

电磁波在含特异材料界面上的布儒斯特角和半波损失

王治国^{1,2}, 金佳¹

(1. 同济大学 物理科学与工程学院, 上海 200092; 2. 北京计算科学研究中心, 北京 100084)

摘要: 对电磁波在不同介质界面上的反射与透射给出了完整描述. 利用电磁场的性质, 推导了普适的菲涅尔公式以及布儒斯特角的表达形式. 研究了电磁波在不同界面传播时布儒斯特角的存在条件. 定量地给出了反射场与入射场电磁分量的相位关系.

关键词: 特异材料; 菲涅尔公式; 反射相位; 布儒斯特角

中图分类号: O451

文献标志码:

Brewster Angle and Phase Loss of Electromagnetic Waves at Interface Between Dielectric and Metamaterial

WANG Zhiguo^{1,2}, JIN Jia¹

(1. College of Science and Engineering Physics, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Beijing Computational Science Research Center, Beijing 100084, China)

Abstract: An overall description of reflective and refractive problems at the interface between different materials was given. The form of universal Fresnel's law and Brewster angle in these cases were extended using the electromagnetic field theory. Meanwhile, the presence of Brewster angle at different interfaces was analyzed. The phase relation of reflected wave field and incident wave field was obtained quantitatively. This research provides some reference for the deep understanding of the transmission characteristic of electromagnetic wave.

Key words: metamaterial; Fresnel's law; reflective phase; Brewster angle

特异材料 (metamaterials) 又叫美特材料、超材料^[1-5], 是一类特殊的人工复合结构, 具有很多天然材料所不具备的超常物理性质. 特异材料主要包含了单负材料、左手材料和零折射率材料. 按照介电常

数 ϵ 和磁导率 μ 的正负可以大致分成 4 类: ϵ 和 μ 都大于零的材料称为正常材料或称为右手材料 (right-handed materials); ϵ 小于零而 μ 大于零的材料称为电单负材料 (epsilon-negative materials); ϵ 大于零而 μ 小于零的材料称为磁单负材料 (mu-negative materials); ϵ 和 μ 两者均小于零的材料称为负折射率材料或左手材料 (left-handed materials). 其中电单负材料和磁单负材料统称为单负材料 (single negative materials). ϵ 或 μ 其中有一个值为零的材料称为零折射率材料.

1968 年, 前苏联物理学家 Veselago^[6] 首次在理论上系统地研究了介电常数和磁导率同时为负左手材料的性质, 当电磁波在此种介质中传播时, 电场、磁场和波矢三者之间构成左手螺旋关系. 20 世纪 90 年代后期, 英国皇家科学院 Pendry 等^[7-8] 提出可以利用周期排列的细金属导线阵列实现频率较低的电单负材料, 之后又提出可以利用周期排列的开口谐振环来实现磁单负材料. 2001 年, Smith 课题组基于 Pendry 的这种想法, 设计了由细金属和开口谐振环交替排列的阵列, 首次制作出了等效介电常数和磁导率同时为负的介质, 观察到了负折射的现象^[9]. 此后, 国际学术界关于特异材料的理论和实验研究十分活跃, 产生了很多应用, 如完美透镜^[10]、电磁隐身^[11-12]等.

近年来, 含特异材料的有限结构引起了人们的研究兴趣^[13-17]. 一些研究发现, 组合在一起的电单负材料和磁单负材料在某些特定条件下可以等效为左手材料^[13]. Alu 等^[16] 发现由电单负材料和磁单负材料组成的双层结构中, 电磁波可以发生共振隧穿现象. 董丽娟等^[17] 在此基础上研究了电单负材料和磁单负材料组成的双层结构的透射特性.

本文对电磁波在不同介质界面上的反射与折射给出了完整描述, 利用电磁场的性质, 推导了在考虑

收稿日期: 2014-08-02

基金项目: 国家自然科学基金(11174222).

第一作者: 王治国(1965—), 男, 教授, 博士生导师, 理学博士, 主要研究方向为物理材料的力学和电磁学特性.

E-mail: zgwang@tongji.edu.cn

磁响应情况下菲涅尔公式的普适形式,研究了电磁波在不同界面传播时布儒斯特角的存在条件,定量地给出了反射场与入射场电磁分量的相位关系。

1 反射和折射定律

根据 Maxwell 电磁场理论,一般情况下电磁场的边值关系^[18-19]为

$$\begin{cases} \mathbf{e}_n \times (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) = 0 \\ \mathbf{e}_n \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) = \boldsymbol{\alpha} \\ \mathbf{e}_n \times (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) = \boldsymbol{\sigma} \\ \mathbf{e}_n \times (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中: \mathbf{e}_n 为分界面的单位法矢量; $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2$ 分别为介质 1 和介质 2 的电场强度; $\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2$ 分别为介质 1 和介质 2 的磁场强度; $\mathbf{D}_1, \mathbf{D}_2$ 分别为介质 1 和介质 2 的电位移矢量; $\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2$ 分别为介质 1 和介质 2 的磁感应强度; $\boldsymbol{\sigma}$ 和 $\boldsymbol{\alpha}$ 分别为面自由电荷和电流的密度。这组边值关系是麦克斯韦方程组的积分形式应用到边界面上的推论。在绝缘介质界面上, $\boldsymbol{\sigma}=0, \boldsymbol{\alpha}=\mathbf{0}$ 。式(1)中,边值关系不是完全独立的,由前两式可导出后两式。因此,在讨论时谐电磁波时,介质界面上的边值关系只需考虑下式:

$$\begin{cases} \mathbf{e}_n \times (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) = 0 \\ \mathbf{e}_n \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) = \boldsymbol{\alpha} \end{cases} \quad (2)$$

设介质 1 和介质 2 的分界面为无穷大平面,且平面电磁波从介质 1 入射于界面上,在该处产生反射波和透射波。设反射波和透射波也是平面波。设入射波、反射波和透射波的频率相同,电场强度分别为 \mathbf{E}, \mathbf{E}' 和 \mathbf{E}'' , 波矢量分别为 \mathbf{k}, \mathbf{k}' 和 \mathbf{k}'' 。它们的平面波表达式分别为

$$\begin{cases} \mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)} \\ \mathbf{E}' = \mathbf{E}'_0 e^{i(\mathbf{k}'\mathbf{r} - \omega t)} \\ \mathbf{E}'' = \mathbf{E}''_0 e^{i(\mathbf{k}''\mathbf{r} - \omega t)} \end{cases} \quad (3)$$

式中: \mathbf{r} 为位矢。

应用边界条件式(2),注意到介质 1 中的总场强为入射波与反射波场强的叠加,而介质 2 中只有透射波,因此有边界条件

$$\mathbf{e}_n \times (\mathbf{E} + \mathbf{E}') = \mathbf{e}_n \times \mathbf{E}'' \quad (4)$$

把式(3)代入得

$$\mathbf{e}_n \times (\mathbf{E}_0 e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} + \mathbf{E}'_0 e^{i\mathbf{k}'\mathbf{r}}) = \mathbf{e}_n \times \mathbf{E}''_0 e^{i\mathbf{k}''\mathbf{r}}$$

此式必须对整个界面成立。选界面为平面 $z=0$,则上式应对 $z=0$ 和任意 x, y 成立,因此 3 个指数因子必须在此平面上完全相等,故有

$$\mathbf{k}\mathbf{r} = \mathbf{k}'\mathbf{r} = \mathbf{k}''\mathbf{r} \quad (z=0)$$

由于 x 和 y 是任意的,它们的系数应各自相等,有

$$k_x = k'_x = k''_x, k_y = k'_y = k''_y \quad (5)$$

如图 1 所示,取入射波矢在 xOz 平面上,有 $k_y=0$,由式(5)可知 k'_y 和 k''_y 亦为零。因此,反射波矢和透射波矢都在同一平面上。

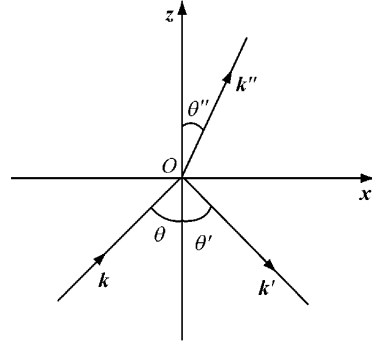


图 1 电磁波在介质面上的反射与折射图

Fig.1 Reflective and refractive of electromagnetic wave at the interface

以 $\theta, \theta', \theta''$ 分别代表入射角、反射角和透射角,有

$$k_x = k \sin \theta, k'_x = k' \sin \theta', k''_x = k'' \sin \theta' \quad (6)$$

设 v_1 和 v_2 为电磁波在两介质中的相速,有

$$k = k' = \frac{\omega}{v_1}, k'' = \frac{\omega}{v_2} \quad (7)$$

把式(6)和式(7)代入式(5)得

$$\theta = \theta', \frac{\sin \theta}{\sin \theta''} = \frac{v_1}{v_2} \quad (8)$$

这就是反射和折射定律,对电磁波来说, $v=1/\sqrt{\mu\epsilon}$, 因此

$$\frac{\sin \theta}{\sin \theta''} = \frac{\sqrt{\mu_2} \sqrt{\epsilon_2}}{\sqrt{\mu_1} \sqrt{\epsilon_1}} = \frac{n_2}{n_1} \quad (9)$$

式中: μ_1, μ_2 分别为介质 1 和介质 2 的磁导率; ϵ_1, ϵ_2 分别为介质 1 和介质 2 的介电常数; n_1, n_2 分别为介质 1 和介质 2 的折射率。

2 菲涅尔公式

现在应用边值关系式(2)求入射波、反射波和透射波的振幅关系。由于对每一波矢 \mathbf{k} 有两个独立的偏振波,分别为垂直于入射面的 TE(横电)波和平行于入射面的 TM(横磁)波。这两个分量独立地被界面反射和折射,不改变各自的偏振态。

对 TE 波来说,有边值关系

$$\begin{cases} E + E' = E'' \\ H \cos \theta - H' \cos \theta = H'' \cos \theta'' \end{cases} \quad (10)$$

由电磁场理论,得

$$\mathbf{H} = \frac{\sqrt{\epsilon}}{\sqrt{\mu}} \mathbf{E} \quad (11)$$

其中, $Z = \frac{\sqrt{\mu}}{\sqrt{\epsilon}}$ 表示介质的波阻抗.

对于一般介质, 结合式(11), 式(10)可以写成

$$\begin{cases} E + E' = E'' \\ \frac{1}{Z_1}(E - E') \cos \theta = \frac{1}{Z_2} E'' \cos \theta' \end{cases} \quad (12)$$

由式(9)和式(12), 得

$$\begin{cases} r_{\text{TE}} = \frac{E'}{E} = \frac{Z_2 \cos \theta - Z_1 \cos \theta'}{Z_2 \cos \theta + Z_1 \cos \theta'} \\ t_{\text{TE}} = \frac{E''}{E} = \frac{2Z_2 \cos \theta}{Z_2 \cos \theta + Z_1 \cos \theta'} \end{cases} \quad (13)$$

式中: r_{TE} 为 TE 波的反射系数; t_{TE} 为 TE 波的透射系数.

对 TM 波来说, 有边值关系

$$H + H' = H'', \quad E \cos \theta - E' \cos \theta = E'' \cos \theta'$$

同理可解得

$$\begin{cases} r_{\text{TM}} = \frac{E'}{E} = \frac{Z_1 \cos \theta - Z_2 \cos \theta'}{Z_1 \cos \theta + Z_2 \cos \theta'} \\ t_{\text{TM}} = \frac{E''}{E} = \frac{2Z_2 \cos \theta}{Z_1 \cos \theta + Z_2 \cos \theta'} \end{cases} \quad (14)$$

式中: r_{TM} 为 TM 波的反射系数; t_{TM} 为 TM 波的透射系数.

式(13), (14)称为普适的菲涅尔公式, 表示反射波、透射波与入射波场强的比值, 同时也给出了入射波、反射波和透射波的相位关系.

3 布儒斯特角

由普适菲涅尔公式(13)可知, 当入射角 $\theta_{\text{b,TE}} = \arcsin \sqrt{\frac{\mu_2(\mu_1\epsilon_2 - \mu_2\epsilon_1)}{\epsilon_1(\mu_1^2 - \mu_2^2)}}$ 时, $r_{\text{TE}} = 0$, 传播到边界部分的所有能量都透入第 2 种介质中, 即 TE 波发生全透. 对于自然界大多数材料来说, 都是非铁磁性的一般介质 ($\mu \approx 1$), 这时 $\theta_{\text{b,TE}}$ 的分母为零, 当电场矢量垂直于入射面时, 布儒斯特角不存在. 而对于一些特殊的铁磁性材料 ($\mu \neq 1$), $\theta_{\text{b,TE}}$ 即为 TE 波的布儒斯特角.

同样, 由普适菲涅尔公式(14)可知, 当入射角 $\theta_{\text{b,TM}} = \arcsin \sqrt{\frac{\epsilon_2(\mu_1\epsilon_2 - \mu_2\epsilon_1)}{\mu_1(\epsilon_2^2 - \epsilon_1^2)}}$ 时, $r_{\text{TM}} = 0$, 传播到边界部分的所有能量都透入第 2 种介质中, 即 TM 波发生全透, 此时反射波只有 TE 分量, 入射角 $\theta_{\text{b,TM}}$ 即为 TM 波的布儒斯特角. 而当 $\mu_2 = \mu_1 = 1$ 时, 入射角

$\theta_{\text{b,TM}} = \arcsin \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_2 + \epsilon_1}}$, 即为通常教材中非铁磁性材料的布儒斯特角. 所以利用特异材料, 不但能实现完全 TE 极化的反射波, 而且也可以实现 TM 极化的反射波. 对于 TM 波入射到介质分界面时, 下面分析布儒斯特角可能存在的条件:

(1) 当 $\mu_1 = \mu_2$ 时, 可分两种情况来讨论. ①

$|\epsilon_1| \neq |\epsilon_2|$, $\theta_{\text{b,TM}} = \arcsin \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2}}$, 分析根号内可知必须保证 $0 < \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} < 1$, 要满足此式则 ϵ_1 和 ϵ_2 需同

号, 对应的是从右手材料入射到右手材料(或左手材料入射到左手材料), 电磁波能够进入第 2 种介质中, $\theta_{\text{b,TM}}$ 角即为此类情况下的布儒斯特角. ② $|\epsilon_1| = |\epsilon_2|$. 如果 $\epsilon_1 = -\epsilon_2$, 这时是从右手材料(或者左手材料)入射到单负材料的界面, 电磁波完全被反射回来, 没有电磁波进入单负介质中, 对应的有 $\theta_{\text{b,TM}}$ 分母为零, 布儒斯特角不存在. 如果 $\epsilon_1 = \epsilon_2$, 即两种介质实际上为同一种介质, 应该是无反射发生, 但从式(15)发现对应 $\theta_{\text{b,TM}} = 45^\circ$, 这似乎产生了矛盾. 对于该情况, 应理解为随着 $\epsilon_1 \rightarrow \epsilon_2$, 布儒斯特角 $\theta \rightarrow 45^\circ$, 当 $\epsilon_1 = \epsilon_2$ 时, 布儒斯特角失去了意义, 相应的公式当然也就不存在了.

(2) 当 $\mu_1 = -\mu_2$ 时, 可分两种情况来讨论. ①

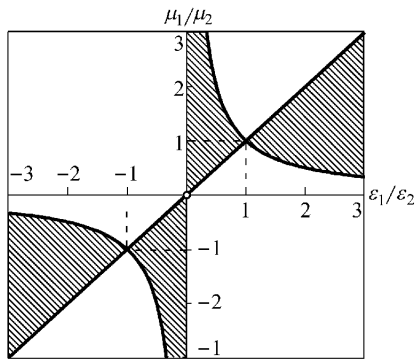
$|\epsilon_1| \neq |\epsilon_2|$, $\theta_{\text{b,TM}} = \arcsin \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_2 - \epsilon_1}}$, 分析根号内可知必须保证 $0 < \frac{\epsilon_2}{\epsilon_2 - \epsilon_1} < 1$, 要满足此式则 ϵ_1 和 ϵ_2 需要

异号, 对应的是从右手材料入射到左手材料(或左手材料入射到右手材料), 电磁波能够进入第 2 种介质中, $\theta_{\text{b,TM}}$ 角即为此类情况下的布儒斯特角. ② $|\epsilon_1| = |\epsilon_2|$. 如果 $\epsilon_1 = \epsilon_2$, 这时是从右手材料(或者左手材料)入射到单负材料的界面, 电磁波完全被反射回来, 没有电磁波进入单负介质中, 对应的有 $\theta_{\text{b,TM}}$ 分母为零, 布儒斯特角不存在. 如果 $\epsilon_1 = -\epsilon_2$, 这时是从右手材料入射到左手材料(或左手材料入射到右手材料), 电磁波能够进入第 2 种介质中, 此时 $\theta_{\text{b,TM}}$ 的分子分母都为零, 有可能存在.

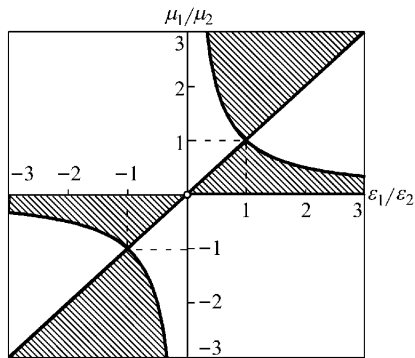
(3) 当 $|\mu_1| \neq |\mu_2|$ 时, $\theta_{\text{b,TM}} = \arcsin \sqrt{\frac{\epsilon_2(\mu_1\epsilon_2 - \mu_2\epsilon_1)}{\mu_1(\epsilon_2^2 - \epsilon_1^2)}}$, 分两种情况讨论. ① $\frac{\mu_1}{\mu_2} > 0$. 为使 $\theta_{\text{b,TM}}$ 存在, 满足此条件的有 2 个参数区域, 即同时满足 $\frac{\mu_1}{\mu_2} > \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$, $0 < \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} < 1$, $\frac{\mu_1\epsilon_1}{\mu_2\epsilon_2} < 1$ 的参数区域, 或者同时满足 $\frac{\mu_1}{\mu_2} < \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$, $\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} > 1$, $\frac{\mu_1\epsilon_1}{\mu_2\epsilon_2} > 1$, 如图 2a 所示,

对应的是从右手材料入射到右手材料(或左手材料入射到左手材料),电磁波能够进入第2种介质, $\theta_{b, TM}$ 角即为此类情况下的布儒斯特角. ② $\frac{\mu_1}{\mu_2} < 0$. 为使 $\theta_{b, TM}$ 存在,满足此条件的有2个参数区间,即同时满足 $\frac{\mu_1}{\mu_2} < \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$, $-1 < \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} < 0$, $\frac{\mu_1 \epsilon_1}{\mu_2 \epsilon_2} < 1$ 的参数区间,或者同时满足 $\frac{\mu_1}{\mu_2} > \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$, $\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} < -1$, $\frac{\mu_1 \epsilon_1}{\mu_2 \epsilon_2} > 1$,如图2a所示. 对应的是从右手材料入射到左手材料(或者左手材料入射到右手材料),电磁波能够进入第2种介质, $\theta_{b, TM}$ 角即为此类情况下的布儒斯特角.

图2是TM波和TE波布儒斯特角的分布图,图中阴影部分表示电磁波入射到介质分界面时存在布儒斯特角的区域. 如图2所示第二、四象限中不存在布儒斯特角,分析可知其对应的是从右手材料(或左手材料)入射到单负材料,电磁波被完全反射回来,没有电磁波进入单负介质中,只在界面上产生倏逝波,布儒斯特角自然就不存在了. 第一象限对应的是从右手材料入射到右手材料(或左手材料入射到左手材料),可见只要两介质的介电常数和磁导率满足一定的条件,就会产生布儒斯特角,图中第一象限的阴影部分就表示此类情况下布儒斯特角的存在区



a TM波



b TE波

图2 布儒斯特角分布图

Fig.2 Brewster angle of electromagnetic wave

域. 第三象限对应的是从右手材料入射到左手材料(或左手材料入射到右手材料),同样的,第三象限的阴影部分就表示此类情况下布儒斯特角的存在区域. 对TM波来说,当 $\mu_2 = \mu_1 = 1$ 这种特殊情况下,布儒斯特角 $\theta_{b, TM} = \arcsin \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_2 + \epsilon_1}}$,这就是通常教材中非磁性材料的布儒斯特角,如图2a所示,这种情况也存在于阴影部分表示的区域中.

4 半波损失

普适菲涅尔公式同时还给出入射波、反射波和透射波的相位关系. 这里以TM波为例做讨论.

由式(14)可知,透射波电场与入射波电场始终同相位,而当 $Z_1 \cos \theta - Z_2 \cos \theta' < 0$ 时, E'/E 为负数,即产生半波损失,解之,得 $\left[\left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \right)^2 - 1 \right] \sin^2 \theta <$

$$\frac{\mu_2 \epsilon_1}{\mu_1 \epsilon_2} - 1.$$

下面来分析反射波电场产生半波损失的各种条件. 先讨论从右手材料($\epsilon_1 > 0, \mu_1 > 0$)入射到右手材料($\epsilon_2 > 0, \mu_2 > 0$)的情况.

(1) 当 $\epsilon_1 < \epsilon_2$ 时,若 $\frac{\mu_2 \epsilon_1}{\mu_1 \epsilon_2} - 1 > 0$,即 $\frac{\mu_1}{\mu_2} / \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} < 1$,则 θ 取任何值,始终存在半波损失.

(2) 当 $\epsilon_1 < \epsilon_2$ 时,若 $\frac{\mu_2 \epsilon_1}{\mu_1 \epsilon_2} - 1 < 0$,即 $\frac{\mu_1}{\mu_2} / \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} > 1$,则 $\sin \theta_{TM} > \sqrt{\frac{\epsilon_2 (\mu_1 \epsilon_2 - \mu_2 \epsilon_1)}{\mu_1 (\epsilon_2^2 - \epsilon_1^2)}}$ 时,存在半波损失.

(3) 当 $\epsilon_1 > \epsilon_2$ 时,若 $\frac{\mu_2 \epsilon_1}{\mu_1 \epsilon_2} - 1 < 0$,即 $\frac{\mu_1}{\mu_2} / \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} > 1$,则无半波损失.

(4) 当 $\epsilon_1 > \epsilon_2$ 时,若 $\frac{\mu_2 \epsilon_1}{\mu_1 \epsilon_2} - 1 > 0$,即 $\frac{\mu_1}{\mu_2} / \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} < 1$,则 $\sin \theta_{TM} < \sqrt{\frac{\epsilon_2 (\mu_1 \epsilon_2 - \mu_2 \epsilon_1)}{\mu_1 (\epsilon_2^2 - \epsilon_1^2)}}$ 时,存在半波损失.

根据上述讨论,可以做出两侧介质为右手材料时TM波磁导率比、介电常数比与反射波半波损失的关系,如图3所示.

图3中,直线 $\mu_1/\mu_2 = \epsilon_1/\epsilon_2$ 表示透射系数 $t_{TM} = 1$,即入射波从介质1正入射到介质2时发生全透,入射波传播到边界部分的能量全部进入介质2;在全透线两侧I, II, III, IV这4个区域,透射系数 $t_{TM} < 1$,反射系数 $r_{TM} > 0$,入射波从介质1入射到介质2时,部分能量被反射回来而部分能量进入介质2;两坐标轴 $\epsilon_1/\epsilon_2 = 0$ 和 $\mu_1/\mu_2 = 0$ 处透射系数 $t_{TM} = 0$,即

入射波传播到边界部分的能量不能进入介质 2 而完全被反射回来,两坐标轴上只存在倏逝波.可见透射系数 t_{TM} 往全透线两边递减,到两坐标轴上减为 0.

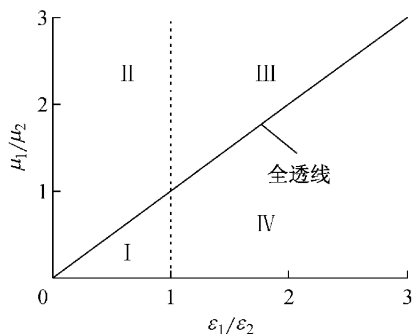


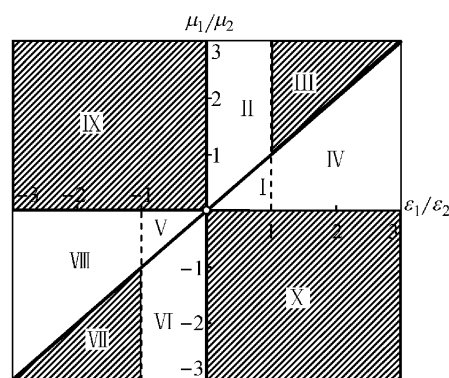
图 3 两侧介质为右手材料, TM 波磁导率比、介电常数比与反射波半波损失关系

Fig. 3 Variation of reflective phase with the ratio of permeability and permittivity of TM wave at the interface between right-handed materials

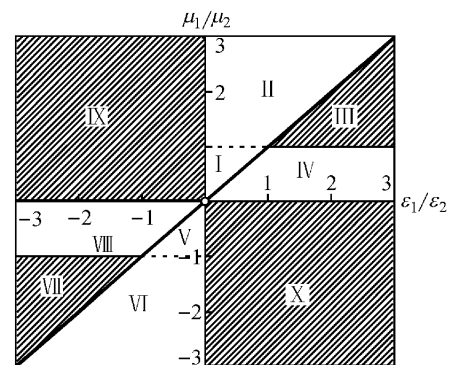
图 3 同时还给出了 I, II, III, IV 这 4 个区域反射波存在半波损失的条件. 入射波从介质 1(右手材料)入射到介质 2(右手材料)时,反射波在 I 区域中始终有半波损失; II 区域中,当入射角 $\theta_{b,\text{TM}} > \arcsin \sqrt{\frac{\epsilon_2(\mu_1\epsilon_2 - \mu_2\epsilon_1)}{\mu_1(\epsilon_2^2 - \epsilon_1^2)}}$ 时反射波有半波损失; III 区域中反射波始终无半波损失; IV 区域中,当入射角 $\theta_{b,\text{TM}} < \arcsin \sqrt{\frac{\epsilon_2(\mu_1\epsilon_2 - \mu_2\epsilon_1)}{\mu_1(\epsilon_2^2 - \epsilon_1^2)}}$ 时反射波有半波损失. 由此可以清楚地看出,一般教材中“光从光疏介质入射到光密介质才能产生半波损失”的说法不全面,这只对两侧介质是非铁磁性的一般介质时成立(即 $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$). 对于更普遍的情况($\mu_1 \neq \mu_2$),光从光密介质入射到光疏介质时也有可能产生半波损失. 比如图 3 中的 II, IV 两区域,可能存在 $n_1 > n_2$ 的情形,只要入射角满足一定的条件,就会产生半波损失.

随着人们对材料的研究越来越深入,不再仅仅局限于常规的右手材料,还可以人工合成各种单负材料、左手材料. 用同样的方法可以分析普遍情况下电磁波入射到介质界面上时反射波产生半波损失的条件,如图 4 所示,图中所有阴影部分区域始终无半波损失,其余区域只要入射角满足一定条件就有半波损失.

图 4a 定量讨论了 TM 波反射波存在半波损失的条件. 第一象限的 I, II, III, IV 这 4 个区域,对应的是从右手材料入射到右手材料(或左手材料入射



a TM 波



b TE 波

图 4 普遍情况下电磁波磁导率比、介电常数比与反射波半波损失关系

Fig. 4 Variation of reflective phase with the ratio of permeability and permittivity of electromagnetic wave

到左手材料),分析可得 I 区域中反射波始终有半波损失; II 区域中,当入射角 $\theta_{b,\text{TM}} > \arcsin \sqrt{\frac{\epsilon_2(\mu_1\epsilon_2 - \mu_2\epsilon_1)}{\mu_1(\epsilon_2^2 - \epsilon_1^2)}}$ 时反射波有半波损失; III 区域中反射波始终无半波损失; IV 区域中,当入射角 $\theta_{b,\text{TM}} < \arcsin \sqrt{\frac{\epsilon_2(\mu_1\epsilon_2 - \mu_2\epsilon_1)}{\mu_1(\epsilon_2^2 - \epsilon_1^2)}}$ 时反射波有半波损失. 第二象限的 V, VI, VII, VIII 这 4 个区域对应的是从右手材料入射到左手材料(或左手材料入射到右手材料),由图 4a 可见,此时反射波半波损失产生的条件与右手材料入射到右手材料时完全相同,只有 VII 区域反射波始终无半波损失,其余 3 个区域只要入射角满足一定的条件,反射波都能产生半波损失.

在图 4a 的 IX, X 区域,对应的是从右手材料(或左手材料)入射到单负材料界面,此时折射率 $n = \sqrt{\mu\epsilon}$ 是一个纯虚数,电磁波的传输是禁止的, $r_{\text{TM}} = 1$,只能在其中找到倏逝波. 反射波存在着相位的变化,但无半波损失. 由 $r_{\text{TM}} = e^{-2i\phi}$, $\phi = \arctan \sqrt{-\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \frac{\mu_1}{\mu_2}}$ 可知 $\phi \in (0, \pi)$,反射波相位随着

磁导率和介电常数的变化而变化. IX 区域电场相位始终比磁场相位滞后 $\frac{\pi}{2}$, X 区域电场相位始终比磁场相位超前 $\frac{\pi}{2}$. 类似地,在图 4b 中给出了 TE 波磁导率比、介电常数比与反射波半波损失的关系.

因此可以得出结论,反射波半波损失的产生是由介质的磁导率、介电常数和入射角共同决定的.

5 结论

本文从 Maxwell 的电磁场理论出发,对电磁波在含特异材料界面上的反射与折射做了一个系统性研究,给出了电磁波从介电常数和磁导率分别为 ϵ_1, μ_1 的介质入射到介电常数和磁导率分别为 ϵ_2, μ_2 的介质界面时的菲涅尔公式和布儒斯特角的普适表达式,定量地分析了电磁波从右手材料入射到右手材料(左手材料入射到左手材料)、右手材料入射到左手材料(左手材料入射到右手材料)、右手材料入射到单负材料(单负材料入射到右手材料)、左手材料入射到单负材料(单负材料入射到左手材料)时,各种界面上布儒斯特角的存在条件,同时也给出了反射场与入射场电磁分量的相位关系.

对于常规右手材料(即 $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$),普适表达式满足通常教材上的菲涅尔公式和布儒斯特定律;对于左手材料和单负材料,普适表达式同样适用. 反射波半波损失的产生是由介质的磁导率、介电常数和入射角共同决定的.

另外,一般教材中“光从光疏介质入射到光密介质才能产生半波损失”的说法是不全面的,这只对两侧介质是常规右手材料时成立(即 $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$). 对于 $\mu_1 \neq \mu_2$ 的情况,光从光密介质入射到光疏介质时也有可能产生半波损失.

参考文献:

- [1] Li J, Zhou L, Chan C T, *et al.* Photonic band gap from a stack of positive and negative index materials[J]. Phys Rev Lett, 2003, 90(8): 83901.
- [2] Zuo Z W, Ling D B, Sheng L, *et al.* Optical properties for topological insulators with metamaterials[J]. Physics Letters A, 2013, 377: 2909.
- [3] Zhang L W, Zhang Y W, He L, *et al.* Non-Bragg bandgaps of

quasi-one-dimensional comb-like structures composed of positive and negative index materials [J]. The European Physical Journal D, 2009, 55: 155.

- [4] Foteinopoulou S. Photonic crystals as metamaterials [J]. Physica B, 2012, 407: 4056.
- [5] Guo J Y, Chen H, Li H Q, *et al.* Effective permittivity and permeability of one-dimensional dielectric photonic crystal within a band gap[J]. Chinese Physics B, 2008, 17(7): 2544.
- [6] Veselago V G. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ [J]. Physics-Uspekhi, 1968, 10(4): 509.
- [7] Pendry J B, Holden A J, Stewart W J, *et al.* Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures[J]. Phys Rev Lett, 1996, 76(25): 4773.
- [8] Pendry J B, Holden A J, Robbins D J, *et al.* Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena [J]. IEEE Trans: Microwave Theory Tech, 1999, 47(11): 2075.
- [9] Shelby R A, Smith D R, Schultz S. Experimental verification of a negative index of refraction[J]. Science, 2001, 292: 77.
- [10] Pendry J B. Negative refraction makes a perfect lens[J]. Phys Rev Lett, 2000, 85(18): 3966.
- [11] Pendry J B, Schurig D, Smith D R. Controlling electromagnetic fields[J]. Science, 2006, 312: 1780.
- [12] Schurig D, Mock J J, Justice B J. Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies[J]. Science, 2006, 314: 977.
- [13] Lakhtakia A, Krowne C M. Restricted equivalence of paired epsilon-negative and mu-negative layers to a negative phase-velocity material (alias left-handed material)[J]. Optik, 2003, 114(7): 305.
- [14] Jiang H T, Chen H, Li H Q, *et al.* Properties of one-dimensional photonic crystals containing single-negative materials[J]. Phys Rev E, 2004, 69: 66607.
- [15] Jiang H T, Chen H, Li H Q, *et al.* Omnidirectional gap and defect mode of one-dimensional photonic crystals containing negative-index materials[J]. Appl Phys Lett, 2003, 83(26): 5386.
- [16] Alu A, Engheta N. Pairing an epsilon-negative slab with a mu-negative slab: resonance, tunneling and transparency[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2003, 51(10): 2558.
- [17] 董丽娟,江海涛,杨成全,等. 负介电常数材料与负磁导率材料双层结构的透射性质[J]. 物理学报, 2007, 56: 4657. DONG Lijuan, JIANG Haitao, YANG Chengquan, *et al.* The transmission properties of pairing structure of negative permittivity and negative permeability materials[J]. Acta Phys Sin, 2007, 56: 4657.
- [18] John David Jackson. Classical electrodynamics [M]. 3ed. Beijing: Higher Education Press, 2004.
- [19] 郭硕鸿. 电动力学[M]. 3 版. 北京: 高等教育出版社, 1979. GUO Shuohong. Electrodynamics [M]. 3ed. Beijing: Higher Education Press, 1979.