信息流, 则其由这些跳过程产生的信息和参考信息组成, 即 $\mathcal{G}_t = \mathcal{F}_t \vee \mathcal{H}_{21,t} \vee \mathcal{H}_{20,t} \vee \mathcal{H}_{12,t} \vee \mathcal{H}_{10,t}$. 在条件独立(文献[7]中 2.2)的假设下, 设

$$\tau_{i0} = \inf\left\{t \in \mathbf{R}_+ : \int_0^t \lambda_{i0,s} ds > -\ln \xi_{i0}\right\}$$

其中 $\lambda_{i0,s}$ 是从 i 等级迁移到违约状态的违约强度, 随机变量 ξ_{i0} 服从 $[0, 1]$ 上的均匀分布. 同样假设从 i 等级迁移到 j 等级的迁移时刻均满足条件独立, 且按上述违约时刻那样构造.

本文有 6 个基本假设:

假设 1 市场是完备的, 不存在套利机会^[8].

假设 2 债券面值为 1, 到期日为 T , 不支付息票.

假设 3 无风险利率 r_t 服从 CIR 过程

$$dr_t = \kappa(\theta - r_t)dt + \sigma\sqrt{r_t}dW_t, r_0 = r$$

式中: κ, θ, σ 均为非负常数, 分别表示利率的回复速率、利率的长期均值以及利率的波动率; W_t 是标准布朗运动; 利率的初值为 r .

假设 4 在 t 时刻, 若发行者的信用等级为高(低)等级, 则其发行的债券也为高(低)等级, 其价格函数记为 $v_{2,t}(v_{1,t})$, 违约强度 $\lambda_{20,t}(\lambda_{10,t})$ 的数学期望较小(大), 即 $E[\lambda_{20,t}] < E[\lambda_{10,t}]$. 在债券到期前, 债券的信用等级在高、低等级和违约 3 个状态之间迁移, 但违约是吸收状态.

假设 5 信用等级迁移强度 $\lambda_{ij,t}$ 以 r_t 为公共迁移因子, 以 $\beta_{ij,t}$ 为特异迁移强度^[9]

$$\begin{aligned} \lambda_{ij,t} &= c_{ij}r_t\mathbf{1}_{\{i>j\}} + (c_{ij}/r_t)\mathbf{1}_{\{i<j\}} + d_{ij}\beta_{ij}, \\ \lambda_{ij,0} &= \lambda_{ij}, i \neq j \\ d\beta_{ij,t} &= \kappa_{ij}(\theta_{ij} - \beta_{ij,t})dt + \sigma_{ij}\sqrt{\beta_{ij,t}}dW_{ij,t}, \\ \beta_{ij,0} &= \beta_{ij}, i \neq j \end{aligned}$$

式中: $c_{ij}, d_{ij}, \kappa_{ij}, \theta_{ij}$ 和 σ_{ij} 为非负常数; $W_{ij,t}$ 为标准布朗运动; r_t 和 $\beta_{ij,t}$ 互相独立, 即 $\text{Cov}(dW_t, dW_{ij,t}) = \text{Cov}(dW_{ij,t}, dW_{mn,t}) = 0, \forall ij \neq mn \in I \times J, i \neq j, m$

$\neq n$.

假设 6 违约时按市价回收, 以 R_2 和 R_1 的回收率按市价回收高、低评级债券, 且满足 $1 > R_2 > R_1 > 0$.

1.2 现金流过程

定义符号 $I_{i,t,T}$ 表示在时段 $[t, T]$ 内不发生等级迁移且在 t 时刻评级为 i 等级债券到期收益的贴现过程. 定义虚拟交易为等级迁移发生时卖出原等级债券并买入迁移后等级债券的行为. 定义符号 $I_{ij,t,\tau_{ij}} (i \neq j)$ 表示在时段 $[t, \tau_{ij})$ 内处于 i 等级, 在 τ_{ij} 时刻首次迁移到 j 等级时虚拟交易现金流的贴现过程. 则

$$\begin{aligned} I_{i,t,T} &= \mathbf{1} \cdot \exp\left(-\int_t^T r_s ds\right) \cdot \prod_{j \in J, j \neq i} \mathbf{1}_{\{\tau_{ij} > T\}}, i \in I \\ I_{ij,t,\tau_{ij}} &= v_{j,\tau_{ij}} \cdot \exp\left(-\int_t^{\tau_{ij}} r_s ds\right) \cdot \mathbf{1}_{\{t < \tau_{ij} \leq T\}} \cdot \\ &\quad \prod_{k \in J, k \neq i,j} \mathbf{1}_{\{\tau_{ik} < \tau_{ik}\}}, i \neq j, i \in I \end{aligned}$$

特别地, 当 $j=0$ 时, 即违约发生后, $v_{0,\tau_{i0}} = R_i v_{0,\tau_{i0}-}, i \in I, \tau_{i0}$ 表示 τ_{i0} 的左极限.

1.3 定价模型

在模型中, t 时刻处于高等级 ($i=2$) 和低等级 ($i=1$) 的债券价格分别为

$$\begin{aligned} v_{2,t} &= E[I_{22,t,T} + I_{21,t,\tau_{21}} + I_{20,t,\tau_{20}} | \mathcal{G}_t] \\ v_{1,t} &= E[I_{11,t,T} + I_{12,t,\tau_{12}} + I_{10,t,\tau_{10}} | \mathcal{G}_t] \end{aligned}$$

利用条件独立性及文献[7, 10]得

$$\begin{aligned} v_{2,t} &= E\left[\exp\left(-\int_t^T (r_s + \lambda_{21,s} + (1 - R_2)\lambda_{20,s}) ds\right) + \int_t^T \lambda_{21,u} v_{1,u} \exp\left(-\int_t^u (r_s + \lambda_{21,s} + (1 - R_2)\lambda_{20,s}) ds\right) du \mid \mathcal{F}_t\right] \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{1,t} &= E\left[\exp\left(-\int_t^T (r_s + \lambda_{12,s} + (1 - R_1)\lambda_{10,s}) ds\right) + \int_t^T \lambda_{12,u} v_{2,u} \exp\left(-\int_t^u (r_s + \lambda_{12,s} + (1 - R_1)\lambda_{10,s}) ds\right) du \mid \mathcal{F}_t\right] \quad (2) \end{aligned}$$

从而在假设 1~6 下, 根据 Feynman-Kac 公式, 式 (1) 和 (2) 是以下变系数偏微分方程组终值问题 (3) 的解^[11]:

$$\begin{cases} \frac{\partial v_2}{\partial t} + \mathcal{L}_2 v_2 - (r + \lambda_{21} + (1 - R_2)\lambda_{20})v_2 + \lambda_{21} v_1 = 0, (r, \beta_{21}, \beta_{20}, t) \in \Omega_2 \\ \frac{\partial v_1}{\partial t} + \mathcal{L}_1 v_1 - (r + \lambda_{12} + (1 - R_1)\lambda_{10})v_1 + \lambda_{12} v_2 = 0, (r, \beta_{12}, \beta_{10}, t) \in \Omega_1 \\ v_2(r, \beta_{21}, \beta_{20}, T) = v_1(r, \beta_{12}, \beta_{10}, T) = 1, \\ r, \beta_{12}, \beta_{10} \in \mathbf{R}_+ \end{cases} \quad (3)$$

式中: $\mathcal{L}_i = \kappa(\theta - r)\partial/\partial r + \frac{\sigma^2 r}{2}\partial^2/\partial r^2 + \sum_{j \in J, j \neq i} \kappa_{ij}(\theta_{ij} - \beta_{ij})\partial/\partial \beta_{ij} + \frac{\sigma_{ij}^2 \beta_{ij}}{2}\partial^2/\partial \beta_{ij}^2; i \in I; \lambda_{21} = c_{21}r + d_{21}\beta_{21}; \lambda_{12} = c_{12}/r + d_{12}\beta_{12}; \lambda_{20} = c_{20}r + d_{20}\beta_{20}; \lambda_{10} = c_{10}r + d_{10}\beta_{10}; \Omega_i = \{0 < r < \infty, 0 < \beta_{ij} < \infty, 0 < \beta_{i0} < \infty, 0 < t < T\}; i = 1, 2; j = 3 - i.$

利用齐次 CIR 过程的基本解^[11]和压缩映射原理,可以证明解存在且惟一.

2 特殊情况下模型的解析解

在无风险利率、迁移强度和回收率均为常数条件下问题(3)有解析解.

假设 $r_t = r, \lambda_{ij,t} = \lambda_{ij}, \beta_{ij,t} = \beta_{ij}$, 以及 R_i 均为常数, 则微分算子 \mathcal{L}_2 和 \mathcal{L}_1 为零算子, 问题(3)转化为常微分方程组的终值问题:

$$\begin{cases} \frac{dv_2}{dt} = (r + \lambda_{21} + (1 - R_2)\lambda_{20})v_2 - \lambda_{21}v_1, & t \in (0, T) \\ \frac{dv_1}{dt} = (r + \lambda_{12} + (1 - R_1)\lambda_{10})v_1 - \lambda_{12}v_2, & t \in (0, T) \\ v_2(T) = v_1(T) = 1 \end{cases} \quad (4)$$

其解为

$$v_2(t) = \frac{1}{2\sqrt{l}} [(-a_- + \lambda_{21})e^{-n_-(T-t)} +$$

$$(a_+ - \lambda_{21})e^{-n_+(T-t)}] \quad (5)$$

$$v_1(t) = \frac{1}{2\sqrt{l}} [-(a_- + \lambda_{12})e^{-n_-(T-t)} + (\lambda_{12} + a_+)e^{-n_+(T-t)}] \quad (6)$$

式中: $s_i = r + \lambda_{ij} + (1 - R_i)\lambda_{i0}; i = 1, 2; j = 3 - i; l = (s_2 - s_1)^2/4 + \lambda_{21}\lambda_{12}; a_{\pm} = \pm\sqrt{l} + (s_2 - s_1)/2; n_{\pm} = (s_1 + s_2)/2 \pm \sqrt{l}.$

令 $\Delta = v_2(t) - v_1(t)$, 则

$$\Delta = ((1 - R_1)\lambda_{10} - (1 - R_2)\lambda_{20})(e^{-n_-(T-t)} - e^{-n_+(T-t)})$$

特别地, 当 $R_2 = R_1 = 1$ 或 $\lambda_{20} = \lambda_{10} = 0$ 时, $\Delta \equiv 0$ 即 $v_2(t) \equiv v_1(t)$. 这说明, 当高低等级债券的回收率均为 1 或高低等级债券不发生违约时, 高、低等级债券没有区别. 因此, 假设 4 和假设 6 是模型中区别高、低等级债券的最重要条件. 进一步容易验证, 在假设 4 和假设 6 下, $v_2(t) \geq v_1(t)$, 即高等级债券的价值大于低等级债券, 当且仅当 $t = T$ 时等号成立.

3 数值计算

接下来计算一张具有信用等级迁移的美国企业债券在不同信用等级下的价格. 利用文献[1]中采用的方法可以得到信用等级迁移强度矩阵的估计(见表 1).

表 1 标准普尔借款企业一年期信用等级迁移矩阵

Tab.1 Companies' one-year credit rating migration matrix of Standard & Poor

年初等级	年末 AAA		年末 AA		年末 A		年末 BBB		年末 BB		年末 B		年末 CCC		年末 D		%
	迁移概率	迁移强度	迁移概率	迁移强度	迁移概率	迁移强度	迁移概率	迁移强度	迁移概率	迁移强度	迁移概率	迁移强度	迁移概率	迁移强度	迁移概率	迁移强度	
AAA	90.81	-9.64	8.33	8.74	0.68	0.71	0.06	0.06	0.12	0.13	0	0	0	0	0	0	
AA	0.70	0.73	90.65	-9.81	7.79	8.18	0.64	0.67	0.06	0.06	0.14	0.15	0.02	0.02	0	0	
A	0.09	0.09	2.27	2.38	91.05	-9.38	5.52	5.78	0.74	0.78	0.26	0.27	0.01	0.01	0.06	0.06	
BBB	0.02	0.02	0.33	0.35	5.95	6.38	86.93	-14.01	5.30	5.68	1.17	1.25	0.12	0.13	0.18	0.19	
BB	0.03	0.03	0.14	0.16	0.67	0.75	7.73	8.60	80.53	-21.65	8.84	9.83	1	1.11	1.06	1.18	
B	0	0	0.11	0.12	0.24	0.26	0.43	0.47	6.48	7.08	83.46	-18.08	4.07	4.45	5.20	5.68	
CCC	0.22	0.27	0	0	0.22	0.27	1.30	1.60	2.38	2.93	11.24	13.85	64.86	-43.29	19.79	24.38	

注: 迁移概率数据来自 Standard & Poor's Credit Week(15 April 96).

定义高等级 = {AAA, AA, A}, 低等级 = {BBB, BB, B, CCC}, 违约 = {D}. 用量纲一化方法, 得到表 2. 对应地取 $\lambda_{21} = 2.64\%, \lambda_{20} = 0.02\%, \lambda_{12} = 2.08\%, \lambda_{10} = 7.86\%$, 无风险利率 $r = 3.50\%$, 回收率 $R_2 = 0.7, R_1 = 0.4$ 带入式(5)和(6), 通过 MATLAB 作图, 得到如下结果:

(1) 在合理的参数下, 相同剩余期限的高等级债券价格一定大于低等级债券价格.

(2) 在其他参数不变的情况下, 高、低等级债券价格均随着剩余期限的增大而减小(图 1).

(3) 在其他参数不变的情况下, 高、低等级债券价格均随着 $\lambda_{21}, \lambda_{20}$ 和 λ_{10} 的增大而减小, 随 λ_{12} 的增大而增大. 这说明在一定范围内, 向低等级迁移的强度越大, 债券的价格越小, 反之亦然. 这个结果符合实际. 此外, 还可看出, 高等级债券价格对参数 λ_{21} 和 λ_{20} 变化较低等级债券敏感, 低等级债券价格对参数 λ_{10}

和 λ_{12} 变化较高等级债券敏感(图 2~5).

(4) 在其他参数不变的情况下,高、低等级债券价格均随着利率的增大而减小(图 6).

(5) 在其他参数不变的情况下,高、低等级债券价格均随着回收率 R_2 和 R_1 的增大而增大. 高等级债券价格对 R_2 的变化较低等级债券敏感,低等级债券价格对 R_1 的变化较高等级债券敏感(图 7, 8).

表 2 经过处理的迁移强度矩阵

Tab.2 Processed migration intensity matrix %

年初等级	年末高等级	年末低等级	年末违约
高等级	-2.67	2.64	0.02
低等级	2.08	-9.94	7.86

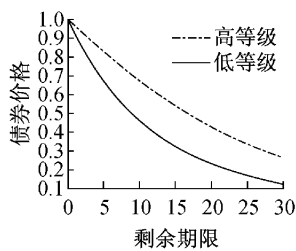


图 1 高低债券价格随剩余期限的变化

Fig.1 Variation of bond prices with distance to maturity

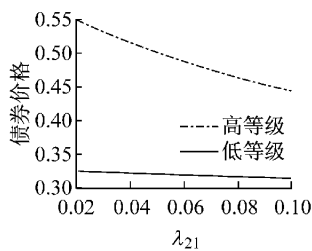


图 2 高等级债券价格随 λ_{21} 的变化

Fig.2 Variation of bond prices with λ_{21}

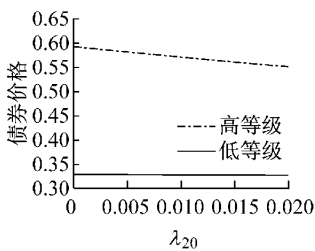


图 3 高等级债券价格随 λ_{20} 的变化

Fig.3 Variation of bond prices with λ_{20}

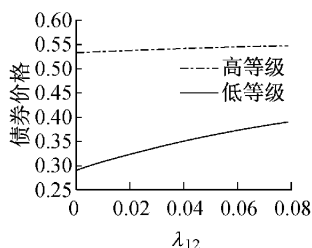


图 4 高等级债券价格随 λ_{12} 的变化

Fig.4 Variation of bond prices with λ_{12}

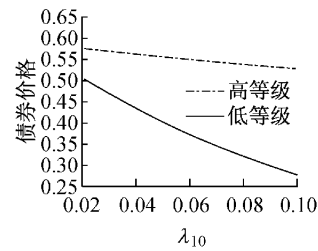


图 5 高等级债券价格随 λ_{10} 的变化

Fig.5 Variation of bond prices with λ_{10}

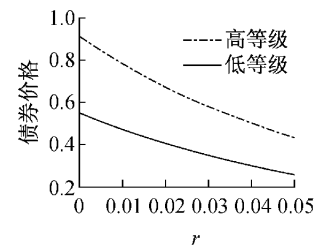


图 6 高等级债券价格随 r 的变化

Fig.6 Variation of bond prices with r

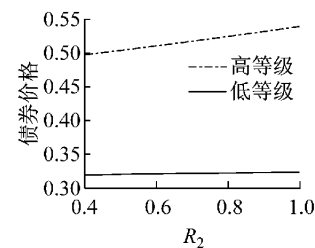


图 7 高等级债券价格随 R_2 的变化

Fig.7 Variation of bond prices with R_2

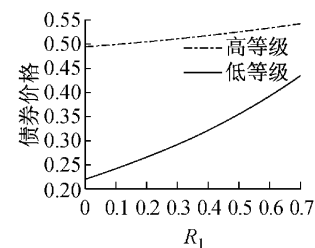


图 8 高等级债券价格随 R_1 的变化

Fig.8 Variation of bond prices with R_1

4 结论

本文建立了一个具有信用等级迁移风险的定价模型. 假设发行者发行的债券有高、低等级和违约 3 个信用状态, 在约化方法的框架下, 借助 Feynman-Kac 公式推导了高、低等级债券价格满足的偏微分方程组的终值问题. 在进一步假设利率、等级迁移强度和回收率为常数的条件下, 得到了高、低等级债券价格的显式表达式并作图展示了数值结果. 所得结

论:对于相同剩余期限的高、低等级债券,高等级债券的价格大于低等级债券价格;高、低等级债券的价格都随着向高等级迁移强度的增大而增大,随着向低等级迁移强度的增大而减小;它们的价格均随着利率的增大而减小,随着回收率的增大而增大.本文的方法和结果可以推广到多信用等级的情形.

参考文献:

- [1] Jarrow R A, Lando D, Turnbull S M. A Markov model for the term structure of credit risk spreads[J]. *Review of Financial Studies*, 1997, 10(2): 481.
- [2] Kreinin A, Sidelnikova M. Regularization algorithms for transition matrices[J]. *Algo Research Quarterly*, 2001, 4(1/2): 23.
- [3] Arvanitis A, Gregory J, Laurent J P. Building models for credit spreads[J]. *The Journal of Derivatives*, 1999, 6(3): 27.
- [4] 纪婧. 信用评级迁移风险的度量与定价研究[D]. 上海: 复旦大学, 2007.
JI Jing. Measuring and pricing of credit rating migration risk [D]. Shanghai: Fudan University, 2007.
- [5] Hurd T, Kuznetsov A. Affine Markov chain models of multifirm credit migration[J]. *Journal of Credit Risk*, 2007, 3(1): 3.
- [6] 王乐乐, 边保军, 李琳. 基于信用等级迁移的信用违约互换定价[J]. *同济大学学报: 自然科学版*, 2010, 38(4): 613.
WANG Lele, BIAN Baojun, LI Lin. Pricing of credit default swap based on credit rating[J]. *Journal of Tongji University: Natural Science*, 2010, 38(4): 613.
- [7] 魏崑. 含有对手信用风险的衍生品定价[D]. 上海: 同济大学, 2012.
WEI Wei. Pricing of derivatives subject to counterparty credit risk[D]. Shanghai: Tongji University, 2012.
- [8] 姜礼尚. 期权定价的数学模型和方法[M]. 2版. 北京: 高等教育出版社, 2004.
JIANG Lishang. The mathematical models and methods in option pricing[M]. 2nd ed. Beijing: Higher Education Press, 2004.
- [9] QIAN Xiaosong, JIANG Lishang, XU Chenglong, et al. Explicit formulas for pricing of callable mortgage-backed securities in a case of prepayment rate negatively correlated with interest rates[J]. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 2012, 393(2): 421.
- [10] 任学敏, 万凝. 用约化方法对有第三方担保的企业债券定价[J]. *同济大学学报: 自然科学版*, 2009, 37(7): 989.
REN Xuemin, WAN Ning. Pricing of firm bond with third party security by reduced form approach[J]. *Journal of Tongji University: Natural Science*, 2009, 37(7): 989.
- [11] Cox J C, Ingersoll J E, Ross S A. A theory of the term structure of interest rates[J]. *Econometrica*, 1985, 53(2): 385.

(上接第 1278 页)

参考文献:

- [1] Scott A J. The cultural economy of cities: Essays on the geography of image-producing industries [M]. London: Sage Publication, 2000.
- [2] Anselin L. Spatial econometrics: Methods and models [M]. Dordrecht: Kluwer Academic, 1988.
- [3] 陈强. 上海建筑设计产业发展报告[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2009.
CHEN Qiang. Architectural design industry development report of Shanghai [M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2009.
- [4] 马军杰, 刘霞, 陈强, 等. 上海环同济现代建筑设计产业集群特征分析[J]. *建筑经济*, 2010(1): 18.
MA Junjie, LIU Xia, CHEN Qiang, et al. Clusters characteristics analysis of Shanghai modern architectural design around Tongji University [J]. *Building Economy*, 2010(1): 18.
- [5] 虞大鹏, 陈秉钊. 知识型产业集聚中的社会资本作用研究——以同济大学周边地区为例[J]. *城市规划学刊*, 2005(3): 63.
YU Dapeng, CHEN Bingzhao. Studies on social capital effect of knowledge industry cluster—A case study of areas around Tongji University [J]. *Journal of Urban Planning*, 2005(3): 63.